

PERSPECTIVA VITELLI



CONTACTO AD PUNCTUM  
VITAE HIC OMNIS CALIGABIT  
DEMOSTRAT PUNCTUM



De speculo columnari vel pyramidalis convexo ita locutus  
 ut intus videat in aere extra speculum imaginem  
 sui alterius non viset. Vide prop. 60. lib. 7. fol. 194.  
 Confer autem prefationem Doctissimi Joannis Ponsi Regii  
 Mathematicarum artium professoris in Academia Parisiensis.  
 prefixam Opticis et Catoptricis Euclidis.

lib. 9. p. 38. Vitellio opus mathematicum nuncupat ita tamen  
 et de demonstrationibus substantia nihil omittit. fol. 246. 6.  
 Simul versus. 124 et. 247. sit mentione et fugit.

Cim. F. 8286

Matem. pols. 662

Matem. N 662.

XII. b. 25. a. b.

Civitatem Wroclawia nominat et nemus vltus Borat  
 propositione 28. lib. 4.

Quatuor vides viset a Vitellione Padel prop. 69. lib. 10  
 Vitellio nominat terram Poloniam suam circa latitudinem gra-  
 dum quinquaginta. propositione 74. lib. 10.

ἔστι δὲ κατὰ τοιοῦτον καλεῖται ἢ τὸ πολλά, ἢ τὸ  
 Anstoteles lib. 2 de alio πολλάκις. οἷον πυρίους ἀσπράγγας κίβους βαλεῖν  
 ἀμύχανον, ἀλλὰ ἓνα ἢ δύο ῥαῖον.

Sic videtur Recte autem agere aut multa aut sapere, difficile est, ut  
 Argoproply. luli talis Coeris nulla proicere impossibile est, sed  
 unum vel duos, facilius est.





CIMELIA 8286

THVRINGOPOLONI.

# VITELLIONIS

MATHEMATICI DOCTISSIMI

PEPI OPTIKÆ, ID EST, DE NATVRA, RATIO-  
ne, & proiectione radiorum visus, luminum, colorum atq;  
formarum, quam vulgo Perspectiuam uocant,

LIBRI X.

Habes in hoc opere, Candide Lector, quum magnum numerum Geometricorum elementorum, quæ in Euclide nusquam extant, tum uero de proiectione, infractione & refractione radiorum visus, luminum, colorum, & formarum, in corporibus transparētib; atq; speculis, planis, sphericis, columnaribus, pyramidalibus, concavis & conuexis, scilicet cur quædam imagines rerum uisarum æquales, quædam maiores, quædam minores, quædam rectas, quædam inuersas, quædam intra, quædam uero extra se in aere magno miraculo pendentes: quædam motum rei uerum, quædam eundem in contrarium ostendant: quædam Soli opposita, uehementissime adurant, ignemq; admota materia excitent: deq; umbris, ac uarijs circa uisum deceptionibus, à quibus magna pars Magiæ naturalis dependet. Omnia ab hoc Autore (qui eruditorum omnium consensu, primas in hoc scripti genere tenet) diligentissime tradita, ad solidam abstrusarum rerū cognitionem, non minus utilia quàm iucunda. Nunc primum opera Mathematicorū prestantis, dd. Georgij Tansteter & Petri Apiani in lucem ædita.



Norimbergæ apud Ioann Petreium, Anno MDLI.

*Ioannis Brasen post mortem defun. Bibliothecæ maioris Collegii ut  
seruaretur pro usu ordinarii Astrologi Kurbischoff Arabicae & Hebraeae*



# CAROLVS

Quintus, diuina fauente clemētia Romanorum Imperator, semper Augustus, ac Germaniæ, Hispaniarū, utriusq; Siciliæ, Hierusalem, Hungariæ, Dalmaciæ, Croatia, &c. Rex. Archidux Austriæ, dux Burgūdiæ, Brabatiæ, &c. Comes Habsburgi, Flādiæ, Tyrolis, &c. Vniuersis & singulis notū esse uolumus. Quū noster & Imperij Sacri fidelis, dilectus Petrus Apianus Mathematicæ rei in primis peritus, nobis humilimē supplicauerit, q̄ Ephemerides quasdā, unā cū alijs infra cōmemoratis opusculis, maximo suo sumptu, pariq; tū in uētionis, tū aditionis labore, in cōmunē bonorū studiosorumq; omniū usum candidē & humaniter adere secū cōstituerit. Vereaturq; iam ne eadē ab alijs quoq; q̄ ex alterius in cōmodo suū aucupari contendūt commodū, quicq; alieno labore bene paratū, in suū ipsorum male conuertūt usum, imprimeretur, id qd in suum haud uulgare detrimentū reddēdaret, quatenus Priuilegiū nostri prerogatiua ad certū anthorū numerū, in quo nemo planē illud tentare auderet, se adiuuare dignaremur. Quūq; nos eorū, qui tū opera diligēti ac sedula, tū uigilantiā sua nō mediocri, quam & prouehendis bonis artibus gnauius impendūt, & inuulgandis utilibus libris nulli nec sumptui parentes, nec labori, liberaliter insumūt, Reipub. insigniter pdesse solēt, emolumētū promouere, cōtra dispēdiū amouere, p germano & innato nobis ad eximia honestissimāq; ingenuarū artū studia fauore studeamus, sit ut facilius Apiano q̄ p̄dicto, precibus eiusdē & supplici petitiōi condescendētes, Gratiā nostrā hac in re impertiamus singularē. Omnibus itaq; & singulis chalcographis, Bibliopolis, & qbusuis alijs tenore præsentiū districtē inhiibemus, ne uidelicet infrascriptos libros, q̄s p̄nominatus Apianus uel iā aditiōi destinauit, uel aditurus, eruditis omnibus in publicū cōmunicaturus est unq; puta Ephemerides ab anno salutis nostrę Millesimo quingentesimo tricesimoquarto ad septuagesimū supra Millesimū & quingentesimū duraturas, præterea libros de Vmbris, Cētiloquiū Arithmetices: & aliū adhuc de Arithmetica libellū, cū Regulis Cossæ demonstratis: De mēsuratiōe uasorū cū artificia li partis uacue inuētiōe: Schedulas diarias siue Almanach cū iudicijs annalibus, seu (ut uulgus loquitur) Practicis, qbus aëris mutatiōes, dierumq; electiones singulæ cōtinentur: Libros itē de cōiunctionibus: Ptolemæū ex nouissima illa Vuilibaldi Pyreckameri translatiōe, ante hac nunq; editū, cū Tabulis correctissimis, & in quadrāgularē figurā, cuiusmodi hactenus excusæ nō sunt, cōformatis: Ptolemæi etiā libros græce, eruditos eos sane, & (qd tāto authore dignissimū erat) elegantes, natiuamq; illā suā gratiā in propria lingua retinētes: Librū de Eclipsibus: Librū Azophi astrologi uetustissimū: Libros Gebri: VITELLIONIS q̄q; authoris antiquissimi simul ac doctissimi Perspectiuā, opus & ingens & ipsa materiæ iucūditate laudatissimū: Astronomicū Imperatoriū: Librū de diebus Creticis: Libros de Irīde: Tabulas resolutas iā p̄ eundē recēs supputatas: Radiū nouum Astronomicū, simulq; & Geometricū, unā cū uario Sinuū & Chordarū usu: Librū de Speculo ad pulcherrimas dimēsiōes apte accōmodato: Introductionē Cosmographicā cū omnis generis obseruatiōibus itidē p̄ sinus & chordas, adiecto insup Meteoroscopio duplici, plano & (qd inauditū erit pleriq;) numerorū, Astrolabiumq; numerorum uniuersale, ut recēs ita utilissimū: Tabulas seu Mappas, ut uocant, uniuersi terrarū orbis generales, aut etiā quarūdā Regionū seu Prouinciārum particulares: & q̄cquid in Mathematicis rebus dīctus Apianus sub titulo & nomine suo, aut si qua aliena rerū Mathematicarū monumēta prius neutiq; excusa, sua uero iā industria recognita & restaurata, uel etiam figuris tantū illustrata, p̄ quoscūq; uolet Impressores, in lucē adiderit, intra spaciū triginta annorū, ab ipso editiōis die cōputando, p̄ter suam ipsius uoluntatē, excudant seu excudere faciant, neq; sic excusos uenū exponant, seu uendant, sub poena decē Marcharū Auri puri, p̄ una Camera nostræ Imperiali, altera uero medietate dicto Apiano irremissibiliter exoluendarū, tū amissionis librorū sic ad amulationē excusorū, q̄s ubicūq; locorū nactus fuerit per se, siue suos, aut ad iumēto Magistratus eius loci, sibi uendicare, & in potestatem suā redigere poterit. Harum testimonio literarum Sigilli nostri appensione munitarum. Datum in Ciuitate nostra Imperiali Ratisspona, die tertia Mensis Iulij, Anno Domini Millesimo Quingentesimo Tricesimo secundo, Imperij nostri Duodecimo, & aliorum Regnorum nostrorum Decimoseptimo.





# ILLVSTRISSIMO PRIN

CIPi AC DOMINO, DOMINO PHILIPPO CO.

MITI PALATINO RHENI, ET VTRIVSQUE BAVARIAE DVCI,

&c. Domino suo gratiosissimo, Georgius Tansteter Collimiti

us Regius Physicus & Mathematicus S. D.



VM iam inde antiquitus moris fuerit, qui ad hanc nostram usque aetatem defluxit, ut literati viri quoties uel suas ipsorum lucubrationes uel aliena scripta à se è tenebris eruta, ac luci & quasi uitae restituta, in publicum emittere destinarunt, delegerint ex omni multitudine uirum aliquem singularem, uel bene de se meritum uel uirtute praeditum, uel ipsum eruditum ac literis probe tinctum, ac eius artis quae in libro eo tractatur studiosum, cuius nomini dedicati siue proprii siue alieni labores auspiciato prodirent. Quorum ego in praesentiarum institutum in primis decens atque honestum rite amulatus Illustrissime Princeps, tuae Celsitudini alienum, sed praclarum tamen & perutilem laborem mea opera primum, ac deinde tua potissimum ab interitu uindicatum, ac iam primum in lucem exeuntem inscribere dedicare constitui. Cum praesertim causae propter quas singulas alij libros suos inscripserunt, in te omnes congruant. Primum enim, id quidem mereri Celsitudinem tuam, atque his longe maiora, necesse habeo confiteri. Quandoquidem cum antea ex Petro Apiano probata fide homine ac Mathematices eximie perito cognoueram Celsitudinem tuam, & huiusmodi studiis maiorem in modum delectari, & eis operam interdum dare solere. Tum anno superiore, cum hic inclitus ac potentissimus Rex Ferdinandus per hyemen ageret, cuius tu in Aulico famulatio Princeps principem obtines locum, aliquoties studio Mathematico illectus me domi meae inuisere non es grauatus, ac non solum prima illa rudimenta eius artis scienter mecum exprompsisti, sed etiam de illis, quae & studium accuratius & iudicium requirunt recondita magis & abstrusa eleganter disseruisti. Deinde tot sunt uirtutes tuae ac tantae quibus insigniter enitescit, ut si pro singulis libri sint tibi dedicandi, nulla unquam quamuis copiosa & affluenter instructa Bibliotheca sit satis futura, quas si sigillatim nominare uelim modum profecto Epistolae egrederer. Vnam hanc è singularem ac notabilem commemorabo, quod anno ab hinc quarto, cum grauissima & periculosa obsidione Vienna Austriae cingeretur, circumfuso longe lateque Turcarum exercitu prope infinito, tu fama exitus modo aduentus hostium & formidulosae impressionis sponte tua quod uirum de repente contrahere poteras, tecum Viennam raptim adduxisti, antequam teterrimi hostes urbem omni ex parte circumuenissent. Qua quidem in urbe toto illo obsidionis tempore omnia propugnationis munia sic obisti, ut noctes diesque ad signa nihil laboris ac discriminis refugiens primis semper immixtus & ipse primus constiteris, aliosque defendenda ad moenia subinde luculenta & mascula oratione fueris exhortatus, sic ut fortiter dicere, fortius

fortius agere, fortissime pugnare, promptus habere & expeditus, nihil strenuissimo concessurus. Ac cum tua uirtute urbs illa ciuesque praecipue defensi conseruati fuerint, Illustrissime Princeps author hic, quem tuae Celsitudini dedico, haud minus quam quicuius ciuis urbis illius tibi debere uidetur. Siquidem iam ingruente in Austria hostium exercitu inter reliquam librariam suam pellectilem relictus, nisi per te, haud secus ac ciuis alter quisquam defensus fuisset, capta urbe ac direpta, & uere extrema passus interisset. Itaque pro ciuica corona, quam author mecum una tibi debet à te conseruatus, uindicatusque ab exitio, & mea nunc opera in publicum emissus tibi dedicationis munere gratam mentis confessionem ultro mecum exponit. Authori porro nomen est gentile Vitellio, qui ex Turingis Polonus annis ut conicio ab hinc plus, minus de. uixit. Et absolutum hoc opus *πρό τῶν ὀφειλόμενων* summo iudicio parique diligentia conscripsit, exactoque ordine omnia tractauit adeo, ut quod ad praclarissimae huius artis apprehensionem consummatamque scientiam attinet, nihil in eo de siderari possit, eum Celsitudini tuae iam primum in lucem exeuntem nuncupatim dedico, simulque obnixè rogo, animum dantis, & affectum potius quam ipsum oblatum munus intuearis, & Tanstetterum, quem hactenus fouisti, pari benignitate porro etiam prosequi ne dedigneris. Foeliciter uale Illustrissime Princeps.

## AD ILLVSTRISSIMUM PRINCIPEM

ac Dominum, D. Philippum Comitem Palatinum Rheni,

& utriusque Bauariae Ducem &c. Vrsinus Velius.

Iam pridem magnis animi spectate periculis  
Prima Palatinae fama Philippe domus:  
Maxima seruatae fueras qui causa Viennae,  
Hostibus innumeris urbs ubi cincta fuit.  
Hic quoque tum obsessus se nunc tibi dedicat author.  
Haec tibi seruati praemia ciuis habe.  
Quod non hostili fuerit deperditus igni,  
Perpetuo dici gestit, & esse tuus.  
Huic tibi consimilem debere fatetur honorem  
Tanstetter, cuius prodit hic auspicijs.  
Prodit, & in toto nunc orbe Vitellio nomen,  
Diuulgat populi docta per ora tuum.



# ILLVSTRISSIMO VERE

QVE MAGNANIMO PRINCIPI AC DOMI

NO D. PHILIPPO COMITI PALATINO RHENI, ET

utriusq; Boiariæ duci &c. Domino & Mecœnati suo clementissimo

Petrus Apianus Mathematicæ ordinarius in gymnasio Ingol-

stadiensis professor, salutem precatur & incolumitatē.



Vbinde mecum ipse admirari soleo, Princeps Illustrissime, hominum quorundam inhumanum adeo ingenium, atq; ab omni humanitate alienum, ut optimas & nobilissimas quasq; artes conuijs impetere non dubitent, illasq; miseris proscindere modis, non sine maximo contemptu, digni profecto ipsi, qui ex hominum numero reijciuntur. Neq; multo diuersum est & eorum institutum, qui non quidem semel omnes contemnunt literas, sed ex ea lucrosa ista & illiberaliter quæstiosa utilitate tantum metiuntur, ita ut in liberalium artium numero uix aliquam relinquunt, quæ non sit, ut ipsi loquuntur, de pane lucrando. Hinc fieri uidemus, ut ferè pereat hoc nostro seculo alioqui in bonarum artium profectu foelicissimo suus artibus honos, hinc uidemus uniuersam iam philosophiam elanguescere, & eas quidem illius partes magis, quæ minus pani seruiunt lucrando. Solari autem in hac re uicissim nos debet, quod omnibus retro seculis fuerunt Zoili & Momi, qui quæuis reprehendere maluerint quàm potuerint imitari, neq; in uulgo tantum hominum reperti sunt osores huiusmodi, maximi quoq; uiri usq; adeo à genuino ueræ humanitatis ingenio defecerunt, ut dolendum sit Valentinianum Imperatorem Gratiani filium immenso literarum odio conflagraffe, ac deinde Licinium quoq; Imperatorem tam infestum fuisse literis, ut uirus ac pestem publicam eas appellarit, sed quur obsecro non odisset, quorum ipse adeo expers fuerit, ut ne decretis quidem subscribere posset? Rectius senserunt plarique omnes ueterum Romanorum, quorum quisq; habitus est præstantior, quo fuit in solidis artibus, maxime uero philosophiæ & eloquentiæ studijs uersatior. Superfluum fuerit hic Fabios, Scipiones, Lælios, Cicerones, Catones, & reliquos uiros sapientiæ studijs clarissimos commemorare. Quis non eximium Augusti admiretur studium? Ex Græcis uero quis non merito Alexandri Magni uerè regium, & ab optimo præceptore non male institutum commendat ingenium? Certe, ut ex nostratibus unicum quoq; adiungam exemplum, Sigismundus Imperator non ipse tantum bonarum literarum studia fouit, doctisq; & literatis omnibus egregie fauit, sed reliquos etiam Germaniæ Principes plarumq; accusauit, qui latinas odissent literas. Insuper etiam à quibusdam reprehensus, quod uiros humiles & eruditos foueret. Ego, inquit, eos amo, quos uirtutibus & doctrina, ex quibus nobilitatem metior, cæteris uideo antecellere. Præclarum ille quidem & Imperatore dignum dedit Principibus omnibus exemplar, quod imitentur. Frustra autem hæc ego omnia Celsi

Celsitudini tuæ cōmemoro, cui tantus est in literas & literatos omnes fauor, tantusq; studij etiam Mathematici amor, & nō infœliciter respondens amor profectus, ut minus iam mirum mihi fiat, quur non ignobilem hunc de Perspectiua authorem illustrissimæ tuæ Celsitudini dedicare instituerit, uir clarissimus D. Georgius Tanstetter Collimitius Regius Physicus & Mathematicus, qui authoris huius exemplar mihi eò facilius ex selectissimis suæ bibliothecæ libris communicauit, ut optimus hic scriptor ad lucem aliquando progressus in manus ueniret quàm plurimorum, huius autem dedicationis officium mihi tanquam ueteri amico demandarit. Nec potui ministerium illud offerendi authorem hinc Celsitudini tuæ optimæ de me semper meritiæ negare, neq; uiro illi mihi multis modis deuinctissimo, maxime quum author ipse nunc ueluti recens natus atq; in lucē æditus, tam præclare de Perspectiua scripserit, ut unus merito omnibus qui de hac re scripserunt sit antefendus. Nō male quidem scripsit super hac materia Pomponius Gauricus, sed paucioribus quàm ut suscepto respondeat argumento, ex ueteribus super sunt monumenta, Alhacen, Bachonis, Rogerij, Balneoli, Ioannis Pisani Anglici, fratris Theodoricæ ordinis Prædicatorum, & fortè aliorum quæ aliquando ædentur. Quanto plus laudis emeruit hic noster Vitellio, in quo ædendo nihil fænè neglectum est, quod ad uniuersi huius studij faciat profectum, nos quoq; pro candore nostro, & in omnes studiosos beneuolentia authorem hunc figuris, & omnibus ad hanc rem necessarijs ita illustrauimus, ut ne studiosi habeant quod in nobis desiderent. Hic etiam aliud declarare non uolui, nisi ut optimo uiro D. Georgio Tanstetter satis uideor fecisse, & opus hoc illustrissimæ Celsitudini tuæ cum paratissimis obsequijs obrulisse. Bene ualeat nunc nobis omnibus T.C. illustrissime Princeps, & bonarum artium profectum seculo adiuuet. Datum die quinto Februarij, quo die non longe ante meridiem Iupiter blando & amico aspectu Venerem sibi ueterem diuq; cognitam adiunxit comitem, quam hoc modo multis etiam ultra annum integrum diebus non aspexerat. Anno M. D. XXXV.



# VERITATIS AMATO

RI FRATRI GVILHERMO DE MORBEKA, VITE  
lo filius Thuringorum & Polonorum, aeternae lucis irrefracto mentis  
radio foelicem intuitum, & intellectū perspicuum subscriptorum.



**V**IVERSALIVM entium studiosus amor te uinctum detinens, me ti-  
bi ut idem appetentem, sic coniunxit, ut uoluntas tua mihi sit imperium,  
me quoque arceat ab effectibus tibi displicentium passionum. Quia ergo  
tibi, ut totius entis sedulo scrutatori, dū ens intelligibile à primis suis pro-  
diens principijs, entibus indiuiduis sensibilibus per modum causae, actu  
mentis coniungeres, & singulorum causas singulas indagares, occurrit diuinarum uirtu-  
tum influentiā inferioribus rebus corporalibus per uirtutes corporales superiores mo-  
do mirabili fieri. Nec enim res corporeae inferiores in ordine partium uniuersi, diuinā uir-  
tutis incorporaliter sunt participes, sed per superiora sui ordinis contractā uirtutē par-  
ticipāt ut possunt, sicut & in alio substantiarum intellectiuarum ordine inferiores substan-  
tias per superiorum sui ordinis illustratiōem à fonte diuinā bonitatis deriuatam, prout  
uniuscuiusque natura fert, per modum intelligibilium influentiā fieri mentis acuminē  
perspexisti: Sic ut omnis rerum entitas à diuina profluat entitate, & omnis intelligibili-  
tas ab intelligentia diuina, omnisque uitalitas à diuina uita. quarum influentiā diui-  
nū lumen per modū intelligibile est principium, medium & finis: ut à quo, & per quod,  
& ad quod omnia disponunt. Corporaliū uero influentiā lūmē sensibile, est mediū  
superioribus corporibus perpetuis secundū substantiā solū in potentia ad ubi existen-  
tibus infima corpora, quae secundū formas & ubi uariantur mirifice illuminans & con-  
nectens. Est enim lumen supremarum formarum corporalium diffusio per naturam  
corporalis formae materijs inferiorum corporum se applicans, & secum delatas formas diui-  
norum & indiuidualiū artificum per modū diuisibilem caducis corporibus imprimēs,  
suique cū illis incorporatione nouas semper formas específicas aut indiuiduas producēs,  
in quibus resultat per actum luminis diuinū artificium tam motus orbium quam mouenti-  
um uirtutum. Quia itaque lumen corporalis formae actum habet, corporalibus dimen-  
sionibus corporum, quibus influit, se coequat, & extensione capacium corporum se exten-  
dit: attamen quia fontē, à quo profluit, habet semper secundū suae uirtutis exordium, pro-  
spicere dimensionem distantiae, quae est linea recta, per accidens assumit, sicutque sibi nomē  
radij coaptat. Et quoniam linea recta naturalis semper est in aliqua superficie naturali.  
Superficierum uero passio, quae per terminantes lineas eis accidit est angulus: ideo ra-  
dio luminoso consideratio adiacet angularis, & rectis angulis radijque perpendicularitas  
est causa. Obliquatio uero irradiantis corporis super irradiatum corpus, acutos cau-  
sat angulos & obtusos, & secundū huiusmodi luminariū influentiā uariantur. Cum  
itaque tua solertis diligentia ingenij secundū hanc coelestiū influentiā diuinā uirtutem  
respectu rerum capacium imitari prospiceret, & non solum secundū uirtutes agentes,  
sed secundum diuersitatē modi actionis, res actas diuersari uideret, placuit tibi in illius  
rei occulta indagine uersari, eiusque diligenti inquisitioni studiosam animā applicare.  
Libros itaque ueterū tibi super hoc negotio perquirenti, occurrit tedium uerbositatis  
Arabicae, implicationis Graecae, paucitas quoque exarationis Latinae, praesertim quia ti-  
bi commissum officium poenitentiarum Romanae ecclesiae, cuius curae partē geris, credens  
plus intellectu practico quam speculatiuo, poenitentibus succurrere, te cohibuit à multitudi-  
ne uidendae: maluisti enim languentium animarum diuino antidoto languoribus succur-  
rere, quam ipsorum hominum ignorantias releuare: Meque putans uacare ocio, sub amoris ne-  
xu, quo tibi coniungor, uoluisti constringere, ut hoc laboris tibi placiti onus subirem,  
hisque materijs mihi nondū cognitis, animum applicarem. At ego, qui cunctis iussio-  
nibus tuis obtemperare desidero, uelle tuum suscipiens pro mandato, maioris negotij,  
quod de ordine entium olim conscribendum susceperam capitulum, in tempus semoui,  
praesentisque operis dispendium pro meae possibilitatis uiribus, quibus hic impar fateor,  
a adij

Vide p[er] h[oc]  
h[oc] n[on] fuit  
n[on] fuit  
n[on] fuit  
n[on] fuit

de ordine  
entium



adij conscribendum. Attendens quoque, quia eadem uis formae immittitur in contrarium & in sensum, & quod lumen sit primum omnium formarum sensibile, quodque rerum sensibile omnium causas efficientes intendamus perquirere, quoque plurimas differentias uisus nobis ostendit. Praemissorum per modum entium uisibilem perscrutatio placuit, sicut & eadem uiri, qui ante nos plurimi tractauerunt huius scientiae negotium, PERSPECTIVORVM nomine nuncupantes, quoque & ego nominatione ut placita approbo: licet plus ad naturalium formarum actionis modum occultissimum pertractandum, ut opus praesens tuis affectibus respondeat, scribentis intentio se declinet. Quod enim in sensu uisus plus perceptibiliter agitur, hoc in ipsius sensus absentia in rebus naturalibus nulla tenus euitatur. Sensus enim praesentia nihil addit actionibus naturalium formarum. Omnem itaque modum uisionis Mathematica uel naturali demonstratione transcurrente, ea quae de naturalibus formarum actionibus per modum passionum uisibilem iuxta triplicem uidendi modum pro mea possibilitatis modulo tractabo. In omnibus enim illis uidendi modis, formae naturales ad uisum se diffundunt, radiique uisuales non exeunt ad capefcendas formas rerum. Vnde si praesentiae formae diffusarum per corpora naturalia ipsarum susceptibilia, uisus non affuerit, non propter hoc naturalis actio non erit, sed formae in subiecta corpora sibi dissimilia, imprimunt quantum possunt. Tu itaque uir desideriorum omnis scientialis boni, suscipe quod fieri mandasti, in quo si quid incultu inuenieris, perspicaciori ingenio modereris.

## TOTIVS OPERIS IN DECEM LIBROS diuisio, & quid in singulis tractetur.

**P**RAESENS itaque negotium decem libris partialibus duximus distinguendum. Volentes enim omne ens uisibile, ut suae uisibilitati passio accidit, Mathematica demonstratione concludere, & hac uia eatenus ut nobis est possibile, certius ambulare, librum hunc per se stantem effecimus, exceptis his quae ex Elementis Euclidis, & paucis quae ex Conicis elementis Pergaei Appollonii dependent, quae sunt solum duo, quibus in hac scientia sumus uisi, ut in processu postmodum patebit. In primo itaque huius scientiae libro axiomata praemittimus, quae praeter elementa Euclidis huic scientiae sunt necessaria. Et in hoc ea duo, quae demonstrata sunt ab Appollonio, declaramus. Plurima & haec, quae in hoc libro praemittimus, continentur in eo libro, quem de elementatis conclusionibus nominamus, in quo uniuersaliter omnia conscripsimus, quae nobis uisa sunt, & quae ad nos peruenerunt a uiris posterioribus Euclide, pro particularium necessitate scientiarum uniuersaliter conclusa. In secundo quoque hoc nostro libro, de modo projectionis radiorum per medium unius diaphani, uel plurium, super figuras corporum diuersas: Necnon de projectione umbrarum & figuratione lucis cadentis per fenestras tractauimus, ut de his quae praerambula sunt actioni sensibili formarum naturalium, & quae sunt non existente sensu. In tertio uero libro de organo uisus, deque essentiali modo uidendi suo modo tractauimus, ut patitur scientia Opticorum. In quarto quoque libro percurramus deceptiones, quae accidunt uisui secundum directum modum uidendi per unum medium, siue sint passionum Mathematicarum, siue etiam naturales. In quinto autem libro nos ad alium modum uidendi, qui fit per reflectiones a politis corporibus, quae specula dicimus, transferentes tractauimus de passionibus communibus omni speculo, siue sit planum, siue sphaericum, columnare siue pyramidale, concuum uel conuexum. Haec enim sunt omnia specula, a quibus regularis potest fieri reflectio, ut nos declarabimus suo loco: nec tamen intelligimus per haec specula solum corpora polita artificio, sed potius per naturam. Quia dum demonstrationem his speculis applicamus, naturalia corpora eiusdem figurae intelligimus. Quod enim in artificialibus corporibus irregulariter accidit, in corporibus naturalibus certius accidere necesse est. Et dum sic per figuras speculorum discurremus, coelestes

& om

& omnes naturales influentias a subiectis corporibus sub quodam reflectionis modo ad alia corpora declaramus. In his enim diuersitatibus latens est naturae operatio, & ab eisdem agentibus secundum huius diuersitatis modum fit diuersitas formarum, & accidit uisibus, si ad locum reflectionis deueniant, ut ad ipsos fiat reflectio: quoniam uisibus ut quodam posteriori formis naturalibus & corporibus existentibus ipsorum praesentia rebus naturalibus nihil addit. Horum itaque speculorum communes passionum, & omnes proprietates speculorum planorum in quinto libro proposuimus. In sexto uero libro demonstramus passionum, quae accidunt uisibus & rebus ex reflectione facta a speculis sphaericis conuexis. In septimo uero posuimus passionum accidentium a speculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis, & haec duo specula simul coniunximus propter conformitatem plurium passionum. In octauo, de reflectionibus quae fiunt a speculis sphaericis concavis prolixius tractauimus. In nono quoque de his, quae fiunt a speculis columnaribus uel pyramidalibus concavis. Et in eodem de speculis quibusdam irregularibus, a quorum totali superficie fit reflectio lucis & uirtutis ad punctum unum, quae specula comburentia dicimus, adiunximus tractatum. In decimo uero libro huius scientiae, agimus de tertio modo uidendi, qui est per medium alterius diaphani, ut cum per aerem fit uisio sub aqua uel sub uitro. Et de deceptionibus, quae ex hoc accidunt uisui: nam & si uisus non fuerit, eadem passionum uirtuti accidunt agentis. Et in hoc quoque decimo tractatu adieciimus passionem soli uisui accidentem ex diuersitate mediolorum, ut est impressio arcus daemonis, qui dicitur iris: quoniam & illius generatio ex hac praesenti scientia ortum habet. Sicque quasi omnium uisibilem generabilibus passionibus percunctatis, operi finem damus. Pater itaque ex praemissis, quod triplex est modus uidendi. Quidam per unum medium tantum, qui est uisio directa. Quidam uero per reflectionem formarum uisibilem a corporibus politis. Quidam uero per refractionem formarum uisibilem propter diuersitatem mediolorum. Hi quoque tres modi uidendi signum sunt triplicis actionis formarum & omnium uirtutum coelestium & naturalium. Quaedam enim agunt directe in obiectum susceptibile, & haec actio est fortior, quoniam est directe intenta per naturam, & fit secundum lineas rectas. Accidit autem illi uirtuti, quando est corporalis debilitas, propter remotionem maiorem agentis ab ipso actu. Sol enim non adeo calefacit remotiora sicut propinquiora calefactibilia quae sunt eiusdem dispositionis. Alia uero naturalis actio fit per reflectionem a corporibus alijs, ut radij Solis a corpore Lunae reflectuntur: quibus enim propter raritatem Lunaris corporis quiddam Solaris transeat uirtutis. Plurimi tamen radiorum reflectuntur inferius, ut a speculo sphaerico conuexo. Est ergo illi actioni conueniens omne quod diximus in passionibus speculorum: assimilante se figura corporis a quo fit reflectio figurae speculari. Tertia uero maneries naturalium actionum, est per plura media diuersorum diaphonorum, quae similiter in suo modo agendi diuersitatem accipit, quam uisibus accidere dicimus. In his itaque naturalibus actionibus uisus signum est, non causa, nisi forte deceptio sit per se proueniens in uisui: quoniam non existente perceptione uisua, idem modi sunt omnium naturalium actionum. His itaque praemissis, aggrediamur intentum. Hoc tamen legentem latere nolumus, quia dum ex libro Elementorum Euclidis arguimus, sola nominatione numeri libri & theorematum contenti sumus. Dum uero aliquid ex hoc nostro libro adducimus, & numerum & theorema huius libri nominamus.

a ij



# LIBER PRIMVS

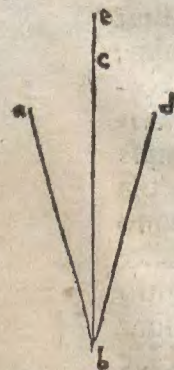
PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

## DIFFINITIONES.



Væ uero per modū principiō huic primo libro præmittimus, sunt ista. Kathetum dicimus lineā perpendicularem super superficiem aliquam erectam. Polum dicimus omnem punctū lineæ super superficiem circuli à centro orthogonaliter erectæ. Convexam lineam uel superficiem dicimus, quæ extrinsecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam concavam uel superficiem dicimus, quæ intrinsecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam super superficiem convexam uel concavam perpendicularem dicimus, quæ super planā superficiē in puncto suæ incidentiæ superficiē convexā uel concavā cōtingentē est erecta. Circuli seinuicē secantes dicunt, quorū diametris est aliqua lineā cōmunis uno reliquum non continente. Circulus magnus sphaeræ dicitur, qui transiens centrum sphaeræ, diuidit ipsam in duo æqualia. Minor uero circulus sphaeræ dicitur, qui neq; transit centrum sphaeræ, neq; diuidit ipsam in duo æqualia. Sphaeræ æquales dicimus, quarum diametri sunt æquales. Sphaeræ uel circulos seinuicem continentes æquedistantes dicimus, inter quas à centro maioris ductæ lineæ à conuexo minoris ad concavū maioris sunt æquales. Sphaeræ seinuicem cōtingentes dicimus, quæ se tangentes extrinsecus uel intrinsecus non secant. Sphaeræ seinuicem intersecantes dicimus, cū sphaeris se nō cōtinentibus diameter unius per alterā resecat. Sphaeræ intrinsecus se intersecantes, dicimus quorū maior pars unius in altera cōtinet. Superficiem planam sphaerā contingere dicimus, quæ cū sphaeram tangat, ad oēm partē ducta non secat. Denominatio proportionis primi ad secundū, dicitur quantitas quæ ducta in minorē producit maiorē, uel quæ maiorem diuidit secundū minorem. Proportio dicitur cōponi ex duabus proportionibus, quando denominatio illius proportionis producit ex ductu denominationū illarū proportionum unius in alteram,

## PETITIONES.



Petimus autem hæc. Æquales angulos super idem punctum constitutos, æqualem continere distantiam æqualium linearum, ut si anguli a b c, & c b d, sint æquales, & lineæ a b & b d sunt æquales, tantum distabit lineæ a b à lineæ b c, quantum lineæ b d distat ab eadem lineæ b c. Item inter quolibet duo puncta lineam, & inter quaslibet duas lineas superficiem posse extendi. Item cum duæ planæ superficies se cōtingunt, unā ex eis fieri superficiem. Item duas planas superficies corpus non includere. Item omnes easdem proportionibus componi, & in similes proportionibus diuidi, & easdem habere demonstrationes.



## THEOREMA I.

Omnes lineæ æquedistantes in eadem superficie plana necessario consistunt.

Sint duæ lineæ æquedistantes, quæ a b & c d utrunq; dispositæ, dico quod ipsæ sunt in eadem superficie plana, copulentur enim per lineam b d, quoniam ergo lineæ a b & b d angulariter coniunguntur, palam quoniam ipsæ sunt in eadem superficie, per 2. undecimi. Similiter quia duæ lineæ a d & b d angulariter cōiunguntur, erūt ipsæ in eadem superficie. Si lineæ b d est in una tantum superficie plana, quoniam ipsius partem esse in sublimi, partem in plano est impossibile per primā undecimi. Palam ergo, quoniam lineæ a b & c d necessario consistunt in eadē plana sua per

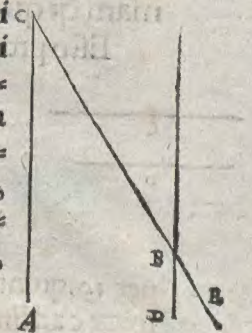
## LIBER PRIMVS.

perficte contenta inter eas & inter lineas extremitates illarum linearum copulantes, quod est propositum.

## II.

Lineam à puncto unius linearum æquedistantium in eadem superficie pertractam, cum altera indefinitæ quantitatis concurrere est necesse.

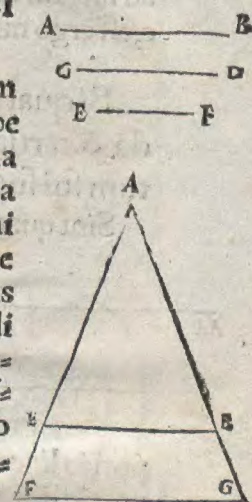
Sint duæ lineæ æquedistantes quæ a b & c d, quæ unā scilicet a b secet lineam b a in puncto b. Dico qd lineæ b e secabit etiam lineam c d, quia enim lineæ c d indefinitæ quantitatis esse supponitur, protrahatur uersus ipsam lineam b e, quæ si concurrat cum c d, habetur propositum. Si non concurrat palam per diffinitionem æquedistantiū linearum, quoniam lineæ b e est æquedistans lineæ c d, & quia lineæ a b & b e ambæ sunt æquedistantes lineæ c a, erit per 30. primi lineæ b e æquedistans lineæ a b, sed palam ex hypotese, quoniam concurrunt, ut in puncto b, non ergo æquedistat lineæ b e lineæ c d, ergo necessario concurrat lineæ b e cum lineæ c d, quod est propositum.



## III.

Datis tribus lineis cuilibet tertiæ secundum proportionem aliarum duarum proportionabilem inuenire.

Sint datæ tres lineæ quæ sunt a b, c d, e f, quarum uni ut a b secundum proportionē aliarum duarum quæ sunt c d & e f, quarta proportionalis debeat inueniri. Duæ itaq; lineæ æquales duabus lineis quæ sunt c d & e f, ab una lineā continua abscindatur quæ sit a e f per 3. primi, & illi lineæ a e f angulariter tertia data scilicet a b, coniungatur in puncto a, & à puncto cōmuni distinguente duas lineas resecas, qd sit punctū e. Ducatur lineæ b e ad extremitatem tertiæ datarum quæ est a b, & à puncto f ducatur lineæ æquedistans lineæ b e per 3. primi, quæ sit f g. Deinde ptraha lineam a b in cōtinuū & directum, quousq; secet lineam f g, secabit autem per præmissam, sit itaq; punctus concursus g. Dico, qd per secundā 6. eadem est proportio lineæ a b ad lineam d g, quæ est lineæ e a data ad lineam e f datam. Similiter quoq; de quo libet aliarum respectu reliquarum duarum demonstrari potest, patet ergo propositum.



## IIII.

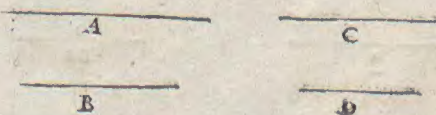
Cum duabus lineis inæqualibus notæ proportionis æqualiū linearum facta fuerit additio maioris ad minorem minuitur proportio.

Sint duæ lineæ a b & c d inæquales notæ proportionis, sitq; lineæ a b maior qd lineæ c d, addatur quoq; lineæ b e ipsi a b, & lineæ d f ipsi c d, sintq; lineæ b e & d f æquales. Dico, qd minor est proportio lineæ a e ad lineam c f qd lineæ a b ad lineam c d, quoniam enim datæ sunt tres lineæ quæ sunt a b & c d & b e, inuenitur per præcedentem lineam proportionalis lineæ b e secundum proportionē linearum a b & c d quæ sit d g, quia ergo lineæ a b est maior qd lineæ c d, patet, quia lineæ b e est maior qd lineæ d g, ergo & lineæ d f est maior qd lineæ d g, abscindatur ergo per 3. primi lineæ d f æqualis ipsi d g, quia ergo est proportio lineæ a b ad lineam c d sicut lineæ b e ad lineam d g, erit per 13. quinti proportio totius lineæ a e ad totalem lineam c g sicut lineæ a b ad lineam c d, sed per 8. quinti minor est, proportio lineæ a e ad lineam c f maiorem, qd ad lineam c g minorem, est ergo maior proportio lineæ a b ad lineam c d qd lineæ a e ad lineam c f, & hoc est propositum.

## V.

Cum fuerit proportio primi ad secundum tanq; tertij ad quartum, erit econtrario proportio sexti ad primum sicut quarti ad tertium.

Sit enim a primum, & b secundum, & c tertium, & d quartum, & sit proportio a ad b sicut c ad d. Dico, qd erit econtrario proportio b ad a sicut d ad c, quoniam enim est proportio a ad b sicut c ad d, erit per 16. quinti a iij permut





permutatim proportio b ad a sicut d ad c, secundi uidelicet ad primum sicut quarti ad tertium, quod est propositum.

VI.

Cum fuerit quatuor quantitatum proportio, primæ ad secundam maior quæ tertiæ ad quartam, erit e contrario minor proportio secundæ ad primam quæ quartæ ad tertiam.

Esto proportio lineæ a ad lineam b maior quæ lineæ c ad lineam d. Dico, quod erit e contrario minor proportio lineæ b ad lineam a quæ lineæ d ad lineam c. Sic enim per tertiam huius ut quæ est proportio lineæ c ad lineam d, eadem sit lineæ e ad lineam b, quia ergo maior est proportio lineæ a ad lineam b quæ lineæ c ad lineam d, ex hypothesi patet, quod minor est proportio lineæ e ad lineam b quæ lineæ a ad lineam d, ergo

per 10. quinti lineæ a est maior quæ lineæ e, & quia est proportio lineæ e ad lineam b sicut lineæ c ad lineam d, erit per præmissam eadē proportio lineæ b ad lineam e, quæ lineæ d ad lineam c. Est autem per 8. quinti minor proportio lineæ b ad lineam a quæ ad lineam e, est ergo minor proportio lineæ b ad lineam a quæ lineæ d ad lineam c, quod est propositum.

VII.

Si quatuor quantitatum proportionabiliū prima fuerit maior quæ secunda, & tertia maior quæ quarta, erit eversim eadē proportio primæ ad augmentum sui super secundam, quæ tertiæ ad augmentum sui super quartam.

Sint quatuor lineæ proportionales a c prima, b c secunda, d f tertia, & e f quarta. Sit quæ lineæ a b maior quæ lineæ b c, & lineæ d f maior quæ lineæ e f excedat quoque lineæ a c lineam b c in lineam a b, & lineæ b f lineam e f in lineam d e. Dico, quod eadem erit proportio lineæ a c ad lineam a b, quæ lineæ d f ad lineam d e, quoniam enim est proportio lineæ a c ad lineam b c sicut lineæ d f ad lineam e f, est ergo per 16. quinti permutatim proportio lineæ a c ad lineam d f sicut lineæ b c ad lineam e f, ergo per 19. quinti erit proportio lineæ a b ad lineam d e sicut lineæ a c ad lineam d f, ergo per 4. huius erit proportio lineæ a c ad lineam a b sicut lineæ d f ad lineam d e, quod est propositum.

VIII.

Si quatuor quantitatum prima fuerit maior secunda, & tertia maior quarta, erit maior proportio primæ ad quartam quæ secundæ ad tertiam.

Sint quatuor lineæ a b c d, & sit a prima maior quæ b secunda, & sit c tertia maior quæ d quarta. Dico, quod maior est proportio lineæ a ad lineam d quæ lineæ b ad lineam c, quia enim lineæ c est maior quæ lineæ d, ex hypothesi patet per 8. quinti, quoniam maior est proportio lineæ a ad lineam d quæ ad lineam c, minor uero est proportio lineæ b ad lineam c quæ lineæ a ad lineam c per eandem 8. quinti, quoniam ut præmissum est, lineæ a est maior quæ lineæ b, & quoniam quicquid est maius maiore est, maius minore, patet, quod maior est proportio lineæ a ad lineam d quæ lineæ b ad lineam c, patet ergo propositum.

IX.

Cum quatuor quantitatum prima fuerit maior quæ tertia, & secunda minor quæ quarta, maior erit proportio primæ ad secundam quæ tertiæ ad quartam.

Sint quatuor lineæ a prima, b secunda, c tertia, d quarta, sit quæ a maior quæ c, & sit b minor quæ d. Dico, quod maior est proportio a ad b quæ c ad d, quoniam enim lineæ a est maior quæ lineæ c, patet per 8. quinti, quoniam maior est proportio lineæ a ad lineam b quæ lineæ c ad lineam d, sed quia

Sed quia ex hypothesi lineæ b est minor quæ lineæ d, patet per eandem 8. huius quinti, quoniam maior est proportio lineæ c ad lineam b quæ ad lineam d, est ergo maior proportio lineæ a ad lineam b secunda quæ lineæ c tertia ad lineam d quarta, & hoc est propositum.

X.

Si quatuor quantitatum fuerit maior proportio primæ ad secundam quæ tertiæ ad quartam, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam quæ secundæ ad quartam.

Sint quatuor lineæ a b c d, sit quæ proportio a ad b maior quæ c ad d. Dico, quod erit permutatim maior proportio lineæ a ad lineam c quæ lineæ b ad lineam d. Sit enim per 3. huius proportio lineæ e ad lineam b sicut lineæ c ad lineam d, erit ergo ex hypothesi & ex 10. quinti lineæ e minor quæ lineæ a, ergo per 8. quinti maior est proportio lineæ a ad lineam c quæ lineæ e ad lineam b. Est autem ex præmissis & per 16. quinti proportio lineæ e ad lineam c sicut lineæ b ad lineam d, palam ergo, quoniam maior est proportio lineæ a ad lineam c quæ lineæ b ad lineam d, quod est propositum.

XI.

Cum quatuor quantitatum maior fuerit proportio primæ ad secundam quæ tertiæ ad quartam, erit coniunctim maior proportio primæ & secundæ ad secundam quæ tertiæ & quartæ ad quartam.

Esto 4. lineæ a b c d maior, proportio a ad b quæ c ad d. Dico, quod totius lineæ a b ad lineam c d maior erit, proportio quæ totius lineæ c d ad lineam d. Sit enim per 3. huius, proportio lineæ e ad lineam b, quæ lineæ c ad lineam d, est ergo ex hypothesi maior, proportio lineæ a ad lineam b quæ lineæ e ad lineam d, ergo per 10. quinti lineæ a est maior quæ lineæ e. Tota ergo lineæ a b est maior quæ tota lineæ e b, ergo per 8. quinti maior est, proportio totius lineæ a b ad lineam d quæ totius lineæ e b ad lineam d, per 18. uero quinti est, proportio lineæ e b ad lineam d, quæ lineæ c d ad lineam d, est enim ex præmissis, proportio lineæ e ad lineam b sicut lineæ c ad lineam d. Est ergo maior, proportio lineæ a b ad lineam d quæ lineæ c d ad lineam d, quod est propositum.

XII.

Si quatuor quantitatum proportio primæ & secundæ ad secundam sit maior quæ tertiæ & quartæ ad quartam, erit disiunctim maior proportio primæ ad secundam quæ tertiæ ad quartam.

Sit proportio totius lineæ a b ad eius partem lineam b maior quæ totius lineæ c d ad eius partem d. Dico, quod erit disiunctim proportio lineæ a ad lineam b maior quæ lineæ c ad lineam d. Sit enim per 3. huius proportio lineæ e ad lineam b sicut lineæ c ad lineam d, erit ergo ex hypothesi maior, proportio lineæ a ad lineam b quæ lineæ e ad lineam d, ergo per 10. quinti erit lineæ a b maior quæ lineæ e b, abla- ta ergo utrobique lineæ b comuni, relinquitur lineæ a maior quæ lineæ e, est ergo per 8. quinti maior, proportio lineæ a ad lineam b quæ lineæ e ad lineam b. Sed per præmissa est proportio lineæ e b ad lineam b sicut lineæ c d ad lineam d, ergo per 17. quinti est proportio lineæ e ad lineam b sicut lineæ c ad lineam d, erit ergo maior, proportio lineæ a ad lineam b quam lineæ c ad lineam d, & hoc est propositum.

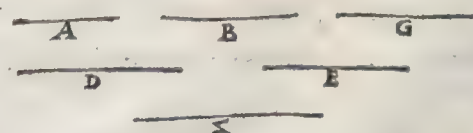
XIII.

Quarumlibet trium quantitatum quoque ordine dispositarum, quarum mediarum ad utramque extremarum aliqua sit proportio, erit proportio primæ ad tertiam composita ex proportione primæ ad secundam & secundæ ad tertiam, ex quo patet quod proportio extremorum ad inuicem componitur semper ex pro-



ex proportione mediorum ad inuicem & ad ipsa extrema.

Sint extra gradus tres lineæ quæ a b g, quarum prima quæ est a sit maior q̃ media quæ est b, & b sit maior q̃ tertia quæ est g, sitq; ipsius b ad ambas extremas pportio nota. Dico, q̃ pportio lineæ a ad lineam g tertiā componitur ex pportione lineæ a ad lineam b, & ex pportione lineæ b ad lineam g, quoniā enim pportio lineæ a ad lineā b est nota, sit quantitas d denominatio illius pportionis, & similiter quia pportio lineæ b ad lineam g est nota, sit denominatio illius pportionis quantitas e, & sit quantitas z denominatio pportionis lineæ a ad lineā g. Dico, q̃ ex ductu e in d fit z, quoniā enim per diffinitionem ex ductu z denominationis pportionis lineæ a ad lineam g in ipsam lineam g minorem q̃ sit a sit linea a, similiter & ex ductu d ad lineam b fit linea a. Proponitur itaq; z primum & d secundū lineā b tertium & lineā g quartū, quia itaq; illud quod fit ex ductu primi in quartum est æquale ei quod fit ex ductu secundi in tertium, patet p̃ 15. sexti, quoniā est pportio primi ad secundum sicut



tertij ad quartū, est ergo pportio z ad d, sicut lineæ b ad lineam g, ergo denominatio pportionis z ad d ex suppositiōe est eadem cū denoiatione pportiois lineæ b ad lineā g, sed denominatio pportiois lineæ b ad lineā g est quātitas e, ergo denoiatio pportionis z ad d est idem e, ergo ex ductu e in d fit z, quia ergo denominatio pportiois lineæ a ad lineā g quæ est z producit ex ductu denominationis pportiois lineæ a ad lineā b in denominationē pportionis lineæ b ad lineā g, patet per diffinitionē, quoniā pportio lineæ a primæ ad lineā g tertiā cōponit ex pportioe lineæ a primæ ad lineā b secundā, & ex pportione lineæ b secundæ ad lineā g tertiā qd est propositū primum. Eodem quoq; modo potest faciliter demonstrari de quocūq; medijs inter qualibet duo extrema collocatis, semper enim pportio extremorum ad inuicem componit ex omnibus pportionibus mediorū ad inuicem. Et ipsa extrema similiter demonstrandi uia diuisionis, si mediam contingat esse maiorem qualibet extremarum, patet ergo propositum.

XIII.

Si linea recta super duas rectas ceciderit, feceritq; angulos coalternos inæquales, aut duos intrinsecos minores duobus rectis, uel extrinsecum inæqualem intrinseco, illas lineas ad minorum angulorum partem concurrere est necesse, ad aliam uero partem impossibile, & si lineæ concurrunt, necesse est dictos angulos aliquo propositorum modorū se habere.

Sint duæ lineæ a b & c d, quas secet linea e f secundū quod pponitur. Dico, quoniā lineæ a b & c d concurrent, si enim non concurrant, patet q̃ sunt æquedistantes, ergo per 29. primi sequitur contrariū hypothe. q̃ est inconueniens, concurrunt ergo, ad partem uero minorum angulorū cōcurrere est necessarium, quoniā si ad partem maiorum angulorum cōcurrant, sequeretur angulū extrinsecum trigoni tantū fieri minore angulo intrinseco, & est contra 16. & 32. primi, & quia per præmissas propositiones ad partes minorum angulorū concurrūt, si ex concessio ad partes maiorum angulorū concurrerēt, sequeretur rectas lineas superficiem includere, q̃ est impossibile. Est ergo impossibile, ut ad partes maiorum angulorū concurrant, quod est propositum primum. Sed & si detur q̃ illæ lineæ concurrant, necesse est angulos aliquo propositore modorum se habere per 32. primi, patet ergo totum quod proponitur, seruata semper hypothesi.

XV.

Cum lineis se inter duas lineas æquedistantes, a quarum terminis producuntur, secantibus ex utraq; parte sectionis, partes eiusdem lineæ inter se fuerint æquales, necesse est lineas, inter quas sit sectio, æquales esse,

Verbi

Verbi gratia; Sint ut duæ lineæ a b & c d inter duas lineas æquedistantes, a quarum terminis producuntur, quæ sunt a d & c b, secant se in puncto e, ita, q̃ linea a e sit æqualis lineæ e b, & linea c e sit æqualis ipsi e d. Dico, q̃ linea a d est æqualis lineæ e b, q̃n enim per 15. primi angulus a e d est æqualis angulo c e b, erit ex hypothesi & per 4. primi linea a d æqualis lineæ c b, quod est propositum.

XVI.

Si per terminos duarum linearum æquedistantium & in æqualiū rectæ producant, illas ad partē minoris lineæ cōcurrere est necesse.

Sint duæ lineæ a b & c d æquedistantes & inæquales, sitq; linea c d minor q̃ linea a b, producanturq; per terminos ipsarum lineæ a c & b d. Dico, q̃ illæ lineæ a c & b d concurrēt ultra lineam c d, producat enim linea c d ultra punctū d ad punctū e, fiatq; per tertiam primi lineæ c e æqualis lineæ a b, & ducatur linea b e. Hic itaq; linea b e per 33. primi est æquedistans lineæ a c, ergo per 2. huius cum lineā b d concurrat cū lineā b e in puncto b. Patet, q̃ ipsa concurrat cum lineā a c, quæ æquedistat lineæ b e, sed & ad partem lineæ c d, quæ est minor q̃ linea a b concurrere est necesse per 14. huius, uel per 2. sexti, patet ergo propositum, punctus enim concursus plus qui est f, erit ultra lineam c d.

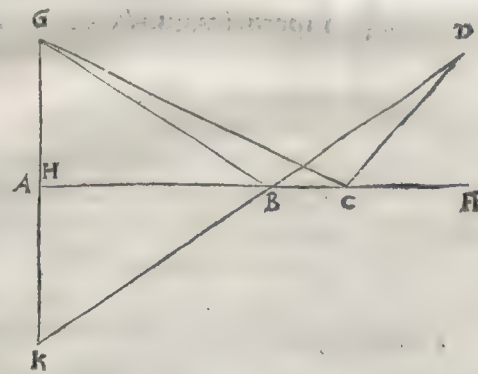
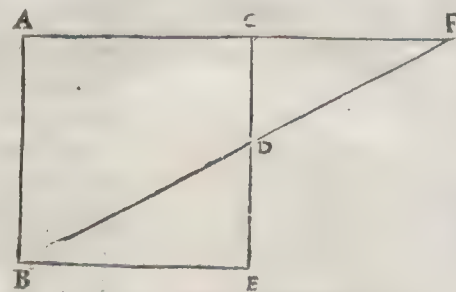
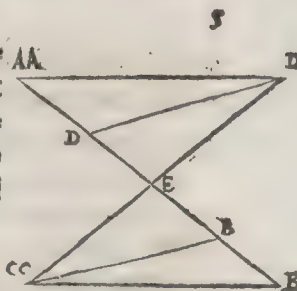
XVII.

Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea recta, cui ad unum punctum incidunt, simul iunctæ, sunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, contentibus cum eadem lineā angulos inæquales simul iunctis.

Sit linea recta quæ a b c f, & sint duo puncta d & g, a quibus duæ lineæ g b & d b producantur super lineam a b c f, contineant angulos æquales, ita, ut angulus a b g sit æqualis angulo c b d. Dico, q̃ si a punctis d & g ad aliquod aliud punctum lineæ a b c f, q̃ sit c, lineæ ductæ contineant inæquales angulos, ita, ut angulus g e a sit minor angulo f c d, q̃ lineæ g b & b d simul iunctæ super minores duas lineas g c & d c simul iunctis. Ducat enim a puncto g super lineam a f perpendicularis per 12. primi, quæ sit g h, & producat lineā g h ultra punctū h, & producat d b donec concurrat cum lineā g h producta, concurrent autem per 14. huius, sit ergo punctus concursus k, & coniungatur linea k c, & quoniā angulus d b c est æqualis angulo g b h, ex hypothesi & angulo h b k, ex 15. primi palam, q̃ angulus h b k est æqualis g b h, sed anguli g b h & k h b sunt æquales, quia recti, ergo per 32. primi trigoni g h b & k h b etiam æque æqui anguli, ergo per 4. sexti, cū lineā h b sit cōmunis & æqualis sibi ipsi, erit lineā g b æqualis lineæ k b, & lineā g h æqualis lineæ h k. Et eadem ratioe per 4. primi erit lineā g c æqualis lineæ k c, quia uero per 20. primi lineā k d in trigono k d c minor est ambabus lineis d c & k c simul iunctis, & lineā g b æqualis est lineæ b k, & lineā g c æqualis est lineæ k c, palam, quia ambæ lineæ g b & d b simul iunctæ, minores sunt ambabus lineis d c & g c simul iunctis, similiter quoq; de quibuscūq; lineis a punctis g & d ad lineam a f productis est demonstrandū, patet ergo propositum.

XVIII.

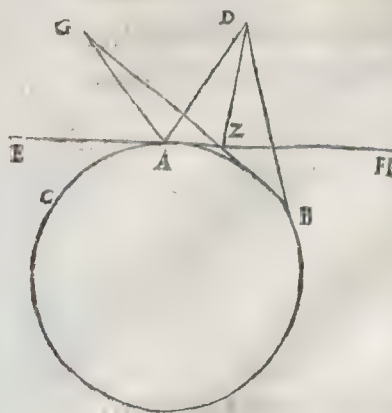
Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea conuexa, cui ad unū punctum





punctum incidunt simul iunctae, sunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem lineam angulos inaequales simul iunctis.

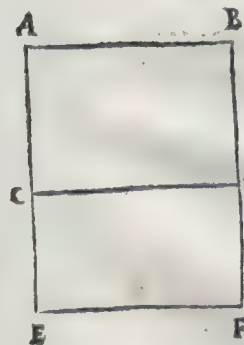
Sit linea curva a b c, super cuius conuexum a punctis g & d incidant lineae d a & g a continentes angulos aequales, ita, ut angulus c a g sit aequalis angulo b a d. Dico, qd si ducantur aliae lineae a punctis g & d super lineam a b c, ut g b & d b, continentes angulos inaequales cum linea a b c, qd ambae lineae g a & d a simul iunctae, erunt breuiores duabus lineis g b & d b simul iunctis. Ducatur enim linea e f, continens arcum a b c in puncto a per 16. tertij, anguli ergo continentes qui sunt e a c & f a b sunt aequales per 15. tertij, sed anguli g a c & d a b sunt aequales ex hypothesi, erunt ergo anguli g a e & d a f aequales, & ad punctum ubi linea g b secat lineam e f, qd sit z, ducatur linea d z, ergo per praecedentem ambae lineae g a & d a sunt breuiores ambabus lineis g z & d z, cum angulus g z a sit minor angulo g a e, & angulus d z f sit maior angulo d a f per 16. primi. Sed linea g b est maior qd linea g z, quia totum parte & linea d b est maior qd linea d z per 19. primi, quoniam angulus d z b est maior angulo sita trigoni, patet ergo, ppositum in arcu circuli conuexo, & eodem modo demonstrandum in quacumq; alia columnali uel pyramidalis sectione secundum ipsius conuexum, patet ergo ppositum.



Sectione secundum ipsius conuexum, patet ergo ppositum.

XXI.

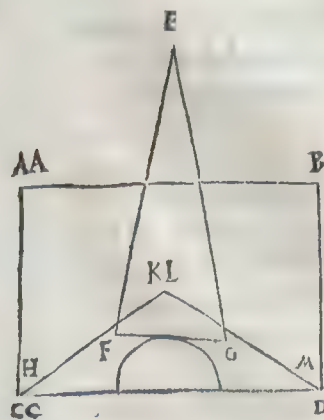
Vna linea recta in duabus superficiebus planis existente, necesse est ut illae duae superficies secundum illam lineam se secant.



Sint duae superficies planae a b c d & c d e f, in quarum utraq; sit linea c d. Dico, qd illae duae superficies secant se super lineam c d. Si enim illae duae superficies ad lineam c d ut ad communem terminum per modum unius superficiei contingentiae contingerentur, tunc patet quod ipsae sunt partes unius superficiei, & non duae superficies, quod est contra hypothesim, quod si ipsae superficies datam lineam c d pertranseant, nec ad ipsam, ut ad communem terminum copulerentur, palam per 3. nisi cum ipsae ad inuicem se secant, qd ipsis aliqua linea est communis, aut ergo secant se super lineam c d, & habetur ppositum, aut super aliam quam continet datam, & tunc cum illa sit ambabus ppositis superficiebus communis per praenominata tertia, nisi & eisdem sit linea c d communis ex hypothesi, sequitur, ut duae planae superficies illas duas lineas interiacetes corpus includant, qd est impossibile & contra suppositionem, patet ergo ppositum.

XX.

Ab uno puncto in aere dato, super unamquamq; substructam planam uel conuexam superficiem, una tantum perpendicularis duci potest.



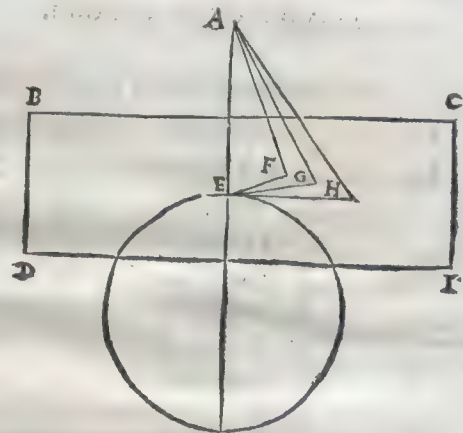
Sit data superficies plana a b c d, & datus in aere punctus e. Dico, qd a puncto e ad substructam superficiem unam tantum perpendicularem duci est possibile, si enim impossibile sit, ut superficiei planae datam quae a b c d, ducantur a puncto e duae perpendiculares, quae sunt e f & e g, quia itaq; lineae e f & e g angulariter coniunguntur in puncto e, patet per 2. undecimi, quoniam illae duae lineae sunt in eadem superficie, & quoniam lineae illae sunt perpendiculares super superficiem a b c d, erit superficies, in qua sunt lineae illae, e recta super superficiem a b c d. Huius itaq; superficiei & superficiei a b c d communis sectio est linea f g per praemissam, in trigono itaq; e f g sunt duo anguli recti, scilicet e f g & e g f per diffinitionem lineae erectae super superficiem, hoc autem est im-

est impossibile & contra 32. primi, qd hoc etiam patet in superficiebus conuexis, quia enim ut per diffinitionem omnis linea perpendicularis sit quae continet superficiem conuexam, est perpendicularis super planam superficiem ipsam conuexam, superficiem in puncto incidentiae lineae illius contingentem, patet, quia in omni superficie conuexa idem accidit impossibile. Si enim sit superficies sphaerica conuexa, in qua sit arcus f g, sit ut ipsam contingat in puncto f superficies plana, in qua ducatur linea h f k, & in puncto g superficies plana, in qua sit linea l g m, palam ergo ex praemissis, quia anguli e f k & e g f sunt recti, pducta quaeq; corda f g, palam, quia anguli e f g & e g f sunt maiores rectis quod est impossibile, non est ergo possibile ab uno puncto dato plus una perpendiculari duci ad superficiem planam uel conuexam, patet ergo, ppositum, quoniam in quibuscumq; alijs conuexis superficiebus est eodem modo demonstrandum.

XXI.

Omnium linearum ab eodem puncto ad eandem superficiem planam uel conuexam productarum, minima est perpendicularis.

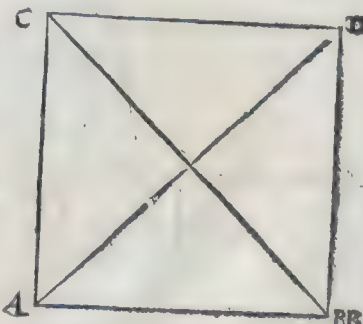
Esto superficies plana b c d, & punctum extra signatum a, a quo ducantur plurimae lineae ad superficiem datam, ut contingit, scilicet a e, a f, a g, a h, sola tamen a e sit perpendicularis. Dico, qd linea a e est omnium aliarum breuissima, ducantur a lineae e f, e g, e h, & componantur trigona orthogonia, palam itaq; cum per 32. primi angulus rectus sit maior in quolibet trigono orthogonio, quoniam linea a e per 12. primi breuior est qualibet linearum a f, a g, a h, & etiam aliarum quarumcumq; sic productarum, patet ergo ppositum in planis, sed & in conuexis patet idem, quoniam si perpendicularis super conuexam superficiem sit a e, & sit b c d i superficies plana contingens superficiem conuexam secundum punctum e, ducanturq; lineae a f, a g, a h super superficiem planam, erunt illae omnes maiores perpendiculares, sed eadem productae ad superficiem conuexam sunt maiores, patet ergo ppositum.



XXII.

Ductae a supremo termino lineae super superficiem erectae ad lineam perpendicularem, cuiusq; lineae a puncto incidentiae lineae rectae in subiecta superficie, ptractae, necesse est correctam lineam superiacentem perpendiculari esse.

Sit punctum in aere datum quod sit a, a quo ad superficiem planam subiectam quae sit b c d, erigatur linea per 12. undecimi quae sit a b, incidens datam superficiem in puncto b, & in superficie b c d ducatur linea d c ut placuerit, & a puncto b ducatur perpendicularis super lineam d c, quae sit b d, & copuletur, linea a d est perpendicularis super lineam d c. Sumatur enim in linea d c quodcumq; punctum ut c, & ducatur linea a c, b c, quia itaq; linea a b est erecta super superficiem b c d, patet per diffinitionem lineae erectae, quoniam angulus a b c est rectus, ergo per penultimam primi quadratum lineae a c est aequale duobus quadratis linearum a b & b c, sed & quadratum lineae b c est aequale duobus quadratis c d & b d per eandem penultimam 10. qd linea b d est perpendicularis super lineam c d ex hypothesi, quadratum itaq; lineae a c est aequale tribus quadratis trium linearum quae sunt a b & b d & c d, sed quadratum lineae a d est aequale duobus quadratis duarum linearum a b & b d, quadratum ergo lineae a c est aequale duobus quadratis duarum linearum a d & d c, ergo per ultimam primi angulus a d c est rectus, patet ergo, qd linea a d est perpendicularis super lineam d c, quod est ppositum.



b ij Duabus



Duabus planis superficiebus æquedistantibus, una linea recta incidente, quæ ad alteram earum erit perpendicularis, erit quoque ad reliquam perpendicularis.

Sit ut duabus superficiebus planis & æquedistantibus incidat una linea quæ a b uni ipsarum in puncto a, & reliqua in puncto b. Dico, qd si linea a b fuerit perpendicularis super unam istarum superficiebus, qd erit perpendicularis & super reliquam, & a puncto a ducatur in altera superficie illarum linea recta quæ a c, & in reliqua a puncto b ducatur linea b d, palam itaq; qd niam linea a c & b d æquedistant, in infinitum enim, præterea non concurrent, quia & superficies in quibus sunt, non concurrunt. Si itaq; alter angulorum, qui b a c uel a b d fuerit rectus, palam semper per 29. primi, quonia & reliquus ipsorum erit rectus, & quonia eodem modo potest hoc declarari de omnibus lineis in superficiebus hinc inde ductis a punctis a & b, patet, qd linea a b cum singulis sibi conterminatibus lineis in utraq; superficie illarum productis angulos rectos facit. Si est ergo linea a b perpendicularis super altera superficie, palam, quia est perpendicularis super reliquam ipsarum, & hoc est propositum.

XXIII.

Si duæ superficies uni superficiei æquedistantes fuerint, eadem inter se erunt æquedistantes, superficies quoque concurrentes cum una æquedistantium superficieum & cum reliqua concurrent.

Sint duæ superficies a b c & g h k æquedistantes uni superficiei quæ d e f. Dico, qd illæ duæ superficies a b c & g h k necessario adinvicem æquedistant, educatur enim a puncto l superficiei a b c linea perpendicularis super illa superficiem per 12. undecimi, quæ sit l m, palam itaq; per præmissam, quonia illa linea l m ultra alterutrum suorum terminorum erit ipsa per eandem præmissam perpendicularis superficiem g h k, æquedistantem superficiei a b c, quia itaq; una linea l m super duas superficies a b c & g h k orthogonaliter insit, patet per 14. undecimi, qd illæ duæ superficies, etiam si in infinitum prætrahantur, nunq; concurrent, sunt ergo æquedistantes, patet propositum primum, & per hoc & per 2. huius patet etiam secundum, propositum.

XXV.

Omnes lineæ perpendiculares inter lineas uel superficies æquedistantes ductæ, sunt æquedistantes & æquales, & si lineæ rectæ lineis uel superficiebus æquedistantibus ad angulos æquales incidant, sunt æquales.

Sint duæ lineæ a b & c d æquedistantes, inter quas ducantur lineæ perpendiculares quæ e f & g h. Dico, qd lineæ e f & g h sunt æquedistantes & æquales, qd enim sunt æquedistantes, hoc patet per 28. primi, qd etiam sunt æquales patet per 34. primi, & eodem modo demonstrandum est, si lineæ a b & c d sunt in superficiebus æquedistantibus signatæ, qd si lineæ e f & g h non perpendiculariter, sed ad angulos æquales incidant, ductis lineis uel superficiebus, ita, ut angulus g h c sit æqualis angulo e f d, erunt etiam lineæ g h & e f æquales, concurrent enim per 14. huius, sic ergo punctus concursus k, quia itaq; angulus k f h est æqualis angulo k h f, ex hypothesi erit per 6. primi trigoni k f h latus k f æquale lateri k h. Sed per 29. & per 16. primi erit trigoni k e g latus k e æquale lateri k g, relinquitur ergo linea e f æqualis lineæ g h, quod est propositum, in superficiebus quoque æquedistantibus signatis lineis a b & c d eadem est demonstratio, patet ergo illud quod proponebatur.

Cui-

Cuilibet angulo dato basem æqualem datæ lineæ subtendere.

Est angulus datus a b c, & linea data d e, separetur itaq; a linea b c, & ex parte puncti b linea b f, non maior medietate lineæ d e per 3. primi, & in puncto f posito pede circini immobili, describatur circulus secundum quantitatem semidiametri, de hoc itaq; secabit necessario latus b c per 20. primi, & cum latus b f non sit maius medietate lineæ d e. Sit ergo ut secet ipsam in puncto g, & ducatur linea g f, hic itaq; necessario erit æqualis lineæ d e per circuli definitionem, patet ergo propositum. Potest & idem aliter demonstrari, a puncto enim b ducatur linea b h angulariter, ut contingit super lineam a b, quæ per 3. primi fiet æqualis datæ lineæ d e, & a puncto h ducatur æquedistans lineæ a b per 31. primi, quæ per secundum huius necessario concurret cum lineæ b c. Sit punctus concursus k, & a puncto k ducatur linea æquedistans lineæ b k, quæ sit k l, erit quoque superficies b h k æquedistantium laterum, ergo per 34. primi linea l k est æqualis lineæ l h, ergo & lineæ datæ quæ est d e, patet ergo propositum.

XXVII.

Datis duobus angulis inæqualibus, ex maiore ipsorum æquum minori resecare.

Sint duo anguli dati a b c, d e f, sit a b c maior & d e f minor, propositum est, ut ex angulo a b c resecetur angulus æqualis angulo d e f, hoc autem fiet per 23. primi, si super b terminum lineæ a b intra angulum a b c fiat angulus æqualis angulo d e f, qui sit a b g, & hoc est propositum.

XXVIII.

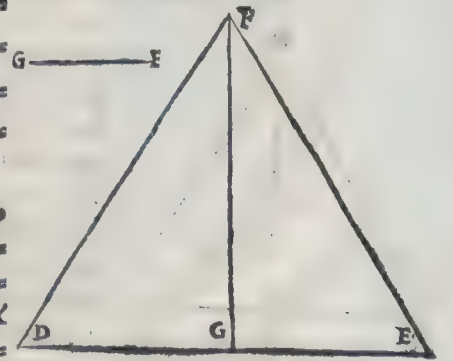
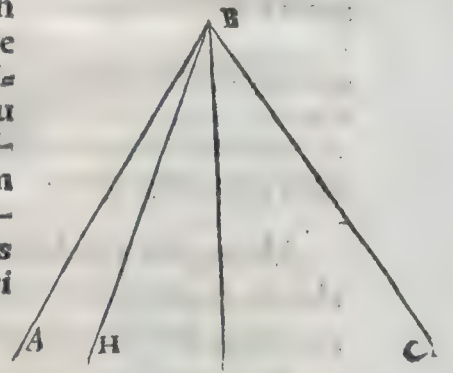
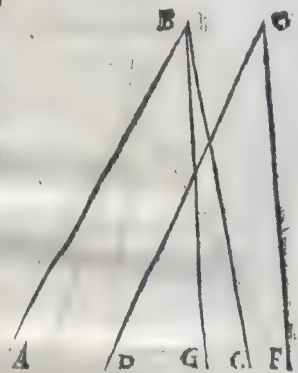
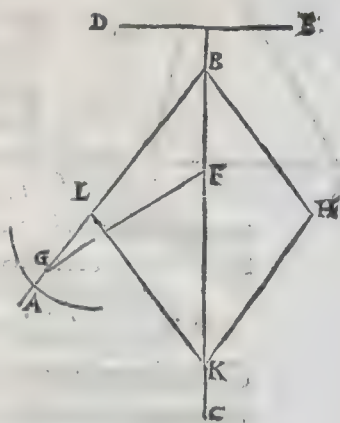
Datum angulum rectum in tres partes æquales diuidere.

Non indiguimus quo ad præsens propositum diuisione aliorum angulorum in partes tres æquales, sed solum recto, & ob hoc non proponimus hic nisi de recto in uniuersaliori scientia, ut in ea quæ de elementis conclusionem uniuersaliorē dignā propositum existimantes. Sit itaq; angulus rectus a b c, quē in partes tres æquales uolumus diuidere, assumatur ergo linea quæcunq; sit b e, super quā constitutatur trigonum æquilaterum per primam primi, qd sit d e, cuius angulus d e f diuidatur per æqualia per 9. primi, ducta lineæ f g, erit ergo angulus d f g tertia pars unius recti, cum ipse sit g pars duorum rectorum per 33. primi, ergo per præcedentem angulo recto a b e resecetur angulus a b h æqualis angulo d f g, & diuidatur angulus h b c per æqualia per 9. primi, patet ergo propositum.

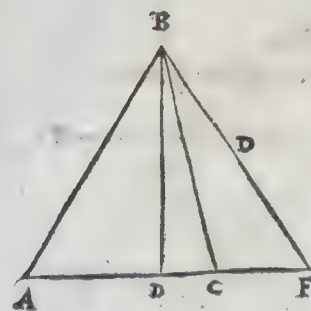
XXIX.

Linea diuidens angulum alicuius trigoni producta, basem subtensam illi angulo necessario secabit, & si linea secans basem ad punctum, concursus laterum trigoni producat, illa angulum basi oppositum secabit.

Sit ut linea d b secet angulum a b c trigoni a b c. Dico, qd eadem linea b d producta, necessario secabit basem a c illi angulo subtensam. Si enim non secabit basem a c, concurret tamen cum producta a c per 14. huius, ideo quia anguli b a c & a b f sunt minores duobus rectis ex hypothesi & per 32. primi, sit







mi, sit ergo concursus in puncto f ultra punctum c, est ergo trigonorum a b c & a b f angulus b a c communis, & angulus b c a maior angulo b f c per 16. primi, erit ergo per 32. primi angulus a b f maior angulo a b c, non ergo secat linea b d angulum a b c, cadet itaque necessario inter puncta a & c, & ita secabit basem a c, quia si etiam caderet in punctum a, uel in punctum c, non adhuc divideret angulum a b c, patet ergo propositum primum, patet etiam & reliquum propositum, quoniam si linea b d secet basem trigoni a b c, & applicetur puncto b, quod est punctus concursus laterum a b & c b, patet quod linea b d secabit angulum a b c. Sit enim per 16. primi angulus a d b maior angulo a c b, sed angulus b a c est communis ambobus trigonibus a b c & a b d, ergo per 32. primi angulus a b d est minor angulo a b c, est ergo resectus angulus a b c per lineam b d, quod est secundum propositum.

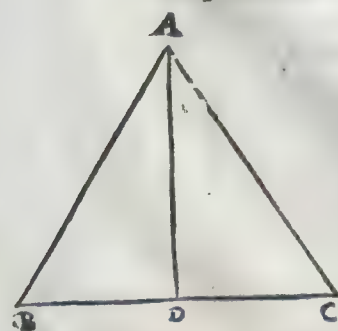
XXX.

Ab angulo dati trigoni linea perpendiculariter ad basem producta, si rectum angulum sub partibus basis contentum, maius fuerit quadrato perpendicularis, necesse est angulum a quo fit ductio obtusum esse, si minus acutum, si æquale rectum.

Sit datus trigonus a b c, a cuius angulo b a c ducatur linea perpendicularis super basem b c, secetque ipsam in puncto d, & sit a d, sitque illud quod fit ex ductu b d in d c maius quadrato lineæ a d. Dico, quia angulus b a c est obtusus, patet enim per 16. sexti, quia non est proportio lineæ b d ad lineam a d, quæ lineæ a d ad lineam d c. Sit ergo per 10. sexti, ut quæ est proportio lineæ b d ad lineam a d, eadem sit lineæ a d ad lineam g e, erit ergo illud quod fit ex ductu lineæ b d ad lineam g e æquale quadrato lineæ a d per 16. sexti, & quia illud quod fit ex ductu lineæ b d in lineam d c, est maius quadrato lineæ a d, patet quod linea g e est minor quæ linea d c per primam sexti, abscindatur ergo a linea d c æqualis lineæ g e per 3. primi, & sic d f, ducaturque linea a f, quia itaque illud quod fit ex ductu lineæ b d in lineam d f, est æquale quadrato lineæ a d, patet per 16. sexti, quoniam est proportio lineæ b d ad lineam a d, sicut lineæ a d ad lineam d f, erit ergo per conuersam 8. sexti angulus b a f re-ctus, ergo angulus b a c est maior recto. Similiterque demonstrandum, quod si illud quod fit ex ductu b d in d c sit minus quadrato a d, quoniam angulus b a c est acutus, nam per eandem demonstrationem patet etiam per eandem conuersam 8. sexti, quoniam si illud quod fit ex ductu lineæ b d in lineam d c, sit æquale quadrato lineæ a d, quoniam angulus b a c est re-ctus, patet ergo propositum.

XXXI.

Ab angulo ysocheles ducta perpendicularis super basem in duas partes similes trigonos diuidit ysochelem, ex quo patet, quod linea perpendicularis ad medium punctum basis necessario pertingit.



Sit ysocheles a b c, cuius latera a b & a c sint æqualia, & ab angulo b a c ducatur super basem b c perpendicularis a d. Dico, quod propositus ysocheles diuisus est in duos trigonos partiales similes, quoniam enim per 5. primi angulus a b d est æqualis angulo a c d, sed & per definitionem perpendicularis anguli a d b & a d c sunt æquales, quia recti, patet per 32. primi, quia anguli b a d & c a d sunt æquales, ergo trigona a b d & a c d sunt æquianguli, ergo per 4. sexti latera illorum trigonorum æquos angulos respicientia sunt proportionalia, sunt ergo illa trigona partialia, quæ a b d & a c d similia per definitionem similium trigonorum, patet ergo propositum primum, & quoniam illa trigona a b d & a c d sunt similia, & eorum latera a b & a c sunt æqualia, & latus a d commune, patet, quia etiam latera c d & b d sunt æqualia, linea ergo perpendicularis quæ a d, necessario pertingit

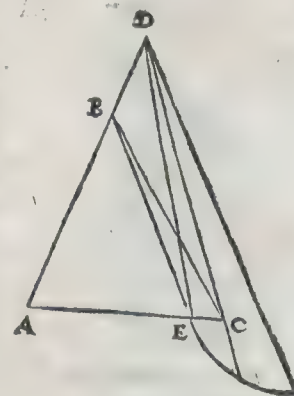
git

Sit ad medium punctum lineæ b c, quod est propositum secundum.

XXXII.

Linea ducta a quocunque puncto unius lateris trigoni producti, ultra trigonum secans latus ab illo puncto remotius & propinquius illi necessario secabit.

Sit trigonum a b c, cuius latus a b producatul ultra punctum b ad punctum d, & a puncto d ducatur linea d e secans latus trigoni a c in puncto e. Dico, quod d e necessario secabit latus b c. Si non secabit latus b c, sed solum latus a c, ducatur linea d c, & producatul in continuu & directum, secabit itaque linea d c in aliquo puncto lineam d e, quoniam cum linea d c exeat a puncto d, a quo exit etiam linea d e, & terminetur ad punctum c interiora punctum e, necessario illam secabit, sit punctus sectionis f, palam itaque, quoniam duæ rectæ lineæ quæ sunt d f & d e f includunt superficiem, quod est impossibile. Idem quoque accidit, si line d e ducatur extra lineam b c ultra punctum a, quod est propositum.



XXXIII.

Si a punctis terminalibus unius lateris trianguli duæ rectæ exeuntes, intra trigonum ad punctum unum conueniant, erit angulus inferior æqualis superiori, & duobus angulis inter lineas ductas, ad alia duo latera trigoni contentis.

Sit trigonum a b c, a cuius unius laterum a b punctis terminalibus quæ sunt a & b ducantur lineæ taliter, ut intra trigonum a b c concurrunt in puncto d. Dico, quod angulus a d b est æqualis angulo a c b, & insuper duobus angulis c a d & c d b. quoniam enim angulus a d b sit maior angulo a c b, hoc patet per 21. primi. Producatul itaque linea d c ultra punctum d usque ad punctum e, est itaque per 32. primi angulus e d a æqualis duobus angulis d c a & d a c, & similiter angulus e d b æqualis est duobus angulis d b c & d c b, totus ergo angulus a d b æqualis est angulo a c b, & angulus d a c & d e b, quod est propositum.

XXXIII.

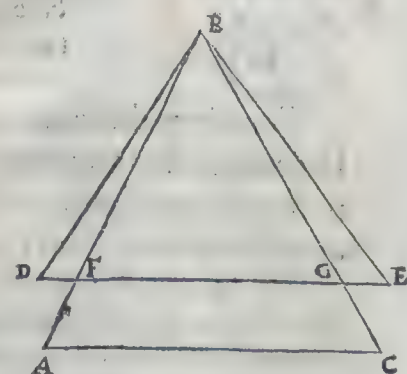
Linea æqualis & æquedistans basi alicuius trigoni uicinior angulo supremo, maiori angulo necessario subtenditur.

Esto trigonum a b c, cuius basi a c, uicinior a b c, ducatur linea æqualis & æquedistans quæ sit d e. Dico, quod si a puncto b ducantur lineæ b d & b e, quia angulus d b e est maior angulo a b c, quia enim linea d e est æqualis lineæ a c, palam, quia ipsa sit producta secat lineas a b & b c argumento 15. huius, quod etiam patet ex alijs. Omnis linea cadens intra trigonum secans latera eius & æquedistans b a c, est maior base per 29. primi & 4. sexti. Secet ergo linea d e latus b a in puncto f, & latus b c in puncto g, quia itaque per 16. primi angulus b g f est maior angulo b e g, erit per 29. primi angulus b c a maior angulo b e d, & eadem ratione angulus b a c est maior angulo b d e, necessario ergo per 32. primi erit angulus b d e cum angulis minoribus ualens duos rectos maior angulo a b c, ualente cum duobus angulis maioribus duos rectos, patet ergo propositum.

XXXV.

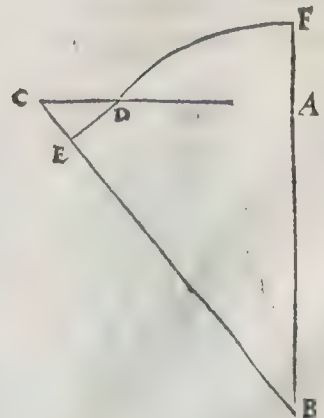
In trigono orthogonio ab uno reliquorum angulorum producta linea ad basem, erit remotioris anguli ad propinquiorem recto minor proportio, quæ partis basis remotioris ad propinquiorem.

Sit trigonum orthogonium a b c, cuius angulus b a c sit rectus, & a puncto b ducatur ad





tur ad latus a c, qd' est basis anguli a b c, linea recta quae sit b d. Dico, q' minor est ppor-  
tio anguli c b d remotioris ab angulo recto ad angulum d b a propinquo- rem ipsi recto, q' p-  
partis basis remotioris ab angulo recto qui est c d ad latus d a propinquo- rem ipsi angulo

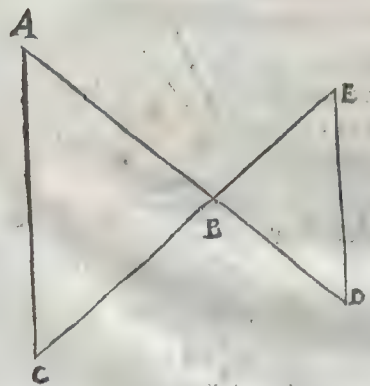


recto, quoniam enim angulus b a c est rectus, patet, quia angulus b  
d a est acutus per 32. primi, ergo patet per 23. primi, angulus b d  
c est obtusus, ergo per 19. primi latus b d est maius latere a b, &  
minus latere b c, a centro itaq' b secundum quantitatē semidia-  
metri b d describatur arcus circuli secans lineā b c in puncto e, &  
ad ipsum producat' lineā b a in punctum f, factiq' erunt duae se-  
ctiones b d e minor trigono b d c, & b d f maior trigono b d a, &  
quoniam est pportio sectionis ad sectorem sicut arcus f d ad arcū  
d e, ut patet per modum demonstrationis primae sexti, quoniam  
omnes sectores eiusdem circuli sunt eiusdem altitudinis, & aequē  
multiplicia arcuum faciunt aequē multiplicia ipsorū sectorum, p-  
portio uero arcus d f ad arcum d e est sicut anguli d b f ad angu-  
lum d b e per ultimā sexti. Cum itaq' trigonum c d b sit maius q' b  
sector e d b, & sector f d b sit maior trigono a d b, erit per 9. huius

trigoni c b d primi ad trigonum d b a secundum maior pportio q' sectoris e b d tertij ad  
sectorem d b f quartū. Est autem per primā sexti trigoni c b d ad trigonum d b a, sicut  
basis c d ad basem d a, sectoris uero e d f ad sectorem d b f, ut patet ex praemissis, est pro-  
portio sicut anguli e b d ad angulum a b f, patet ergo, q' maior est proportio lineae c d  
ad lineā d a, q' anguli c b d ad angulum d b a, ergo minor est pportio anguli c b d ad an-  
gulum d b a, q' lateris c d ad latus d a, quod est propositum.

XXXVI.

Cuiuslibet trigoni duo latera producta, aliud trigo-  
num priori simile principiant lateribus positione & situ  
transmutatis.



Sit trigonum a b c, cuius latus a b sit dextrum, & latus b c si-  
nistrum, quae producantur ultra punctum b, & proportionaliter  
prioribus lateribus abscindantur per 11. sexti, lineā scilicet a b in  
puncto d, & lineā c b in puncto e, & coniungat' lineā d e, erit itaq'  
trigonum d b e simile trigono a b c, sed & latus d b sit sinistrum,  
& latus e b dextrum. Sunt itaq' latera istorum trigonorum posi-  
tae, & situ transmutata, quod est ppositum primum.

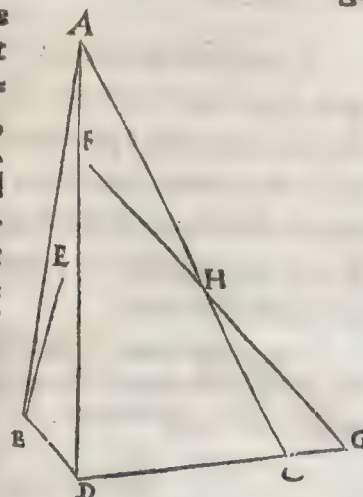
XXXVII.

Omnium duorum trigonorum rectangulorum, quorum unius unum  
laterum rectos angulos continentium fuerit maius altero alterius, reliquū  
uero minus reliquo, erit angulus acutus unius maius latus respiciens maior  
angulo alterius suum relatiuum latus respiciente.

Verbi gratia: Sint duo trianguli rectanguli a b c & a c d, sintq' anguli a b c & a d c re-  
cti, & sit latus b c trianguli a b c maius latere c d trianguli a c d, & reliquū laterū rectos an-  
gulos continentū a b unius sit minus reliquo latere alterius, qd' est a d, ut patet in ppo-  
sitafiguratione, si lineā a b intelligatur erecta super lineā b c superficiem eius, & lineā b  
d intelligatur ppendicularis super lineā d c in eadem superficie iacentem, tunc enim erit  
lineā a d ppendicularis super lineā d c per 22. huius, q' etiam patet, si in superficie iacen-  
te ducatur lineā b e aequedistans lineā d c per 31. primi, & quoniam lineā a b est ppendi-  
cularis super superficiem iacentem, in qua sunt lineae b d, d c, b e, palām per diffinitionē  
lineae erectae, quoniam angulus a b e est rectus, sed & angulus e b d est rectus per 29. primi,  
cum angulus b d c sit rectus per 22. huius, & lineae b e & d c aequedistant, ergo per 4. unde-  
cimi lineā b e est erecta super superficiem trigoni a b d, ergo per 8. undecimi lineā d c est  
pppendicularis super eandem superficiem trigoni a b d, angulus ergo a d c est rectus, sed

& latus

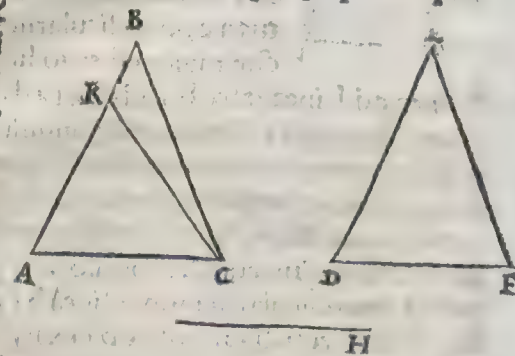
& latus a d maius est latere a b per 19. primi, quoniam angulus a b d est rectus. Dico ergo  
q' angulus a c d est maior angulo a c b, quoniam enim latus  
a d est maius latere a b per 19. primi, cum angulus a b d sit  
rectus, patet, q' praesens figuratio est conformis hypothe-  
si, refecetur ergo per 3. primi a latere d a aequale lateri b a,  
q' sit lineā d f, & quia lineā d c est minor latere b c per 19.  
primi, quoniam angulus b d c est rectus. Protrahatur lineā d  
c, & refecetur in puncto g taliter, ut sit lineā d g aequalis li-  
neae b c, quia ergo trigoni f d g duo latera f d & d g sunt  
aequalia duobus lateribus a b & b c trigoni a b c, & angu-  
lus f d g aequalis est angulo a b c, quia uterq' rectus, erit p  
4. primi basis f g aequalis basi a c, & reliqui anguli reliquis  
angulis, angulus ergo f g d aequalis erit angulo a c b, quia  
uero puncta a & f sunt in lineā a d, & puncta c & g sunt in  
lineā d g, palām, quia lineae a c & f g sunt in una superficie  
quae a d g per 2. undecimi, ergo intersecant se lineae g f &  
c a, sit earum intersectio in puncto h, quia uero in trigono c h g latus g c protrahitur, pa-  
lām ex 16. primi, quoniam angulus h c d maior est angulo h g c, ergo & eius aequali scilicet  
cet angulo a c b, angulus ergo a c d maior est angulo a c b, quo est ppositum, similiterq'  
demonstrandum in alijs, si enim trigona proposita fuerint in diuersis locis constitu-  
ta, palā, quia in ipsis aequalia & aequiangula trigona sic possunt ordinari, ut in figura di-  
sponuntur, & demonstratio facta de ijs se extendit ad alia, patet ergo, q' uniuersaliter p-  
positum, & ex hoc patet, q' angulus b a c est maior angulo d a c, per 32. primi.



XXXVIII.

Oīm duorū trigonorū rectangulorū, quorū latus subtensum recto angu-  
lo unius ad minus latus eiusdem proportionem habuerit maiorem, quā  
latus subtensum recto angulo alterius ad minus latus eiusdem, erit angulus  
linearum maioris proportionis maior angulo linearum minoris propor-  
tionis, & econuerso.

Sint duo trigona rectangula a b c & d e f, quorū anguli a b c & d e f sint recti, sitq' la-  
tus b c minus latere a b, & latus e f minus latere d e, sitq' maior pportio lineae a c ad lineā  
am c b, q' lineā d f ad lineā f e. Dico, q' angulus a c b maior est angulo d f e, quia enim  
maior est proportio lineae a c ad lineā c b, q' lineae d f ad lineā f e. Sed per 46. primi qua-  
dratū lineae a c ualet quadratū duarū linearū a b &  
c b, & quadratū lineae d f ualet quadrata duarū li-  
nearū quae sunt d e & f e, & q' a per 18. sexti ppor-  
tio quadratorū est pportio duplicata laterū, pa-  
tet, q' maior est pportio qdrati a c ad qdratū c b,  
q' qdrati d f ad quadratū f e, est ergo per 11. hu-  
ius maior proportio amborum quadratorū lineā  
rum a b & c b ad quadratū b c, q' amborū quadra-  
torum linearū d e & f e ad quadratū f e, ergo p  
12. huius maior est pportio quadrati a b ad qua-  
dratū b c, q' quadrati d e ad quadratū e f, est  
ergo per 24. sexti maior proportio lineae a b ad lineā b c, q' lineae d e ad lineā e f. Esto, ut  
quae est proportio lineae d e ad lineā e f, eadem sit arcus lineae ut g h ad lineā c b per 3. hu-  
ius, erit ergo lineā g h minor q' lineā a b per 10. quinti. Refecetur ergo per 3. primi ex li-  
neā a b aequalis lineae g h & sit b k, & cōtinetur lineā c k, erunt ergo per 6. sexti trigona  
d e f & k b c aequiangula, angulus itaq' b c k est aequalis angulo e f d, sed angulus b c a est  
maior angulo b c k per 24. huius, angulus itaq' a c b maior est angulo d f e, & hoc est p-  
positum, ex quo etiam patet, q' eius cōuersa est uera, quoniam in talibus trigonis lineae ma-  
iores





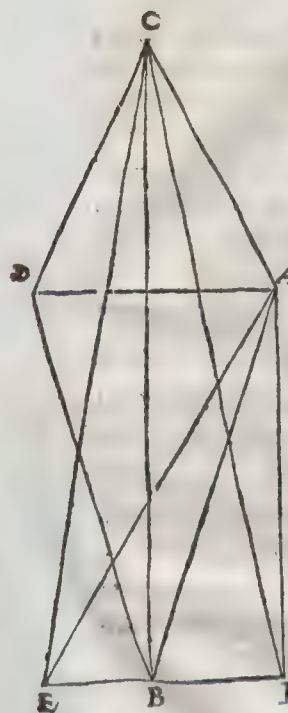
iores angulos continentes, maiorem habent ad se invicem proportionem.

XXXIX.

A puncto in aëre dato ad substratam planam superficiem una linea perpendiculariter, alia oblique incidente, & linea recta inter puncta incidentiae in ipsa superficie protracta, erit angulus à non perpendiculari cum iacente linea contentus, minimus omnium angulorum sub illa obliqua & quacumque linea in substrata superficie protracta contentorum, & omnis angulus illi propinquior, est minor remotiore, & duo ex utraque parte aequaliter approximantes, sunt aequales.

Sit punctus in aëre datus a, cuius substrata superficies plana quae b c d, super qua ab illo puncto ducatur oblique linea a b, ducaturque perpendiculariter linea a c, & copuletur linea b c. Dico, quod angulus a b c est minimus omnium angulorum contentorum sub linea obliqua a b, & sub unaquaque linearum à puncto b ductarum in superficie b c d, & quod semper propinquior est ipsi minor quam remotior, & quod duo anguli aequales solum ex utraque parte ipsius consistunt. Ducatur enim in data plana superficie, utcumque contingat linea b d, & à puncto c ducatur in eadem superficie linea perpendicularis super lineam b d per 13. primi, & copuletur à puncto a linea a d, est itaque per 22. huius linea a d perpendicularis super lineam b d, & quoniam angulus a c d est rectus, palam per 19. primi, quoniam obliqua linea a d maior est catheto. Ac linea itaque b a ad lineam a c maiorem habet proportionem quam ad lineam a d per 8. quinti, & anguli b c a & b d a sunt recti, & erit itaque per praecedentem proximam angulus b a c maior angulo b a d, erit ergo per 32. primi angulus a b c minor angulo a b d. Similiterque patet, quoniam angulus a b c minimus est omnium angulorum contentorum sub linea obliqua incidente à puncto a linea b c, & sub ipsa linea b c, propinquior quoque illi est minor remotiore, ducatur enim à puncto b in substrata superficie linea, ut contingit, quae sit b e, & à puncto c ducatur in eadem superficie linea perpendicularis super lineam b e, quae sit linea c e, & producatur linea a e, quae per 22. huius erit perpendicularis super lineam b e, & quoniam angulus b d c est rectus, & angulus c e b rectus, & angulus b c d maior est angulo b c e per converfam praemissam, quoniam linea c e ad lineam b c maiorem habet proportionem quam linea d c ad lineam c b, linea itaque e c est multo maior quam linea c d, sed cathetus a c perpendiculariter incidit lineis c e & c d per diffinitionem lineae erectae, maior est ergo linea a e quam linea a d per 46. primi, linea c e est maior quam linea c d. Linea itaque b a ad lineam a d maiorem habet proportionem quam ad lineam a e per 8. quinti, & anguli a d b sunt recti, angulus itaque b a d est maior angulo b a e, per praecedentem ergo per 32. primi angulus a b d minor est angulo a b e. Similiter quoque demonstrandum, quod semper angulus propinquior minor est remotiore, solum vero duo ex utraque parte aequales consistunt, super punctum enim b terminum lineae c b in subiecta superficie constituitur angulus aequalis angulo d b c per 23. primi, qui sit c b f, & à puncto c ducatur linea c f perpendiculariter super lineam b f per 12. primi, & ducatur linea a f, quia itaque angulus c b d est aequalis angulo c b f ex hypothesi, & angulus c d b est rectus aequalis angulo c f b recto, & linea c b est communis ambobus trigonis b c d & b c f, palam per 26. primi, quoniam latus b d est aequale lateri b f, & latus d c aequale lateri c f, sed linea a c est cathetus super superficiem b c d, est perpendicularis super ambas d c & c f. Est itaque linea a d aequalis lineae a f, quoniam itaque aequalis linea d b lineae b f, & linea b a est communis ambobus trigonis d b a & b a f, & linea d a aequalis lineae d f, erit angulus a b d aequalis angulo d b f per 8. primi, similiter quoque demonstrandum, quoniam angulus a b d, non erit aliquis alius aequalis, est ergo angulus a b c minimus etc, ut proponitur, patet itaque intentum.

Omnium



XL.

Omnium superficierum aequedistantium laterum diagoni per aequalia se secant, ex quo patet, quod punctum intersectionis diagonorum est medium punctum eiusdem superficiei.

Sit superficies aequedistantium laterum, siue sit quadrata siue altera parte longior, quae a b c d, in qua ducantur diagoni qui sint a c & b d, secantes se in puncto e. Dico, quod diagoni secantur se ad invicem per aequalia, & quod punctum e est medium punctum superficiei a b c d, palam enim, quia trigona b e c & a e d per 15. & per 19. primi sunt aequiangula, & erit angulus e b c aequalis angulo e d a, quia sunt coalterni. Similiter quoque angulus a c b, est aequalis angulo, e a d, ergo per 4. sexti erit proportio lineae b e, ad lineam e d, sicut lineae c e, ad lineam e a, & sicut b c ad lineam a d, sed linea b c est aequalis lineae a d per 34. primi. Linea ergo b c est aequalis lineae e d, & linea c e aequalis lineae e a. Illi ergo diagoni dividunt se ad invicem per aequalia. & per hoc manifestum est correlarium, punctum enim e aequaliter distat ab omnibus extremis, in quo tamen si aliquod dubium fuerit, ducantur à puncto e lineae aequedistantes lateribus superficiei propositae, per 31. primi, quae sint f g & h k, sequeturque propter aequalitatem partium ipsorum diagonorum modo praedicto argumentando, lineam f e aequalē fieri lineae e g, & h e aequalē e k. patet itaque quod quoniam in omni modo punctum e aequaliter distat à punctis extremarum linearum directe, igitur oppositus est, ergo medium inter illas, quod est propositum.

XLI.

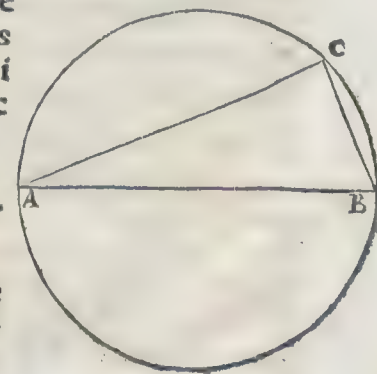
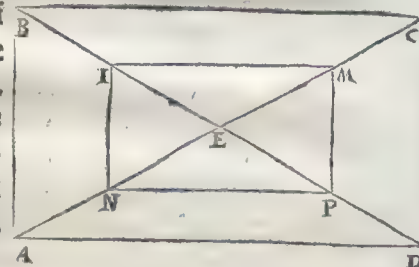
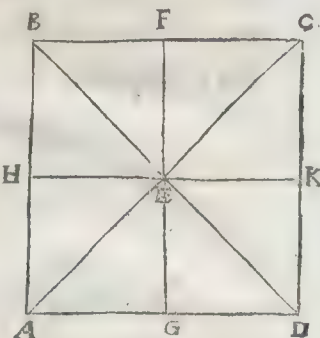
Datae superficiei aequedistantium laterum similem superficiem, cuius latera aequedistant, datae superficiei lateribus inscribere.

Data superficies aequedistantium laterum, cui altera inscribitur modo praedicto debeat, sic a b c d, in qua ducantur diagoni a c & b d, secantes se in puncto e, palamque per proximam praecedentem, quoniam illi diagoni per aequalia se secant in puncto e, sed & ipsi ad invicem sunt aequales. & si quidem data superficies fuerit rectangula, tunc patet per 34. & per 16. primi, quoniam ipsorum diagoni sunt aequales, & ipsorum medietates aequales, à puncto itaque e, à medietatibus diagonorum partes aequales abscindantur, per 3. primi, & si data superficies non fuerit rectangula tunc diagoni forsitan inaequales, ab illis ergo partes proportionabiles refecentur, secundum 3. huius, utcumque autem hoc contingat, abscindantur illae partes ex parte puncti e, quae sint e l e m, e n, e p, & ducantur lineae l m, l n, n p, m p, dico itaque quod superficies l m, p n, est datae superficiei similis, & quod latera ipsius aequedistant lateribus datae superficiei, quoniam enim in trigono b e c refecta sunt latera b e & c e in punctis l & m, & est proportio b l ad l e, sicut c m ad m c, patet ergo per 2. sexti, quoniam linea l m aequedistat lineae b c, similiter quoque linea l n aequedistat lateri a b, & linea n p lateri a d, & linea p m lateri c d, ergo per 29. primi anguli superficiei l m, p n sunt aequales angulis datae superficiei a b c d, & latera eorum sunt proportionabilia per 4. sexti. patet ergo, quod illae superficies sunt similes, & hoc proponitur faciendum, patet ergo propositum.

XLII.

Omnis angulus à diametro & quacumque linea super circumferentiam circuli contentus necessario est acutus.

Sit circulus a b c, cuius diameter a b, & ducatur linea a c, utque contingit, Dico quod angulus b a c necessario est acutus. Produca-

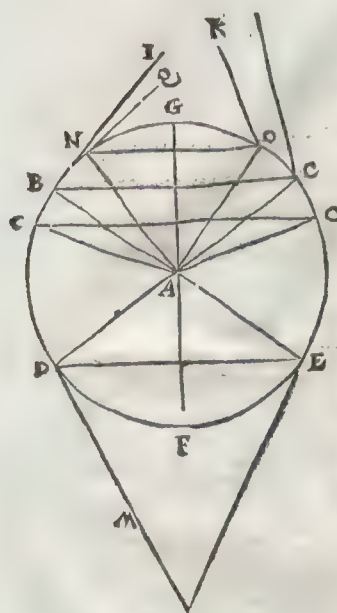




tur enim linea b'c ad peripheriam in punctum e. & qm angulus a c b est rectus per 30 tertij, patet per 32. primi, quia angulus b a c est acutus, & similiter angulus a b c, patet itaq; propositum, & de hoc theoremate nō finimus intentum, sed breuitati studuimus, quia hanc demonstrationem totiens ut occurrat repetere tedium fuit.

X L I I I.

Omnes angulos æqualium uel similiū portionū eiusdē circuli sub arcu & recta contentos æquales, angulos uero cuiuscunq; minoris portionis minores, & maioris maiores esse necesse est. Ex quo patet oēs angulos semicirculorū æquales esse.



Sit circulus, cuius centrum a, & diameter g f, & in eo signentur arcus æquales, qui sint b c & d e, productis cordis b c & d e dico qd anguli g b c, & f d e, sub arcibus & cordis cōtinenti sunt æquales, ducantur enim à puncto b linea cōtingens circulū, per 16 tertij, quæ sit b d, & à puncto d linea d m, & producatur à centro linea a b, a d, a c, a e, erūtq; per 5. primi anguli a b c & a c b æquales, & anguli a d e & a e d æquales; sed trigona a b c & a d e sunt æquiangula per 4. primi. angulus enim b a c est æqualis angulo d a e, p decimā sextā tertij, angulus qd a b l est æqualis angulo a d a, qm uterq; eorū est rectus per 17. tertij, sed angulus contingentia l b g, est æqualis angulo contingentia m d f. qm uterq; ipso est minus acuto; per 15. tertij, relinquitur ergo angulus g b c ab arcu g b, & recta b c contentus æqualis arcui f d e ab arcu f d, & recta d e contento, sed angulus g c b est æqualis angulo g b c eadem ratione, similiter quoq; angulus f e d est æqualis angulo f d e. Omnes itaq; hi anguli sunt æquales. sit quoq; angulus minor arcu b c, qui resecetur ab arcu b c, qui sit arcus n o, & ducantur lineæ a n, a o, ducatur quoq; corda n o, & ducantur cōtingentes n o & o n, quia itaq; trigoni a n o anguli ad basem sunt æquales, & angulus o a n minor est angulo c a b, per 26. tertij, erunt per 32. primi quilibet angulorum a n o & a o n maior quolibet angulo a b c & a c b, sit itaq; angulus o n a maior angulo c b a, sed angulus contingentia q n g est æqualis angulo contingentia l b g, relinquitur ergo angulus g n o minor angulo g b c, cum anguli l b a & q n a sunt æquales, quia uterq; rectus, per 17. tertij, sit enim arcus maior arcu b c, quæ sit s c, & ducatur corda f c, & quia angulus c a s est maior angulo c a b p 16. tertij, patet tunc, qd angulus a s c est minor angulo a b c, & ita concludatur ut prius, qm angulus g s c cōtinetur arcu g s, & corda s c est maior angulo g b c, ergo & angulo g n o. patet & hoc idem de similibus arcibus, quibuscunq; eorundē circulo; qm per diffinitionem similiū arcuū ipsi angulos suscipiunt æquales. Ex quo patet correlariū per penult. qm oēs anguli semicirculo; sunt æquales. oēs enim semicirculi sunt similes, & eiusdem circuli similes & æquales, hoc itaq; proponebatur.

X L I I I I.

Si idem angulus super centrum unius æqualium circulorum, & super peripheriam alterius consistat, arcus respondens angulo super peripheriā constituto, reliquo arcui duplus erit. In circulis uero inæqualibus illorū arcuū proportio ad suas totales periferias duplicatur.

Sint duo circuli æquales, unus a b c, cuius centrum g, & alius e f g, cuius centrū b, punctū periferiæ circuli a b c, & producantur lineæ a b & c b, secantes circulū e f g in punctis e & f, palam itaq; qm angulus a b c erit super periferiā circuli a b c & super centrum circuli e f g, dico qd arcus a d c, capiens angulū a b c super circūferentiā sui circuli est duplus arcui e g f, capienti eundem angulum super eius centrū b. sit enim ut linea b a secet circulū e f g in puncto e, & linea b c in puncto f, ducatur quoq; linea e f, & ducta li

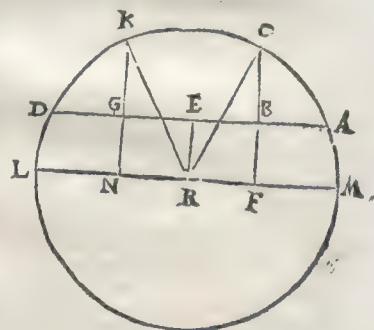
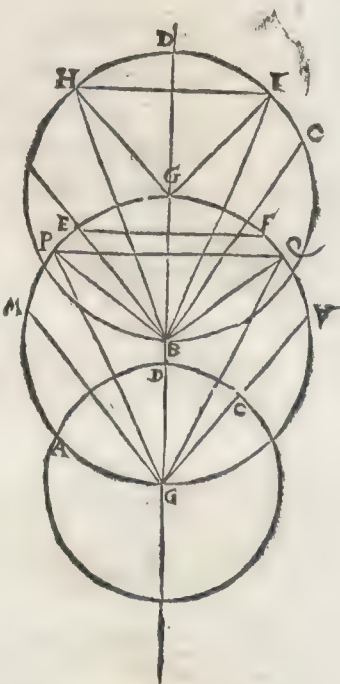
nea

nea g h super centrum g, fiat per 23. primi angulus æqualis angulo a b c qui sit h g l, ductis lineis g h & g l ad circuli circumferentiā a b c d, & ducantur lineæ b h, b l, h l, palam itaq; per 19. tertij, quoniam angulus h g l est duplus angulo h b l, ergo etiā angulus a b c est duplus eidem, ergo p ultimā sexti arcus a d c est duplus arcui h d l, sed arcus h d l est æqualis arcui e g f per 25. tertij, erit ergo arcus a d c duplus arcui e g f, quod est propositū primum. Quod si circulus a b c d sit minor circulo e f g, & angulus m g n sit æqualis angulo a g c, facto angulo p b q super centrū b, per 23. primi æquali angulo a g c, & ductis lineis g p & g q, b p & b q, erit angulus p b q duplus angulo p g q, per 19. tertij, ergo angulus a g c est duplus angulo p g q, pportio itaq; arcus m f n ad sui totā circūferentiā duplicatur respectu arcus a c ad totā sui periferiā, qm enim angulus m g n est duplus angulo p g q, erit per ultimā sexti arcus m f n duplus arcui p f q, sed arcus p f q eiusdem est proportiois ad sui periferiā, cuius est arcus a d c ad suam, arcus enim a d c si fuerit quinq; partiū respectu suæ circūferentiæ, erit arcus m f n decem partiū respectu suæ periferiæ, & hoc est, ppositum.

X L V.

A terminis lineæ intra circulū collocatæ partibus æqualibus resectis, & à punctis sectionū perpendicularibus super illā lineā ad circumferentiā productis, necesse est ductas perpendiculares æquales esse. Et si ductæ perpendiculares sunt æquales, necessarium est à terminis illius lineæ partes resectas æquales esse.

Sit circulus a k d, cuius centrum r, in quo circulo collocata sit linea a d, à cuius terminis a & d resecantur lineæ a b & d g æquales, & à prædictis b & g erigantur duæ lineæ perpendiculares super lineam d a, quæ productæ ad circūferentiā sint g k & b c, dico qd linea g k est æqualis lineæ b c, ducatur enim à centro r linea æquidistans a d per 31. primi, quæ sit l m diameter, & diuidat lineam d a in duo æqualia in puncto e per 10. primi, & à puncto e, ducatur perpendicularis super l m per 12. primi, hæc ergo p primam tertij transibit centrū circuli quod est punctū r. eritq; linea e r, educatur autem linea k g ultra punctū g ad diametru l m in punctū n, & linea c b in punctū f, & copulet lineæ k r & c r, quia itaq; linea d e est æqualis lineæ a e per tertiam tertij, et lineæ d g et b a ex hypothesi sunt æquales, remanet ergo linea g c æqualis lineæ c b, sed per 34. primi, linea g c est æqualis lineæ n r, et linea c b æqualis lineæ c f. sunt ergo lineæ n r et r f æquales. sed per 46. primi, quadratū lineæ r k ualeat duo quadrata lineæ k n et r n, quia ex præmissis angulus k n r est rectus, et similiter quadratū lineæ c r ualeat duo quadrata lineæ i f et r f. est autē quadratum lineæ k r æquale quadrato lineæ c r, quoniam linea p r est æqualis lineæ c r per diffinitionem circuli. et quadratū lineæ n r est æquale quadrato lineæ f r. relinquitur ergo quadratū lineæ k n æquale quadrato lineæ c f. est ergo linea k l æqualis lineæ c f. sed per 25. huius lineæ g n est æqualis b f. relinquitur ergo linea k g æqualis lineæ c b, quod est primū propositū. Conuersa etiā patet, manente totali dispositione ut prius, quia enim g n est æqualis lineæ b f, per 34. primi, & linea k g æqualis lineæ c b, ex hypothesi erit tota linea k n æqualis toti lineæ c f, ergo per 46. primi, erit linea n r æqualis lineæ r f. ergo & linea i p si lineæ c b æqualis erit, & linea d g ipsi lineæ b a, quod est propositum secundum, patet ergo quod proponebatur.





In duobus circulis inæqualibus duobus similibus arcibus sumptis, pro ductisq; præter illos ad arcus alios similes semidiametris, si à punctis extra circulos proportionaliter semidiametris distantibus, ab utrisq; extremitatibus amborum arcuum per terminos similiu arcuum lineæ ad diametros ductæ interiacente lineas arcus circuli maioris est maior parte interiacente lineas arcus circuli minoris.

Sint duo circuli inæquales, quorum maior sit a b c, & eius centrum d, & semidiameter d a minor uero sit e f g, cuius centrum h, & semidiameter h e, signenturq; in ipsis arcibus similes in maiori circulo arcus b c, & in minori arcus f g, sitq; arcus a b similis arcui e f, sitq; punctum k extra circulum maiorem, & punctum l extra circulum minorem taliter data, ut illa puncta secundum proportionem semidiametri d a ad semidiametrum h e, distent ab utriusq; terminis dictorum arcuum, erit ergo proportio lineæ k b ad lineam l f, & lineæ k c ad lineam l g, sicut semidiametrorum d a ad h e, & producantur lineæ ad semidiametros k b in punctum m, & k c in punctum n. Similiter quoq; producatu lineam l f in punctum o, & l g in punctum p. Dico, q; lineam m n pars semidiametri a d, est maior q; lineam a p.

pars semidiametri e h. Ducantur enim cordæ b c & f g, & copulentur à centrâ lineæ d b, d c, h f, h g, palamq; propter æqualitatē circuloꝝ, quoniam lineæ d b est maior q; lineam h f, sed ppter similitudinē arcuum angulus b d c est æqualis angulo f h g, ergo per 5. primi trigona b c d & f g h propter æquiangula, ergo per 4. sexti latera sunt pportionabilia, est ergo pportio lineæ b c ad lineam f g, sicut lineæ b d ad lineam f h, ergo ex hypothesi per 11. quinti, sicut b k ad l f, & sicut b c ad l g, ergo per 5. sexti angulus b k c est æqualis angulo l f g, & angulus k b c æqualis angulo l f g, sed ex præmissis anguli d b c & h f g sunt æquales, est ergo angulus d b k æqualis angulo h f l, ducantur ergo lineæ d k & h l, quia itaq; in trigonis d b k & h f l anguli æquales, qui d b k & h f l sunt lateribus pportionabilibus contenti, patet per 6. sexti, quoniam illa trigona sunt æquiangula, ergo angulus b k d est æqualis angulo f o h, & angulus b d k æqualis angulo f h l, sed angulus a d b est æqualis angulo e h f ex hypothesi propter similitudinē arcuum a b & d f, totus ergo angulus m d k est æqualis toti angulo o h l, ergo per 32. primi trigona d k m & o h l sunt æquiangula, & angulus k m d est æqualis toti angulo l o h, ergo per 4. sexti erit pportio lineæ m k ad lineam o l, sicut lineæ k d ad lineam l h, ergo per 11. quinti sicut lineæ a d ad lineam e h, quia itaq; ex præmissis angulus m k n est æqualis angulo o l p, & angulus k m n æqualis angulo l o p, patet per 32. primi, quoniam trigona k g n & l o p sunt æquiangula, ergo per 4. sexti est proportio lineæ m n ad lineam o p, sicut lineæ m k ad lineam o l, ergo sicut lineæ a d ad lineam e h, quia itaq; a d semidiameter maior est semidiametro e h, erit lineam m n maior q; lineam o p, patet ergo propositum.

A quocunq; puncto diameter circuli producta lineæ ad periferiam, si maior q; illa fuerit, una pars diametri erit pars illa maior reliqua sui parte, & si minor, minor.

Esto

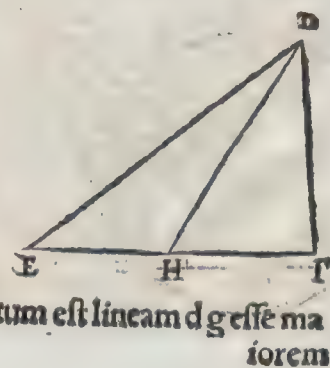
Esto circulus a b c, cuius diameter a b, in qua sumam punctum d, utcuq; contingit, & ducatur lineæ d c ad circumferentiā, itaq; pars diametri quæ est a d sit maior q; lineam d c. Dico, q; lineam a d est maior q; lineam d b, quæ est reliqua pars ipsius diametri, qd patet, si copulentur lineæ a c & b c, quia itaq; lineam a d maior est q; lineam d b ex hypothesi, ergo per 18. primi angulus a c d maior est angulo c a d, & angulus a c b est rectus per 30. tertij, palam ergo per 32. primi, quoniam angulus c b d maior est angulo d c b, quia enim angulus c b d cum angulo c a b ualet rectū, & angulus d c b cum angulo a c d, qui est maior angulo c a d ualet rectum, patet, q; angulus c b d est maior angulo d c b, ergo per 19. primi erit latus d c maius latere d b, sed latus a d est maius latere d c, ergo multo maius erit latus a d q; latus d b, & hoc est unum propositum. Eodem quoq; modo demonstrandū, si pars diametri quæ est a d, sit minor q; lineam d c, quoniam erit lineam a d minor q; lineam d b, & hoc proponetur.

Si à quocunq; puncto diametri circuli duæ lineæ, quarum semper una sit maior reliqua, ad circuli periferiam ducantur, erit pars diametri, cui maior lineam propinquior ducitur, maior reliqua sui parte.

Sit circulus a b c, cuius diameter sit a b, in qua sumatur punctus d, ut libuerit, ducanturq; à puncto d lineæ d c maior & d e minor, sit autem c superior uersus a & e. inferior uersus b. Dico, q; pars diametri q; est a d, maior est q; d b, ducatur enim lineam c e, & super lineam c e ducatur à puncto d per 12. primi lineam ppendicularis quæ sit d f, quia itaq; quadratū lineæ d c per penultimā primi ualet ambo quadrata linearū d f & e f. Quadratum uero lineæ d c maius est quadrato lineæ d e, ideo, quia lineam d c est maior q; lineam d e, ablato itaq; quadrato lineæ d f, relinquitur quadratū lineæ e f, maius quadrato lineæ d e. Diuidatur itaq; lineam c e in partes æquales in puncto g per 10. primi, & ab illo puncto g ducatur lineam g h ad diametrum æquedistans lineam d f per 31. primi, erit itaq; per 29. primi lineam h g perpendicularis super lineam c e, secat autem h g ipsam c e in duo æqualia, transit ergo lineam h g per centrum circuli per 1. tertij, & quoniam punctum h cadit in diametrum a b, palam, quia ipsum punctum h est centrum circuli, est ergo lineam a d pars diametri a b maior q; lineam d b, & hoc est propositum.

Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarum basium æqualiū una perpendiculariter, alia oblique æquales lineæ ducantur, sitq; quælibet ductarum maior medietate suæ basis, erit angulus trigoni, à quo ducit perpendicularis, maior angulo alterius trigoni à quo lineam ducitur obliqua.

Sint duo trigona a b c & d e f, quorum bases b f, b c, & e f, sint æquales, quæ secant per 10. primi, in partes æquales b c in puncto g, & e f in puncto h, & ducantur ab angulis ad bases lineæ a g & d h quæ sint æquales. Sitq; lineam a g perpendicularis super lineam b c, lineam uero d h non sit perpendicularis super lineam e f. Sitq; lineam perpendicularis a g maior lineam b g parte basis. Dico, q; angulus b a c est maior angulo e d f, circumscribatur enim trigono a b c circulus in punctum k, hoc autem possibile, quoniam uero suppositum est lineam d g esse maiorem

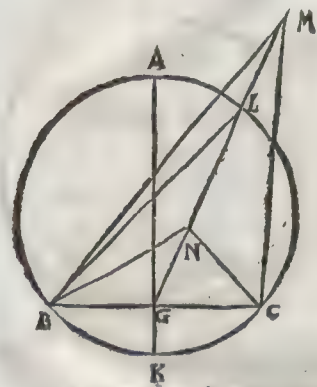




iolem linea g b, erit per 47. huius linea a g maior q̄ linea g k, ergo per primā tertij cen-  
trum circuli in linea a g inter puncta a & g, & erit a k diameter, & per 7. tertij linea g a  
est longissima omnium linearū a puncto g ad circumferentiā, p̄ductarum, & linea g k e-  
rit omnium linearū minima, & quaelibet p̄p̄inquir linea g a est maior remotiore. Fiat  
itaq; per 23. primi super punctū g termini lineae c g angulus aequalis angulo f h d mi-  
nori angulo d h e, quae sit l g c, producta linea l g usq; ad periferiā circuli, palam itaq; ex  
figura tertij, qm̄ linea g a f l est maior q̄ linea g l, ergo & linea d h, quae ex hypothesi est  
aequalis lineae a g, est maior q̄ linea g l. Producat̄ itaq; linea g l quousq; sit aequalis li-  
neae d h per 3. primi, & sit linea g m aequalis lineae d h, & ducantur lineae m b & m c, angu-  
lus itaq; b m c est aequalis angulo e d f, ex hypothesi per 4. & per 13. primi, sed angulus  
b a c est maior angulo b m c. Producantur enim lineae b l & c l, palam, quia angulus b l  
c est maior angulo b m c per 21. primi, sed angulus b a c est aequalis angulo b l c per 26.  
tertij, erit ergo angulus b a c maior angulo b m c, ergo & angulus e d f, & hoc propone-  
batur, & hoc est propositum.

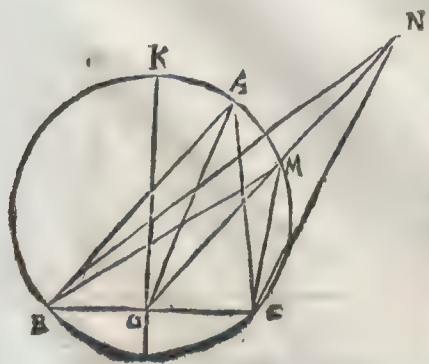
Si ab angulis duorum trigonorū ad medietates suarum basium aequaliū  
una perpendiculariter, alia oblique aequales lineae ducantur, sic q̄ quaelibet  
ductarum minor medietate basis suae, erit angulus trigoni, a quo ducitur p̄-  
pendicularis, minor angulo alterius trigoni a quo linea ducitur obliqua.

Remanet dispositio praecedentis, nisi qd' perpendicularis a g sit minor medietate ba-  
sis b g. Dico, q̄ angulus b a c est minor angulo e d f. Sit en-  
nim ut prius angulus c g l aequalis angulo d h f, & quoniam  
linea a g est minor q̄ linea b g, & linea a k est diameter, pa-  
lam per 47. huius, quoniam centrum circuli est inter puncta  
g & k, ergo per 7. tertij linea g a est minima omnium linearū  
a puncto g ad periferiā circuli productarū, est ergo linea g  
l minor q̄ linea g a, ergo & maior q̄ linea d h. Fiat itaq; per  
3. primi linea g n aequalis lineae d h, & copulentur lineae b  
n & c n, erit itaq; ut in praemissis angulus e d f aequalis an-  
gulo b n c, sed angulus b n c maior est angulo b l c per 21.  
primi, & angulus b l c aequalis angulo b a c per 26. tertij, e-  
rit ergo angulus b a c minor angulo b n c, ergo & eius a-  
quali angulo e d f, & hoc est propositum.



LI.

Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates suarū basium aequaliū  
duae lineae aequales oblique incidant ad angulos inaequales, & si quaelibet li-  
nearum incidentium maior fuerit medietate suae basis, erit angulus superior  
illius trigoni, cuius incidens linea maiorem angulum cum base continet ma-  
ior angulo superiori alterius, & si minor, minor.



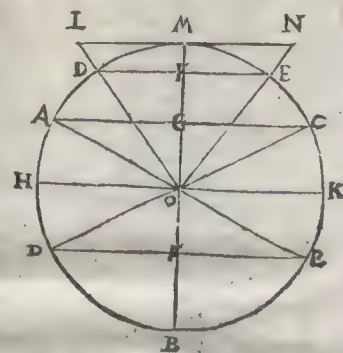
Sint inter duo trianguli a b c & d e f, habentes bases b e  
& e f aequales, dividaturq; basis b c per aequalia in pun-  
cto g, & basis e f in puncto h, & ducatur lineae a g, d h quae  
sint aequales, & utraq; ipsarum incidat oblique suae basi, sit  
autem angulus a g c maior angulo d h f. Dico, q̄ si maior  
sit a g q̄ linea g c, erit angulus b a c maior angulo e d f.  
Et si linea a g sit minor q̄ linea g c, erit angulus b a c mi-  
nor angulo e d f, circumscribatur enim per 5. quarti trigo-  
no a b c circulus, & ducatur a puncto g perpendicularis  
super lineam b c per 11. primi, quae producta ad circumfe-  
rentiā, sit g k per primā tertij pars diametri circuli pro-  
positi

positi quae completa sit k l, sit itaq; prius linea a g maior q̄ linea g l per 48. huius. In linea  
ergo g k est centrū circuli, est ergo linea k g maior q̄ linea a g per 7. tertij, ergo & maior  
q̄ linea d h, quae est aequalis ipsi a g ex hypothesi. Fiat itaq; per 23. primi super punctū g  
termini lineae c g, angulus aequalis angulo d h f qui sit m g c, cadetq; punctum m in peri-  
feriam circuli, est itaq; per 7. tertij linea a g maior q̄ linea m g, ergo & linea d h est ma-  
ior q̄ linea m g, producat̄ itaq; donec linea g m sit aequalis lineae d h, & ducantur li-  
neae n c & n b, erit itaq; angulus b n c aequalis angulo e d f, sed angulus b m c est maior  
angulo b n c, est angulus ergo b a c maior angulo e d f per modū praestensum, similiter  
q̄q; demonstrandū, si linea a g sit minor q̄ linea g c, quia minor angulus b a c angulo e  
d f, quod proponebatur demonstrandum.

LII.

Si duas lineas rectas secantes circulū aequales arcus interiaceāt, illae necessa-  
rio sunt aequedistantes, idēq; accidit, si una earū fuerit secans & alia cōtingēs.

Sit circulus a b c, cuius centrum sit punctum o, secantq; duae lineae a c & d e illū cir-  
culum taliter, ut arcus d a sit aequalis arcui e c. Dico, q̄ linea a c & d e sunt aequedistantes,  
aut itaq; o centrū circuli est in altera illarū linearū, aut in neutra, & tūc uel inter utraq;  
uel extra utraq;, si sit in altera ipsarū, esto q̄ sit i linea a c,  
& a centro o ducatur linea p̄pendicularis super a c p̄ 11.  
primi, & producat̄ ad circumferentiā, sitq; o b secans  
lineam d e in puncto f, & ducantur lineae o d & o e, quae  
cum sint aequales, erit per 5. primi, anguli o d f & o e f  
aequales, sed angulus f o a est aequalis angulo f o s, quia  
sunt recti, angulus uero d o a aequalis est angulo e o c per  
26. tertij, cū ex hypothesi arcus d a sit aqlis arcui e c, erit  
angulus d o f aequalis angulo e o f, ergo p̄ 32. primi erit  
angulus d o f aequalis angulo e o f, est ergo linea o f per-  
pendicularis super lineam d e, erunt ergo per 28. primi d  
& e a c aequedistantes. Si uero centrū o fuerit inter ipsas  
lineas a c & d e, ductis lineis a centro ad terminos linearū  
a c & d e, quae sint o a, o c, o d, o e, & diametro h k, sient ex utraq; parte centri quatuor an-  
guli aequales duobus rectis, ideo, quia anguli circa centrum ualent quatuor rectos, quos  
ex aequo diuidit quaelibet diameter, sed angulus o e c est aequalis angulo d o a per 26. ter-  
tij, remanet ergo angulus d o c aequalis angulo a o c, per diffinitionē ergo circuli & per  
6. sexti trianguli d o e & a o c sunt inuicem aequianguli, ergo per 5. primi erit angulus g  
c o aequalis angulo o d f, sed angulus o g c est aequalis angulo o f d, quia uterq; rectus, ex  
praemissis ergo per 32. primi trigona g o c, d o f sunt aequiangula, ergo per 14. primi li-  
neae d o & o c coniunctae sunt linea una, quia anguli c o h & d o h ex praemissis sunt aequa-  
les duobus rectis, ergo per 27. primi pater propositum. Quod si centrum o fuerit ex  
tra utraq;, ducatur perpendicularis a centro o super ipsarū alterum, & sit linea d g p̄pen-  
dicularis sup lineā a c, quae diuidet ipsam a c in duo aequalia per 23. tertij, p̄ducaturq; li-  
nea o g, ut secet lineam d e in puncto f, & ductis lineis o a, o c, o d, o e, palam itaq; per 4.  
primi, cum in trigonis a g o & g e o duo latera a g & g c sint aequalia, & latus g o cōmune,  
ne, q̄ angulus a o g est aequalis angulo c o g, sed a o d aequalis est angulo c o e per 26. ter-  
tij, relinquitur ergo angulus d o f aequalis angulo f o e, sed latus d o aequale lateri e o, &  
latus o f cōmune, erit ergo p̄ 4. primi angulus o f d aequalis angulo o f e, uterq; ergo est  
rectus. Est ergo angulus o f d aequalis angulo o g a, ergo per 28. primi lineae d e & a c  
sunt aequedistantes, qd' est p̄positū primū. Qd' si una illarū duarū linearum secet cir-  
culum, & alia ipsum contingat, si secans transit centrum, & sit diameter quae h k, & linea  
l m contingat in puncto n, sitq; arcus n h aequalis arcui n k, palam, q̄ illorum arcuū quae  
libet est 4. circuli, ducaturq; linea n o, ergo per 27. tertij angulus l n o est rectus, sed an-  
gulus n o h est rectus, ergo per 28. primi lineae l m & h k aequedistant, qd' est scdm p̄po-  
sitū. Qd' si linea l m circulū contingētē in puncto n, linea d e secet circulum, inscri-  
batur

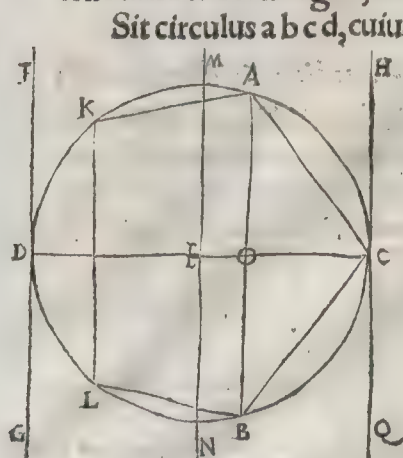




atur eidem semicirculo linea aequalis linea d e & aequedistantis, & ducantur linea o d l & o e m, & a centro o ad punctum contactus qd' est n, ducatur linea o n secans lineam d e in puncto f, quia itaq; arcus n d est aequalis arcui n e, erit per 16. tertij angulus l o n aequalis angulo m o n, sed per 17. tertij angulus o n l est aequalis angulo o n m, quia ambo sunt recti. Item per 4. primi angulus o f d est aequalis angulo o f e, sunt ergo recti, ergo per 28. primi patet propositum.

LIII.

Lineas aequedistantes trans circuli superficiem productas, siue ambae secant, siue ambae contingant, siue una secet & alia contingat, arcus interiacet aequales.



Sit circulus a b c d, cuius centrum e, contingatq; ipsum duae lineae aequedistantes f g in puncto d, & h q in puncto c, & a puncto contingentiae qd' est d ducatur linea d e ad centrum e, est ergo per 17. tertij linea d e perpendicularis super lineam in illo puncto contingentem quae f g, ducatur quoq; linea c e a puncto contingentiae ad centrum e, erit ergo linea c e perpendicularis super lineam h k contingentem in puncto c, ducatur quoq; a centro e linea aequedistans lineae f g per 31. primi, quae sit n m, hoc etiam quoq; aequedistabit lineae h q per 30. primi, ergo per 29. eiusdem angulus m e d est aequalis angulo m e c, ergo per 14. primi lineae d e & e c coniunctae sunt linea una, est ergo linea d c diameter circuli cum transeat per centrum e, arcus itaq; d a c est semicirculus aequalis semicirculo d b c, sed & si linea a b secet

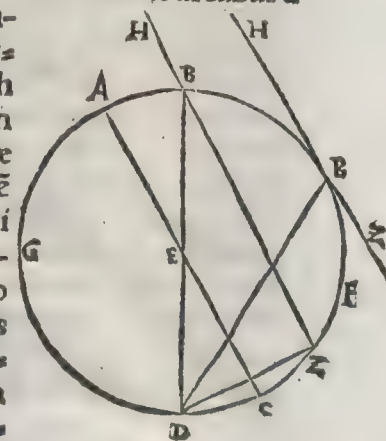
circulum aequedistans lineae h q contingentem in puncto e, erit iterum arcus a c aequalis arcui c b, quia enim semidiameter e c secat lineam contingentem quae h q, palam per 2. huius, quoniam secabit & eius aequedistantem quae est linea e b, sit ut secet ipsam in puncto o, & quia angulus h c e per 17. tertij, palam per 29. primi, quoniam angulus b o e est rectus, ergo per 3. tertij linea a b dividitur per aequalia in puncto o, ducantur itaq; lineae a c & c b, palamq; per 4. primi, quoniam illae erunt aequales, ergo per 27. tertij arcus a c est aequalis arcui b c, & si linea aequedistans lineae b c secet circulum qui sit k l, palam, quoniam semidiameter e c producta secabit lineam k l per aequalia per 29. primi & per 3. tertij, secet ergo ipsam per aequalia orthogonaliter in puncto p, & ducantur lineae p a, p b, k a, l b, erit ergo in triangulis p a c, p b c per praemissa, & per 4. primi latus p a aequale lateri p b, est angulus p b c aequalis angulo a p c, relinquitur ergo angulus k p a aequalis angulo b p l, sed linea k p est aequalis lineae p b, erit ergo per 4. primi linea k a aequalis lineae l b, ergo per 27. tertij erit arcus k a aequalis arcui l b, quod est propositum.

LIII.

Duabus cordis in aliquo circulo se secantibus, erit quilibet angulus sectionis aequalis angulo apud circumferentiam cadenti in arcum aequalem, duobus arcibus eidem angulo & suo contrapposito subtensis.

Sit circulus a b c d, in quo secant se duae cordae a c & c b, & sit sectionis e. Dico, qd' angulus a e b est aequalis angulo qui est in circumferentia qua subtendunt duo arcus a b & c d, & qd' angulus b e c est aequalis angulo in circumferentia qua subtendunt duo arcus d g a & b z c, ducatur enim puncto b linea b z aequedistans lineae a c per 31. primi. Si ergo linea b z secat circulum, palam, quia arcus c z est aequalis arcui a b per praecedentem, arcus itaq; z d aequalis est ambobus arcibus a b & d c, quoniam arcus d c ubiq; est communis, sed arcus d z respicit angulum d b z, qui est aequalis angulo a e b per 29. primi, angulus itaq; a e b est aequalis angulo in circumferentia cadenti in arcum aequalem duobus arcibus b a & c d. Item ducatur linea d z, & producta linea z b extra circulum in punctum h, erit ergo angulus h b d extrinsecus aequalis duobus angulis intrinsecis b d z, b z d per 32. primi, sed duo anguli b z d & b d z respiciuntur a duobus arcibus b f z & b g d, angulus ergo h

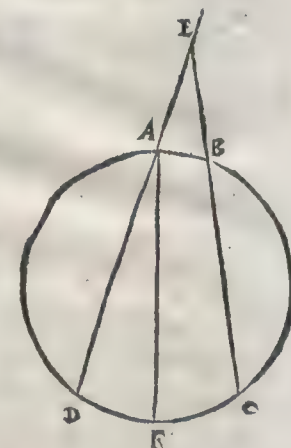
go h b d est aequalis angulo quem respiciunt duo arcus b g d & b f z, hoc autem est arcus d a, sed arcus a d est aequalis arcui z c, arcus itaq; d a z est aequalis duobus arcibus d g a & b z c. Cum itaq; per 29. primi angulus h b e sit aequalis angulo b e c, patet, quia angulus b e c est aequalis angulo quem in circumferentia respiciunt duo arcus d g a & b z c, quoniam si linea h b z continet circulum & non secat, tunc patet per 31. tertij, quia angulus e b z est aequalis angulo cadenti in portionem circuli quae est b a d, & angulus e b h est aequalis angulo cadenti in portionem circuli b c d, sed angulus e b z est aequalis angulo b e a per 29. primi, angulus itaq; b e a est aequalis angulo qui apud circumferentiam cadit in arcum b c d, sed arcus b c est aequalis arcui b a per praemissam praecedentem, arcus ergo b c d est aequalis duobus arcibus b a & c d, angulus itaq; b e a est aequalis angulo qui apud circumferentiam respicit duo arcus a b & c d, quoniam angulus cadens in arcum b c d est consistens in portione circuli qui est b g d, similiter qd' potest declarari, qd' angulus b e c est aequalis angulo apud circumferentiam quem respiciunt duo arcus b c & a d, quoniam angulus b e c est aequalis angulo h b d, cuius aequalitas per 31. tertij cadit in portionem circuli b c d, qd' est in arcu b a d, est autem ex praemissis arcus a b aequalis arcui b c, patet itaq; propositum.



LV.

Angulus a duabus lineis ab uno puncto extra circulum dato circulum secantibus contentus aequalis est angulo super circumferentiam cadenti in arcu, quo maior arcum inter illas duas lineas comprehensus excedit minorem.

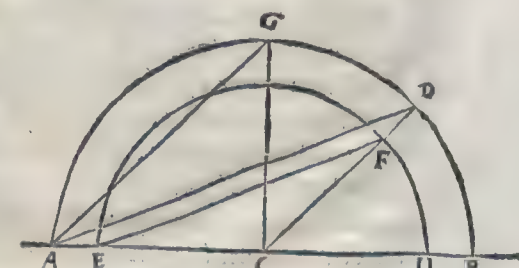
Esto circulus a b c d, extra quem sit datum punctum e, & ducantur a puncto e duae lineae secantes circulum quae sint a d & e b c. Dico itaq; qd' angulus d e c est aequalis angulo qui est apud circumferentiam circuli, quem respicit arcus, in quo arcus d c excedit arcum a b, a puncto enim a ducatur per circulum linea a f aequedistans lineae b c per 31. primi, erit ergo per 53. huius arcus e f aequalis arcui a b, est itaq; arcus d f excessus arcus d c super arcum a b, sed angulus d a f apud circumferentiam existens cadit in arcu d f, & angulus d a f est aequalis angulo d e c per 29. primi, ergo angulus d e c est aequalis angulo cadenti super circumferentiam in arcum d f, quod est propositum.



LVI.

In dato semicirculo ad unum punctum circumferentiae duabus lineis, una a termino diametri, & alia a centro ductis ab eisdem punctis ad aliud punctum quodcumq; semicirculi dati lineas duas prioribus duabus proportionales duci est impossibile. In diuersis uero semicirculis hoc est possibile.

Esto datus semicirculus a d b, cuius diameter a b, centrum uero c, & sit a d punctum circumferentiae d, & ducatur a puncto a tertio diametri ad punctum d linea a d, & a centro c linea c d. Dico, qd' si a punctis a & c duae lineae ad aliud punctum semicirculi ducantur, qd' illae duae ductae lineae duabus lineis a d & c d, proportionabiles non erunt, sit enim, si possibile est, ut a punctis a & c ducantur ad punctum g duae lineae a g & c g, & quae est proportio lineae a d ad lineam c d, eadem sit lineae a g ad lineam c g, erit permutatim per 16. quinti proportio lineae a d ad lineam a g, sicut lineae c d ad lineam c g, sed linea c d est aequalis lineae c g quoniam

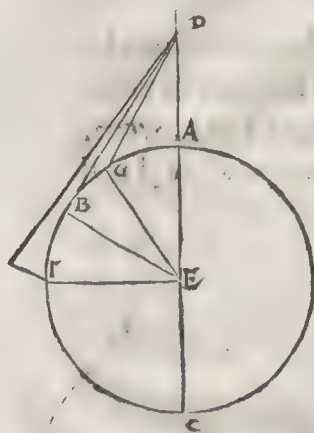




quoniam ambae sunt ex centro semicirculi, ergo linea a d aequalis erit linea a g, hoc autem est impossibile ex 7. tertij & 18. primi, maiori enim angulo subtenditur linea a d q̃ linea a g, & est uiciniore diametri, patet ergo propositum primum, quia a quocumq; puncto alio dato idem accidit impossibile, & eodem modo deducendum, in diuersis uero semicirculis hoc est possibile. Si enim semicirculi aequales fuerint, tunc ex centro alterius semicirculi super diametrum constituto aequali angulo a c d, per 23. primi compleatur propositum, ex 4. primi & per 4. sexti, q̃ si alter semicirculus minor fuerit dato semicirculo, inscribatur aequalis illi semicirculo ad idem centrum, erit q̃ aequidistans primo & in punctum ubi linea c d ipsum secabit, qd̃ sit f, ducat linea a terminum sui semidiametri q̃ sit e f, & patet propositum per diffinitionem circuli & 29. primi, & per 4. sexti, & si dato semicirculo alter fuerit maior, circumscribatur aequidistans eidem, & producta linea a centro primi semicirculi ad datum punctum d quousq; tangat periferiam alterius semicirculi, & coniungatur a puncto contactus alia linea ad terminum diametri, & deinde compleatur ut prius demonstrato, & patet propositum.

LVII.

A puncto uno ad datū semicirculū unam tantū lineā contingentē possibi  
le est duci, ex quo patet, q̄ omnis lineā ab eodē puncto sub contingente du-  
cta secat semicirculū in uno pūcto sup punctū cōtingētiæ, & in alio sub ipso.



Esto datus semicirculus a b c, cuius centrū e, & sit extra datus punctus d, à quo ad semicirculū ducatur linea contingens, quæ sit d b. Dico qđ à puncto d ad semicirculū a b c, aliā contingentē qđ lineā d b duci est impossibile, si enim hoc sit possibile, ducatur, hoc ergo cōtingens aut cadet ultra punctū d, aut citra, sit primo ut cadat ultra punctū b uersus c in punctū f, & sit d f, ducantur à centro itaq; e ad puncta contingentiae lineæ e f, e b, & pducatur diameter c e a, sed ad punctū d, palā ergo per 17. tertij, qm̄ angulus e b d, est rectus, similiter angulus e f d est rectus. Sūt itaq; æquales & cadūt in trigono e f d, quod est contra 21. primī. Idem quoq; accidit impossibile, si lineā contingens ducta à puncto d ad semicirculū d b c cadat inter puncta b & a, sit lineā d g, palam ergo corollarīū, quonīā enim lineā d g non contingit semicirculum, tangit autem, ergo ipsa producta secat ipsum, & hoc est propositum.

LVIII.

Quælibet duæ lineæ ab uno puncto productæ circulū cōtingentes sunt æquales, & arcus interiaccens puncta cōtingentiæ est minor semicirculo. Linea quoq; diuidens angulū illarum per æqualia, & arcū interiaccētē diuidit per æqualia, & linea per æqualia diuidens arcū, hæc producta per æqualia diuidit & angulum à lineis contingētib; contentum.

Sit circulus a b c, cuius centrum f, & sit ut à puncto e ducantur duæ lineæ circuli cō-  
tingentes p 16. tertij, q̄ sint e a & e c, dico q̄ sunt æquales, & q̄ arcus a b c interiacēs pun-  
cta contingentiæ est minor semicirculo. & si producatur à puncto e lineæ e b, diuidēs an-  
guli a e c per æqualia, dico q̄ lineæ e b in pūcto b diuidet arcū a c per æqualia, & si lineæ  
d e diuidet arcū a c per æqualia, etiā diuidet angulū a e c per æqualia. Ducatur enim pri-  
mo lineæ d e f, diuidēs a e c, quæ producta secabit circuli, secet ergo ipsum in punctis b  
& d, palā itaq; per 35. tertij, qm̄ illud quod sit ex ductu lineæ d e in lineā e b, æqualis est  
quadrato lineæ a e, & eadem ratione quadrato lineæ a c. ergo quadratū lineæ a c est æ-  
quale quadrato lineæ a e c, ergo & lineæ a e est æqualis lineæ a c, & hoc est primū proposi-  
tō. Sed quia ductis lineis f a & f c, erunt anguli f c e & f a e recti, per 17. tertij, sunt ergo  
æquales. ergo per 4. primi lineæ f e diuidet angulū a e c per æqualia, & quia lineæ c e  
& a e concurrunt in puncto e, palā per 32. primi, qm̄ anguli e f c & e f a sunt minores re-  
ctis, arcus ergo a b c est minor semicirculo per ultimā sexti, quod est secundū. Ducatur  
quoq;

LIBER PRIMVS. 15  
quocq; lineæ a c secans lineæ e d in puncto g. & ducantur a b & a c,  
quia ergo lineæ e g secat angulū a e c per æqualia, patet per quar-  
tā primī, cū lineæ a e sit æqualis lineæ e c, & latus e g sit cōe, quo-  
niā lineæ a g est æqualis lineæ c g, & angulus e g a est æqualis an-  
gulo e g c. Sed & trigonis a b g & c b g latus b g est cōmune, ergo  
per 4. primī erit lineæ a b æqualis lineæ b c, ergo per 27. tertij, at-  
tē a b est æqualis arcui b c, eodē quoq; modo patet, q̄ si lineæ g e  
secat arcū a c per æqualia in puncto b, quod ipsa etiā diuidet per  
æqualia angulū a e c, quia em̄ trigona a e b & c e b sunt æquilate-  
ra, ut patet, palam ergo per 8. primī, qm̄ angulus a e b est æqua-  
lis angulo c e b, & hoc est totū quod proponebatur.

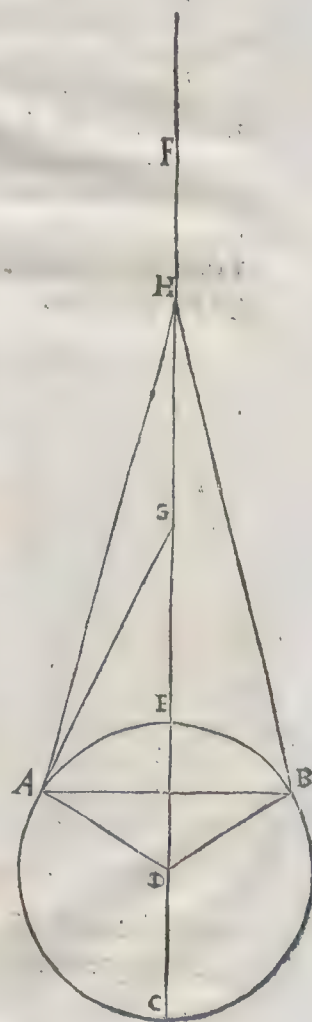
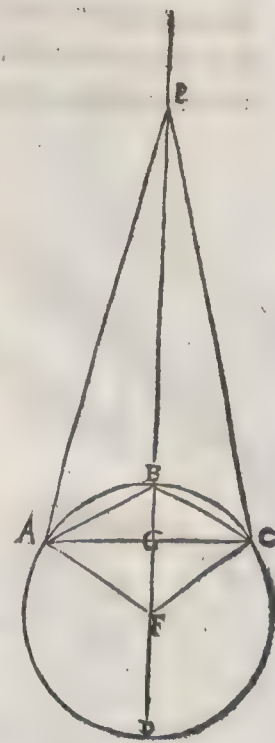
LIX.

LIX.  
Arcubus æqualibus minoribus quolibet quarta cir-  
culi ex utraq; parte diametri circuli reſectis à terminis il-  
lorum arcuū ductas contingentes in uno puncto eductæ  
diametri concurrere eſt neceſſe, & ab uno puncto diame-  
tri ductas contingentes in terminis æqualiū arcuū cōtin-  
gere eſt neceſſe. Ex quo patet, qm̄ oēm angulū & arcum à  
lineis contingentibus contentū diuidit diameter educta  
per æqualia.

Est circulus a b c, cuius centrū sit d, & eius diameter c e, quæ p  
 ducam indefinite ad punctū f, & ab unaquaq; parte puncti e sint a  
 e & b e arcus æquales, & à punctis a & b ducantur lineæ circulū con  
 tingentes per 16. tertij. Dico q̃ illæ duæ lineæ concurrēt in uno pun  
 ctoeductæ diametri e f. q̃ si dicat ipsas nō concurrere in puncto u  
 nō diametri concurrēt tñ ambæ contingentes cū diametro d f pro  
 ductis lineis d a, d b, erunt anguli in puncto a & b recti, sed anguli e  
 d a & e d b sunt acuti per ultimā sexti, arcus enim a e, b e sunt mino  
 res qualibet quarta circuli, ergo per 14. huius, lineæ cōtingentium  
 utraq; cōcurrēt cū lineā d f, si itaq; nō fiat, hoc in eodem puncto sit,  
 ut lineā contingens ducta à puncto a cōcurrat cū lineā d f in pun  
 cto g, & contingens ducta in puncto b cōcurrat cū d f in puncto h,  
 & sit utraq; punctum g, & ducatur lineā a h. eritq; per 16. tertij, &  
 ex hypothesi angulus h d a æqualis angulo h d b, ergo per 4. primi  
 erit angulus h a d æqualis angulo h b a, ergo per 17. tertij uterq; ip  
 sorū est rectus, quia itaq; angulus d a g est rectus per eandem 17. ter  
 tij, patet q̃ ipse est æqualis angulo d a h recto, & angulus a d g est cō  
 munis, erit ergo per 32. primi, angulus a g d æqualis angulo a h d  
 extrinsecus scilicet intrinseco a h g, quod est contra 16. primi, & im  
 possibile, patet ergo primum. Sed & si à puncto diametri h ducant  
 duæ lineæ circulū cōtingentes in punctis a & b, erūt arcus a e & b o  
 æquales, trigona enim a h d & h b d sunt æquilatera per præceden  
 tem, ergo sunt æquiangula per 8. primi, est ergo angulus a h d æqua  
 lis angulo b d h, ergo per 25. tertij, arcus a e est æqualis arcui b e, qd  
 est propositum, & patet corollarium.

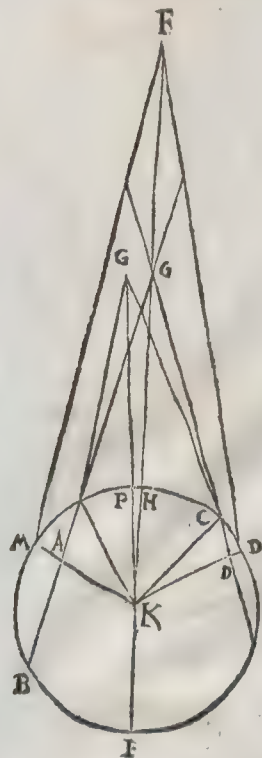
LX.

Si intra duas lineas circuli contingentes ab uno puncto ductas aliae duae lineae eundem circulum contingentes ducantur, cadent puncta contingentiae interiorum intra puncta contingentiae exteriorum, & si arcus hinc inde interiacetes puncta





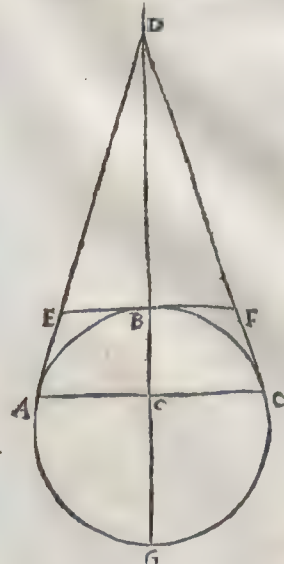
Et a cōtingentiā fuerint æquales, erit utrarūq; concursus semper in eadem diametro circuli educta, interiores quoq; ad utramq; partem productæ cū exterioribus necessario concurrent.



net ergo arcus c h æqualis arcui h b, sed arcus h b est maior arcui p b, ergo arcus c h est maior arcu c p, pars sui toto, quod est impossibile. Nō ergo cadit punctū g extra diametrum e h f, palam est per 14. huius, quoniam linea g b producta ultra punctū b, necessario concurreret cū linea f a, & linea c g producta ultra punctū c concurreret necessario cū linea f d, linea em̄ k c rectū angulū cōtinens cū linea a g, continet acutū cū linea f d. patet ergo propositum.

LXI.

Si ad mediū punctū arcus interiacentis puncta cōtingentiā duarū linearū ab uno puncto ad circumulum productarum linea contingens circulū ad alias cōtingentes pducantur, illa in puncto suo cōtingentiā per æqualia diuiditur, & ab alijs lineis contingentibus partes abscindit æquales.



lia, sed latus d b est æquale sibi, erit ergo linea e h æqualis lineæ b f, & linea d e æqualis lineæ d f, quod etiā sic patere potest, quia enim a puncto e ducuntur duæ lineæ cōtingentes cir-

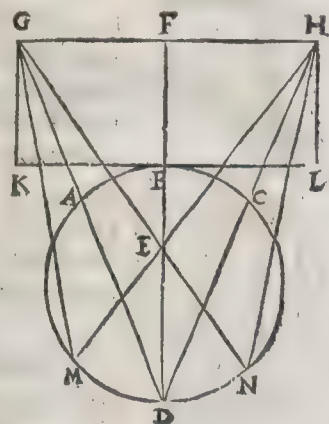
tes cir

tes circuli, f. e a & e b, patet per 58. huius, quod ipse sunt æquales, oēs ergo lineæ a e, e b, b f, f e, sunt æquales, ergo lineæ e d & f d sunt æquales, patet ergo propositum.

LXII.

Duobus punctis æqualiter distantibus ab uno termino eductæ diametri & a linea circuli in termino propiore diametri contingente duabus lineis ad aliū terminū diametri productis arcus interiacentes illarū linearū alteram & diametrum sunt æquales, illis uero ad aliū punctū circūferentiæ productis, arcus interiacent inæquales.

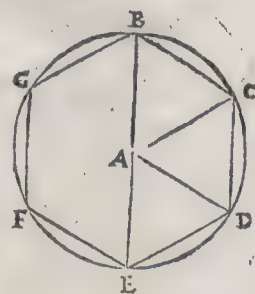
Sit circulus a b c d, cuius centrū e, diameterq; eius d b, educat ad punctū f, sintq; duo puncta g & h æqualiter distantia a puncto f eductæ diametri, ducanturq; duæ lineæ g d & h d, ad aliū terminū diametri secantes circulū lineæ g d in puncto a, & linea h d in puncto c, & a puncto h ducatur linea contingens circulū quæ sit k b l, a qua æqualiter distet puncta g & h. Dico q; arcus a b & b c sunt æquales, ducatur enim linea g f h, erit ergo ex hypothesi linea g f æqualis lineæ h f, ideo quia puncta g & h æqualiter distat a puncto f. & ducantur lineæ h l & g k perpendiculariter su per lineā k b l contingentē per 12. primi, erunt ergo ex hypothesi & illæ æquales, ergo per 33. primi, linea g h æquedistat lineæ k l, ergo per 17. tertij, & per 29. primi, anguli d h f & d f g sunt recti, ergo per 4. primi, anguli g d f & h d f sunt æquales, ergo per 23. tertij, arcus a b est æqualis arcui b c, patet quoq; manifeste q; si a punctis h & g lineæ ad aliud punctū circūferentiæ q; ad punctū d producantur, ut ad punctū m uel n, q; illæ lineæ arcus resecabunt inæquales, qualibet enim illarū quæ secat diametrum, abscindit minorem arcū, & alia maiore, & hoc est quod proponebatur.



LXIII.

Diameter circuli diuidens exagonū, eidem circulo inscriptū, ab oppositis angulis per æqualia duobus lateribus medijs exagoni erit æquedistans.

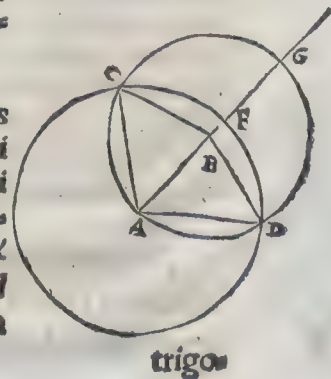
Sit circulus, cuius centrū sit punctū a, inscriptus exagonus qui b c d e f g, & ab oppositis angulis illius exagoni ducatur diameter b a e, dico q; illa diameter æquedistat duabus medijs lateribus exagoni, quæ sunt c d & g f, ducant enim lineæ a c & a d, quia itaq; lineæ b c & c d, q; sunt latera exagoni sunt inter se æqualia, & utrunq; ipso est æquale semidiametro circuli, per 15. quarti, patet ergo q; trigona a b c & a c d sunt æquilatera, ergo per 8. primi, ipsa sunt æquiangula, erit ergo angulus c a b æqualis angulo a c d, ergo per 27. primi lineæ a b & c d æquedistant. Similiter quoq; potest demonstrari de lineis a b & f g, patet ergo qm̄ diameter b e æquedistat medijs lateribus exagoni, qd est ppositū.



LXIII.

Duobus circulis inæqualibus se secantibus ita, ut minor pertranseat centrum maioris, arcum minoris interiacentem periferiā maioris in centro maioris per æqualia diuidi est necesse.

Sint duo circuli c f d maior, & centrum sit a, & c g d minor, cuius centrum sit b, secantq; hi circuli in punctis c & d, transeatq; minor qui c g d per centrum maioris qd est a, eritq; arcus c a d minoris circuli contentus intra periferiā maioris. Dico, q; arcus c a d diuiditur per æqualia in puncto a, ducatur enim linea copulans centra quæ sit a b, & hæc producta compleat diametrum minoris circuli quæ sit a b g, & ad puncta sectionum c & d, ducantur lineæ a d, a c, b d, b e, quia itaq; in



trigo



trigonis a b c & a b d, duo latera a b & b c unius sunt æqualia duobus lateribus a b & b d alterius, quoniam omnes sunt ex puncto b centro circuli minoris ductæ ad periferiā, & basis a c est basi æqualis a d, quoniam sunt ex centro circuli maioris, ergo per 8. primi anguli æquis lateribus contenti sunt æquales, angulus ergo c a b est æqualis angulo d a b, ergo per 25. tertij arcus c g est æqualis arcui d g, reliqui ergo arcus semicirculorum, qui sunt a c & a d, sunt æquales, arcus ergo c a d diuidit p æq̃lia in puncto a, qd' est ppositū.

LXV.

Omnes lineæ rectæ ductæ à polo ad periferiam sui circuli sunt æquales.

Esto circulus a b c, cuius centrum d, & erigatur perpendiculariter supra circulū à centro linea d e, ita, ut p diffinitionē polus circuli super punctū e, & ducantur lineæ e a, e b, e c. Dico, q̃ ipsæ omnes sunt æquales, ducantur enim lineæ a d, b c, c d, quia itaq; quadratū lineæ a e est æquale quadrato lineæ e d & lineæ d a, quadratū quoq; lineæ b e æquale est quadrato lineæ e d & lineæ d b, p penultimā primi, quadratū uero lineæ e d est æquale sibiip̃si & quadratum lineæ d a æquale quadrato lineæ d b per circuli diffinitionem, palam, quia quadratum lineæ a e est æquale quadrato lineæ b e, & similiter quadrato lineæ e c, palam ergo, quoniam lineæ a e, b e, c e, & quæcunq; similiter ductæ sunt, & hoc est propositum.

LXVI.

Omnis linea centrum sphaeræ cum centro circuli non magni illius sphaeræ continuans est perpendicularis super superficiem illius circuli.

Sit centrum sphaeræ punctum z, sitq; punctum e centrum circuli non magni illius sphaeræ, qui sit a b g d, & ducatur linea z a, z b, z d & z g, omnes erunt æquales per diffinitionem sphaeræ, sed & lineæ e a, e b, e d, e g sunt æquales per diffinitionem circuli, linea itaq; z e existente communi patet q̃ trigona z a e, z b e, z d e, z g e, omnia sunt æquilatera, ergo per 8. primi ipsorum anguli æqualibus lateribus contenti, sunt æquales, oēs ergo anguli z e a, z e g, z e b, z e d sunt æquales, sunt ergo recti, eodemq; modo potest demonstrari de omnibus angulis cōtentis sub linea z e, & cum semidiametro circuli a b g d, linea ergo z e est perpendicularis super superficiem circuli a b g d, & hoc est ppositum.

LXVII.

A centro sphaeræ ductam perpendicularem super superficiem circuli non magni ipsius sphaeræ eiusdem circuli centro incidere est necesse.

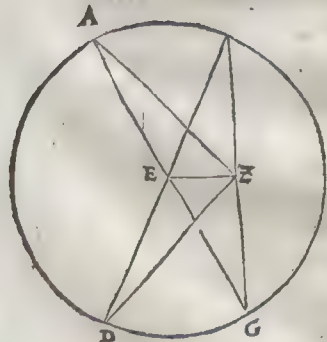
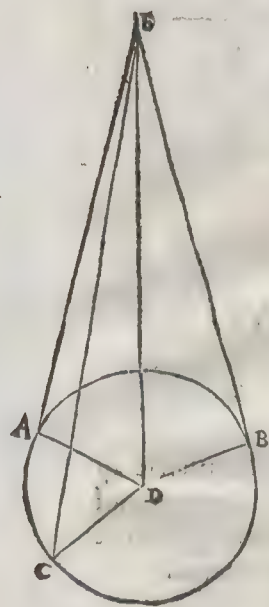
Sit ut in præmissa centrum sphaeræ punctum z, sitq; punctum e centrum circuli nō magni illius sphaeræ, quæ sit a b g d, & ducatur à puncto z centro sphaeræ linea perpendiculariter super superficiē circuli a b g quæ sit z. Dico, q̃ punctū e est centrum circuli a b g.

ducantur enim lineæ z a, z b, z g, quæ erunt æquales per diffinitionē sphaeræ, quoniam ergo anguli a e z, b e z, d e z, g e z sunt recti, patet per 46. primi, quoniam quadratū lineæ z a ualet quadrata linearū a e & z e, & quadratū lineæ z d ualet ambo quadrata linearū b e & z e, & similiter quadratū lineæ z g, ualet ambo quadrata lineæ g e & z e, lineæ uero z a, z b, z g sunt æquales, & quadrata ipsarū æqualia, ablato itaq; quadrato lineæ z e cōmuni, relinquitur ut quadrata linearū a e, b e, g e sunt æqualia, ergo & ipsæ lineæ a e, b e, g e sunt æquales, ergo per 9. tertij punctū e est centrū circuli a b g, qd' est ppositū.

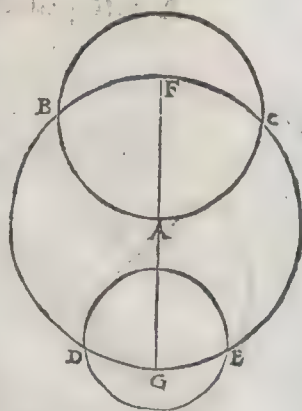
LXVIII.

Æquedistantium in sphaera circulorum centra in eadem diametro sphaeræ cōsistere est necesse, ex quo patet, q̃ omnes circuli in sphaera æquedistantes eosdem habent polos, & si eosdem habent polos, sunt æquedistantes.

Sit



Sit sphaera, cuius centrum sit punctum a, & in ipsa sint duo circuli æquedistantes b c, cuius centrum sit f, & d e, cuius centrū g, & ducatur linea a f, quæ producta erit diameter sphaeræ cum ipsa trāseat centrum sphaeræ d e, ergo per 66. huius a f est erecta super superficiem circuli b c, ergo per 23. huius erit eadem diameter erecta super superficiē circuli d e, ergo per præmissam ipsa transit per centrū circuli d e, sunt ergo centra illorū circuloꝝ in eodem diametro sphaeræ, qd' est propositum, & ex hoc patet, q̃ illi circuli eosdem habent polos per diffinitionem poli. & si aliqui circuli eosdem habent polos, patet per 14. undecimi, q̃ ipsi sunt æquedistantes, & hoc proponitur, q̃ si etiam reliquis circulorum æquedistantiū esset circulus magnus, eadem esset demonstratio. duo uero circuli magni eiusdem sphaeræ sibi inuicem æquedistare non possunt, quoniam amborum est idem centrum, quod est centrum sphaeræ.

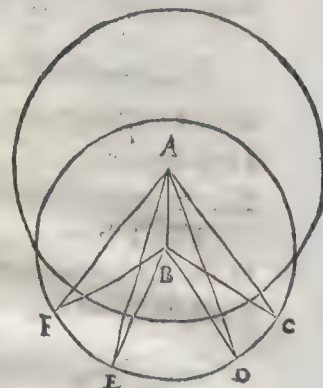


LXIX.

Si plana superficies secet sphaeram, communis sectio erit circulus, ex quo patet, quoniam à quolibet puncto in diametro uel superficie sphaeræ dato est possibile totali superficiē sphaeræ circulum circumducere, aliq; etiam circulo illius æquedistantem.

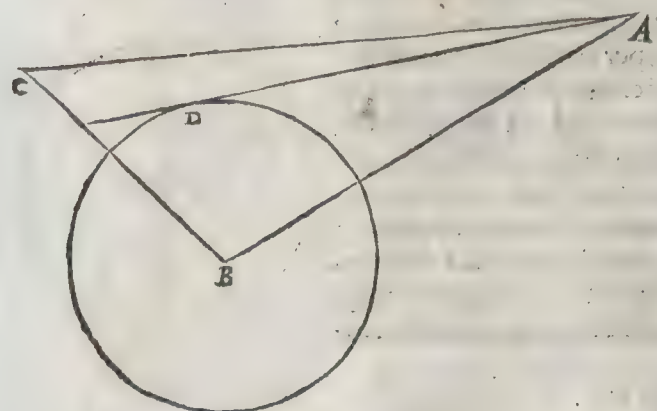
Sit sphaera, cuius centrum a, seceturq; per planam superficiē. Dico, q̃ communis sectio superficiē sphaeræ & planæ est circulus. Si enim fiat sectio per centrū a, tunc patet, q̃ omnes lineæ ductæ à centro a ad sphaeræ superficiē, quæ sunt in illa plana superficie secante, & terminantur ad cōmunē terminū illos, sunt æquales per diffinitionē circuli, illa cōmunis sectio est circulus. Si autem superficies plana secet sphaeram non per centrū a, ducatur per 11. undecimi à centro a perpendicularis super superficiē secantem, quæ sit a b, & cōtinentur lineæ a c, a d, a e, a f, & q̃ quis uoluerit ad aliam sectionem cōmunem à centro ipsius sphaeræ, ducatur quoq; lineæ e b, d b, e b, f b, in ipsa superficie secante ad puncta quibus incidunt lineæ de centro sphaeræ ductæ, palam ergo per penultimā primi, quoniam quadratū lineæ a c est æquale duobus quadratis linearū a b & d b, sed quadratū a c est æquale quadrato lineæ a d, qm̃ linea a c est æqualis lineæ a d per diffinitionē sphaeræ, & quadratum lineæ a b est æquale sibiip̃si, relinquitur ergo quadratū lineæ c b æquale quadrato lineæ d b, est ergo linea c b æqualis lineæ d b, & similiter erit linea d b æqualis lineis e b & f b, p eandē demonstrationē quocūq; alijs lineis à centro sphaeræ a ad aliam cōmunem sectionem productis, omnes itaq; lineæ à puncto b ad illam cōmunem sectionem ductæ, sunt æquales, ergo per 19. tertij, & per diffinitionē circuli ut prius punctū b est centrū circuli. Cōmunis ergo sectio istarū superficiēꝝ est circulus, & hoc est propositū, patet etiam ex hoc correlariū, qm̃ à puncto dato per 12. primi pducta perpendiculari super diametrum sphaeræ, imaginē superficies plana secans sphaerā secundū illam ppendicularē, & patet propositū per præmissa. q̃ si alicui circulo in sphaera signato æquedistans duci debeat, à dato puncto ducatur perpendicularis super sphaeræ diametrum transeuntē circuli centrū, cui æquedistans debet duci circulus, & pducatur in continuū usq; ad aliam sphaeræ superficiē, & ducatur alia linea à puncto diametri utcunq; super pductā & orthogonally super diametrum sphaeræ, imagineturq; superficies plana transiens terminos istarum linearū in ipsa superficie sphaeræ, faciens sectionē, quæ per præmissa necessario erit circulus, quia per 4. undecimi diameter sphaeræ super quā ducitur linea à puncto dato, erit perpendicularis super superficiē in punctis illis, ut præmittitur sphaerā secantē, unde à centro sphaeræ ductis lineis ut prius, patet quod proponebatur.

A dato





A dato puncto ad datam sphaeram lineā contingentē ducere.



Sit enim datum punctū a, & centrū da-  
to sphaeræ sit b, & ducatur linea a b a cen-  
tro sphaeræ qđ est b, ducat linea b c, ut cō-  
tingit, & copuletur linea a c, palamq; p-  
2. undecimi, quoniā trigonum a b c est in  
una superficie plana, hoc itaq; per præce-  
dentem secabit sphaeram secundū circulū  
cui per 16. tertij. a puncto a ducatur con-  
tingens in puncto d, quæ sit a d, & patet  
propositum.

LXXI.

Omnis superficies plana contin-  
gens sphaeram, secundum unicum

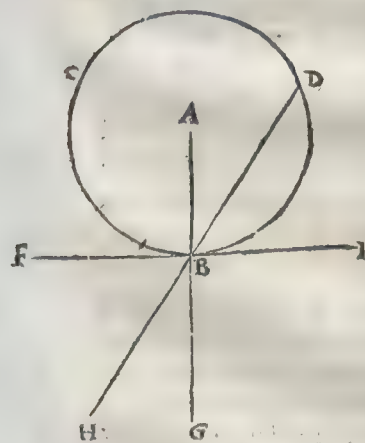
punctum est contingens.

Ducatur in plana superficie contingente sphaeram linea recta trans locum contactus, & in superficie sphaerae circulus magnus, si ergo superficies plana contingit sphaeram secundū aliud q̄ secundū punctum, & linea recta continget circulū secundū idem, non ergo secundū punctum continget linea recta circulum, qd est contra 15. tertij, palam ergo propositum.

LXXII.

A dato puncto superficiei sphaericae superficiē planam contingentem du-  
cere, ex quo patet, qd omnis linea centrum sphaerae transiens, est perpendicu-  
laris super eius superficiem, & si est perpendicularis super sphaericam super-  
ficiem, necessario transit centrum sphaerae.

Est sphaera, cuius centrū sit a, & circulus eius magnus b d c, ducaturq; linea a b a cē  
tro ad circumferentiā, & a puncto b ducatur linea contingens circulum, q̄ sit f b e. per  
16, tertij, erunt ergo anguli a b c & a b f recti, imaginatis quoq; per 69, huius circuli de



cumq; in superficie sphaeræ secantibus se in puncto b, & ductis li-  
neis contingentibus illos circulos in puncto b, palam per 17. ter-  
tij, quoniã linea b a cum om̃ibus illis lineis continet b, angulos res-  
ctos, ergo omnes illæ lineæ sunt in una superficie plana per 2. un-  
decimi, illa itaq; superficies contingit sphaeram per diffinitionẽ  
superficiẽ planæ sphaeræ contingentis, ex hoc itaq; patet, qm̃ cũ  
omnis linea à centro sphaeræ ducta, sit erecta super planam super-  
ficiẽ, sphaerâ ipsam in puncto suæ incidentiæ contingentem, &  
anguli incidentiæ sunt æquales, quoniã ipsa est ppendicularis su-  
per sphaeræ superficiẽ, per diffinitionem perpendicularis, anguli  
enim semicirculorũ omnes sunt æquales per 43. huius, quoniã li-  
nea a b producta ad punctũ g est adhuc erecta super superficiẽ  
planam, sphaeram contingẽtẽ in puncto b, palam, quia linea g  
b, & quæcunq; alia ppendicularis erigi potest super superficiẽ pla-

nam in puncto b. contingentē sphaeram transiit centrū sphaeræ a, quia si à puncto b. pos-  
sit alia linea erigi super superficiē contingentē, non transiens centrum sphaeræ a, sit illa h  
b d, & sit angulus h b c rectus. Sed angulus g b e est rectus per 13. primi, cum angulus a  
b e sit rectus ex hypothesi, erit itaq; rectus maior recto, qd' est impossibile, patet ergo po-  
positum.

LXXIII.

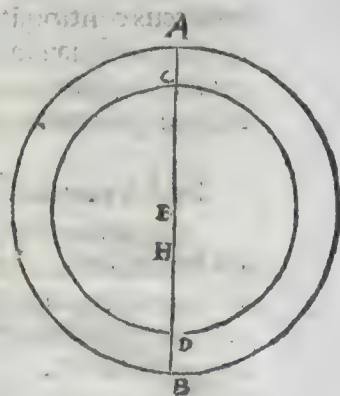
LXXIII.

Omniū sphaerarum, quarum conuexæ superficies æquedistant, uel secundum se totas se contingunt, necessario est idem centrum.

## Sine

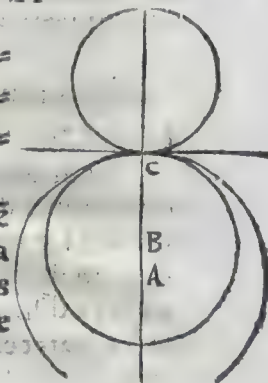
LIBER PRIMVS. 18

Sint duæ sphaeræ, quarum conuexæ superficies æquedistant. sectæ per æqualia per unam planam superficie, cõis sectio superficiei illarum sphaerarum: & huius planæ, erunt circuli, sitque magnus circulus maioris sphaeræ a b, & centrum eius e, minoris uero sphaeræ circulus magnus sit c d. Dico, quod idem punctus e etiam erit centrum circuli c d, ducatur enim linea a e b taliter, ut si non sit centrum amborum circulorum, linea tamen a e b transeat per ambo centra, quod potest fieri continuatis centris per lineam rectam, & producta illa ad periferiam maioris sphaeræ huius, itaque erit diameter circuli a b, quoniam circuli a b & c d sunt in eadem superficie. Sit ut diameter a b secet periferiam circuli c d in punctis c & d, eritque recta c d diameter circuli c d, quia ergo propter æquidistantiam circulorum linea a c est æqualis lineæ b d, & lineæ a c æqualis lineæ e b, remanet linea c e æqualis lineæ e d, & quia diameter c d diuiditur per æqualia in puncto e, patet, quod punctus e est centrum circuli c d, si enim non sit punctus e centrum circuli c d, sit centrum eius punctus h, eritque per definitionem circuli linea h d æqualis lineæ a c, erit ergo linea h a æqualis lineæ h b, sed linea h a est maior quam linea a e, ergo h b est maior quam linea e b, pars suo toto, quod est impossibile, est ergo punctus e centrum circuli c d, & quia circulus c d est magnus circulus suæ sphaeræ, patet, quod æquedistantium sphaerarum est idem centrum, quod est propositum primum. & eodem modo de sphaeris secundum totas suas superficies contingentibus est demonstrandum. lineæ eductæ a centro ad concavum maioris & ad conuexum minoris, sunt æquales, patet ergo illud quod proponebatur.



Si duæ sphæræ æquedistantes fuerint, uel secundū totas superficies se contingentes, quæcunq; linea super unius earum superficiem perpendicularis fuerit, super alterius quoq; superficiem perpendicularis erit.

Istud facilliter patet, quoniam enim ex præmissa tales sphaerae indeim centrum habere necessario comprobantur, ergo per 72. huius, linea perpendicularis super alteram istarum sphaerarum centrum ipsius transit, sed centrum ipsius est centrum alterius, ergo per eandem 72. huius super alterius etiam sphaerae superficiem alia linea perpendicularis erit, & hoc est propositum.



LXXV.

Si duæ sphaeræ centra diuersa habuerint, impossibile est ut lineæ perpen-  
diculares super unius superficiem sint perpendiculares super alterius superfi-  
ciem, nisi una tantum quæ transit centra ambarum.

Quocumq; modo se habentibus adinuicem sphaeris, siue extrinsecus siue intrinsecus se contingentibus, uel etiam se non contingentibus, uel etiam se adinuicem secantibus semper, patet ex 72. quoniā linea transiens per centra ipsarū, est perpendicularis super superficiē utriusq; aliam quoq; lineā super utriusq; superficiem ppendicularē esse, est impossibile. Si enim sit possibile, ducatur aliqua alia perpendiculariter super utriusq; sphaerae superficiē, palamq; erit ex eadem 72. huius, ipsam per utriusq; centrū transire, qd' est oppositum hypothesi, patet ergo, qm nullam aliam lineā praeter eam, quae transiit centra ambare ppendiculariter duci super utriusq; sphaerarum superficies est impossibile, & hoc est propositum.

LXXVI.

LXXVI.

Si sphaera sphaeram intrinsecus aut extrinsecus contingat, in uno tantum puncto contingere est necesse.

Si enim sphaerae contingentes se intrinsecus, non in puncto se contingant, necesse est circulos suos maiores adinuicem applicatos, non se in puncto contingere, quod est contra



contra 12. tertij. & impossibile, qd si sphaera extrinsecus se contingentes, non se contingant in puncto, & hoc est contra naturam circuloꝝ extrinsecus se contingentium, & contra eandem 12. tertij. potest & hoc aliter demonstrari. Si enim inter illas sphaeras, quae se extrinsecus contingant, imaginata fuerit superficies plana, palam ex 71. huius, quoniam utraque illarum sphaerae illam superficiem planam contingit in puncto, ergo & se inuicem in puncto contingant, propinquior est utriusque sphaerae ipsa plana superficies interposita quae reliqua sphaerarum, & hoc est propositum.

LXXVII.

Sphaerarum se contingentium, centra diuersa esse, est necesse.

Signentur enim in utralibet sphaera a puncto contractus duo circuli maiores, per 67. huius, secantes eorum superficiebus planis sphaeras per sua centra, & per puncta contractuum, & quia centra horum circuloꝝ sunt centra sphaerae suarum per diffinitionem circuloꝝ magnos, hos autem circulos centra diuersa habere, est conclusio 6. tertij. patet ergo propositum.

LXXVIII.

Centrorum sphaerarum se extrinsecus contingentium, distantiam secundum lineam compositam ex ambarum sphaerarum semidiamentris, intrinsecus utroque contingentium se secundum excessum semidiamentri maioris ad semidiamentrum minoris esse, palam est.

Hoc patet ex 76. huius, quoniam enim contactus sphaerarum fit secundum unum tantum punctum, punctus uero est, cui pars non est, tunc euidenter est, qd punctus ille communis in utraque intersectione nihil adimit de diametroꝝ quantitate, indubitable enim non fit pars quanti, nec addit nec minuit aliquid de quanto, & sic patet propositum.

LXXIX.

Si concuum alicuius sphaerae superficiem aliquam secundum eam totam contingat, necesse est superficiem contactam partem sphaerae minoris esse.

Sit ut aliqua sphaera secundum suum concuum contingat aliquam superficiem secundum omnes illius partes, sicut uas sphaericum superficiem aquae contentae. Dico, qd uerum est quod proponitur, ducantur enim lineae plurimae a centro sphaerae ad locum contactus sui cum illa superficie, & quia omnes lineae productae ad concuum sphaerae, sunt aequales inter se ex diffinitione sphaerae, & sunt aequales productis lineis ad conuexum superficiem contactae, patet ex dicta diffinitione, quoniam illa superficies est pars sphaerae, & quilibet intellecta extendi secundum concuum ambientis sphaerae, sphaeram minorem complebit, est ergo pars minoris sphaerae, linea quoque in illa superficie signata est pars circuli ex 9. tertij. idem habens centrum cum circulo cui applicatur, & sic illa superficies est pars minoris sphaerae, quod est propositum.

LXXX.

Si sphaera sphaeram interfecet, communis sectio superficieꝝ sphaerarum se interfecantium, erit periferia circuli.

Qd hic proponitur, patet, imaginetur enim superficies secans ambas sphaeras secundum lineam communem sectionis sphaerae qualiscunque fuerit, haec ergo superficies, propter similitudinem corporum se interfecantium plana erit, communis ergo sectio illius superficie & utriusque sphaerae erit circulus per 69. huius, palam ergo, qd communis linea intersectionis superficieꝝ sphaerarum illarum erit periferia circuli, in qua inclusa superficies, erit circulus communis illi sectioni, quoniam alias corpus quo utraque sphaera communicat, est corpus commune sphaerarum intersectioni, & est corpus irregulare, duabus scilicet superficiebus sphaericis contentum, & diuersis secundum dispositionem se interfecantium sphaerarum, patet ergo propositum.

LXXXI.

Sphaerarum se interfecantium maiores circulos se inuicem secare, palam est, ex quo patet interfecantium se sphaerarum centra diuersa esse.

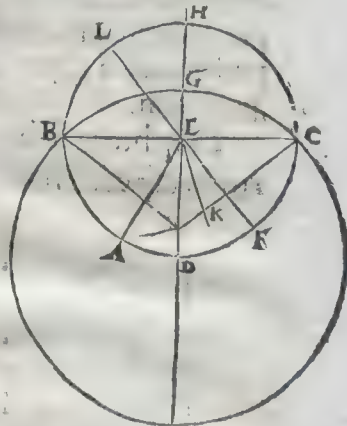
Primum

Primum patet ex diffinitione sphaerarum se interfecantium, quoniam enim interfecantium se sphaerarum, diameter unius per alteram abscinditur, & maiorum circuloꝝ diametri suarum sphaerarum, diuidunt enim circuli magni suas sphaeras per aequalia, tunc patet, qd circulus unius sphaerae & alterius se interfecantium aliqua linea est communis. Cum ergo unus circulus alium non contineat, quia nec una sphaera aliam continet, palam, quia tales circuli se inuicem secant ex diffinitione talium circuloꝝ, quia uero ex 5. tertij circuloꝝ se inuicem secantium centra esse diuersa necesse est, & idem est centrum sphaerae qd est centrum circuli magni in illa sphaera, patet corollarium, scilicet, quia interfecantium se sphaerarum centra sunt diuersa, & hoc proponebatur.

LXXXII.

Si sphaera sphaeram interfecet linea, quae centra illarum sphaerarum transsit, centrum circuli periferiae communis sectionis transire, & super ipsius superficie perpendicularem esse, necesse est.

Circulus communis sectionis sphaerarum aut est circulus maior alterius sphaerarum se interfecantium, aut minor. si maior, hoc erit solū, cum maior sphaera minorem interfecet. Si enim aequalis sphaerae secundum circulum maiorem se interfecaret, non esset sphaerarum intersectio, sed utriusque sphaerae ex duobus hemisphaerijs aequalibus compositio. si ergo circulus communis sectionis sphaerarum sit circulus maior, non erit ille circulus maior nisi in sphaeris inaequalibus se interfecantibus circulus sphaerae minoris, quoniam ipsum esse circulum maiorem sphaerae maioris est impossibile, quoniam maior circulus sphaerae maioris non potest cadere in superficie sphaerae minoris. Sit itaque circulus talis a b c, & sit centrum maioris sphaerae d, sphaerae uero minoris e, erit quoque e centrum circuli a b c ex hypothesi, ducatur ergo linea d e, & patebit propositum primum. Item ducantur lineae d a, d b, d c, & linea a e, b e, c e, eruntque trianguloꝝ d a e & d b e latera aequalia, ideo, quoniam linea d e latus est commune, & latus d a aequale est lateri d b ex diffinitione sphaerae, latus quoque a e aequale est lateri b e ex diffinitione circuli, ergo per 8. primi anguli aequales lateribus contenti, erunt aequales, angulus ergo d a b aequalis erit angulo d e a, similiter autem angulus d e c erit aequalis angulo d e b, & uniuersaliter a quocunque puncto circuli a b c ducantur lineae a d e, centrum sphaerae anguli super centrum e semper erunt aequales, & quia super eandem diametrum oppositis punctis signatis linea d e aequales angulos constituit, patet per diffinitionem perpendicularis, quoniam ipsa linea d e super omnes diametros perpendicularis erit, ergo per 4. undecimi linea d e super superficiem circuli a b c erecta est, & super eam perpendicularis. Si uero circulus a b c non sit circulus maior alicuius sphaerarum se interfecantium, sed minor, intelligatur in ipso, pertracta diameter qd sit l f per puncta l f, & utraque sphaera imaginetur recta per superficiem planam trans centrum, & per puncta f & l, quae sunt in superficie utriusque sphaerae, erit ergo per praemissa quilibet illorum circuloꝝ circulus maior in utraque sphaera se interfecantium, secabitque circulum a b c uterque illorum circuloꝝ maiorum per aequalia, quoniam arcus f l est medietas circumferentiae circuli a b c, transeunt ergo ambo illi circuli maiores per centrum illius circuli a b c, qd est e, imaginentur item duo sphaerae erectae super circulum a b c per aequalia, qd fieri poterit ex 29. tertij, diuiso arcu f l utriusque circuli sphaerae se interfecantium per aequalia, & a puncto sectionis utriusque circuli imaginata superficie plana transeunte centrum sphaerae utriusque, fiat itaque sectio arcus sphaerae maioris in puncto g, & sectio arcus sphaerae minoris in puncto h, & similes quales contineant, patet, cum a polo circuli a b c per centra sphaerarum ambae transeant, quoniam ambo secabunt circulum a b c per aequalia, transibunt ergo per centrum ipsi qd est e linea, ergo d g, qd per diffinitionem maiorum circuloꝝ, & per 3. undecimi est communis sectio duorum circuloꝝ maiorum in sphaera maiori se secantium, transeunt per centrum e, quoniam





quoniam cum centrum e sit in superficie utriusque illoꝝ circularū, necesse est, ut sit in linea cōmuni utriusque. Similiter etiam linea e h, quæ est cōmunis sectio circularum maiorum in sphaera minori se interfecantiū, transit per centrum e, sed quia linea e h, & linea d g per diffinitionē circularū se secantiū est aliqua linea recta cōmunis ut e g, erit illa p primam 11. in eadem superficie cum illis, ergo erunt linea una. tota ergo linea d e g h est linea una transiens per ambo centra sphaerarum se interfecantiū, & per centrum circuli, qui est cōmunis sectio, cū centro in periferia cōmunis sectionis superficialium sphaerarum se interfecantiū, patet ergo, ppositum primū. Secundum uero patet ex pmissis. Circuli enim maiores per æqualia diuidentes circulū minorem orthogonaliter eum secant, & eorum cōmunis sectio, ut linea d h per 19. undecimi super eundem circulū perpendicularis erit, & hoc est ppositū. potest & idem per 66. & 67. huius facilius demonstrari diligentiam adhibenti.

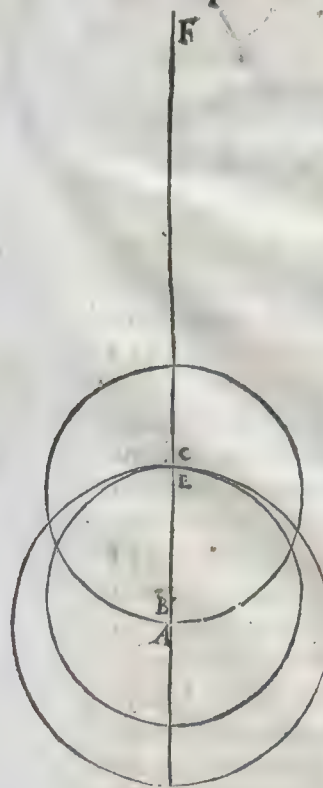
LXXXIII.

Si sphaera sphaeram interfecet, lineam transeuntem centrum circuli periferiæ communis sectionis perpendiculariter super ipsius superficiē insistentem, ambarum sphaerarum centra transire necesse est.

Hæc est conuersa præcedentis, nec oportet in ipsius demonstratione aliter immorari, si enim sit possibile, ducatur linea per e centrum circuli cōmunis sectionis sphaerarum, qui est a b c, perpendiculariter super ipsius superficiē ad alium aliquē punctum, præter centrum ambarū, uel alterius sphaerarū, & sit linea e k, & ducatur idem per centra ambarū sphaerarū alia linea, quæ sit d h. patet autem per præcedentē, quoniam hic erit transiens per centrum e, & erit perpendicularis super superficiē circuli a b c, ab eodem ergo puncto superficie circuli a b c, quæ sunt e d & e k, qd est contra 13. undecimi, & impossibile, patet ergo ppositum.

LXXXIII.

Si sphaera sphaeram intrinsecus interfecet, necesse est centra illarū sphaerarum respectu situs sui contactus secundum quantitatem periferiæ circuli, qui est communis sectio suarum superficialium plus distare, centrūque sphaeræ continentis plus profundari.



secundum hoc distantia centrorū augetur, & secundū q̄ illa periferia augetur, secundum hoc

Sphaeræ datæ interfecare se debentes, si æquales fuerint, & taliter ad inuicem collocentur, ut non se interfecent, tunc ipsarū idem erit centrum. facta uero intersectione ipsarū centra diuersantur per 8. huius, & secundū q̄ circuli periferia, quæ est cōmunis sectio illarū superficialium sphaerarū, sit maior uel minor, secundū hoc plus uel minus distabunt centra, q̄ si sphaeræ fuerint inæquales, quarum una alterā intrinsecus cōtingere poterint, tunc in situ suæ cōtingentiæ centrorum suarū distantia per 78. huius est excessus semidiametri sphaeræ maioris ad semidiametrū minoris. Demus ergo, q̄ centrū maioris sit a, centrum minoris b, punctus contactus sit c, & quia contactus sit in puncto per 76. huius, intersectio uero sit secundū circulum per 80. huius. palā, quia facta intersectione sphaerarū, abscindet sphaera a diametrum b c in puncto alio q̄ in termino suo qui est punctus c, sit ergo punctus in quo ipsum a b scindit punctus e, ponaturq̄ ut linea f e sit æqualis diametrio sphaeræ b, quoniam itaq̄ linea a c excedit lineam b c in linea a b. linea uero f e est æqualis semidiametro b c, quoniam sunt diametri eiusdem sphaeræ. linea ergo a c excedat lineam f e in linea a b, sed linea f e est maior q̄ linea e c, ergo a e, in qua linea a c excedit lineam e c, est maior q̄ linea a b, plus ergo distat centra sphaerarum in intersectione q̄ in situ contactu, & secundū q̄ periferia circuli, quæ est cōmunis sectio suarum superficialium minoratur, secundum hoc

hoc distantia centrorum minuitur, & respectu partis uniuersi ad quā sit intersectio plus profundatur centrum sphaeræ continentis respectu contactus in tanto, quanto linea a e sit maior q̄ linea a b, & hoc est quod proponebatur.

LXXXV.

Si duæ sphaeræ intra tertiam secundū circulum æqualem circulo maiori sphaeræ, intra quam sit intersectio, se interfecent, utraq̄ illarum sphaerarum sphaeram, intra quam sit intersectio, interfecabit, & omnium illam superficiem sphaerarum cōmunis sectio erit periferia circuli unius.

Verbi gratia: Sit in sphaera, cuius centrum a interfecet sphaeram, cuius centrum sit b intra sphaeram, cuius centrū sit c secundū circulum æquale circulo maiori sphaeræ c, diuersarū sphaeræ a & sphaeræ b interfecabunt sphaeram c, & omnium superficialium sphaerarū illarum sphaerarū erit cōmunis sectio periferia circuli secundū qd sphaeræ a & b fiebat intersectio. hic est cuiusdam circuli magni sphaeræ c, quoniam enim circulus maior diuidit sphaeram p æqualia, quia transit per centrū eius ex diffinitione, tunc patet, q̄ æqualis eidē utrunq̄ contingat eum in sphaera pducī, diuidet eam per æqualia, & sic interfecabit secundū illum circulū utraq̄ sphaerarū. s. a & b sphaerā c. Sphaera autem a interfecante sphaeram b, cōmunis sectio est periferia circuli per 79. huius, diuidit autē iste circulus sphaeram c per æqualia, ergo interfecet. est ergo eius periferia in superficie c, sed & eadem periferia est in superficiebus sphaerarū a & b. In omnium ergo sphaerarū illarū trium superficialium est illa circuli periferia, est ergo ipsa cōmunis sectio omnium superficialium dictarum sphaerarum, quod est ppositum.

LXXXVI.

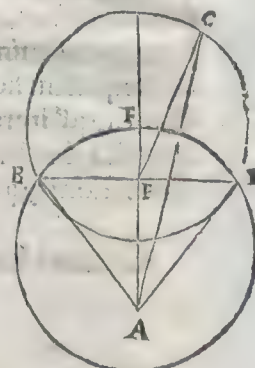
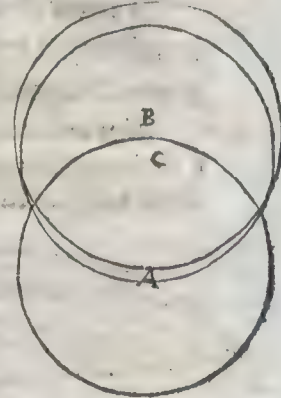
Lineam à centro sphaeræ per centrum circuli sphaeram secantis orthogonaliter ductam, medio abscissæ portionis, est necessarium applicari.

Sit sphaera cuius centrū a, & sit circulus b c d, cuius centrū sit e, abscindens portionē sphaeræ, ducaturq̄ linea a e, & pducatur usq̄ ad superficiē sphaericam, cui incidat in puncto f. Dico, q̄ linea a e necessario applicatur puncto, qui est medium abscissæ portionis sphaeræ in conuexo uel concauo ipsius, & q̄ hoc est punctum f, ducantur enim lineæ a b & a c, & copulent lineæ e b, e c, e d, erunt itaq̄ trigona a e b, a e c, a e d omnia secundū latera æquales angulos respicientia, adinuicem pportionabilia, qm̄ illa ipsorū latera sunt adinuicē æqualia, ut patet per sphaeræ & circuli diffinitiones, & quia latus a e est omnibus cōmune, anguli itaq̄ b a e, c a e, d a e omnes sunt æquales per 5. sexti, ergo per 25. tertij angulus b f e, c f e, d f e sunt æquales, & quoniam productis quibuscumq̄ lineis à centro a ad periferiam circuli b c d, idem semper accidit, palam, quia punctus f est in medio portionis abscissæ de sphaera, & hoc proponebatur.

LXXXVII.

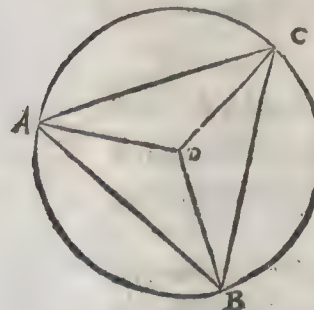
Proportionem partis superficiei sphaericæ ad totalem superficiem suæ sphaeræ, sicut anguli solidi in ipsam à centro sphaeræ cadentis ad octo relictos solidos necesse est esse.

Verbi gratia: Sit a b c pars superficiei sphaericæ alicuius sphaeræ, cuius sit d & ducantur lineæ a d, d b, d c, & in ipsa superficie ducantur lineæ a b, b c, a c, fietq̄ pyramis, cuius vertex est punctum d, & basis a b c. palam quoq̄, quoniam angulus circa punctum d est solidus, tribus angulis superficialibus contentus. Dico, q̄ quæ est pportio illius anguli ad 8. relictos angulos, qui replent locum solidum circa centrum d, eadem erit pportio superficiei sphaericæ quæ est a b c, ad totam sphaericam superficiem suæ sphaeræ. Imaginentur enim pluri circuli magni, transeuntes per omnia puncta illius superficiei, non





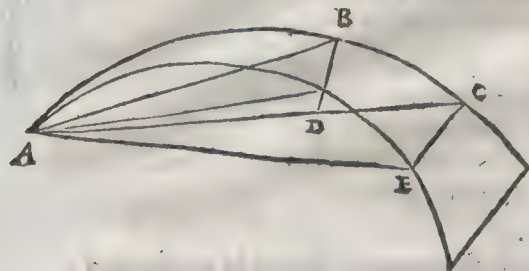
non secantes se super illam. patet itaq. quoniam aliqui arcus illorum circularum determinantur per lineas terminales illius superficiei, omnium autem illorum arcuum partialium ad totos suos circulos est proportio, sicut angulorum contentorum sub linea a centro d ad ipsorum terminos, productis ad 4, rectos spales per ultimam sexti, patet ergo propositum. & etiam potest patere ex hoc, quoniam sicut ille angulus correspondet illi parti superficiei sphaericae, sic residuum 8. solidorum angulorum rectorum totali residuo superficiei illius sphaerae respondet, ergo p. 16. quinti, erit pmutatim anguli ad angulum, sicut superficiei ad superficiem, & per 18. quinti, & per 5. huius e contrario patet, propositum.



LXXXVIII.

Si inter duas quartas circularum aequalium in sphaerae superficiei se secantium, ad extremitates arcuum aequalium linea recta ducantur, illae erunt aequedistantes, & remotior a puncto sectionis erit longior.

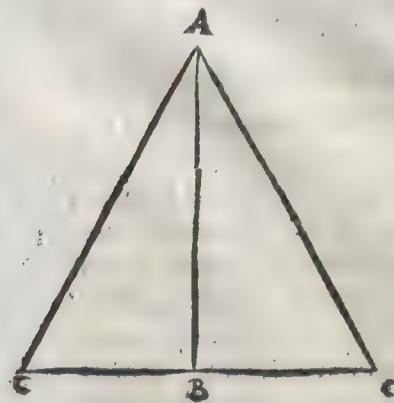
Sint arcus magnorum circularum in superficiei alicuius se secantium, qui a b c & a d e, secantes se in puncto a, in quibus signantur arcus aequales, ita, ut arcus a b sit aequalis arcui a d, & arcus b c arcui e d, & continentur lineae rectae, quae b d & c e. Dico, q. lineae c e & b d sunt aequedistantes, & q. linea c e est maior q. linea b d, quia itaq. arcus a b est aequalis arcui a d, palam per 28. tertii & per 65. huius, quoniam punctus a & polus circuli transeuntis per puncta d & b, ideo q. rectae lineae quae a d & a b sunt aequales, & similiter est de circulo transeunte per puncta c & e, circumducatur ergo superficiei sphaerae per puncta d b circulus erectus super diametrum sphaerae p. 69. huius, & similiter per puncta c & e, erunt ergo illi circuli aequedistantes per 14. undecimi, erunt ergo lineae c d & b d aequedistantes p.



16. undecimi, imaginata superficiei plana in qua sunt puncta b c d e, circulos secundum illas lineas secante, sed & linea c e est maior q. linea b d, si enim sit aequalis cum sit aequedistans, palam, quia circuli a b c & a d e aequedistantes erunt, qd. est contra hypothese. supponunt enim se secare in puncto a, aut sequatur circulum transeuntem per puncta b & d aequalem fieri circulo transeunti per puncta c & e, quorum circulo polus est punctum a, qd. iterum est impossibile, & si linea c e sit minor q. linea b d, concurrent circuli a b c & a d e ultra lineam c e potius q. ultra lineam b d, est ergo linea b d remotior a puncto sectionis, quod est, propositum hypothese, ergo patet, propositum.

LXXXIX.

Omnes lineae longitudinis unius pyramidis rotundae, sunt aequales, & cum semidiametris basis aequales, sed acutos angulos continentes, ex quo patet omnem punctum uerticis pyramidis esse polum circuli suae basis, omnemq. lineam longitudinis esse in eadem superficiei cum axe, ipsam quoq. axem centrum circuli basis orthogonaliter attingere.



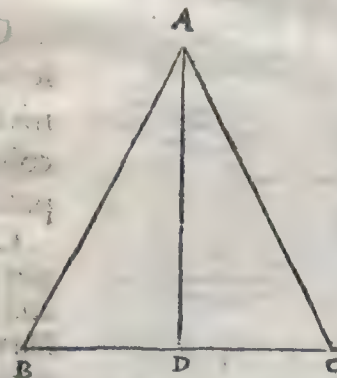
Quoniam enim per principium 11. Euclidis pyramis rotunda sit per transitum trianguli rectanguli, alterutro suorum laterum rectum angulum continentium fixo, donec ad locum suum unde incipit redeat, triangulo ipso circumducto, qui triangulus, si fuerit duorum laterum aequalium, secundum unum laterum aequalium rectum angulum continet.

tium fuerit fixum, causabitur pyramis rectangula, ideo, q. angulus duplicati sui trianguli ad uerticem pyramidis est rectus, per 5. & per 32. primi. & si fixum latus fuerit minus latere moto, erit pyramis ambigua, qm. per 19. primi angulus ad uerticem sit obtusus. & si latus fixum fuerit maius latere moto, erit pyramis oxigonia, quia per eandem 19. primi, angulus eius ad uerticem remanet acutus adiuvante semper 32. primi. sic ergo diuersantur formae pyramidum secundum diuersitatem proportionis lateris fixi ad alterum latus motum, rectum angulum continens cum fixo, & quia latus subtensum angulo recto, causat omnes lineas longitudinis in qualibet pyramide. palam, q. omnes lineae longitudinis totius rotundae pyramidis uni lineae, sunt aequales ei, s. quae in trigono rectangulo recto, ergo & omnes inter se sunt aequales. Si ergo trigonum orthogonum causans pyramidem sit a b c, cuius angulus a b c sit rectus, erit per 32. primi angulus a c b acutus, & est a c b angulus cui omnes anguli contenti a lineis longitudinis & semidiametris basis sunt aequales, & hoc pponitur, patet enim ex ijs, qm. punctus uerticis pyramidis cuiuslibet, est polus circuli suae basis per 65. huius, & quoniam linea a c est in eadem superficiei trigonae cum linea a b, patet, quoniam omnes lineae longitudinis sunt in eadem superficiei cum axe a b, & quoniam linea b c motu suo describit circulum basis, patet q. axis a b centrum circuli basis orthogonaliter attingit per 8. primi, quia ex circuli diffinitione & prima parte axis existente comuni, omnes anguli ad centrum b constituti sunt aequales, patet ergo propositum.

XC.

Omnis superficiei planae secantis pyramidem rotundam uel lateratam secundum axis longitudinem & superficiei conicae, communis sectio est trigonum duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro basis contentum, ex quo patet, quoniam illa superficies diuidit pyramidem per aequalia, & q. superficiei quae pyramidem secundum lineam longitudinis per aequalia secuerit, secundum axem necessario secabit.

Esto pyramis rotunda a b c, cuius uertex a, & diameter basis b c, & sit centrum basis d, & palam per praemissam, qm. linea a d est axis illius pyramidis, superficies itaq. plana secans pyramidem rotundam, secundum axis longitudinem pertransit puncta a & d, erit itaq. illa superficies plana orthogonaliter erecta super basem pyramidis per 18. undecimi, communis itaq. q. sectio basis pyramidis & illius superficiei planae est linea recta p. 3. undecimi, qd. est diameter basis, & sit hoc b c, trigonum itaq. a b c est in superficiei secante, sed & idem trigonum est in superficiei conica pyramidis, & quoniam trigonum orthogonum b a d est illud, ex cuius ptransitu describitur pyramis a b c, & trigonum a b c est duplum illi per 1. sexti, patet illud q. primo pponitur de pyramide rotunda, patet etiam, q. illa superficies taliter pyramidem secans, diuidit ipsam per aequalia, qm. transiens uerticem & conclusa diametro per aequalia diuidit & basem, in laterata uero pyramide, aut superficiei plana secans transit latus aut angulum, eritq. productis lineis ad terminum axis pyramidis, illa communis sectio semper trigonis maior uel minor, patet ergo propositum, quoniam & e contra per se, & ex praemissis patet.



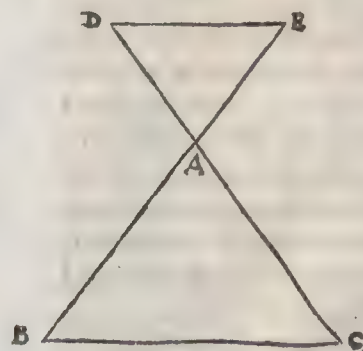
XCI.

Omnis pyramidis rotundae uel lateratae lineae longitudinis super axem in uertice tantum se intersecant, productae quoq. aliam similem pyramidem principiant, cuius lineae longitudinis secundum positionem & situm priori pyramidi modo contrario se habent.

Quoniam omnes lineae longitudinis pyramidis cuiuscunq. productae se super axem in uertice



In uertice secant, evidens est, quoniam concurrunt omnes in illo puncto uerticis, & quoniam omnes sunt æquales per 89. huius. patet, quia circa uerticem nulla ipsarum aliam intersectat, & etiā pducta aliam pyramidē priori similē principiant, patet, secet enim superficies plana pyramidē secundum axis longitudinē, erit ergo p præcedentē cōmunis sectio istius superficie & superficie conicæ pyramidis, trigonum æquum duplo trigoni rectanguli pyramidē causantis, sed palā per 36. huius, q̄ latera cuiuslibet trigoni pducta principiant aliū trigonū priori similē, cuius latera positionem & situm prioris trigoni lateribus contrariā habent, & quoniam tot possunt imaginare planæ superficies trās axem pyramidē secantes, quot sunt lineæ longitudinis pyramidales immedietate pyramidis, patet, quoniam omnes lineæ longitudinis productæ, principiant aliam pyramidē priori similem, lineis longitudinis à dextra prioris prodeuntibus in sinistrū posterioris, & à sinistro prioris in dextrum posterioris, & e conuerso, patet ergo ppositum.



XCII.

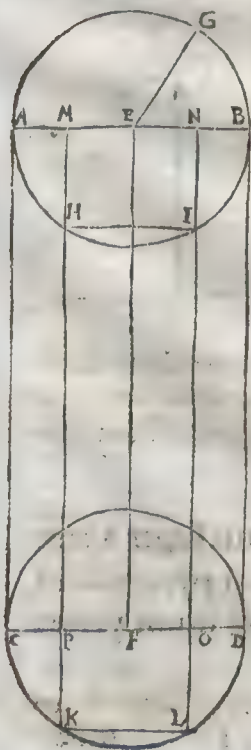
Omnes lineæ longitudinis unius columnæ rotundæ sunt æquales, rectos angulos cum semidiamentris suarum basium continent, & in eadem superficie cum axe existentes, ex quo patet, quoniam axis cuiuslibet columnæ rotundæ centris suarum basium orthogonaliter insistit.

Hoc non indiget demonstratiōe alia nisi simili illi, quæ sit in 89. huius. sicut enim trigonum orthogonū altero laterum rectum angulū cōtinentiū fixo, p reuolutionē suam causat pyramidē rotundam, sic quadrilaterū rectangulū quoq̄ suorum laterum fixo manente, alijs tribus quousq̄ ad locū suum redeāt, circūductis causat motu suo figurā columnarē rotundam, fiet ergo ptractio omnium eorum quæ pponuntur hic, ut in illa, quia patet totum euidenter.

XCIII.

Omnis superficie planæ secantis columnā rotundam secundū axis longitudinē & superficie columnæ, cōmunis sectio est rectangulū sub duabus lineis longitudinis columnæ, & duabus diamentris basium contentū, ex quo patet, quoniam illa superficies per æqualia diuidit columnā.

Columna rotunda sit, cuius axis e f, secetq̄ ipsam per e f. superficies plana, sitq̄ cōmunis sectio secundū puncta a b c d. Dico, q̄ sectio a b c d est quadrangula rectangula sub lineis longitudinis columnæ, & duabus diamentris basium cōtenta. ducat enī linea ea in basē columnæ & in superficie secante, hoc est ergo semidiameter circuli basium columnæ. Cōpleat itaq̄ e g diamentrē basis, caderetq̄ in superficie plana columnā secante, si enī linea e g nō est ducta in superficie plana columnā secante, ducatur linea b e in illa superficie secante, lineæ ergo b e & a sunt lineæ una, qm̄ sunt in una superficie pductæ ambo orthogonaliter super axem e f cōtinuæ, similiterq̄ linea e g cōplet diamentrē a e, nō in superficie secante, sed alia, erit ergo linea a g pars in plano, pars in sublimi, qd̄ est contra 1. undecimi, palam itaq̄, quoniam linea a b est diamentrē basis, & q̄ punctus g cadit super punctum b. Similiterq̄ declarandum de linea c d, quoniam est diamentrē alterius basis, lineæ quoq̄ a c & b e sunt lineæ longitudinis columnæ, qd̄ est propositum, ex hoc itaq̄ patet, quoniam cum illa



illa sectio diuidat per æqualia bases columnæ, qd̄ etiā diuidit p æqualia columnam.

XCIII.

Superficie secantis columnā rotundā æquedistanter superficie per axem secanti, & superficie columnaris cōmunis sectio, est rectangulū sub duabus lineis longitudinis columnæ, & duabus lineis minoribus diamentris basium cōtenti.

Sit, ut in præcedenti ppositione, columna secata per planā superficiem secundū sectionem rectangula a b c d, cuius axis sit e f, sitq̄ nunc superficies plana columnā secans, æquedistans superficie a b c d, cuius cōmunis sectio cum superficie columnæ sit h i, k l, ducanturq̄ à punctis h & i lineæ ppendiculares super diamentrē a b per 12. primi, quæ sint h m, i n, erit itaq̄ linea m n æqualis lineæ h i, ut patet per 34. primi, lineæ enim a b & h i sunt æquedistantes ex hypothesi, & lineæ h m & i n sunt æquedistantes per 28. primi. est ergo linea h i minor diamentro a b, similiter quoq̄ i k minor est diamentro c d, ductis ppendicularibus lineis, quæ l o & k p, sed lineæ h k & i l sunt lineæ longitudinis columnæ, patet ergo ppositū.

XCIV.

Omnis superficies plana contingens pyramidem, uel columnam rotundam, secundum lineam longitudinis est contingens.

Non enim secundū punctū contingit superficies plana, pposita corpora sicut sphaerā, qm̄ in ipsis est longitudo, quæ non est in sphaera, sed utcūq̄ contingit ipsa secundum superficiem, qm̄ cum in quolibet istorū corporū sunt infiniti circuli suis basibus æquedistantes & ipsæ bases, accideret illos secundū lineas in superficie plana contingente, ductas ad ipsorum contactum, non contingi secundū punctum, sed secari, qd̄ est contra 15. tertij, & impossibile, non ergo contingit superficies plana pposita corpora secundū superficiem, restat ergo, ut secundū lineam contingat, & quia cōtingit in pyramide uerticē & basem & in columna ambas bases, patet, q̄ utrunq̄ illoꝝ secundum lineas suarum longitudinum est contingens, patet ergo propositum.

XCV.

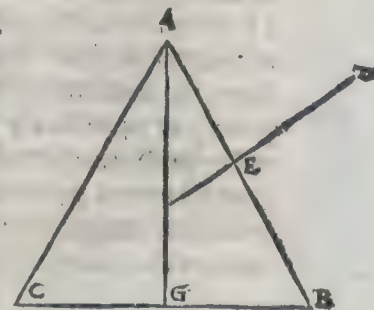
Omnis linea perpendicularis super curuam superficiem pyramidis, uel columnæ rotundæ, necessario transit per ipsarum axem.

Pyramis rotunda uel columna sit, cuius linea longitudinis sit a b, & eius axis a g, & sit linea d e ppendicularis super curuā illius superficiem. Dico, q̄ linea e d transit per axem a g, ducatur enim semidiameter basis, quæ sit b g, quia ergo linea a g, ducatur enim semidiameter basis, quæ sit b g, quia ergo linea e d est ppendicularis super curuam superficiem ppositam, palam p diffinitionē, qm̄ linea e d est ppendiculariter erecta super superficiem contingente pyramidem super aliquā lineam suæ longitudinis, sit hoc super lineam a b, cadit ergo linea e d super lineam a b, palam ergo per 2. undecimi, qm̄ lineæ d e & a b sunt in eadem superficie, & quia linea d e est ppendicularis super curuam superficiem pyramidis, patet, q̄ illa superficies erit erecta super superficiem conicam pyramidis, & in ipsa est linea a b, pducta ergo trās pyramidē, secabit ipsam secundū lineam longitudinis a b p æqualia diuidēs pyramidē, & trāsibit p axem a g per 90. huius. trigonū a b g cum linea d e sit in eadem superficie, quia ergo linea e d cum uno latere trigoni b a g, qd̄ est a b, continet angulum rectum, qui est d e a, angulus uero e a g est acutus, palam, quia linea d e cōcurrat cum linea a g per 14. huius, transit ergo per axem pyramidis uel columnæ rotundæ, qd̄ est ppositum, qm̄ in columna rotunda eodem modo demonstrandū, in illis enim quia linea longitudinis a b æquedistat axi, & lineæ d e & a b & axis sunt in eadem superficie, patet per 2. huius, quia linea d e concurrens cum una linearum æquedistantium, ideo cum a b & cum axe necessario concurret, & hoc pponatur.

XCVII.

Omnis superficies plana superficie contingenti, pyramidem uel columnam

f 2 nam





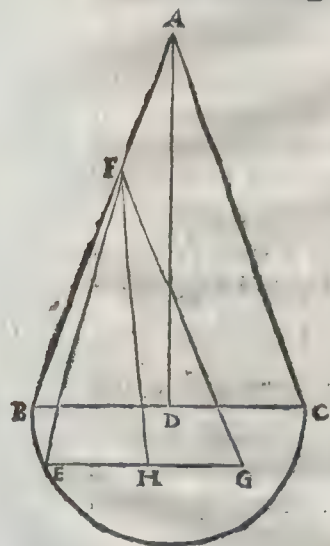
nam in loco contactus orthogonaliter insistens, necessario secat pyramidē uel columnam per ipsius axem.

Sit pyramis uel columna rotunda, quam contingat superficies plana, palam ergo per 95. huius, quā contingeret illam secundū lineam longitudinis, superficies itaq; huic superficie orthogonaliter in loco contactus insistens, est perpendicularis super superficiē curuam pyramidis uel columnae, & ipsorū cōmunis sectio est linea longitudinis, sup quā in superficie erecta ducantur perpendiculares, eae itaq; lineae per pramissam transibunt axem pyramidis uel columnae rotundae, ergo & superficies illam axem transiens, secabit pyramidem uel columnam secundum axem, & hoc pponitur.

XCVIII.

Omnis superficiei planae secantis pyramidem rotundam non per uerticem, & superficiei conicae pyramidis, communem sectionem figuram triangularem esse impossibile.

Esto pyramis, cuius uertex a, diameter basis b c, centrum basis d, & axis a d, quā secundum axem longitudinē secet superficies plana secundū trigonum a b c per 90. huius,



secetq; ipsam alia superficies erecta super trigonum a b c, nō per uerticem secundū sectionē, quae sit e f g, cuius supremus punctus sit f, & sit linea e g aequedistans alteri diametro basis pyramidis, cuius medius punctus sit h, & ducatur linea f h a supremo puncto sectionis ad medium suae basis, & quia linea e g est linea recta, quae est aequedistans diametro basis pyramidis, & punctū f signatū est in superficie conica in supremo, superficies e f g secat conicā superficiē. Si itaq; sectio e f g sit trigonū, s. rectilineū, patet, quā duae lineae lōgitudinis pyramidis, quae sunt e f & g f, concurrunt in puncto f prater uerticem pyramidis, quod est impossibile & contra 91. huius. Trigonū quoq; circuli lineam fieri est impossibile, quoniam superficies secās supponit esse plana, & superficies illius trigoni est curua, ut patet ex diffinitione, erit ergo linea e f g linea una, cum itaq; illa sectio sit linea una, dicat sectio conica uel pyramidalis, si itaq; axis pyramidis q̄ est a d sit aequalis semidiametro basis, quae est b d, palam, quia pyramis a b c est orthogonia, quā angulus b a c trigoni a b c est rectus. Si ergo linea f h, quae est cōmunis sectio su-

perficiei e f g, & trigoni a b c aequedistat lineae a c, quae est latus trigoni, & linea longitudinis pyramidis, palam per 29. primi, cum angulus b a c sit rectus, & etiam angulus b f h erit rectus, & similiter angulus h f a, tunc itaq; sectio e f g dicitur sectio rectangula, uel parabola, & est illa, quā Arabes dicunt mukefi. Si uero linea h f & a c non aequedistant, sed cōcurrant, si concursus fiat ad partem puncti a, quae est uertex pyramidis, tūc patet per 14. huius, q̄ angulus h f a erit obtusus, & tunc sectio e f g dicitur ampligonia uel hyperbole uel mukefi addita. Si uero linea d f & a c concurrant uersus punctū c, qui non est uertex pyramidis, tunc per 14. huius, erit angulus h f a acutus, & tunc sectio e f g dicitur oxigonia, uel elipsis uel mukefi diminuta, & secundum hunc modum istae sectiones & earum passionēs amplissime variantur.

XCIX.

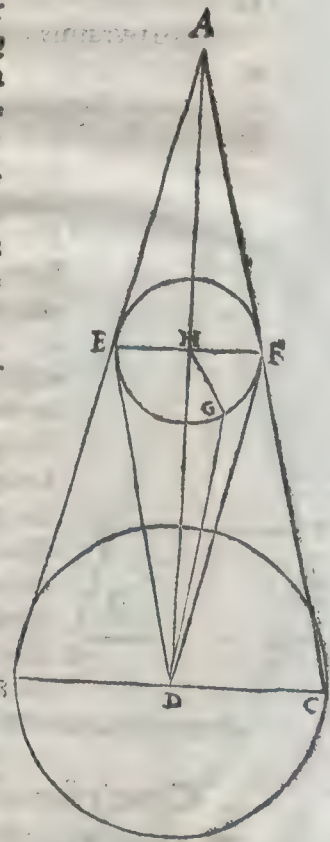
Omnis superficiei planae secantis pyramidem uel columnam lateratam tras axem, aequedistans basi & superficiei pyramidalis uel columnaris cōmunis sectio est similis periferiae basis, & si illa sectio periferiae basis est similis, superficies secans aequedistat basi pyramidis uel columnae.

Si enim illa sectio basis aequedistat, omnes trigoni laterales totius pyramidis & partiales trigoni sunt aequianguli per 29. primi, patet ergo per 4. sexti, q̄ tota periferia sectionis est similis basi pyramidis, quoniam omnia latera trigonorū totalium & partialium erunt

erit pportionalia, & si illa sectio est basi similis, est etiā basi aequidistans, quā si nō est aequidistans, erit alia scdm idē punctū secās per axē, & aequidistans basi similis periferiae basis pmissa, sequit itaq; ut una similis, alia quoq; non similis, secundū idem punctū secant axem pyramidis, alia uero aequidistans basi fieri poterit p 31. primi, ducta ab uno puncto primae sectionis linea aequedistante alicui lineae basis pyramidis, & a ternis illius alijs lineis aequedistantibus reliquis lineis basis pductis, ex hoc autem accidit impossibile, quā sequit ex hypothesi angulum extrinsecū, ppter trigonorū similitudinē aequalem fieri intrinsecū, cum ab uno puncto exeant duae lineae aequales angulos cōtinentes angulis illis, qui sunt per lineam periferiae basis, patet ergo ppositum in pyramidibus, & eodem modo demonstrandū est in columnis lateratis, & facilius ppter aequalitatē lineae p 34. primi.

Omnis superficiei planae secantis pyramidem uel columnam rotundam transexem aequedistans basi, & curuae superficiei pyramidis uel columnae cōmunis sectio est circulus, & si illa sectio est circulus superficies secans est aequedistans basi, ex quo patet, q̄ omnis plana superficies aequedistans basi si secans pyramidē uel columnā, nouam pyramidē constituit uel columnā.

Sit pyramis rotunda a b c, cuius uertex a, diameter b c, & centrū basis d, secetq; ipsam superficies plana aequedistans basi, & sit cōmunis sectio superficiei illius & superficiei conicae pyramidis linea e f g. Dico, q̄ linea e f g est periferia circuli, secet enim alia superficies plana pyramidē per uerticem & per axem, quae est a d, cōmunis itaq; superficiei & pyramidis sectio, est trigonum, qd sit a b c per 90. huius. secetq; superficies e f g axem a d in puncto h, & trigonum a b c secet superficiem e f g in linea e h f, erit ergo linea e h aequedistans lineae b d p 16. undecimi, est ergo per 29. primi & per 4. sexti, pportio lineae b a ad e a, sicut lineae c a ad lineam e f, ergo per 7. huius, erit eversim pportio lineae b a ad lineam b e, sicut lineae c a ad lineam e f, ergo per 16. quinti erit permutatim, pportio lineae b a ad lineam e a, sicut lineae b e ad lineam e f. Sed linea b a est aequalis ipsi c a per 89. huius, & anguli quos continent lineae lōgitudinis pyramidū cum semidia metris basium, sunt aequales, palam per 4. primi, quia linea d e est aequalis lineae d f, & angulus e d h est aequalis angulo f d c, quia uero angulus h d b aequalis angulo h d c, quā ambo sunt recti, & angulus e d h, quoniam sunt residuae partes rectorū super angulos aequales. palam ergo per 4. primi, quā linea e h est aequalis lineae h f. Similiterq; ductis lineis h g & d g, & completa put in pramissis figuratōne declarabitur, quoniam linea f h est aequalis lineae g h, sunt enim trigona aequiangula, ut patet intendenti, ergo per 19. tertij punctū h est centrum circuli, est ergo e f g linea circūferentia circuli, qd est ppositum. Et si sectio e f g est circulus, palam, quā superficies plana secundum illum circulū secans pyramidē, est aequedistans basi, erit enim e a f pyramis, cuius axis a h, & centrum basis h, erit itaq; linea longitudinis, quae est e a, aequalis lineae f a per 89. huius. Sed linea b a aequalis est ipsi c a, remanet ergo linea b e aequalis ipsi e f, erit quoq; linea e d aequalis lineae f d per 4. primi, & quia trigona e h d & f h d sunt aequalia inter se latera habentia, ergo per 8. primi angulus e h d est aequalis angulo f h d, ergo per diffinitionē lineae super superficiem erectae patet, q̄ linea d h erecta est super superficiē e f g, sed eadem linea h d est erecta super basem pyramidis, cuius diameter est b c, ergo per 14. undecimi superficies e f g est aequedistans basi datae pyramidis, quod est ppositum, quā simpliciter secundū pramissum in pyramidibus modū, in columnisq; rotundis potest demonstrari, & propter aequedistans





aequedistantia lineae longitudinis columnae facilitas accedit demonstrationi, sunt enim lineae d f, d g, d e æquales, ergo & lineae h e, h g, h f, eritque sectio e g f circulus per 9. tertij, & conuersa simpliciter, patet per 14. undecimi ut prius, & hoc pponatur. Per hæc itaque patet manifeste, quoniam omnis plana superficies secans quaecumque pyramidem aequedistantem suae basi, nouam constituit pyramidem, cuius in pyramide rotunda basis est circulus, & in laterata pyramide, superficies similis basi illius sectae pyramidis, ut patet per 99. huius, semper tamen uertex illius pyramidis abscissa, est idem cum uertice prioris, & axis abscissa, pars axis ipsius prioris, datae basis quoque aequedistat basi. Similiter quoque fit in columnis rotundis uel lateratis, superficies enim aequedistantem basibus secans quaecumque columnam, nouam efficit columnam rotundam uel lateratam, imò duas, scilicet abscissam & ipsam residuam, quod non accidit in pyramidibus, patet ergo totum quod pponatur.

CII.

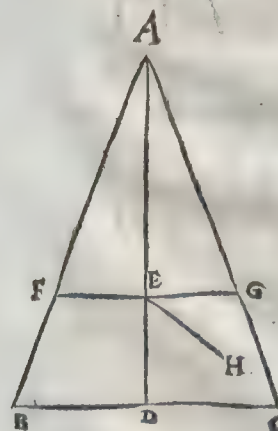
In qualibet columna uel pyramide à dato in eius superficie puncto, lineam longitudinis ducere.

Imaginetur enim superficies plana secans pyramidem uel columnam trans illius punctum & trans axem, quod fiet, si à puncto dato ducatur linea recta super axem, illa ergo linea & axis sunt in una superficie per 2. undecimi, quare superficies secabit pyramidem secundum lineam longitudinis per illud punctum transeuntem per 90. huius, columnam quoque per 92. huius, patet ergo propositum.

CIII.

A dato puncto, siue in axe, siue in superficie curua datae pyramidis rotundae uel columnae circulum circumducere.

Esto pyramis, cuius uertex punctum a, axis uero a d, in quo sit datus punctus e, à quo debemus circulum totali superficiei conicae circumducere. Sit itaque, ut superficies plana secet pyramidem secundum axem a d trans punctum e, communis itaque sectio illius superficiei planae & superficiei conicae, erit trigonum per 90. huius, cuius basis sit b c, quare erit diameter basis pyramidis. In hac itaque superficie per 1. primi ducatur à puncto e linea perpendiculariter super axem a d, quae producta ad conicam superficiem sit e f, & item ab eodem puncto e ducatur linea perpendiculariter super a d, cadatque punctum e in conicae pyramidis superficie, & similiter ducatur linea e b perpendiculariter super axem a d, cadatque punctus h in conica superficie, quia ergo linea a e super communem terminum lineae e f, e g, e h orthogonaliter insistit, palam per 5. undecimi, quoniam illae lineae sunt in una superficie, eritque per 8. undecimi linea a e perpendiculariter erecta super illam superficiem f g h, & quoniam linea a d erecta est perpendiculariter super basem pyramidis per 89. huius, & per diffinitionem pyramidis, patet per 14. undecimi, quoniam superficies f g h aequedistat basi pyramidis, est ergo per 100. huius f g h circulus, quod si punctus datus sit in superficie conica, sit ille punctus f, & ducatur à puncto f perpendicularis super axem a d, quae sit f e, per 12. primi, educanturque à puncto e lineae e g & e h perpendiculares super axem a d, per 1. primi, & deinde, ut plus compleatur demonstratio, patet itaque propositum, quoniam simpliciter eodem modo negociandum est in columnis.



Omnis superficiei secantis pyramidem uel columnam rotundam trans axem non aequedistantem basibus, & superficiei curuae, communem sectionem circulum esse est impossibile.

Sit pyramis, cuius uertex a, diameter basis b c, & centrum basis d, & axis a d, secetque ipsam superficies plana trans axem a d in puncto e non aequedistantem basi, & sit communis sectio huius superficiei planae & superficiei conicae f g h k. Dico, quod hæc sectio non est possibile, ut sit circulus. Esto enim, ut circa punctum e in pyramidis conica superficie du-

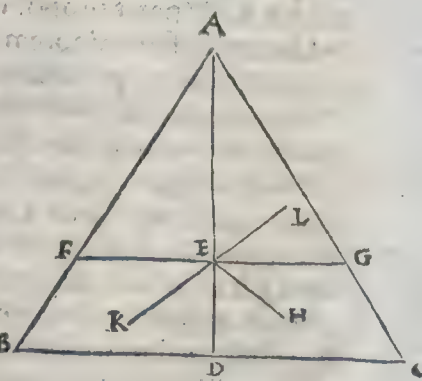
catur

eatur circulus per præmissam, hoc itaque aequedistabit basi per 100. huius, sitque f g l m, & signentur lineae longitudinis pyramidis a f, a g, a l, a m, itaque omnes erunt aequales per 89. huius, ideo, quod superficies aequedistans basi pyramidis, nouam pyramidem abscindit per 100. huius, & quoniam sectio f g h k non aequedistat basi pyramidis, patet, quod non aequaliter distat à uertice pyramidis, quare est punctum a, sit itaque punctus h remotior à uertice a, & cadat in linea a l, producta, & punctus k sit propinquior uertice a, & cadat in linea a m, erit itaque linea a h maior quam linea a l, & linea a k minor est quam linea a m, & continentur lineae h e, k e, f e, g e, & lineae e l, e m, & quoniam angulus a l e est acutus per 89. huius, erit angulus h l e obtusus per 13. primi, ergo per 19. primi latus h e trigoni h e l est maius latere e l, sed latus e l est aequale lateri e f per diffinitionem circuli, linea uero e f uenit à puncto axis ad punctum sectionis, quia est communis sectio circuli & superficiei obliquae pyramidem secantis, inaequales itaque lineae ab hoc puncto e productur ad periferiam sectionis, non est ergo sectio illa circulus per circuli diffinitionem. Dicemus ergo illam sectionem in pyramidibus pyramidalibus, & in columnis columnalibus, est tamen illa in 98. huius prius dicta sectio oxigonia uel elipsis, & quoniam talis sectio est figurae oblongae, patet, quod ipsa habet diametros plurimos omnes inaequales, & per illud punctum axis secti corporis transeuntibus ipsam quoque sectionem per aequalia diuidentes, quorum maxima est, quae transeat longitudinem sectionis, minima uero est, quae pertranseat latitudinem, & est super maximam diametrum orthogonaliter erecta, patet itaque propositum.

CIIII.

Omnium duarum planarum superficierum secantium pyramidem uel columnam rotundam trans idem punctum axis, si una aequedistantem basi, & alia non aequedistantem secuerit, communis sectio est linea recta transiens pyramidem uel columnam orthogonaliter super axem, ex quo patet, quod siue circuli per sectionem, siue sectio alia quaecumque non in eadem superficie, quaecumque secuerit sectionem, in duobus tantum punctis ipsam interfecabit.

Sit ut pyramis, cuius uertex a, & axis a d secetur secundum punctum axis e, & per duas planas superficies, quarum una secet aequedistantem basi ut f g h, alia uero non aequedistantem ut f g k l. Dico, quod communis sectio istarum superficierum est linea transiens pyramidem orthogonaliter super axem, ut est linea f e g, quod enim illae superficies se interfecerunt, patet per hoc, quod aliqua linea in ipsis producta, ad unum communem terminum copulatur, & in illo se interfecant, ut in puncto e. Quod enim illarum superficierum communis sectio sit linea recta, patet per 3. undecimi, quod autem illa linea, quae est illarum lineae communis sectio, sit orthogonaliter super axem pyramidis, quae est a d, patet per 14. undecimi, axis a d est perpendicularis super basem pyramidis & super superficiem f g h, quoniam illae superficies sunt ex hypothesi aequedistantes, ergo per diffinitionem lineae super superficiem erectae, omnis linea ducta à puncto axis e in superficie f g h est perpendicularis super axem a d, linea uero quae est communis sectio istarum superficierum secantium, necessario in superficie cadit f g h, alioquin non esset communis sectio, palam ergo propositum primum, quoniam communis sectio superficierum saliter, ut pponitur pyramidem secantium, est orthogonaliter super axem pyramidis.

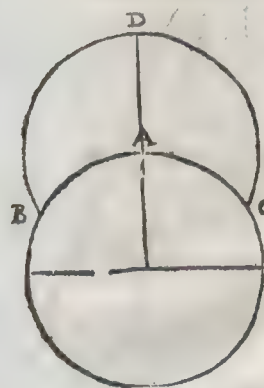




ramidis, & eodem modo demonstrando. Idem patet in columnis rotundis, ex quo patet & corollarium, quoniam si communis sectio talium superficierum est linea recta. In duobus autem tantum punctis, qui sunt termini illius lineae, fiet intersectio illarum sectionum, quous in pluribus punctis hoc sit fieri possibile, cum se intersecant in eadem plana superficie, patet ergo propositum.

CV.

Ex aliquo puncto basis periferiae columnae rotundae semicirculo in superficie conuexa uel concava columnari circumducto, necesse est lineam semicirculum illum per aequalia diuidentem ad superficiem basis erectam esse.



Sit ut ex aliquo puncto periferiae basis columnae rotundae q sit a, circumducatur semicirculus in superficie columnae concava uel conuexa, quae sit b c d, & eius centrum erit punctum a, sitq; ita, ut linea a d diuidat illum semicirculum per aequalia in puncto d. Dico q linea a d est erecta super superficiem basis columnae, quoniam enim arcus b d est aequalis arcui d c, patet, q angulus d a b est aequalis angulo d a c per 26. tertij, est igitur linea a d pars unius linearum longitudinis columnae, est ergo erecta super basem per 92. huius, patet ergo propositum.

CVI.

Data pyramidi rotundae pyramidem eiusdem uel diuersae altitudinis inscribere, ex quo patet inscriptae angulum ad basem, angulo circumscribens maiorem esse: & si inscripta pyramis ad aliam basim priori basi aequedistantem producat, anguli productae ad basem, angulis datae pyramidis maiores erunt, & quantumcunq; anguli ad basem augmentantur, tantum anguli ad uerticem minuuntur.

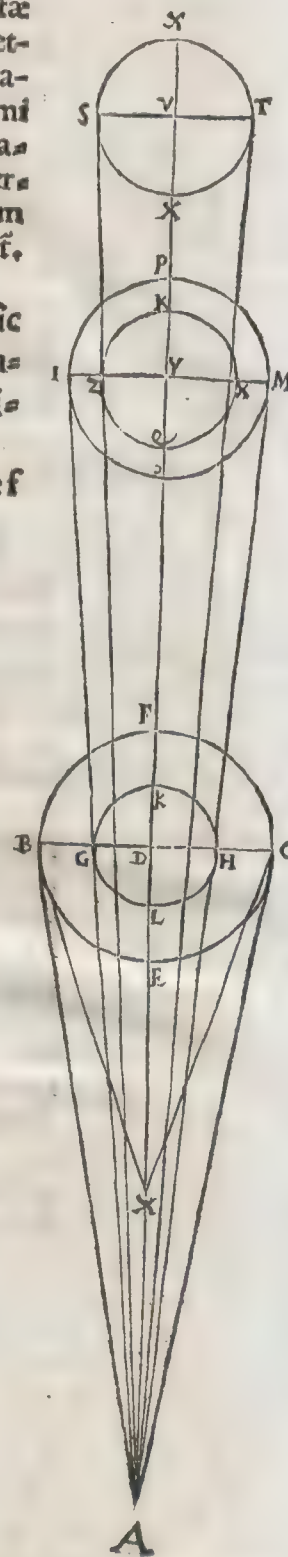
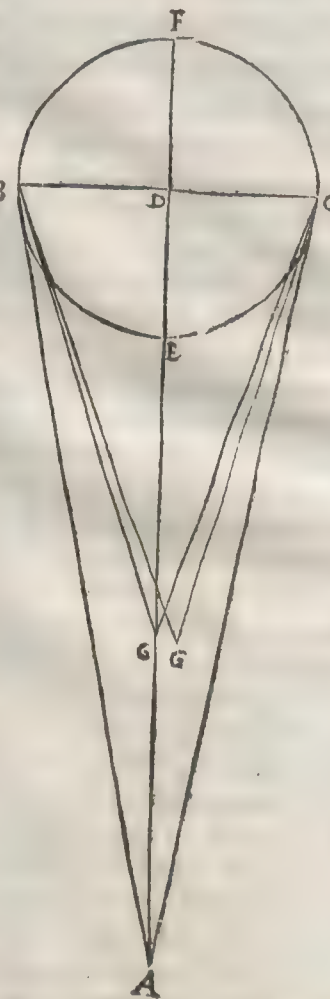
Esto exempli gratia, ut pyramis, cui alia eiusdem altitudinis debet inscribi, sit orthogonia, & sit a b, a c, a e, a f lineis suae longitudinis signata, & axis eius sit a d, abscindatur itaq; semidiameter basis quae est d c, ut libuerit, & sit abscissa in puncto h, producat itaq; linea a h, & habetur triangulus a d h, cuius latera a h, d h latere a d fixo manente, reuoluantur ad locum unde moueri inceperunt, prouenietq; pyramis a g h i k, cuius axis a d, & sic potest fieri inscriptio ad quocunq; punctum lineae d c, & hoc est qd' proponebatur primum. Qd' si diuersae altitudinis pyramidem ad basem communem inscribere placuerit similem priori datae, signato puncto ubi uolueris in linea axis a d, uel extra, tum intra corpus pyramidis, quod sit x, producatur linea a puncto x ad totam periferiam, ut x b, x c, x e, x f, & patet propositum. Similiter erit faciendum, si quis inscribere uoluerit pyramidem ad basem minorem base pyramidis datae, patet autem ex praemissis, cum omnes anguli cuiuscunq; pyramidis ad basem, sint aequales per 89. huius, quoniam ex motu anguli unius trianguli, omnes illi anguli causantur, palam, q quicquid in triangulo causante maiorem pyramidem respectu trianguli causantis minorem pyramidem proueniet, in oibus similibus & aequalibus triangulis maioris pyramidis ad similes triangulos maioris prouenire necesse est. Cum ergo in triangulo d h a angulus a h d sit per 16. primi maior angulo a c d, trianguli d c a, quoniam est extrinsecus, patet, q omnes anguli pyramidis a g h i k ad basem sunt maiores omnibus angulis pyramidis a b c e f ad basem existentibus, & eodem modo potest demonstrari in pyramide inscripta pyramidi a g h i k, & hoc est secundum propositum. Qd' si linea longitudinis, quae est a h, protrahatur ad punctum m, & axis a d ad punctum n, fiatq; angulus a m n rectus, & secundum eum compleatur pyramis a l m o p super axem a n, patet tertium propositum, quoniam anguli productae pyramidis, qui sunt ad basem, erunt maiores angulis ad basem primae datae pyramidis, quoniam ex 29. primi angulus n m a aequalis est angulo d h a, & angulus d h a maior est angulo d c a, ergo angulus n m a maior est angulo d c a, omnes ergo anguli ad

ad basem pyramidis a l m o p angulis ad basem pyramidis a b c e f sunt maiores, quilibet, s. suo correspondenti. Eodem autem modo demonstrari poterit, & si pyramis inscripta pyramidi a g h i k, producat ad basem dictae pyramidis priori basi aequedistantem, est enim idem modus, patetq; ex praedictis ultimum, ppositum, s. quia quantum anguli ad basem ampliantur, tantum anguli ad uerticem eiusdem pyramidis minuantur, quilibet enim anguli cuiuslibet trianguli cum sint aequales duobus rectis per 32. primi, angulo ergo recto in omnibus permanente, reliqui duo ualent unum rectum, q ergo in uno illorum addit, necesse est ut in reliq; minuatur, & hoc est totum qd' proponebat.

CVII.

Si pyramis rotunda pyramidi rotundae inscribatur, sic ut ambarum eadem basi existente diuersae sint axes, centrum axis, & uertices ambarum pyramidum in eadem linea consistere est necesse.

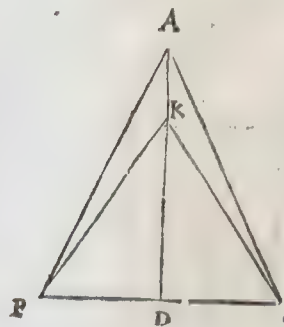
Esto pyramis data, quae sit a b c e f, cuius basis sit circulus b c e f & eius centrum d, sitq; axis pyramidis a d, & sit exempli gratia orthogonia, inscribaturq; ei per praecedentem ad eandem basem pyramis breuioris axis taliter, q intra illam contineatur. Dico q centrum circuli basis ambarum pyramidum, qd' est d, & uertex datae pyramidis, q est a, & uertex inscriptae pyramidis qui sit g, omnes erunt in eadem linea a d, & hoc quidem patet de punctis a & d, q autem punctum g in eadem sit linea, probatur. Si enim non est in eadem, ergo ad aliquam partem extra illam lineam declinat, sit ergo nunc eius declinatio ad partem dexteram uersus lineam a c in superficie trianguli a d c, producat g d linea, quia itaq; per 89. huius, omnes lineae longitudinis eiusdem pyramidis sunt aequales, patet, q latera g b & g c sunt aequalia, sed & b d est aequalis ipsi c d, & axis g d communis, ergo per 8. primi, angulus g d c est aequalis angulo g d b uterq; ergo est rectus. Sicut autem angulus a d c est rectus, sic & angulus g d c erit rectus, ergo rectus est pars recti, hoc autem est impossibile, patet ergo, cum ubicunq; extra lineam a d signato puncto g, semper idem accidit impossibile, quoniam punctus g necessario erit in linea a d, hoc est ppositum. Qd' si a puncto g ad basem pyramidis productus, axis dicatur non cadere in puncto d centrum circuli basis, sequitur aliud impossibile contra hypothesim, s. q ad eandem basim illa pyramis non sit inscripta, qd' est contra praemissa, uel sequitur, q linea ducta a centro ad circumferentiam non sint aequales, qd' totum





totum est impossibile, patet ergo illud quod proponebatur.

CVIII.



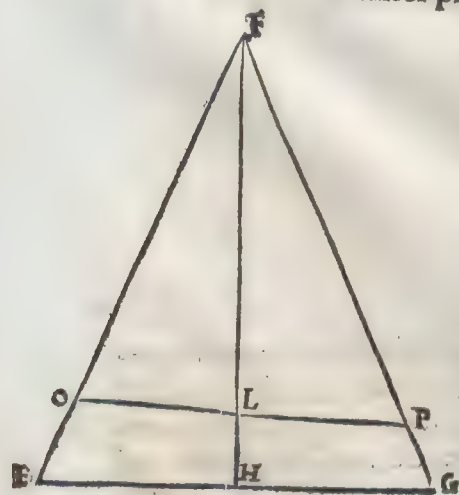
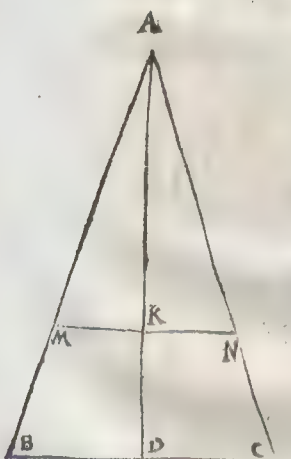
Duarum pyramidum rotundarum uel lateratarum aequalium basium & inaequalium altitudinum, uerticem altioris, acutioris anguli esse necesse est.

Duarum pyramidum rotundarum uel lateratarum sit a b c altior, cuius axis a d, & uertex a, & pyramis e f g, cuius uertex f, & axis f h sit bassior, sintque ipsarum bases b c & e g aequales, & axis f h breuior axe a d. Dico quod angulus b a c est minor angulo e f g. Resecet enim ab axe a d aequalis axi f h, quae sit a k, & ducantur lineae b k & c k, erit itaque pyramis b c k aequalis e f g, secetque superficies plana ambas pyramides a b c & b c k, eruntque per 90. huius communes ipsarum sectiones trigoni. sit ergo ut secetur pyramis a b c secundum trigonum b a c, & pyramis b c k secundum trigonum b k c, erit ergo angulus b k c maior angulo b a k, & per 33. huius, ductis alijs superficiebus secantibus, erunt semper trigona istis aequalia & aequiangula, patet ergo propositum.

CIX.



Si a uerticibus duarum pyramidum rotundarum uel lateratarum inaequalium altitudinum & aequalium basium, duae pyramides aequalis inter se altitudinis abscindantur, necesse est basem pyramidis abscisae ab altiori base alterius abscisae minorem esse.



Duarum pyramidum rotundarum ambarum, uel lateratarum ambarum aequalium basium sit altior a b c, cuius axis sit a d, & uertex a, & bassior pyramis sit e f g, cuius axis sit f h, & uertex f, abscindaturque ab axe a d linea a k aequalis lineae f l, abscisae ab axe h f. secetur itaque pyramis altior per superficiem planam per axem, eritque per 90. huius sectio communis trigonus qui sit a b c, & similiter secetur altera pyramis per axem, & sit sectio trigonus e f g, & a puncto k ducatur linea k m aequedistans basi b d, & similiter a puncto l ducatur linea l o aequedistans basi e h per 31. primi, eritque per 29. primi, & per 4. sexti, proportio lineae b d ad lineam k m, sicut lineae d a ad lineam a k, & proportio lineae e h ad lineam o l, sicut lineae h f ad lineam f l, est autem linea a k aequalis lineae f l, & linea d a maior quam linea f h ex hypothesi, ergo per 4. quinti maior est proportio lineae d a ad lineam a k, quam sit linea h f ad lineam f l, est ergo maior proportio lineae b d ad lineam k m quam sit linea e h ad lineam o l, sed linea b d est aequalis ipsi e h ex hypothesi, ergo per 10. quinti linea o l est maior quam linea k m, & similiter producta k m ad latus trigoni a c, & linea o l ad latus trigoni f g, sequitur lineam l p esse maiorem quam sit linea k n, & tota linea o p erit maior quam sit linea m n, circūducantur itaque per 102. huius pyramidibus datis duo circuli, quorum unus diameter sit m n, & alterius o p, eritque o p maior circulo m a, & quia circuli illi aequedistant basibus pyramidis, patet per 100. huius, quoniam a uerticibus abscindunt pyramides, quarum axes sunt a k & f l, quae ex praemissis sunt aequales. Idemque penitus accidit in lateratis pyramidibus assumptis trigonis, & ductis lineis aequedistantibus basibus trigoni, hoc est lateribus basis datae pyramidis & lineis ad axes aequedistantibus, quibusdam lineis productis a trinis laterum basium ipsarum pyramidum ad punctum terminantem axem super basem, patet ergo propositum per 99. huius.

Si

CX.

Si pyramis rotunda sphaeram intersecet, nec eius conica superficies a superficie sphaerae intersecetur, communis sectio superficieum sphaerae & pyramidis erit circumferentia circuli basis pyramidis.

Quoniam enim per 69. huius superficies plana secundum circulum secat sphaeram, basisque pyramidis superficies plana est, quia circulus, palam, quod illa basis sphaerae secundum circulum intersecabit, intersecat autem pyramis sphaerae superficiem secundum totam suam basem, quia superficies eius conuexa conica a superficie sphaerae non intersecatur, ut patet per hypothesin, patet itaque, quod communis sectio superficieum dictarum, erit circumferentia circuli basis pyramidis, superficiesque illa circumferentia contenta, quae est circulus, quod est basis pyramidis, erit superficies communis. & si alias corpusculum, quod est pars sphaerae resectum a sphaera per illam superficiem, sit corpus uterque dictorum corporum commune.

CXI.

Si pyramis sphaeram intersecet, sit ut circulus basis pyramidis in sphaerae superficie circulo maiori sphaerae aequedistat, diametrum sphaerae super illum circulum maiorem erectam, centrum circuli basis pyramidis orthogonaliter transire necesse est, ex quo manifestum est, diametrum sphaerae & axem pyramidis coniunctas esse lineam unam.

Quia enim per praecedentem circulus, qui est basis pyramidis, communis est sphaerae, sicut pyramidi, tunc per 68. huius patet propositum, quia enim circulus, qui est basis pyramidis, aequedistat circulo magno sphaerae, & ij circuli aequedistantes sunt ambo in superficie sphaerae, erit diameter sphaerae centrum circuli basis pyramidis orthogonaliter transiens, transit enim orthogonaliter centra ambo illorum circulorum, & quoniam a termino alius cuius lineae ductae a centro communis circuli ad circumferentiam exeunt duae lineae orthogonaliter super ipsam insistentes, scilicet axis pyramidis, ut patet per 89. huius, & diameter sphaerae, ut praemissum est, patet ex 14. primi, quoniam illae duae lineae coniunctae, sunt linea una, diametrum ergo sphaerae & axem pyramidis coniunctas esse lineam unam necesse est, & hoc est quod proponebatur.

CXII.

Omnium linearum perpendicularium super periferiam oxigonae sectionis productarum, trans eius superficiem unica est, perpendicularis super sectionem corporis axem, & ipsa est minima diametrorum sectionis.

Sicut enim patet per 104. huius, communis sectio superficieum ipsius sectionis oxigonae & circuli secundum idem punctum axem secantium, est linea orthogonalis super axem sectionis corporis, in alijs autem omnibus punctis sectionis, perpendiculares super sectionem productae, oblique incidunt axi, quoniam si aliqua ipsarum ipsi axi perpendiculariter inciderit, tunc per 4. undecimi, axis super superficiem sectionis perpendicularis erit, quod est contra naturam sectionis, patet ergo propositum.

CXIII.

In sectione pyramidalis transeunte punctum datum superficiei pyramidis rotundae, a puncto dato perpendiculari in superficie sectionis, ductam super superficiem pyramidis cum perpendiculari ducta a puncto eiusdem sectionis remotiore a uertice pyramidis super lineam in illo puncto sectionem contingentem sub axe pyramidis concurrere est necesse: Dum tamen linea ducta a puncto inferiori cum perpendiculari, ducta a puncto superiori super axem pyramidis, angulum contineat acutum.

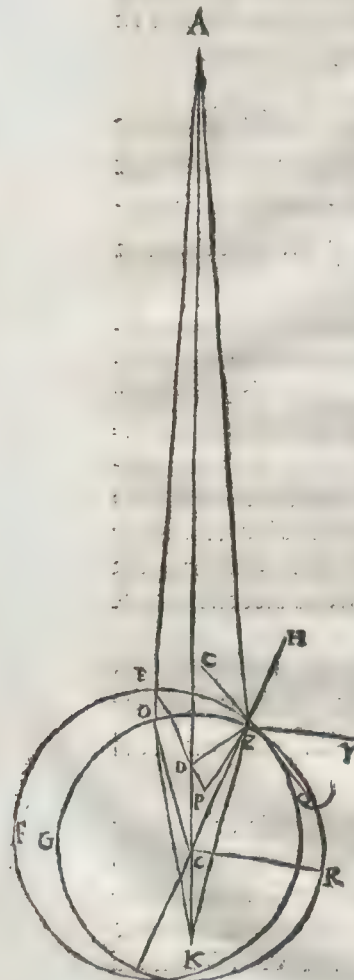
Esto pyramis, cuius uertex sit a, & eius axis sit a c k, sitque in superficie conica huius pyramidis signatus punctus e, quae pertransit sectio pyramidalis quae sit b f, e z, in qua

g

etiam



etiam sit punctus z, remotior a puncto a vertice pyramidis q̄ sit punctus e, contineatq̄  
linea ducta a puncto z ad axem cum perpendiculari ducta a puncto e angulum acutū.  
Dico q̄ si ducatur a puncto z linea perpendicularis super lineam in illo puncto z, ipsam  
sectionem oxigoniā contingentē, & alia perpendicularis super superficiē contingentē  
pyramidem in puncto e, ducatur a puncto e, q̄ illae duae perpendiculares concurrēt sub  
axe a c b, sit enim, ut superficies plana secet pyramidem super punctum z aequidistantem  
basi, & hoc quidē per 100. huius, secabit eam secundū circulum, sit ille circulus g b r z, cu  
ius centrum sit c, cōmunisq̄ sectio huius circuli & sectionis oxigoniā sit diāmetr ut  
corda circuli, q̄ est g b r z per 104. huius, & a puncto verticis pyramidis per 101. huius,



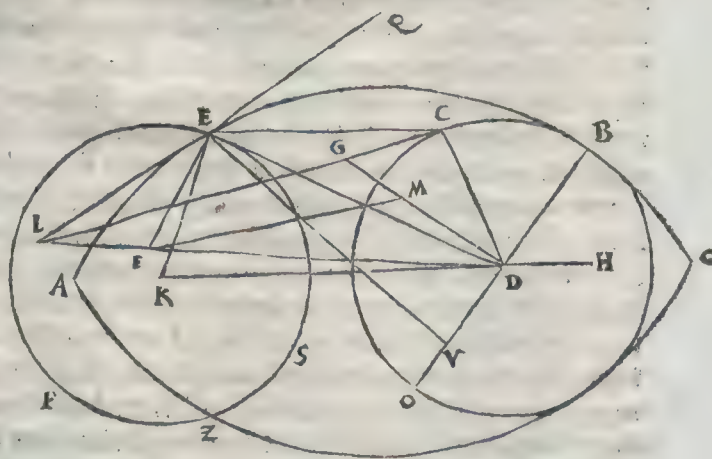
ducantur per signata in superficie pyramidis puncta e & z linea lō  
gitudinis pyramidis quae sint linea a z & a e, & pducatur linea a e  
donec ipsa sit aequalis lineae a z. Veniet quidē ad circulum, eo q̄ est  
linea longitudinis, & quia punctus p̄p̄n̄quior est vertici pyrami  
dis q̄ sit punctus z, cadat ergo linea a c producta in punctū circuli  
o, & a puncto dato qui est e, ducatur linea perpendicularis super superfi  
ciem contingentē pyramidem, hoc quidē per 96. huius, concurret  
cum axe pyramidis qui est a c k, concurrat ergo in puncto d, & sit il  
la perpendicularis e d, copuletur quoq̄ linea z d, continens angulū  
acutum cum perpendiculari e d, qui sit angulus z d e, & qm̄ linea d z  
est in superficie sectionis per 1. undecimi, sicut & puncta d & z, tunc  
a puncto o linea longitudinis a e o ducatur perpendicularis super li  
neam a d per 11. primi, & ducatur a centro circuli g b r z, qd̄ est c sē  
midiameter c o, quia ergo per 89. huius, angulus c o a est acutus, pa  
ter, q̄ perpendicularis super lineam a c ducta a puncto o, cadet sub  
centro circuli qd̄ est c in aliud punctum axis. Sit ergo ut concurrat  
cum axe in puncto k, & sit o k aequidistans lineae e d per 6. decimi, & e  
ducatur linea k z, & ducatur linea contingens sectionē in puncto z  
quae sit e q, & ducatur alia contingens circulū b g z in puncto z per  
16. tertij, quae sit z u, & ducatur diāmetr circuli quae sit b c z, & a  
centro c ducatur semidiameter perpendicularis super diāmetrum  
b c z, quae sit e r, & quia axis a c k orthogonaliter erigitur super cen  
trum circuli b g z per 89. huius, erit linea e r perpendicularis super  
axem a c k, qm̄ est semidiameter circuli, ergo per 4. undecimi linea  
e r est perpendicularis super superficiē a c z secantem pyramidem  
per axem. Sed & linea e r est aequidistans lineae contingenti circulū  
in puncto z, qui est y z per 28. primi, ergo per 8. undecimi linea z  
y est perpendicularis super superficiē a c z, linea ergo t q contingēs  
sectionem oxigoniā b f e z in puncto z continet angulū acutum  
cum linea y z, & quia linea t q continet angulū acutum cū z y. pa  
ter q̄ linea t q non est perpendicularis super illam superficiē a c z, ue  
rum, quia punctus k, qui est punctus axis, ut patet per 89. huius, & per diffinitionē poli  
factam, in principio est polus ad circulū b r z, palam per 65. huius, quia lineae k o & k z  
sunt aequales, & axis a k cōmunis, sed & linea a o est aequalis lineae a z per 89. huius, cum  
sint lineae 4. longitudinis, ut patet per prēmīssā, ergo per 8. primi trianguli a o k & a z k  
sunt aequianguli, erit ergo angulus a o k aequalis angulo a z k, & qm̄ angulus a o k est re  
ctus, ideoq̄ linea o k ducta est perpendiculariter super lineam a e, ut patet per prēmīssā,  
erit ergo etiam angulus a z k rectus. Cum ergo linea k z sit perpendicularis super lineā  
a z, quae est linea longitudinis pyramidis, palam, quia linea k z erit perpendicularis sup  
superficiem contingentem pyramidē secundum lineam a z lineam longitudinis, sed li  
nea t q est in superficie illa contingentē, quia est cōmunis sectio superficiei contingent  
is, & superficiei sectionis b f e z, qm̄ est in superficie contingentē pyramidē ducta, con  
tingens sectionem, est igitur linea k z perpendicularis super lineam t q per diffinitionē  
lineae

lineae super superficiem erectae, ducatur quoq̄ a puncto z in ipsa superficie sectionis per  
11. primi, perpendicularis super lineā t q, quae sit linea z h. Cum itaq̄ linea k z sit extra  
superficiem sectionis concurrens cum linea h z in puncto z, palam q̄ ipsa secabit lineā  
h z, nec erit una linea cum illa per 1. undecimi. Sunt itaq̄ lineae k z & h z in una superfi  
cie per 2. undecimi, superficies ergo k z h secat superficiem sectionis super lineā eis am  
bobus cōmunē, quae est h z, & per 19. huius, & secat lineam t q in puncto z, & superfi  
cies h z k secat superficiem d z h super lineam cōmunem ambobus illis superficiebus, q̄  
est linea h z p. Verum linea d z e est in superficie sectionis, ut supra patet, & secatur a li  
nea k e in puncto z, & punctus t est supra superficiē k z h, & punctus q infra illam, & ita  
superficies k z h secat superficiē d z q super lineam cōmunē, quae est perpendicularis super  
lineam t q, & est linea z h, quia linea illa est in superficie h z k, & super eam est perpendi  
cularis linea t q, ut patet ex prēmīssis, & qm̄ superficies h z k secat superficiē d z q, & de  
clinatio superficiei h z k a superficie sectionis, cuius pars est superficies d z q, sit ex parte  
semidiametri z c, erit linea quae est cōmunis sectionis illarum superficiei, & est linea h  
z p, cadens inter lineas q z & d z, & ita linea z h, quae est a puncto z ducta perpendiculari  
riter super lineam sectionē oxigoniā b f e z, in illo puncto contingentē concurret cū  
perpendiculari e d sub axe a c b, qm̄ perpendicularis e d secat axem pyramidis, quae est a c  
k in puncto d, q̄ autem concurrant, patet per 14. huius, producatu enim linea h z ultra  
punctum z ultra sectionem in puncto p, quia ergo angulus z d e est acutus, & angulus d  
z p acutus, palam, quoniam concurrent lineae z k & e d sub puncto d, & sit cōcurus pun  
ctum p, patet ergo propositum.

Ab altero duorum punctōrū in sectione columnari signatorū ducta per  
perpendicularis super axem columnae in ipsa superficie sectionis, & a reliquo  
puncto ducta linea acutum angulū cum illa perpendiculari super axem co  
lumnā continente, si ab eodem puncto reliquo ducatur perpendicularis su  
per ipsam sectionem, hoc concurret cum priori perpendiculari sub axe, &  
sub puncto concursus prioris lineae cum perpendiculari.

CXIII.

Sit sectio columnaris quae a e, b c, in qua signata sunt duo puncta, quae sunt b & c,  
sitq̄ columnae, in cuius superficie cadit illa sectio, axis linea h d k, & ab altero signatorū  
punctorum, ut a puncto b, ducatur in ipsa superficie sectionis linea b d, perpendiculari  
ter super axem incidens puncto d, & ducatur item in superficie sectionis a reliquo dato  
puncto qd̄ est e linea e d, acutum angulū continens cum perpendiculari d b, qui  
sit e d b, sitq̄ linea contingēs sectio  
nem in puncto e, quae sit exempli  
causa linea l e q. Dico q̄ perpendi  
cularis a puncto e ducta super lineā  
l e q, concurret cum perpendicula  
ri b d sub axe b k, & sub puncto d, q̄  
est punctus concursus lineae e d cū  
perpendiculari b d. Fiat enim per  
102. huius super punctū sectionis qd̄  
est b circulus aequidistans basibus  
columnae, qui sit b c o, cuius centrū  
sit d, & ducatur a puncto e linea lō  
gitudinis columnae per 101. huius,  
quae sit e c, & a puncto d per 11. pri  
mi, ducatur linea d g perpendicu  
lis super lineam b d in ipsa circuli superficie, palam ergo, q̄ superficies h d g cū p axem  
transeat, quae erecta est super circuli superficiem, perpendicularis super eandem circuli  
superficiem per 18. undecimi, Superficies uero contingens columnam in puncto b, erit



Superficies uero contingens columnam in puncto b, erit  
aequidistans



æquedistant superficies b d g, ideo enim, quia linea longitudinis columnæ ducta à puncto b est æquedistans axi h k per 92. huius, & 28. primi, & linea circum b c o contingens super punctum b, est æquedistans lineæ g d per 28. primi, angulus enim g d b est rectus ex præmissis, & angulus contentus sub lineâ d b, & sub lineâ contingente in puncto b est rectus per 17. tertij, ergo illa superficies æquedistant per 15. undecimi, igitur superficies in qua sunt lineæ l e & c, non est æquedistans superficiei h d g per 24. huius, qm̄ superficies contingens sectionē oxigoniam in puncto b, non est æquedistans superficiei contingenti eandem sectionē in puncto e, in quo sunt lineæ l e q contingens sectionē, & linea longitudinis quæ est e c, angulus enim e d b est acutus ex hypothesi. Superficies ergo h d g non æquedistat superficiei l e c, ergo concurret cum illa, concurrat ergo in lineâ l g p 3. undecimi, & ducatur lineâ g c, quæ necessâriò erit contingens circum b c o, cuius superficies, in qua ipsa ducitur columna, sit contingens. ducta autem lineâ c d, erit angulus g o d rectus per 17. tertij, quoniam lineâ c d est semidiameter circuli, & lineâ g t contingit circum in puncto t, fiat quoq; ut prius super e punctū sectionis circuli æquedistantis basibus columnæ qui sit e s z p, & centrū huius circuli sit punctus axis qui k, & ducatur lineâ k e, & ducatur in lineâ d l, quæ quidē secabit superficiē e s p, secet ergo illam in puncto f, quia itaq; punctū d est in superficie sectionis, ut patet ex præmissis & ex hypothesi, & punctū l, qd' est punctum lineæ contingentis sectionē, est in eadem superficie sectionis, ergo per 1. undecimi tota lineâ d l est in superficie sectionis, punctum f est in superficie sectionis & circuli e s z p. Sed & punctū e est in ambabus superficiibus, ergo per 1. undecimi lineâ e f, producta erit in ambabus illis superficiibus, ergo per 19. huius secundū lineam e f secans se superficies sectionis & circuli e s z p. ducatur itaq; lineâ k f, & à puncto f ducatur lineâ ppendicularis super superficiē circuli b c o per 11. undecimi, quæ sit f m, cadetq; punctus m in lineâ d g, ut patet ex præmissis, & ducatur lineâ t m. palam ergo, qm̄ lineâ k d æqualis, & æquedistans est lineæ f m per 25. huius. Sunt enim lineæ k d & f m ambæ ppendiculares super superficiem circuli b c o & super superficiem circuli e s z p, quoniam illi circuli æquedistant per 32. huius, utraq; enim ipsæ æquedistant ambabus basibus columnæ per 100. huius, quia itaq; lineâ f m est æqualis & æquedistans lineæ d k, quæ est pars axis, ergo per 33. primi lineâ k f æqualis & æquedistans est lineæ d m, & similiter erit lineâ f m æqualis & æquedistans lineæ longitudinis quæ est e t per 30. primi, quoniam lineâ t e est æqualis & æquedistans axi k d per 92. huius, cum sit lineâ longitudinis, & erit ut prius lineâ k d æqualis & æquedistans lineæ d t, & lineâ e f æqualis & æquedistans lineæ t m per eandē 33. primi. Verum etiam superficies k d l, quia transit axem columnæ, & angulus g d b est rectus & orthogonalis super superficiem sectionis oxigoniam a e b c, per diffinitionē superficiei erectæ super superficiem, & eadem superficies k d l est orthogonalis super superficiem circuli e s p, qm̄ enim illa superficies k d l transiens per axem per 18. undecimi, erecta est super bases columnæ, ergo & super superficiem circuli e s p, æquedistans basibus c a, est eadem superficies k d f, quia itaq; dicta superficies k d l est erecta super superficiē sectionis oxigoniam & circuli e s p, ergo per 10. undecimi est ipsa orthogonalis super lineam cōmunem dictæ sectioni & circulo quæ est lineâ e f, quia lineâ e f est erecta super superficiem k d l, in qua ducta est lineâ k f, igitur per diffinitionē lineæ super superficiem erectæ, angulus e f k est rectus, ergo angulus m d est rectus per 10. undecimi, latera enim illos angulos continentia, neq; in æquedistantibus circuloꝝ superficiibus ptracta, æqualia sunt & æquedistantia, ut patet ex præmissis. Cum ergo angulus d m t sit rectus, & angulus g d c sit rectus per 17. tertij, in trigono autē orthogonio d t g ducta est ab angulo ad basem ppendicularis quæ t m, ergo per 8. & per 16. sexti illud qd' sit ex ductu lineæ d m in lineâ g m, est æquale quadrata lineæ m t, & qm̄ lineâ g t contingit circum b t o, cum sit in superficie contingente ducta ad punctum contingentiam qd' est t, palam, quoniam lineâ l g est æquedistans axi k d, qm̄ enim superficies secundū lineam longitudinis columnā contingens, quæ est l e t g, & superficies secans columnā trans axem quæ est h d g l sunt erectæ super basiuꝝ columnæ superficies per 92. huius, & per 18. undecimi, ergo per 19. undecimi earum cō-

LIBER PRIMVS. 28

munis sectio, quæ est in pposita linea I g super eadem superficies basium, ppendicularis erit, æquedistabit ergo axi h k per 6. undecimi, ergo f æquedistat lineæ f m per 30. primi, quia ergo in trigono I d g lineæ f m æquedistat basi I g, patet per 2. sexti, qd lineæ f m secat illa latera pportionabiliter, est ergo proportio lineæ d f ad lineam f l, sicut lineæ d m ad lineam m g, ergo pmutatim per 16. quinti erit pportio lineæ d f ad lineam d m, sicut lineæ f b ad lineam m g, sed d f maior est qd lineæ d m per 19. primi, qm in trigono d m angulus f d m est rectus per 8. undecimi, ergo & lineæ f l est maior qd lineæ m g, ergo illud qd fit ex ductu lineæ f d ad lineam f l, maius est illo qd fit ex ductu lineæ d m ad lineam m g, ergo & quadratū lineæ t m est æqualis lineæ y f, ut patet ex præmissis, ergo illud qd fit ex ductu lineæ d f ad lineam f l maius est quadrato lineæ e f, est ergo trigono d e l angulus l e d maior recto per 30. huius, quia si esset rectus cum lineæ e f, sit per ppendicularis super lineam d l, esset per 8. & 16. sexti illud qd fit ex ducto lineæ d f in lineam f l æquale quadrato lineæ e f. restat ergo ut lineæ sit perpendicularis super lineam cōtingentem sectionē a e b c, quæ est q l, ducta à puncto e, cadat sub lineæ e d, non perueniet in puncto d, sit ergo illa ppendicularis lineæ e u, & quia angulus e d b est acutus, & angulus d e b est acutus, qm angulus u e q est rectus, ergo per 14. huius lineæ e u & d b productæ, concurrent in puncto aliquo sub axe h k, & sub concursu lineæ e d cum lineæ b d, qd est evidens, patet ergo, ppositum. perpendicularis enim super lineam sectionē contingentem, est ppendicularis super ipsam sectionem columnarem per diffinitionem factam in principio huius libri.

CXV.

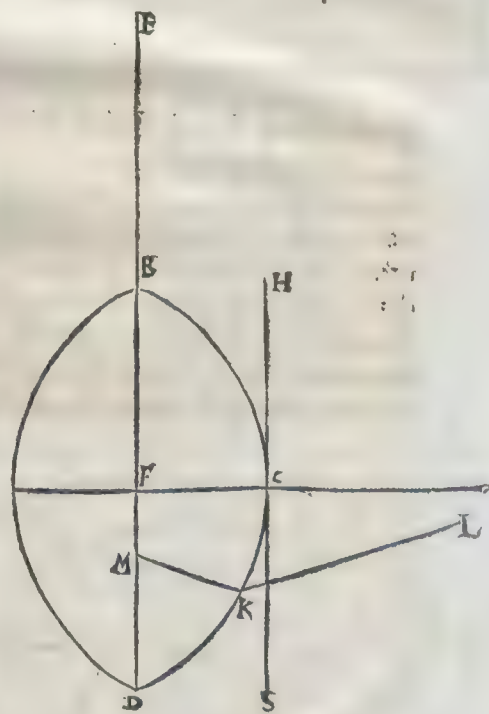
CXV.

Omnis recta perpendicularis super oxigoniam sectionem producta, taliter diuidet sectionem, ut in unaquaq; illarum partium unicus tantum sit punctus, à quo ducta contingens æquedistet ipsi perpendiculari.

Et si oxigonía quæ a b c d, quæ ppendicularis e b d fecerit in duas partes quæ sint b c d  
& b a d. Dico q̄ unaquæq; illarū partium est unicus tantum punctus, à quo ducta con-  
tingens æquedistat ppendiculari e b d, quoniā enim  
ppendicularis e b d diuidit sectionē, diuidatur eius  
pars b d, cadens intra sectionē per æqualia per 10.  
primi in puncto f, & ab illo puncto f exigat per 11.  
primi, ppendicularis super lineam b d, quæ pducta  
ad periferiam sectionis in punctū c sit f c, & à pūcto  
c educatur ppendicularis super lineam f c quæ sit g c  
h, eritq; linea g c l, contingens sectionē, quoniā ad  
utranq; partem pducta, non secabit illam, palā itaq;  
qm̄ linea g c h æquedistat ppendiculari super sectio-  
nem quæ est e b d per 28. primi. Qd̄ si ab alio aliquo  
puncto partis sectionis quæ b c d, ut à puncto k pro-  
ducatur linea contingens sectionē quæ sit k b, patet,  
quoniā illa concurret cum linea g c h per 14. huius,  
quia ducta linea recta c k à puncto contactus c ad il-  
lud aliud punctū k, sient anguli c k l & k c g minores  
duobus rectis, ideo. q̄ angulus f c g est rectus, & li-  
nea k l cum aliqua linea secante lineam b d, continet  
angulū rectum, ut forte cum linea k m, quia itaq; an-  
guli c k l & k c g sunt minores duobus rectis, ergo p  
2. huius illa linea contingens quæ k l concurret cum  
ppendiculari e b d. similiter quoq; in parte sectionis  
quæ est b a d facta deductione, patet ppositum.

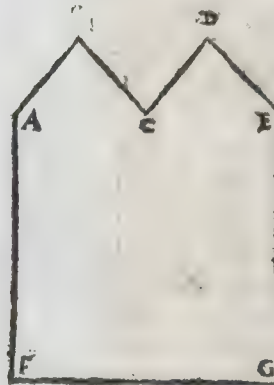
CXVI.

Omnes oxigoniae pyramidales sectiones ampliuntur ex parte basis pyramidis, qd non accidit in columnis.





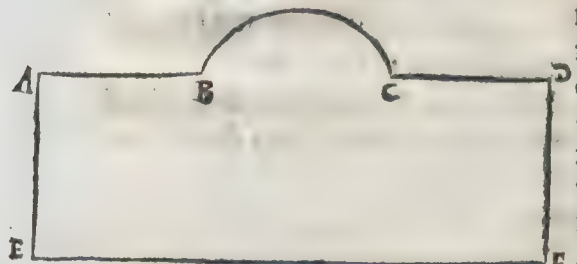
Hoc qd' pponitur accidit ppter corporis pyramidalis acuitatem, & propter columnarum æqualitatem. si enim secundū punctum axis pyramidis, cui incidit linea ppendicularis super sectionem pyramidalē ppendiculariter per 113. huius, circumducatur pyramidi circulus per 101. huius, & imagineſ columnam, cuius basis sit ille circulus. patet q' inferior pars pyramidis excedit illam columnam. & columna excedit superiorē partem pyramidis, & sic inferior pars sectionis pyramidalis continebit inferiorē partem sectionis columnaris, & superior pars sectionis columnaris continebit superiorē sectionis partem pyramidalis. Partes autē sectionis columnaris sunt æquales propter æqualitatē corporis & angulorum super axem per 92. huius, patet ergo propositum.



CXVII.

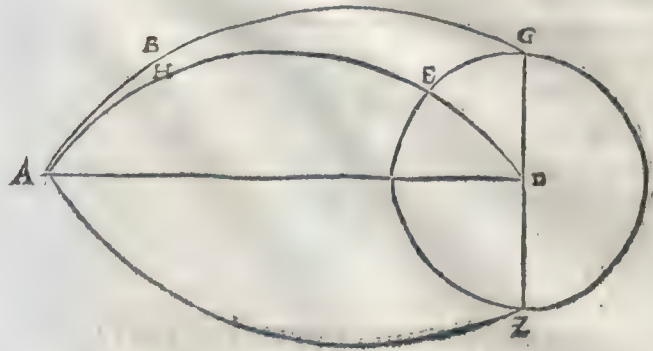
Omnis superficiei planæ super axem fixum reuolutæ, donec ad locum unde exiuit redeat, linea mota describit superficiem corporis sibi similē, cuius superficiei corporis & superficiei planæ ipsum corpus per axem secantis, cōmunis sectio est linea similis motæ lineæ illā superficiē causante.

Qd' hic pponitur, patet satis euidenter in illis lineis rectis motis, quælibet enim illarum lineæ circa axem aliquā mota describit superficiē, cuius omnes lineæ sunt similes ipsi lineæ motæ, causante motu suo illam superficiē, hoc enim patet in superficie rectam



gula, quæ uno latere fixo suo & alijs tribus motis describit columnā rotundam, cuius superficiei & superficiei planæ columnā per axem secantis, cōmunis sectio est linea similis lineæ priori motæ, & hoc idem patet in triangulo moto, qui motu suorum duorum laterum fixo tertio efficit pyramidē rotundam, ut patet p 90. huius. omnis superficiei planæ secantis ipsam pyramidē per axem, & superficiei conicæ pyramidis, cōmunis sectio est triangulus continēs lineas similes prioribus lineis motis & axi. hoc idem etiā in semicirculo moto, cuius

diametro fixa describit sphaera, & omnis superficiei planæ secantis sphaerā per axem, quæ est diameter, & superficiei sphaericæ cōmunis sectio est circulus, ut patet hæc omnia ex principijs lib. 11. Qd' si linea mota circa axem fixum, quæ sit f g, fuerit composita ex lineis rectis, ut ex a b & b c & c d & d e, continentibus angulos a b c, b c d, c d e, uel si linea mota fuerit composita ex lineis rectis & curuis actu, ut si a b & c d sint rectæ, quarum media b c utramq; rectæ illarū copulans sit curua, fiatq; motus circa axem fixum qui e f, fiet adhuc superficies corporis describi similes habens lineas ipsi lineis causantibus illam rotundam superficiē motu suo. q' si linea mota fuerit composita essentialiter ex natura linearum rectarū & curuarū, ut sunt multæ lineæ quæ sunt per motum, uerbi gratia, aliqua sectio conica, ut si sectionis pabolæ medietas quæ mouetur sit a b g, cuius



ius axis a d, & sit linea g d ppendicularis super ipsam axem a d, figuraq; axis a d, & reuoluat a b g, donec redeat ad locum a quo exiuit, tunc fiet ex motu illius lineæ superficies cōcaua uel conuexa, cuius basis erit circulus pueniēs ex motu lineæ rectæ quæ est d g, sicq; ille circulus g e z, & eius centrū est punctū d, qm punctum g motu suo illius circuli periferiā describit, eritq; uertex illius

illius causati corporis punctum a, egreditur quoq; ex axe illius corporis quæ est a d superficies plana, utcunq; illius sit possibile accidere, & secet illius corporis superficiem, palam itaq; per 3. undecimī, qm illius superficiei & superficiei corporis cōmunis est linea quæ sit a h e. Dico q' linea a h e est sectio pabolæ æqualis & similis sectioni a b g, ducatur enim linea d e, & imaginetur moueri sectio a b g circa axem a d. Cum ergo punctū g puenit ad punctum e, cooperit tota superficies a b g d totam lineā a h e d, & fient superficies una, & quoniā sectio a b g d facit euenire superficiem concauam uel conuexam, palam, quoniā linea a b g d semper ubicunq; reuoluatur sectio, est cōmunis differentia inter superficiem sibi continuam & inter superficiem planam secantē. Cū itaq; supponit sectio a b g d sectioni a h e d, erit cōmunis sectio inter superficiem secantē & superficiē corporis linea a b g d, sed & eadem cōmunis sectio est linea a h e d, linea ergo a b g d & linea a h e d sibi adinuicem superpositæ sunt linea una, linea ergo a h e est periferia sectionis pabolæ æqualis & similis lineæ a b g. superficies ergo a h e d est sectio pabolæ, & idem patet in omnibus lineis illius corporis, quæ sunt cōmunes sectiones superficiei planæ secantis corpus per axem a d, & omnis superficiei illius corporis, patet ergo ppositum in illis sectionibus conicis quibuscunq; patet etiam eodem modo ppositum de quacunq; linea regulari uel irregulari, & hoc est propositum principale.

CXVIII.

Omnis superficies conuexa uel concaua regularis, aut est pars superficiei sphaeræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ.

Omnis enim linea regularis quæ uniformis est in qualibet sui parte, aut est circulus, aut linea recta. Circulus uero motu suo facit sphaeram, quoniā sphaera est transitus circumferentiæ dimidij circuli, ut patet ex principio undecimī. Linea uero recta una motu suo nō potest causare nisi pyramidē, cum est latus trigoni, uel columnā, cū est latus quadranguli, qm in omnibus alijs figuris motis uno latere remanente fixo, est angulus causans diuersitatē formæ in superficie figuræ pductæ, non ergo efficit conuexam superficiem uel concauam regularē, patet ergo, q' omnis superficies conuexa uel concaua regularis est talis, ut proponitur.

CXIX.

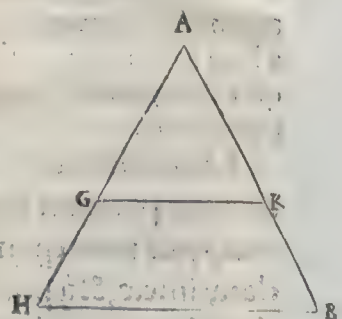
Lineam datam secundum quamlibet proportionem duarum datarum diuidere.

Sit linea a b data, quæ debeat diuidi secundum pportionem duarum datarū lineæ c d & e f, & a puncto itaq; a data lineæ a b ducatur linea indefinite angulariter coniuncta cum lineā a b, & a puncto a incipiendo abscindatur æqualis lineæ c d per 3. primī, quæ sit a g, & a puncto g incipiendo, abscindatur lineā g h æqualis lineæ e f, & ducatur lineā b h, & a puncto g ducatur lineā æquedistanter lineæ b h per 3. primī, hæc itaq; pducta secabit lineam b per 2. huius. secet ergo in puncto k, linea itaq; a b indiuisa pposita erit diuisa secundū modum diuisionis lineæ a h diuisæ, erit enim per 2. sexti pportio lineæ a k ad lineam k b, sicut lineæ a g ad lineam g h, ergo sicut lineæ c d ad lineam e f per 7. quinti, & hoc est propositum.

CXX.

Ducta a puncto dato linea, aliam lineam secundū datam proportionem partium illarum linearū secante, ab eodem puncto inter easdem rectas, quæ prius diuisam ab eisdem terminis seruata denominatione proportionis, secundum eandem proportionem secet aliam lineam duci, est impossibile.

Verbi gratia: Sit ut linea a b ducta a dato puncto a, secet lineam d e in puncto c secundū aliquā datā pportionē, Dico q' a puncto a non potest duci alia linea ad lineam d e, quæ ipsam secet secundum eandem datam pportionē, ita, ut denominato pportionis, seruetur ab eisdem terminis lineæ d e. si enim a puncto a lineam aliam duci taliter sit possibile





libile, fiat super punctum d terminū lineae d per 23. primi, angulus maior recto uersus punctum b terminū lineae a b, & producat lineam d b, fiatq; angulus c d b obtusus, & producat lineam d b in continuū uersus punctū a, & a puncto a ducat lineam perpendicularis super lineam d b quae a f, & ducatur lineam a g secans lineam d in puncto h secundū proportionem prius datam, quae est lineam d c ad lineam c e. & ducatur lineam h i aequedistans lineam c b per 31. primi, erit itaq; lineam h i maior q̄ lineam h s per 18. primi, angulus itaq; i g h est maior recto b f a per 16. primi, angulus uero b f a rectus est maior angulo f b a per 32. primi. Sed angulus g i h est per 29. primi aequalis angulo f b a, angulus uero i g h est maior angulo g i h, ergo per 19. primi lineam i h est maior q̄ lineam h g. & ducatur a puncto h lineam h k aequedistans lineam a b, erit ergo per 34. primi lineam h k aequalis lineam i h, sed lineam b c est maior q̄ lineam k b, ergo lineam c b est maior q̄ lineam h i, ergo c b est maior q̄ lineam h g, sed & lineam h e maior est q̄ lineam c e, qm̄ totum maius est sua parte, erit ergo per 9. huius maior p̄portio b e ad lineam c e, q̄ lineam g h ad lineam h e, non est ergo eadem p̄portio qd̄ est cōtra hypothesim, aut sequitur lineam e c esse maiorem q̄ sit lineam e h per 14. quinti, quia totū est impossibile, facilliter uero idem patet in lineam d e, cum lineam d h sit minor q̄ lineam d c, & a e sit maior q̄ c e, per 9. ergo huius concludat ut prius, non est ergo possibile a puncto a duci aliam lineam secantem lineam d e secundum datam p̄portionem, quod est propositum.

CXXI.

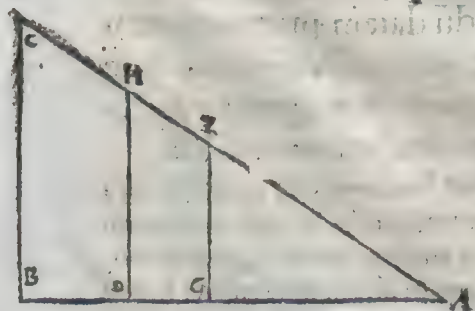
Lineam datam in duobus punctis taliter secare, ut sui totius proportio ad unam suarum extremarū partium sit similis proportioi alterius extremae partis ad eam partē quae utraq; interiacet sectiones.

Esto data lineam a b, quā secundū modū p̄positum debemus diuidere, diuidatur itaq; secundum p̄portionem quam libuerit per 119. huius, q̄ sit diuisa in puncto c, & sit pars eius a c maior q̄ pars eius c b, quia itaq; p̄positae sunt nobis tres lineae a b, a c, c b, diuidatur ergo per eandē 119. huius lineam a c secundū p̄portionem lineam a b ad lineam c b, fiatq; diuisio in puncto d, ita, ut sit proportio lineam a d ad lineam d c, sicut lineam totius a b ad lineam c b. palam ergo, q̄ lineam a b est modo p̄posito diuisa, est enim p̄portio totius lineam a b ad unam extremam suarū partium quae est c b, sicut reliquae suae partis extremae quae est a d ad partem, quae utraq; interiacet sectiones quae est d c, patet ergo factū esse qd̄ p̄ponebatur.

CXXII.

Diuisa lineam recta taliter, ut sui totius proportio ad unam suarum extremarum partium sit similis portioi partis alterius extremae ad eam sui partem, quae utraq; interiacet sectiones, si fuerint lineae ductae ab uno termino datae lineae, & a punctis sectionū aequedistantes inter se, a terminoq; reliquo datae lineae producat lineam secans illas tres aequedistantes, erit lineam producta secundum eandem proportionem diuisa.

Sit lineam diuisa a b in puncto g & d taliter, ut lineam a b ad lineam d b sit p̄portio, sicut lineam a g ad lineam d g, & ab uno termino datae lineae qui est b, & a punctis sectionū g & d per 31. primi, ducantur lineae adinuicem aequedistantes quae sint h c, d h, g z, & ab altero termino datae lineae quae est a, producat lineam secans illas aequedistantes in punctis z h c, quae sit a z h c. Dico q̄ lineam a c secundū hanc p̄portionem cum lineam d h sit aequedistans lineam g z ex hypothesi, erit ex 2. sexti, p̄portio lineam a z ad lineam z h, sicut lineam a g ad lineam d g.

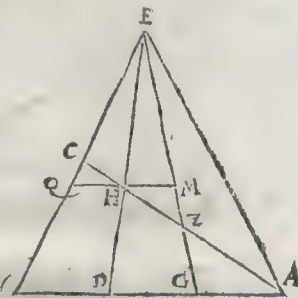


ad lineam d g. & cum lineam b c sit aequedistans lineam d h, erit per eandem 2. sexti, & per 5. proportio lineam a b ad lineam b d, sicut lineam a c ad lineam c h. Sed ex hypothesi fiat p̄portio lineam a b ad lineam b d, sicut lineam h g ad lineam d g, erit ergo per 11. quinti, p̄portio lineam a c ad lineam c h, sicut lineam a z ad lineam z h, lineam ergo a c quae producit a puncto h termino lineam datae, secat ductas lineas aequedistantes b c, d h, g z, & secatur p̄ illas secundū p̄portionē partium diuisionis lineam datae a b, & hoc est propositum.

CXXIII.

Lineam in duobus punctis taliter diuisa, ut sui totius proportio ad unam suarum extremarū partium similis sit proportioni alterius extremae partis ad eam sui partem, quae utraq; interiacet sectiones, si ab uno termino unius lineae, & a punctis sectionis ducantur tres lineae concurrentes in punctum unum, & ab alio termino producat lineam secans illas tres ductas, erit lineam producta secundum praedictum modum proportionabiliter diuisa.

Esto lineam p̄posita a b taliter diuisa in punctis g & d, ut sit proportio totius lineam a b ad lineam b d, sicut lineam a g ad lineam d g, & a puncto b, & a punctis sectionū g & d ducantur tres lineae concurrentes in unum punctū e, quae sint g e, d e, b e, & a puncto a ducatur lineam quae sit a c, secans illas tres lineas. f. g e in puncto z, & d e in puncto h, & b e in puncto c. Dico q̄ erit proportio lineam a c ad lineam c h, sicut lineam a z ad lineam z h, ducatur enim a puncto h lineam aequedistans lineam a b per 31. primi, quae sit q h, palam ergo per 13. huius, qm̄ proportio lineam a b ad lineam b d, constat ex proportionibus lineam a b ad lineam h q, & lineam h q ad lineam b d. Sed qm̄ lineam q h aequedistat lineam a b, erit per 29. primi angulus c q h aequalis angulo c b a, sed angulus c b a est cōmūis ambobus trigonis a b c & q h c, ergo per 32. primi illa trigona sunt aequiangula, ergo per 46. sexti erit p̄portio lineam a b ad lineam q h, sicut lineam a c ad lineam c h, similiter q̄q; trigona q e h & b e d sunt similia. est ergo p̄portio lineam q h ad lineam b d, sicut lineam h e ad lineam d e. Proportio ergo lineam a b ad lineam b d per 13. huius cōponit ex p̄portioe lineam a c ad lineam c h, & lineam h e ad lineam d e, producit itaq; in directū lineam q h ad lineam g e, quā secet in p̄cto m, p̄portio itaq; lineam a g ad lineam d g per 13. huius, cōstat ex p̄portioe lineam a g ad lineam d g, & lineam h m ad lineam g d. Sed cū angulus e m h sit aequalis angulo z g d per 29. primi, erit per 13. primi p̄ eandem 29. primi angulus h m z aequalis angulo z g d, ergo per 15. & 32. primi triangulus a g z erit aequiangulus triangulo h z m, ergo per 4. sexti erit proportio lineam a z ad lineam h z, sicut lineam a g ad lineam h m, sed triangulus h e m, ut supra patet, similis est triangulo g e d, erit ergo proportio lineam h m ad lineam d g, sicut lineam h e ad lineam d e, ergo proportio lineam a g ad lineam d g constat ex p̄portione a z ad lineam z h, & lineam h e ad lineam d e. Sed ex hypothesi eadem est proportio lineam a b ad lineam b d, quae lineam a g ad lineam d g, proportio lineam a b ad lineam b d constat ex proportionibus lineam a z ad lineam z h, & lineam h e ad lineam d e. constat aut ex p̄portione lineam a c ad lineam c h, & lineam h e ad lineam d e, ablata ergo utraq; p̄portione lineam h e ad lineam d e. Restat, ut si eadem proportio lineam a c ad lineam c h, q̄ lineam a z ad lineam z h, & hoc est propositum. Non tamē oportet, q̄ lineam a b & a c sint eiusdem speciei proportionis respectu suarū partium, qm̄ cum ex praemissis lineam a b ad lineam q h sit proportio quae lineam a c ad lineam c h, & lineam q h sit maior q̄ lineam b d per 4. sexti, palam per 8. quinti, qm̄ minor est proportio lineam a b ad lineam b d q̄ sit lineam a c ad lineam c h. Sunt ergo proportionabiles secundū generalem similitudinē proportionis. Eadem quoq; demonstratio est, quaecunq; lineam ducantur a puncto a, secantes illas tres lineas a tribus punctis a d g ad quodcunq; punctum productas, ut supra e, uel sub e, uel etiam ad aliam partem lineam a b, semper enim lineam ducta a puncto a, secans illas tres lineas, secabitur modo dicto, patet ergo propositum.

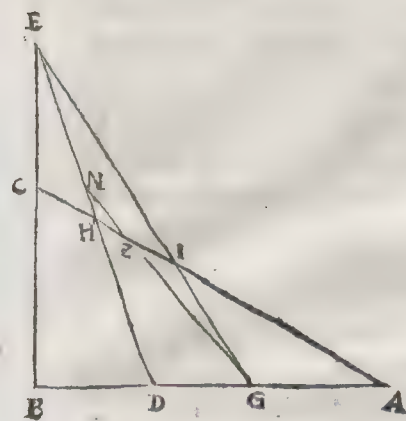


h 2 Duabus



Duabus lineis angulariter cōiunctis, diuisisq; sic ambabus, ut cuiuslibet ipsarum proportio ad unam suarum extremarū partium sit sicut alterius extremæ partis ad illam sui partem, quæ utraq; interiacet sectiones, si producta basi à punctis diuisionis unius ducantur lineæ ad puncta diuisionis alterius, non æquedistantes adinuicem, neq; basi, necesse est productas lineas ambas cōcurrere cum base, producta in puncto uno.

Sit data linea a b taliter, ut proponitur diuisa in punctis d & g, ut sit proportio totius lineæ a b ad lineam b d, sicut lineæ a g ad lineam g d, adiunctaq; sibi angulariter linea c, eodem modo diuisa in punctis h & z, ita, ut sit proportio lineæ a c ad a h, sicut lineæ a z ad z h, si producatu



sis b c, ut fiat triangulus b c a, & protrahatur b c in directū, & ducantur lineæ à punctis sectionū unius ad punctum sectionis alterius, ut d h, g z, protrahanturq; omnes lineæ illæ in continuū & directum. Dico q; omnes concurrent in puncto uno. Cum enim lineæ b c & d h non sunt æquedistantes, ex hypothesi patet, q; necessario concurrent, cōcurrant ergo in puncto qd sit e, linea quoq; g z necessario concurret cum illis. Cum non æquedistat alicui illarū, aut ergo ad idem punctū e, sic habemus propositum, aut ad aliū punctum cum aliqua illarū concurret, sit illud punctū n, in quo concurret cum linea d e, ducatur itaq; linea e g, secabit ergo linea e g lineam a c in alio puncto q̄ in puncto z, quoniā in puncto z secat ipsam lineam n g, sit illud punctum l, erit ergo per præmissa proportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a l ad lineam l h, fuit autē ex hypothesi proportio lineæ a c ad lineam c h, sicut lineæ a z ad lineam h z, ergo p. 11. quinti erit proportio lineæ a l ad lineam l h, sicut lineæ a z ad lineam h z, ergo per 18. quinti erit proportio lineæ a h ad lineam h z, sicut lineæ a l ad lineam l h, erit ergo per 9. quinti lineæ h z æqualis lineæ h l, maior minori, qd est impossibile. Idē etiam patet per 12. huius, qm̄ à puncto g productæ sunt quatuor lineæ secantes lineam a h, palam ergo, q; lineæ g z concurret cum lineis b c, d h in alio puncto q̄ in puncto e, quod est propositum. Similiter si ponatur q; lineæ g z concurrat cum linea d h in puncto e, erit productio modo demonstrandū, q; lineæ b c concurret cum ambabus illis in puncto e. & si lineæ b c & g z concurrant in puncto e, concurret linea d h cum eisdem in eodem puncto e, patet ergo propositum.

CXXV.

Linea taliter diuisa, ut sui totius ad alteram suarum extremarū partium sit proportio, sicut alterius suæ partis extremæ ad eam sui partē, quæ utraq; interiacet sectiones, si à puncto concursus linearum à termino, & à duobus punctis sectionis productarum in puncto concursus æquales angulos continentium, linea ad alium eius terminū ducatur, necesse est ipsam super mediam productarum perpendicularem esse.

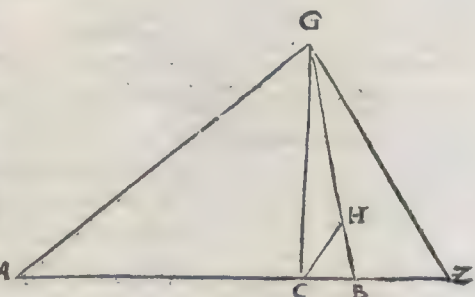
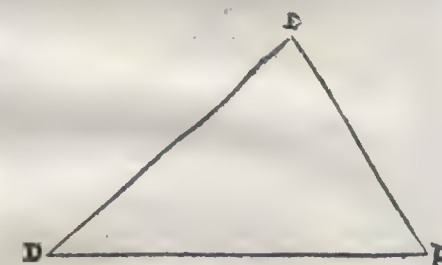
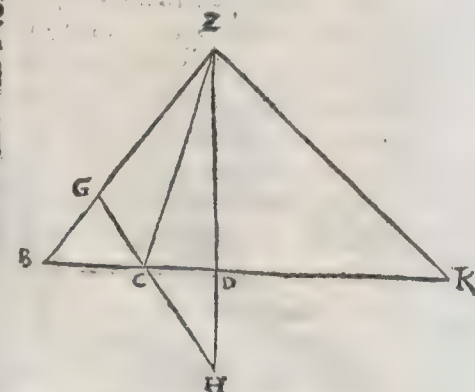
Sit linea b k in punctis c & d taliter diuisa, ut proponitur, sitq; proportio lineæ b k ad lineam k d, sicut lineæ b c ad lineam c d, producatuq; à punctis b c d lineæ nō æquedistantes, quæ per proximam concurrent in puncto uno, sit punctus concursus z, & lineæ productæ sint b z, c z, d z, sitq; angulus b z c æqualis angulo c z d, & ducatur linea z k. Dico q; angulus c z k est rectus, à puncto enim c ducatur per 31. primi linea æquedistans lineæ z k quæ sit c h, quæ producta secabit lineam z b per 2. huius, secet ergo ipsam in puncto g, & producatu lineam z d, donec concurrat cum linea g c h, concurret autem per 2. huius, & sit concursus punctus h, quia igitur ex hypothesi est proportio lineæ b k ad lineam k d, sicut lineæ b c ad lineam c d, erit per 16. quinti permutatim proportio lineæ b k ad

b k ad lineam b c, sicut lineæ k d ad lineam c d, sed per 29. primi trigona b z k & b g c sunt æquiangula, ergo per 4. sexti est proportio lineæ b k ad lineam b c, quæ est lineæ z k ad lineam g c, ergo p. 11. quinti erit proportio lineæ z b ad lineam g c, sicut lineæ k d ad lineam d e. Sed quæ est proportio lineæ k d ad lineam d e, eadem est lineæ k z ad lineam c h per 15. & per 29. primi, & per 4. sexti, quia trigona k d z & c d h sunt æquiangula, habet itaq; linea z k ad ambas lineas g c & h c eandem proportionē, ergo per 9. quinti linea g c est æqualis lineæ c h, sed per 3. sexti est proportio lineæ g c ad lineam c h, sicut lineæ g z ad lineam z h, cum linea z e diuidat angulum g z h per æqualia, est ergo lineæ g z æqualis lineæ z h, & quoniā linea g c est æqualis lineæ c h, & linea g z æqualis lineæ z h, & latus c z est cōmune ambobus trigonis g z c & h z c, erit per 8. primi angulus z c h æqualis angulo z c g, uterq; ergo ipsorum est rectus, ergo per 29. primi k z c est rectus, lineæ z k & c k sunt æquedistantes, patet ergo propositum.

CXXVI.

Diuisa linea per inæqualia, possibile est minori suæ parti lineā adiungi, ita, ut si illud quod sit ex ductu totius lineæ diuisæ cum adiecta in ipsam adiectam, æquale sit quadrato eius, quæ constat ex minore & adiecta.

Sit data linea a b diuisa per inæqualia in puncto c, sitq; linea a c maior q̄ linea b c. Dico q; est possibile inuenire quandam lineam, quæ adiecta ipsi lineæ b c, id efficiat, ut hoc qd sit ex ductu lineæ compositæ ex linea a b, & ex adiecta in ipsam adiectā sit æquale quadrato lineæ quæ constat ex b c parte minore, & ex adiecta, assumatur enim quædam alia linea æqualis, uel minor linea a b, quæ sit d e, & quæ est proportio lineæ a c ad lineam b c, eadem sit proportio lineæ d e ad quandā aliam lineam per 3. huius, quæ sit e f, assumaturq; linea d f æqualis lineæ a b, & qm̄ ex lineis d e, e f, d f quæcūq; duæ simul iunctæ maiores sunt tertiā, ut patet ex præmissis, possibile est constitui triangulū per 25. primi, constituatur ergo & sit d e f, super terminū itaq; lineæ a b quæ est a, constituatur angulus æqualis angulo e d f per 23. primi, qui sit g a b, & resecetur linea a g ad æqualitatē lineæ d e, & ducatur linea g b, ergo per 4. primi, cum linea d f sit æqualis lineæ a b, & linea a g æqualis lineæ d e, & angulus g a b sit æqualis angulo e d f, erit linea g b æqualis lineæ e f, & reliqui anguli trigoni a g b æquales erunt reliquis angulis trigoni d e f, ducatur itaq; linea g c, & qm̄ proportio lineæ d e ad lineam d f, sicut lineæ a c ad lineam c b, erit proportio lineæ a g ad lineam g b, sicut lineæ a c ad lineam c b per 7. quinti, ergo per 3. sexti angulus a g b diuisus est per æqualia; palam autē, q; angulus g c b est acutus, si enī sit rectus, tūc trianguli a g c & g c b æquianguli per 32. primi, quoniā ad punctum g duorū ipsorū anguli sunt æquales, ergo latera eorū sunt proportionabilia per 4. sexti, erit ergo proportio lateris a c ad c b, sicut lateris g c ad seipsum; æqualis est ergo linea a c lineæ c b, quod est contra hypothesim & impossibile. Si uero angulus g c b detur esse obtusus maior angulo g c h, palam per 32. primi, qm̄ angulus g b c est minor angulo g a c, ergo per 18. primi in trigono a g b latus g b maius est latere a g, & quia est proportio lineæ l g ad lineam g a, sicut lineæ b c ad lineam c a, erit per 5. huius p. proportionē. s. e contrario latus b c maius q̄ latus a c, qd est contra hypothesim, palam ergo, qm̄ angulus g b c est acutus. ducat itaq;



h 3 per

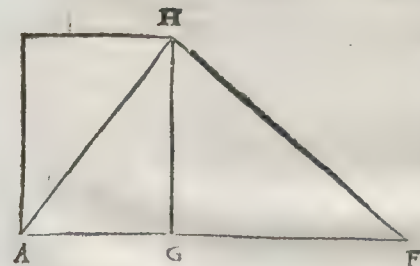


per 3. primi à puncto c linea ch æquedistans lineæ g a, secans lineam g b in puncto h, erit ergo per 29. primi angulus g c b æqualis angulo g a, ergo & angulus g c h, erit qd angulus h c b æqualis angulo g a c. Super punctū itaq; g terminū lineæ b g fiat per 23. primi angulus æqualis angulo g a c, ergo & angulo h c b qui sit b g i, & quia angulus g c b est æqualis duobus angulis g a c & c a g, ut patet ex præmissis, & per 32. primi erit angulus a g c æqualis angulo g c b, & qm angulus g c b est acutus: palam, quia ergo p. 14. huius, qm lineæ g i & c b concurrent, sit punctus concursus i, ergo per 6. primi erit latus g i æquale lateri c i, quia itaq; angulus b g i est æqualis angulo g a i, & angulis g i a cōmunis ambobus trigonis a g i & b g i, erit per 32. primi angulus a g i æqualis angulo g b i, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ a i ad lineam a g, sicut lineæ i g ad lineam b i. Sed lineæ i c est æqualis lineæ g i, ergo per 7. quinti est proportio lineæ a i ad lineam c i, sicut lineæ c i ad lineam b i, ergo per 16. sexti illud qd sit ex ductu lineæ a i ad lineam b i est æquale quadrato lineæ c i, est autē lineæ b i lineæ b c adiectā, palam ergo, ppositū.

CXXVII.

Propositis duabus lineis, possibile est uni ipsarum lineam aliam adiungere, ita, ut illud quod sit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctam æquale sit quadrato reliquæ datarum.

Verbi gratia: Proponantur duæ lineæ q e & a g, dico q possibile est uni ipsarum ut lineæ q e adiungere quandā aliam lineam cuiuscunq; sit quantitatis, ita q id quod sit ex ductu lineæ q e, cū adiuncta in ipsam adiunctam æqualis sit quadrato lineæ h g. quadratur ergo lineæ a g per 45. primi, & sit eius quadratū a h, & lineæ a g producatā resecetur in puncto f, ita, ut lineæ g f sit æqualis lineæ a g, ducaturq; lineæ b f, palam, qm triangulus a h f æqualis est quadrato lineæ a h, est ergo parallellū a h duplum trigono a h g per 41. primi, & trigonum a b f est duplum eidem trigono a h g per 1. sexti, hac ergo triangula superficie pposita, & lineæ q e possibile est per 18. sexti super datam lineam q e datæ superficie trilateræ a h f æquum parallellum constituere, qd addat super cōpletionē datæ lineæ q e superficiem quadratā dato quadrato a h simile, sit ergo constituta, & parallellū sit q m æquale trigono a h f constitutū super lineam q e, addens super completionem

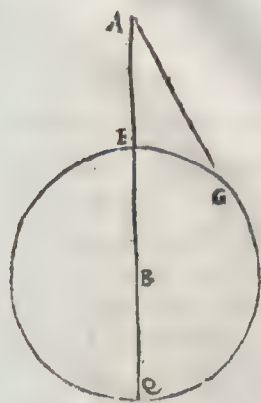


data lineæ q e quadratū e m simile quadrato a h, palam ergo, q illud quod sit ex ductu datæ lineæ q e, cum adiecta e z in ipsam adiectam lineam e z, uel eius æqualem lineam z m, est æquale proposito trigono a h f, ergo & eius æquali, f. quadrato lineæ a h, & hoc est propositum, qm lineæ e z est lineæ q e taliter, ut proponitur adiuncta. potest & idem declarari aliter: describat enim circulus, cuius diameter sit q e, & eius centrum b, ducaturq; lineæ contingens circulū, ut contingit in puncto g per 16. tertij, referent ad æqualitatem lineæ a g, & sit g a, & ab eius termino a ducatur lineæ per centrum b, secans periferiam circuli in puncto e & q, quia ergo id qd sit ex ductu lineæ q e in lineam a e, est æquale quadrato lineæ a g per 35. tertij, patet q lineæ q e est adiecta lineæ a e, ut proponebatur.

CXXVIII.

Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto æqualiter distante à terminis diametri, possibile est ab eo dem puncto ad diametrum eductam, extra circulū ducere lineam rectam, quæ à circumferentia circuli extra circulū usq; ad concursum cum diametro sit datæ lineæ æqualis.

Esto data lineæ q e, sitq; g b diameter dati circuli quæ sit a b g, & sit a punctus

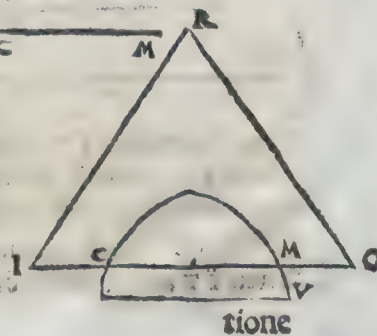


punctus datus in circuli circumferentiā æqualiter distans ab extremis terminis diametri quæ sunt g & b. Dico q possibile est ab a puncto periferiæ circuli duci lineam usq; ad eductā diametrum g b, quæ sit æqualis datæ lineæ q e, ducant quoq; duæ lineæ a b & a g, illæ ergo necessario erit æquales ex hypothesi, qm punctus a æqualiter distat à terminis diametri g & b, & adiungatur lineæ q e lineæ talis, ut illud qd sit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctā æquale sit quadrato lineæ a g per præcedentem proximā, & sit adiuncta e z. Cū ergo id qd sit ex ductu q z in e z sit æquale ei qd sit ex ductu lineæ a g in seipsam, erit lineæ q z maior q lineæ a g, & lineæ e z minor illa, si enim lineæ e z fuerit maior, uel æqualis lineæ a g, tunc est impossibile, ut id qd sit ex ductu q z in lineam e z, sit æquale quadrato lineæ a g, qm lineæ q z est maior q lineæ a g, ut totum parte. Si autē lineæ e z sit minor q lineæ a g, palā, quoniam lineæ q z est maior q lineæ a g, pducatur ergo lineæ a g donec fiat æqualis lineæ e q per 3. primi, & sit a g e, posito ergo pede circini super punctū a, fiat circulus secundū quantitatem lineæ a g e, qui circulus secabit diametrum b g eductā, secet ergo ipsam in puncto d, & ducatur lineæ a d, quæ necessario secabit circulū, qm nā concurrat cum diametro: si enim non fecet circulū, contingens erit & æquedistans diametro g b, nunq; concurrrens cum eadem, quia ex hypothesi lineæ a g & a b sunt æquales, & punctum a æqualiter distat ab utrisq; terminis diametri, f. b & g, secet ergo d a circulum a g b in puncto h, & ducatur lineæ g h, palam ergo, q cum superficies a b g h sit quadrangulum super circulum descriptum, q duo eius anguli oppositi, f. a g b & g h a ualent duos rectos per 21. tertij, sic a g b æqualis est angulo a b g per 6. primi, angulus ergo a g b cum angulo a g h ualeat duos rectos. Cum itaq; per 13. primi angulus g d a cum angulo a g b ualeat duos rectos, palā, quia angulus a h g erit æqualis angulo d g a, & angulus a h g cōmunis est totali triangulo a d g, & partiali trigono, qui est h a g, restat ergo per 32. primi, ut angulus h d g sit æqualis angulo h g a, & totalis triangulus d g a æquiangulus triangulo g h a, ergo per 4. sexti latera ipsorum æquos angulos respiciētia sunt proportionalia, est ergo pportio lateris d a ad latus a g, sicut lateris a g ad latus a h. Illud uero qd sit ex ductu lineæ d a in lineam a h, est æquale quadrato lineæ a g per 16. sexti, sed lineæ d a est æqualis lineæ a c, per diffinitionē circuli, ergo lineæ d a est æqualis lineæ q k a, qm lineæ c a ex præmissis est æqualis lineæ q z, quia uero illud qd sit ex ductu lineæ d a in lineā h a est æquale quadrato lineæ a g, qd ex præmissis est æquale ei qd sit ex ductu lineæ q z in lineā e z, p illud patet, qd sit ex ductu lineæ a d ad lineā h a, est æqle ei qd sit ex ductu lineæ q z in lineā e z, & lineæ d a est æqualis lineæ q z, reliquit ergo ut lineæ a h sit æqualis lineæ e z, erit ergo lineæ d h æqualis ipsi lineæ q e, q est data lineæ, est autē a dato in piferia circuli pucto a ad cōcursum diametri b g sic pducta, patet ergo, ppositū.

CXXIX.

Inter duas rectas angulariter coniunctas à dato puncto rectam ducere, cuius una partium interiacens unam coniunctarum, & datum punctum sit cuiuscunq; datæ lineæ, & insuper reliquæ suæ parti datum punctum & alterā coniunctarum interiacenti æqualis.

Exempli causa: Sit, ut duæ lineæ rectæ in puncto uno angulariter coniungantur, quæ sunt f r & e r concurrētes in puncto r, inter quas sit datus punctus m, & sit data lineæ m e, proponit nouus, ut à puncto m ducatur lineæ recta intra lineas e r & f r, secans illas in puncto o uel l, ita, ut eius pars quæ est l m, sit æqualis datæ lineæ a c, & insuper reliquæ suæ parti quæ est m o, ad hoc autem per lineas rectas uel circulares demonstrandū, longus labor & multæ diuersitatis nobis incidit, & non fuit nobis hoc possibile complere per huius lineas absq; motu & imaginatiōe



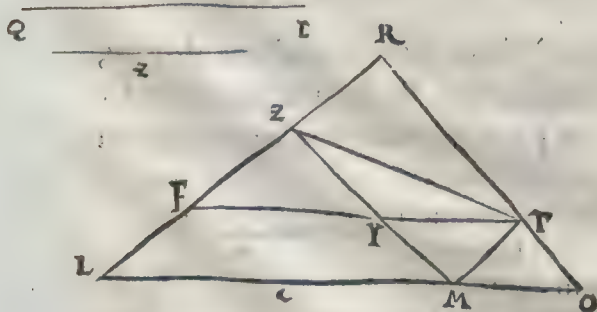
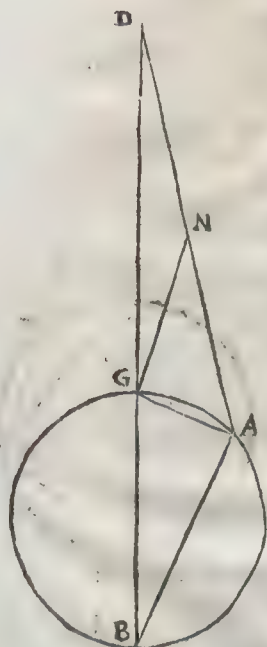


tionē mœchanica, ita, cum lineæ  $f r$  &  $c r$  datæ sint nobis indefinitæ, lineæ  $l o$  fixa in puncto  $m$ , imaginē mœchanicæ quæq; nobis accedat res quæ sita, hoc tñ Appollonius Pergeñ. in libro suo de conicis elementis libro secundo, propositione quarta, per deductionem sectionis ampligonix à dato puncto inter duas lineas assumpto, nullā earum linearum secante demonstravit, cuius nos demonstrationē, ut à multis sui libri principijs præambulis dependente hic supponimus, et ipsa utimur sicut demonstrata.

СХХХ.

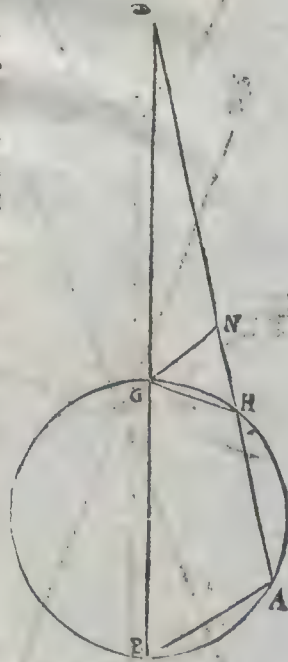
Sumpta circuli diametro, & sumpto in circumferentia puncto inæqualiter distante à termino diametri, possibile est assumpto puncto ad eductam diametrum lineam ducere, quæ uel cuius pars interiacens periferiam & diametrum sit datæ lineæ æqualis.

Disponantur omnia ut in 128. huius, nisi q̄ punctus datus in circumferentia circuli qui sit a inæqualiter distat à terminis diametri quæ sint g & b, eruntq̄ lineæ a b & a g inæquales, ideo q̄ punctū a inæqualiter est distans à punctis g & b, protrahat̄ ergo à pun-



æqualis angulo  $f z c$ , etiam angulus  $g a d$  æqualis angulo  $z f c$ , erit per eandem trian-  
 gulus  $a g d$  similis triangulo  $f z c$ , ergo ut prius quæ est proportio lineæ  $a g$  ad lineam  $g$   
 $d$ , eadem est lineæ  $f z$  ad lineam  $z c$ . Si ergo quæ est proportio lineæ  $a n$  ad lineam  $a g$ ,  
 eadem est lineæ  $f y$  ad lineam  $f z$ , & quæ est pportio lineæ  $a g$  ad lineam  $g d$ , eadem est  
 lineæ  $f z$  ad lineam  $z c$ , erit ergo per æquiproportionalitatem per 22. quinti, ut quæ est p  
 portio

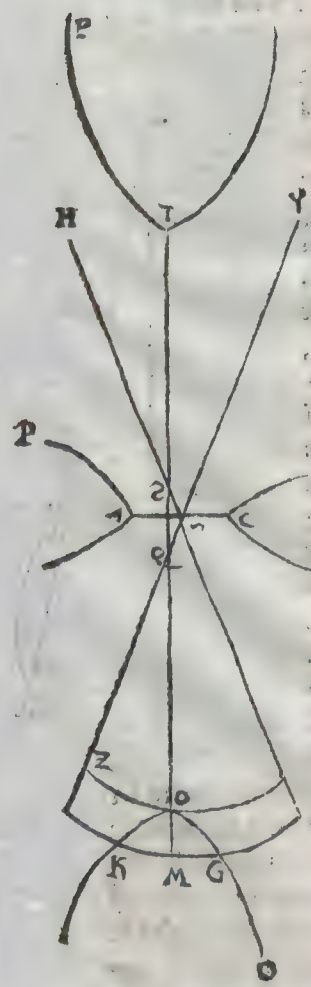
portio lineæ a n ad lineam g d, eadem sit lineæ f z ad lineam z t, quia uero lineæ t m est  
 æquedistans lineæ f l, & lineæ f t æquedistans lineæ l m, erit superficies l f c m æquedistā  
 tibus contenta lateribus. palam ergo per 34. primi, qm lineæ f t est æqualis lineæ l m,  
 quasi erit lineæ f t æqualis lineæ c d, quoniā lineæ m o est æqualis ipsi l c per præmissam,  
 lineæ ergo c m addita utriq; adhuc sunt æquales, eritq; l m æqualis lineæ c o, sed lineæ m  
 o est æqualis lineæ y t per eandem 34. primi, & lineæ y m est æqualis lineæ t o, restat er  
 go, ut lineæ f y sit æqualis lineæ c m, sicut lineæ c m ex præmissis est æqlis lineæ i, est au  
 tem ex præmissis & per 5. huius proportio lineæ i ad lineam z c, sicut diameter b g ad li  
 neam e q, erit ergo per 7. quinti proportio lineæ f y ad lineam t z, sicut diameter b g ad li  
 neam e q, quia uero est proportio lineæ a n ad lineam g d, sicut lineæ f y ad lineam z t,  
 ergo per æquiproportionalitatē per 22. huius erit proportio lineæ a n ad lineam g d, si  
 cut lineæ g b ad lineā e q, uerum angulus g a n est æqualis angulo g b a ex 31. tertij, sed  
 angulus n g d est æqualis angulo g b a per 29. primi, quia lineæ n g æquedistat lineæ b a,  
 igitur angulus n g d æqualis est angulo n a g, & angulus n g d est cōmunis ambobus tri  
 gonis n d g & a d g, ergo per 32. primi erit angulus d n g æqualis angulo d g a, sunt ergo  
 dicti trianguli æquianguli, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ a d ad g d, sicut lineæ g  
 d ad n d, ergo p 16. sexti erit id qd fit ex ductu lineæ a d in d n æquale quadrato g d. Sed  
 id qd fit ex ductu lineæ b d & g d, per 35. tertij est æquale quadrato d a, quadratū uero li  
 neæ d a est æquale ei qd fit ex ductu lineæ a d in d n & a d in a a per 2. secundi, & id qd fit  
 ex ductu lineæ b d in d g, est æquale quadrato lineæ d g, & ei qd fit ex ductu b g in d g p  
 3. secundi. Ablatis ergo æqualibus hinc inde quæ sunt quadratū g d & rectangulū a d n,  
 restat id qd fit ex ductu lineæ a d in a n sit æquale ei qd fit ex ductu lineæ b g in d g, erit  
 q; per 15. sexti proportio lineæ a n primæ ad lineam g d secundā, sicut lineæ b g tertiæ  
 ad lineam a d quartā, ostensum est autem supra, qd est proportio lineæ a n ad lineā g d,  
 sicut lineæ b g ad lineam e q, erit ergo per 9. quinti lineæ e q æqualis li  
 neæ a d, qd est propositum, qm ipsa lineæ a d est data lineæ æqualis, in  
 teriacet autē periferiā circuli & eductā diametrum, eo, qd est contingēs  
 circulum. Qd si lineæ a d non sit contingens, sed secans circulum, aut  
 igitur lineæ a g est maior q; lineæ a b, aut contrariō. Sit autem. nunc li  
 nea a g maior q; lineæ b a, palam, quia lineæ a p puncto a ad diametru b g  
 extra circulum ducta, secabit circulu in arcu a g, sit ergo ut secet ipsum  
 in puncto h, & ductam lineā h g, galam itaq; cum quadrangulū a b g h  
 sit inscriptum circulo, quia duo anguli a h g & a b g per 21. tertij sunt  
 æquales duobus rectis, ducatur quoq; lineæ g n æquedistans lineæ b a,  
 erit ergo per 29. primi angulus n g d æqualis angulo g b a, ergo angu  
 lus n g d, & angulus a h g sunt æquales duobus rectis. Sed per 13. primi  
 angulus n h g cum angulo a h d ualet duos rectos, ergo a g d est æqualis  
 angulo n h g, angulus uero n g d est cōmunis ambobus trigonīs g d n  
 & h g d, erit ergo tertius angulus qui est d n g, æqualis tertio qui est d g  
 h per 32. primi, ergo per 4. sexti latera æquos angulos respicientia sunt  
 proportionalia, est igitur proportio lineæ h d ad lineam d g, sicut lineæ  
 d g ad lineā d n, ergo p 16. sexti illud qd fit ex ductu h d in d n est æquale  
 quadrato g d, & illud qd fit ex ductu a d in d h est æquale ei qd fit ex du  
 ctu b d in d g per 35. tertij. Item illud qd fit ex ductu a d in d h est æqua  
 le ei qd fit ex ductu d h in d n, & d g in a n per 1. secundi. Illud uero quod  
 fit ex ductu b d in d g, est æquale ei qd fit ex ductu b g in d g, & quadra  
 to g d per 3. secundi. Ablatis igitur æqualibus ab utrisq; scilicet quadrato a g ex una parte in  
 illo qd fit ex ductu d h in d n, ex altera restat, ut illud qd fit ex ductu d h in a n, sit æquale  
 ei qd fit ex ductu b g in d g, erit ergo per 15. sexti proportio a n primi ad g d secundū, si  
 cut b g tertij ad d h quartū, sed probatum est in præcedentibus, qd proportio lineæ a n ad  
 lineam d g est sicut diameter b g ad lineam e q, igitur per 9. quinti lineæ d h est æqualis li  
 neæ e q, qd est propositum. Si uero lineæ a g a g sit minor, q; lineæ h a, secabit lineā d a cir  
 culum in arcu a b, Sit ergo ut secet ipsum in puncto h, & ducatur lineæ g h in lineā g e,  
 æque





æquedistans lineæ b a, palam ergo per 29. primi, quoniam angulus n g d est æqualis angulo a b g, sed angulus a b g est æqualis angulo a h g per 26. tertij, quoniam ambo cadunt in arcu g a, & sunt super circumferentiā circuli, ergo angulus n g d est æqualis angulo a b g, sed angulus a b g est æqualis angulo a h g per 26. tertij, quoniam ambo cadunt in arcu g a, & sunt super circumferentiā circuli, ergo angulus n g d est æqualis angulo a b g, & angulus n d g communis est ambobus trigonis. s. n d g & d b g, est ergo tertius d n g æqualis tertio. s. d h g per 32. primi, ergo per 4. sexti erit proportio lineæ h d ad lineam d g, sicut lineæ d g ad lineam d n, ergo per 16. sexti illud quod fit ex ductu h d in d n, est æquale quadrato lineæ g d. Sed illud quod fit ex ductu b d in d g per 35. tertij, est æquale ei quod fit ex ductu h d in d a. Illud autem quod fit ex ductu h d in d a, est per 1. secundum æquale ei quod fit ex ductu lineæ h d in d n, & lineæ h a in n a. Illud uero quod fit ex ductu lineæ b d in d g per 3. secundum, ualet illud quod fit ex ductu lineæ b g in g d & quadratū g d. Ablatis ergo æqualibus hinc inde, erit illud quod fit ex ductu h d in n a æquale ei, quod fit ex ductu b g in g d, erit ergo ut prius proportio lineæ a n ad lineam d g, sicut lineæ b g ad lineam h d. Sed iam ostensum est supra quod est proportio lineæ a n ad lineam d g, sicut lineæ b g ad lineam e q, igitur lineæ e q est æqualis lineæ h d per 9. quinti, quod est propositum, quoniam a puncto a dato, ducta est linea secans circumferentiā, cuius pars a puncto sectionis usque ad concursum cum diametro producta, æqualis est datæ lineæ, patet ergo quod proponebatur.

CXXXI.



Inter duas rectas se secantes ex una parte a puncto dato hyperbolem, illas lineas non contingentem ducere ex alia parte, communis puncti illarum linearum hyperbolem priori oppositam designare, ex quo patet, quod cum fuerint duæ sectiones oppositæ inter duas lineas, & producat lineam minima ab una sectione ad aliam, erit pars illius lineæ interiacens unam sectionem, & reliquā lineam æqualis suæ parti aliam sectionem, & reliquā lineam interiacenti.

Quod hic proponitur, demonstratum est ab Appollonio in libro suo de conicis elementis, ducuntur autem sectiones ampligonæ siue hyperbolæ oppositæ, quando gibbositas unius ipsarum sequitur gibbositatem alterius, ita, ut illæ gibbositates se respiciant, & ambæ diametri sint in una linea recta. Verbi gratia: Sit ut duæ lineæ h l & z n secet se in puncto x, & ex una parte ipsarum. s. sub angulo b x z, uel sub angulo h x n a dato puncto qui sit t, & ducatur sectio ampligonæ quæ sit t p, & ex altera parte sub angulo n x l, uel sub angulo z x l, ducatur sectio illi opposita quæ sit c u, ita, quod diametri quarumlibet oppositarum ambæ sectionum illarum sint in una linea quæ sit t c, a uertice unius ad uerticem alterius producta, quæ necessario est minima omnium linearum inter illas duas sectiones productarum, & ex ijs declarauit Appollonius illud quod correlatiue proponitur. s. quod si linea t c secet lineam h l in puncto f, & lineam z n in puncto q, quod linea t q erit æqualis lineæ c f, & si linea t c pertransierit punctum x, erit linea t x æqualis lineæ x c, & nos utimur hoc illo, ut per Appollonium demonstrato, & propter conformitatem portionis sectionum respectu linearum se interfecantium, patet ergo propositum.

CXXXII.

In uertice alterius conicarum sectionum posito pede circuli

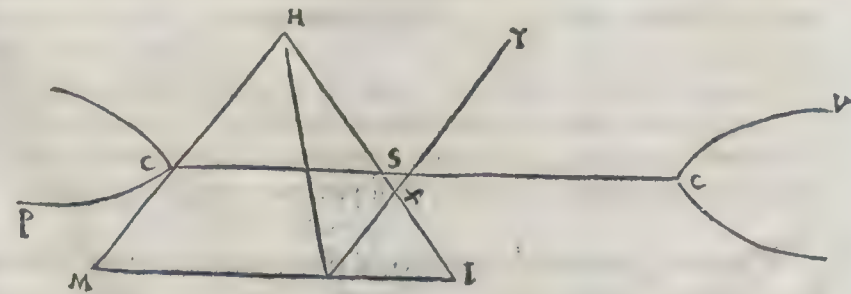
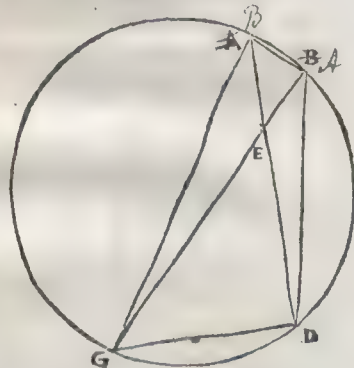
cini immobili, secundum quantitatem lineæ breuissimæ inter illas sectiones ductæ, descriptus circulus sectionem reliquā continget, secundum uero maiorem, in duobus tantum punctis reliquam secabit.

Quod hic proponitur, facile est, & sola indiget declaratione: Sint enim ut in præcedenti propositione duæ sectiones conicæ oppositæ adinuicem, quæ sint t p & c u, inter quas linea minima uertices. s. ambarum sectionum continuans, sit linea t c, sit & posito in altero puncto t uel c pede circuli, utpote in puncto t describatur circulus secundum quantitatem diametri t c, hic ergo circulus, quia sectionem c u non attingit nisi in puncto c, & omnes aliæ lineæ ducibiles inter ipsas sectiones, sunt maiores quæ linea t c, sunt ergo maiores semidiametro circuli, secabuntur ergo omnes per circulum, nec attinget circulus alicubi sectionem nisi in puncto c, patet ergo primum propositum, quod si linea t g semidiameter circuli sit maior quæ linearum minima, sunt oppositæ sectiones productæ ut est t c, patet, quoniam illa minima linea inter superficiem sectionis producat ad periferiā circuli, ut in punctum m, aliqua ergo superficies communis erit circulo & sectioni, circulus ergo & sectio secabunt, hæc itaque sectio non erit nisi in duobus tantum punctis g & k, quod per modum 10. tertij conuinci potest, patet ergo propositum.

CXXXIII.

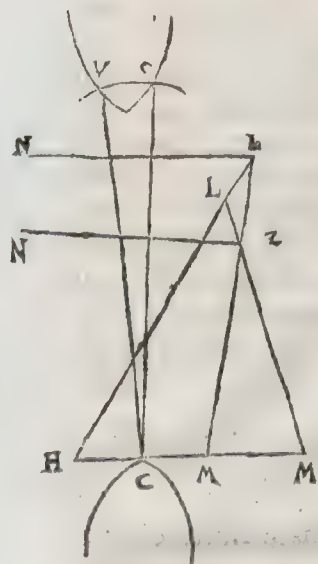
A puncto dato in circuli circumferentiā extra diametrum, possibile est ducere lineam per diametrum ad circumferentiā, ita, ut pars eius interiacens diametrum & reliquam partem circumferentiæ sit æqualis lineæ datæ eidem circulo inscriptibili præmissio modo, sed harum linearum æqualium ab eodem puncto dato in eodem circulo producibiles sunt tantum duæ.

Est circulus a b g, cuius diameter sit b g, & punctus dato i sui circumferentiā sit a, & sit h z linea data minor diametro b g, præmissio modo possibile inscribi circulo. Dico, quod a puncto a possibile est ducere lineam transuentem per diametrum b g, cuius pars interiacens diametrum b g & circumferentiā sit æqualis lineæ datæ h z, ducant enim in circulo lineæ b a & a g, & super punctum h lineæ datæ h z, fiat angulus æqualis angulo a g b, quod sit m h z, ducta linea m b super idem punctum h, fiat angulus æqualis angulo a b g, quod sit l h z, ducta linea h l, & a puncto z ducatur linea æquedistans lineæ h m quod sit z n, quod secabit lineam h l, sit ut secet ipsam in puncto x, & a puncto z iterum ducatur alia linea æquedistans lineæ h l quæ sit z c, secans lineam h m in puncto t, secabit autem per 4. huius, & a puncto t ducatur sectio conica quæ sit t p, sicut præmissum est in 13. huius, hæc itaque sectio non contingit aliquā lineam z n & h l, inter quas ipsa iacet. Similiter fiat sectio alia conica, isti opposita, inter easdem lineas ex parte alia quæ sit c u, & inter illas sectiones dictarum omnium linearum minima ducta a puncto t ad sectionem c u sit linea t c, hæc ergo linea t c si fuerit æqualis diametro circuli b g, circulus factus secundum semidiametrum t c, posito puncto circuli in puncto t, palam, quia sectionem c u continget. Si uero linea t c fuerit minor diametro b g, circulus factus modo prædicto secundum quantitatem lineæ b g, secabit sectionem c u in duobus punctis, ut patet per præmissam, sit ergo nunc primum linea t c æqualis diametro b g, cum ergo linea t c ducatur ad sectionem



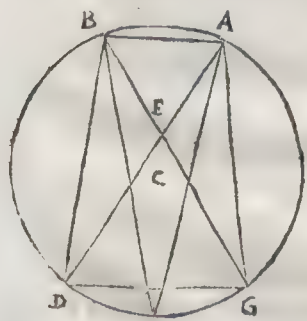


nem conicam, quæ interioret lineas  $h$  &  $z$  n, necessario secabit linea  $t$  c illas ambas lineas, quas si in puncto  $x$ , qui est punctus communis sectionis illarum lineæ secaverit, erit



linea  $t$  x æqualis lineæ  $x$  c, q. si ipsas in alijs punctis secuerit, secet ergo lineam  $z$  n in puncto  $q$ , & lineam  $h$  l in puncto  $f$ , & ducatur à puncto  $z$  per  $3$ . primi linea æquedistans ipsi lineæ  $t$  c, quæ per  $2$ . huius secabit lineas  $h$  m &  $h$  l, sicut etiã sua æquedistans  $t$  c, secet ergo eas in punctis  $l$  &  $m$ , & sit ipsa linea  $m$  z l, super diametrum ergo  $g$  b terminum  $g$  per  $23$ . primi, fiat angulus æqualis angulo  $h$  l m, qui sit angulus  $g$  b d, & ducantur duæ lineæ  $a$  d,  $b$  d, palam ergo, cum angulus  $g$  a b sit rectus per  $30$ . tertij, q. alij duo anguli trianguli  $g$  a b &  $a$  b g ualent rectum per  $32$ . primi, angulus ergo  $h$  m, qui æqualis est illis duobus angulis, est rectus, ergo æqualis angulo  $g$  a b, angulus uero  $h$  l m est æqualis angulo  $d$  g b, ergo per  $32$ . primi angulus tertius unius trigonorum  $g$  b d &  $h$  l m erit æqualis angulo tertio alterius. scilicet angulus  $h$  m l, angulus  $g$  d b, erit ergo per  $4$ . sexti proportio lineæ  $g$  b ad  $b$  d, sicut lineæ  $l$  m ad  $m$  h, sit aut punctus in quo linea  $a$  d secat diametrum  $g$  b punctus  $e$ , quia ergo per  $26$ . tertij angulus  $a$  d b est æqualis angulo  $b$  a g, quia cadunt in eundem arcum qui a b, & angulus  $b$  g a æqualis angulo  $m$  h z, ex præmissis erit ergo angulus  $a$  d b æqualis angulo  $m$  h z, & patuit prius, q. angulus  $d$  b g est æqualis angulo  $h$  m z, erit ergo tertius angulus trianguli  $d$  e b per  $32$ . primi æqualis tertio angulo trigoni  $m$  h z, scilicet angulus  $d$  e b angulo  $m$

$z$  h, quia ergo trigona  $d$  e b &  $m$  z h sunt æquiangula, erit per  $4$ . sexti proportio lineæ  $b$  d ad  $d$  e, sicut lineæ  $m$  h &  $h$  z, ostensum est autẽ superius, q. est proportio lineæ  $g$  b ad  $b$  d, sicut lineæ  $l$  m ad  $m$  h, ergo per  $22$ . quinti erit per æquã proportionẽ, pportio lineæ  $b$



$g$  ad  $d$  e, sicut lineæ  $l$  m ad  $h$  z. Sed sicut per  $13$ . huius declaratum est, patet q. linea  $q$  t est æqualis lineæ  $f$  c, sed linea  $t$  q est æqualis lineæ  $m$  z per  $32$ . primi, cum paralleli  $m$  t q z sit æquedistantiũ laterum, ut patet ex præmissis, est igitur linea  $m$  z æqualis lineæ  $f$  c, sed per eandem  $34$ . linea  $z$  l est æqualis lineæ  $t$  h, est igitur totalis linea  $m$  l æqualis totali lineæ  $t$  c, ergo per  $7$ . quinti est proportio lineæ  $t$  c ad  $h$  z, sicut lineæ  $l$  m ad  $h$  z, est ergo proportio lineæ  $g$  b ad lineam  $d$  e, sicut lineæ  $t$  c ad  $h$  z, & permutatim, Cum ergo linea  $t$  c sit æqualis lineæ  $g$  b, erit linea  $e$  d æqualis ipsi  $h$  z datæ lineæ, quod est propositum. Si autem linea  $t$  c sit minor diametro  $g$  b, producat

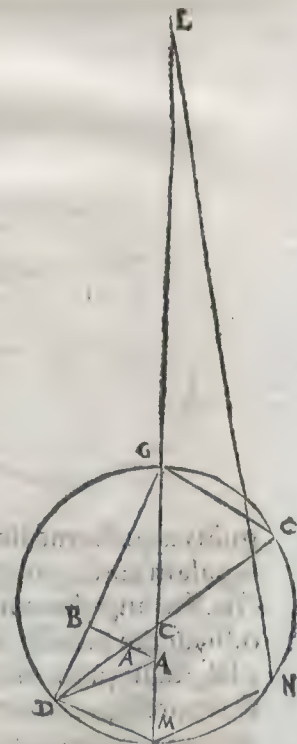
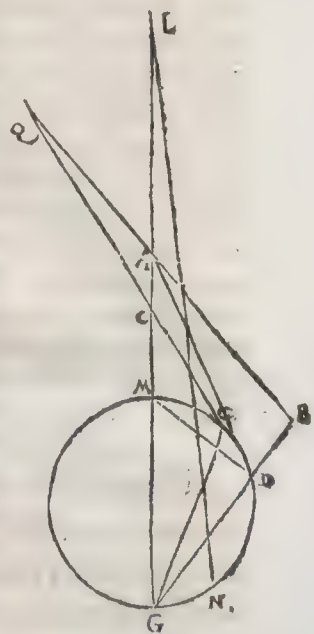
ultra sectionem, donec ipsa sit æqualis diametro  $g$  b, & secundum quantitatem eius fiat circulus, palam per præmissam, q. ille secabit sectionem in punctis duobus, qui sint  $c$  &  $u$ , à quibus lineæ ductæ ad punctum  $t$ , sunt æquales lineæ  $b$  g per diffinitionem circuli, & tunc à puncto  $z$  ducatur linea æquedistans alteri illarum, & item alia æquedistans alteri, & tunc erit ducere à puncto  $a$  per modum prædictum duas lineas  $e$  d æquales lineæ datæ, & erit idem penitus probandi modus, qui supra, patet ergo propositum.

CXXXIII.

Dato trigono orthogonio, & dato puncto in uno suorum laterum angulum rectum continentium, possibile est ducere à puncto illo ad aliud laterum continentium angulum rectum lineam secantem basem, ita, q. pars ductæ lineæ interioret punctum sectionis, & latus in quo non est punctus datus, se habeat ad partem basis, quæ est in sectione ad latus, in quo est punctus datus, sicut data linea ad datam lineam.

Esto

Esto  $a$  b g triangulus datus, cuius angulus  $a$  b g sit rectus, & in latere illius  $b$  g sit punctus datus qui sit  $d$  extra angulum aut intra, sintq. datæ lineæ duæ  $e$  &  $z$ . Dico q. à puncto  $d$  possibile est ducere lineam secantem basem  $a$  g, & concurrentem cum latere  $a$  b, ita, q. pars lineæ secantis interioret latus  $a$  b & basem  $a$  g, sit eiusdem proportionis ad partem basis  $a$  g, quæ est ab illa linea usq. ad punctum  $g$ , cuius est data linea  $e$  ad datam lineam  $z$ . Sit enim primo punctus  $d$  in ipso trigono  $a$  b g, & ducatur ab eo linea æquedistans lineæ  $a$  b per  $31$ . primi, quæ sit  $d$  m, & fiat circulus super tria puncta  $g$  d m per  $5$ . quarti, eritq. linea  $g$  m diameter huius circuli per  $30$ . tertij, supertenditur enim angulo recto per  $29$ . primi, ptra hatur linea  $a$  d, & quia per eandem  $29$ . primi angulus  $g$  m d est æqualis angulo  $g$  a b, palam, quia angulus  $g$  m d erit maior angulo  $g$  a d, cum angulus  $g$  a b sit maior angulo  $g$  a d, secetur ergo ex angulo  $g$  a d angulus æqualis angulo  $g$  a d per  $27$ . huius, ducta linea  $m$  n ad periferiam circuli, sitq. angulus  $d$  m n, quæ autem est pportio lineæ  $e$  ad lineam  $z$ , eadem sit per  $3$ . huius, pportio lineæ  $a$  d ad lineam  $b$ , & à puncto qui est punctus in periferia circuli, ducatur linea ad diametrum  $g$  m quæ sit  $n$  l, secans circulum in puncto  $c$ , ita, ut eius pars interioret periferiam circuli & diametrum quæ est  $c$  l, sit æqualis lineæ datæ  $h$  per  $128$ . uel per  $130$ . huius, & ducatur linea  $c$  g, & à puncto  $d$  ducatur linea ad punctum  $c$ , quæ cum cadat inter duas lineas æquedistantes q. sunt  $d$  m &  $b$  a, tenens angulum acutum cum earum altera ut cum  $m$  d, si producat necesse est concurrat cum reliqua per  $2$ . huius, concurrat ergo in puncto  $q$ , quia itaq. per  $26$ . tertij angulus  $g$  m d est æqualis angulo  $g$  c d, & angulus  $g$  m d est æqualis angulo  $g$  a b per  $29$ . primi: palam, q. angulus  $g$  c d est æqualis angulo  $g$  a b, ergo per  $13$ . primi erit angulus  $g$  c q æqualis angulo  $b$  a l, per  $15$ . primi est æqualis angulo  $g$  a q, angulus ergo  $g$  c q est æqualis angulo  $g$  a q. Sit autem t punctus, in quo linea  $d$  q secat lineam  $a$  g, erit ergo per  $15$ . primi angulus  $g$  t c æqualis angulo  $g$  c q, quia ergo trigonorum  $a$  t q &  $t$  c g duo anguli sunt æquales, erit & triangulus tertio æqualis trianguli, ergo  $a$  t q &  $t$  c g sunt æquianguli, ergo per  $4$ . sexti erit proportio lineæ  $q$  t ad  $t$  g, sicut lineæ  $a$  t ad  $t$  c, uerum angulus  $n$  m d ex præmissis est æqualis angulo  $t$  a d, qm enim anguli  $g$  m d &  $t$  a b sunt æquales, & anguli  $g$  m n &  $d$  a g æquales, relinquitur  $n$  m d æqualis angulo  $t$  a d. Sed & angulus  $n$  c d ex  $26$ . tertij est æqualis angulo  $n$  m d, quia angulus  $n$  c d est æqualis angulo  $t$  a d, ergo per  $15$ . primi angulus  $t$  c l, qui est contrapositus angulo  $n$  c d, est æqualis angulo  $t$  a d, quia ergo angulus  $t$  c l est communis duobus trigonis. scilicet trigono  $t$  c l & trigono  $t$  a d, quia ergo angulus  $t$  c l &  $t$  a d sunt æquales, erunt per  $32$ . primi trigona  $t$  c b &  $t$  a d æquiangula, ergo per  $4$ . sexti est proportio lineæ  $t$  a ad lineam  $t$  c, sicut lineæ  $a$  d ad lineam  $l$  c. Fuit autẽ ostensum superius, q. est proportio lineæ  $t$  q ad lineam  $t$  g, sicut lineæ  $a$  t ad lineam  $t$  c, ergo per  $11$ . quinti erit proportio lineæ  $a$  d ad  $l$  c, sicut lineæ  $q$  c ad  $t$  g, sed linea  $l$  c est æqualis lineæ  $h$ , & pportio lineæ  $a$  d ad lineam  $h$  est sicut proportio lineæ  $e$  ad  $z$ , ergo per  $7$ . &  $11$ . quinti erit proportio lineæ  $q$  t ad lineam  $t$  g, sicut lineæ  $e$  ad lineam  $z$ , quod est propositum. Si uero  $d$  punctus datus in latere trigoni q. est  $b$  g extra triangulum productum, ducatur prius à puncto  $d$  linea æquedistans lineæ  $a$  b, & sit  $d$  m, & ducatur linea  $a$  g donec cõcurrat cum linea  $d$  m puncto  $m$ , & fiat ut prius circulus transiens per tria puncta  $g$  d m, erit ergo ut prius  $m$  g diameter istius circuli, & ducatur linea  $a$  d, erit quidã angulus  $g$  a d maior angulo  $g$  m d per  $16$ . primi, fiat ergo ut prius super punctum  $m$  lineam  $d$  m angulus æqualis angulo  $g$



i 3 ad per

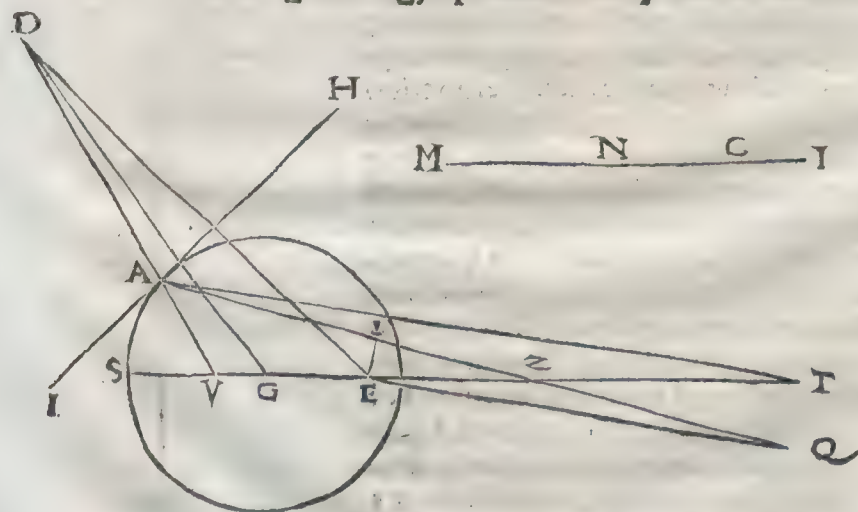


a d per lineam m n qui sit angulus d m n, & à puncto n, qui sit in circumferentia circuli, ducatur ut prius per 128. uel per 130. huius linea adeducta diametrum m g, concurrens cum ipsa in puncto l, & secans periferiā circuli in puncto c, ita, ut lineā c l sit æqualis lineā h assumptæ ut prius, sicut per 3. huius sit proportio lineæ a d ad ipsam h, sicut lineæ datæ e ad lineam datam z, & ducatur linea d c secans lineam a g in puncto t, & lineam a b in puncto q. Cum ergo angulus n m d, & angulus n c d per 21. tertij sunt æquales duobus rectis, & angulus n m d sit æqualis angulo t a d ex præmissis: palam ex 13. primi, qm̄ erit angulus t c l æqualis angulo t a d, erunt ergo duo trianguli t c l & t a d p 15. & 32. primi æquianguli, erit ergo per 4. sexti, proportio lineæ d a ad lineā c l, sicut lineæ t a ad lineā t c, cum autem per 26. tertij duo anguli g c d & g m d sint æquales, qm̄ cadūt in eodem arcum qui est d g, angulus uero t a q per 29. primi est æqualis angulo g m d, erit angulus t a q æqualis angulo t c g, sed & anguli q c a & g c t sunt æquales per 15. primi, erunt ergo trigona g t c & t a q æquiangula per 32. primi, erit ergo per 4. sexti proportio lineæ a c ad lineā c l, sicut lineæ q t ad lineā t g, est ergo per 11. quinti proportio lineæ e ad z, sicut lineæ q t ad lineam t g, quod est propositum.

CXXXV.

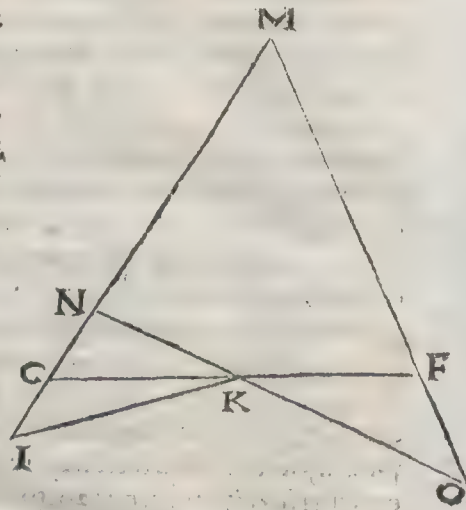
Datis duobus punctis uno in circulo alio extra circulũ, uel utroq; extra circulum, possibile est inuenire punctum in circumferentia dati circuli, ita, ut angulum contentum à lineis à prædictis punctis ad punctum inuentum ductis diuidat per æqualia, linea in illo puncto circulum contingens.

Esto duo puncta data quæ e & d, quorū unum qui sit e primū sit in circulo, & reliquū extra illum, & sit datus circulus, cuius centrum sit g. Dico q̄ possibile est in periferia circuli g inuenire punctum, in quo linea contingens circulum ducta, secet angulū contentum à lineis e à punctis d & e ad illum punctū ductis per æqualia, ducat enim à puncto e ad centrum g linea e g, & producaturs usq̄ ad circumferentiā & sit e g s, deinde du-



gulus æqualis mediæ tati anguli d g l diuisa per 9. primi per æqualia, ducaturq; linea m o: palam autē, q̄ angulus i m o erit minor recto, qm̄ angulus d g s est minor duobus rectis. Sed angulus o n m est rectus, igitur per 14. huius linea m o concurret cum linea n o. sit autem punctū concursus o, à puncto uero c ducatur linea ad trianulū m n o qui sit c k f, ita, ut proportio lineæ k f ad lineā f m sit sicut proportio lineæ e g ad lineā g s, qđ fieri potest per præcedentē. ducatur quoq; linea m k, & super punctū g terminū lineæ e g per 23. primi fiat angulus æqualis angulo m f k, per lineā usq; ad circumferentiā productam, quæ sit a g, & sit angulus a g e, & ducantur duæ lineæ a g & a d. Dico q̄ a est q̄ situs punctus, ducatur enim lineæ e a. Cum ergo ex præmissis angulus m f k sit æqualis angulo a g e, & proportio lineæ f k ad lineā f m, sit sicut proportio lineæ e g ad lineam g s, ergo per 7. quinti erit proportio lineæ f k ad lineā f m, sicut lineæ e g ad lineam g a

æqualem g s, quia ambæ ex centro, erit triangulus a g e similis triângulo m f k per 6. sexti  
 igitur angulus f m k est æqualis angulo e a g, & angulus a e g æqualis angulo m k f, igit  
 a puncto a ducatur linea tenens cum linea a e angulum æqualem angulo n m k, & sic li  
 nea a z quæ necessãriò concurret cum linea e g, quoniã est proportio e g ad a g, sicut k f  
 ad f m, & angulus g a z æqualis est angulo f m c, fuit enim prius angulus e g æqualis  
 angulo f m k, sicut ergo linea m o concurrat cum linea k f in puncto f, sic cõcurret linea  
 a z cum linea g e. Sit ergo concursus in puncto z, & p  
 ducatur linea a z usq; ad punctũ q, donec linea a c se ha  
 beat ad lineã q z, sicut linea m c ad c i per 3. huius, erit  
 ergo proportio lineæ a z ad lineã q z, sicut lineæ d g ad  
 lineã g e, & ducatur linea e q, deinde à puncto a ducatur  
 linea æquedistans lineæ e q, quæ sit linea a c per 3 1. pri  
 mi, & erit angulus a q e æqualis angulo q a c per 29. pri  
 mi, & quoniã duo anguli z e a & e a c sunt minores duo  
 bus rectis, idem per 29. primi anguli q e a & e a c valent  
 duos rectos, concurret linea a c necessãriò cum linea e  
 z per 14. huius. Sit ergo punctus concursus c, quia uero  
 angulus e a z est æqualis angulo n m k, ut supra patet,  
 ducta à puncto e linea perpendiculari super lineã a z p  
 4. primi quæ sit e l, erunt trigona a e l & n m k æquian  
 gula per 3 2. primi, erit ergo angulus a e l æqualis ang  
 ulo m k l, & angulus a b e æqualis angulo m n k, quia uter  
 q; est rectus, & uterq; alius angulus æqualis.



per 13. primi, ut angulus  $e$  sit æqualis angulo  $n$   $k$   $c$ , & angulus  $e$   $l$   $z$  rectus est æqualis  
 angulo  $k$   $n$   $c$  recto, erit ergo per 32. primi angulus  $e$   $l$   $z$  æqualis angulo  $k$   $c$   $n$ , igitur per  
 13. primi erit angulus  $e$   $z$   $q$  æqualis angulo  $k$   $c$   $i$ ; palam ergo ex præmissis, quod angulus  $a$   
 $e$   $g$  est æquiangulus triangulo  $f$   $m$   $k$ , & triangulus  $e$   $a$   $l$  æquiangulus est triangulo  $k$   $z$   $n$ ,  
 & triangulus  $e$   $l$   $z$  æquiangulus triangulo  $k$   $n$   $c$ , & triangulus  $c$   $a$   $z$  æquiangulus trian-  
 gulo  $k$   $m$   $c$ , est igitur per 4. sexti proportio  $a$   $z$   $a$   $d$   $e$   $z$ , sicut  $m$   $c$   $a$   $d$   $c$   $k$ , est autem propor-  
 tio  $q$   $z$   $a$   $d$   $z$   $a$ , sicut proportio  $i$   $c$   $a$   $d$   $c$   $m$ , ut patet ex præmissis, erit ergo per 22. quinti pro-  
 portio  $q$   $z$   $a$   $d$   $z$   $e$ , sicut  $i$   $c$   $a$   $d$   $c$   $k$ , est ergo triangulus  $q$   $z$   $e$  per 6. sexti æquiangulus trian-  
 gulo  $i$   $c$   $k$ . Cum ergo triangulus  $e$   $l$   $z$  sit æquiangulus triangulo  $k$   $n$   $z$ , erit totus triangu-  
 lus  $q$   $l$   $e$  æquiangulus toti triangulo  $i$   $k$   $n$ , est ergo per 4. sexti proportio  $e$   $l$   $a$   $d$   $l$   $q$ , sicut  $k$   
 $n$   $a$   $d$   $n$   $i$ , & similiter est proportio  $a$   $b$   $a$   $d$   $l$   $e$ , sicut  $m$   $n$   $a$   $d$   $m$   $k$ , erit ergo per 22. quinti pro-  
 portio  $n$   $m$   $a$   $d$   $n$   $i$ , sicut  $a$   $l$   $a$   $d$   $l$   $q$ , sed linea  $n$   $m$  est æqualis  $n$   $i$  ex hypothesi, ergo linea  $a$   $l$   
 est æqualis  $l$   $q$ , ergo per 4. primi linea  $e$   $q$  erit æqualis  $e$   $a$ , & angulus  $l$   $q$   $e$  æqualis angulo  $l$   $a$   
 $e$ . Sed & angulus  $e$   $q$   $z$  per 29. primi est æqualis angulo  $t$   $a$   $l$ , angulus ergo  $e$   $a$   $l$  est æqualis  
 $t$   $a$   $l$ , quia angulus  $e$   $q$   $z$  est æqualis angulo  $t$   $a$   $l$ , & angulus  $e$   $z$   $q$  est æqualis  $a$   $z$   $t$  per 15.  
 primi, igitur tertius tertio, eritque triangulus  $z$   $e$   $q$  æquiangulus triangulo  $z$   $a$   $t$ , est ergo per 4.  
 sexti proportio  $q$   $z$   $a$   $d$   $z$   $a$ , sicut  $e$   $z$   $a$   $d$   $z$   $c$ , & sicut  $e$   $q$   $a$   $d$   $a$   $c$ , est autem ex præmissis linea  
 $e$   $q$  æqualis lineæ  $e$   $a$ , ergo per 7. quinti est proportio  $q$   $z$   $a$   $d$   $z$   $a$ , sicut  $a$   $e$   $a$   $d$   $a$   $t$ , sed  $q$   $z$   $a$   $d$   
 $z$   $a$  est ex præmissis sicut  $e$   $g$   $a$   $d$   $g$   $d$ , igitur per 11. quinti est proportio lineæ  $a$   $e$   $a$   $d$   $a$   $c$  si-  
 cut  $e$   $g$   $a$   $d$   $g$   $d$ . Fiat autem super punctu  $a$  angulus æqualis angulo  $g$   $a$   $e$ , qui sit  $u$   $a$   $g$ , pro-  
 ducta linea  $a$   $u$ , si possibile fuerit, usque ad lineam  $g$   $l$ ; palam ergo ex præmissis, quoniam angulus  
 $g$   $a$   $l$  est medietas anguli  $u$   $a$   $t$ , cum enim angulus  $e$   $a$   $q$  ex præmissis & per 5. primi, ideo-  
 que lineæ  $a$   $e$  &  $e$   $q$  sunt æquales, angulus  $e$   $q$   $c$ , qui per 29. primi est æqualis angulo  $q$   $a$   $t$ ;  
 patet quod angulus  $e$   $a$   $l$  est æqualis angulo  $l$   $a$   $t$ , sed angulus  $g$   $a$   $e$  est æqualis angulo  $u$   $a$   $g$   
 est ergo angulus  $g$   $a$   $l$  medietas anguli  $u$   $a$   $t$ , sed angulus  $g$   $a$   $l$ , cum sit ex præmissis æqua-  
 lis angulo  $f$   $m$   $c$ , qui constitutus est æqualis medietati anguli  $d$   $g$   $s$ , æqualis medietati an-  
 guli  $d$   $g$   $n$ , angulus uero  $u$   $a$   $t$  est æqualis angulo  $d$   $g$   $u$ , sed anguli  $t$   $a$   $u$  &  $t$   $u$   $a$  sunt mino-  
 res duobus rectis arguendo 32. primi, cum lineæ  $a$   $t$  &  $u$   $t$  concurrant in puncto  $t$ , quia  
 duo anguli  $t$   $u$   $a$ ,  $d$   $g$   $b$  sunt minores duobus rectis, igitur linea  $a$   $b$  concurret cum linea  $d$   
 $g$  per 14. huius. Dico autem, quod concurrent in puncto  $d$ , efficiet enim linea  $u$   $a$  producta  
 ad li-



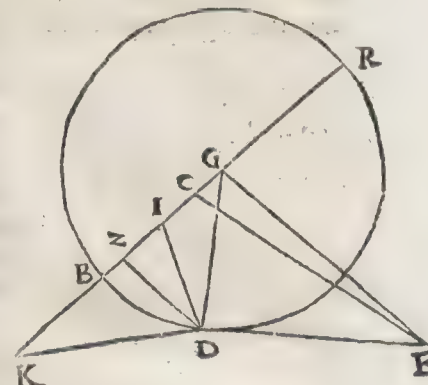
ad lineam  $gd$  cum lineis  $ug$  &  $gd$ , triangulum simile triangulo  $abt$ , quoniam isti tri-  
goni habent angulum  $a$   $ug$  communem, & angulus  $t$   $a$   $u$  est æqualis angulo  $d$   $g$   $u$ , erit er-  
go tertius tertio æqualis, ergo per 4. sexti est proportio  $u$  ad  $a$   $c$ , sicut  $u$   $g$  ad lineam, quæ  
secat  $a$   $u$  ex  $g$   $d$ , & proportio  $e$  ad  $a$   $u$ , est sicut  $e$   $g$  ad  $u$  per 3. sexti, qui angulus  $u$   $a$   $g$  est  
æqualis angulo  $g$   $a$   $e$ . Cum ergo ex præmissis eadem sit proportio  $e$  ad  $a$   $t$ , quæ  $e$   $g$  ad  
 $g$   $d$ , & proportio  $e$  ad  $a$   $t$  sit composita ex proportione  $e$  ad  $a$   $b$ , &  $a$   $u$  ad  $a$   $t$ , quæ per 13.  
huius proportio extremorum componitur semper ex proportione cuiuscunque mediæ ad  
ambas extremas, erit proportio  $e$   $g$  ad  $g$   $d$  composita ex eisdem proportionibus, quia  
erit composita ex proportione  $e$   $g$  ad  $g$   $b$ , &  $g$   $u$  ad lineam quæ secat  $a$   $u$  ex lineam  $g$   $d$ , sed est  
composita ex proportionibus  $e$   $g$  ad  $g$   $u$ , &  $g$   $u$  ad  $g$   $d$ , igitur linea quæ secat  $a$   $b$  ex  $g$   $d$ ,  
est linea  $g$   $d$ , ergo  $a$   $b$  secat  $g$   $d$  in puncto  $b$ , producat ergo per 16. tertij ad puncto  $a$  li-  
nea contingens circulum quæ sit  $ah$ , erit ergo angulus  $g$   $a$   $h$  rectus per 17. tertij. Sed an-  
gulus  $g$   $a$   $l$  est medietas anguli  $a$   $g$   $b$ , ut patet ex præmissis, igitur angulus  $l$   $a$   $h$  est medi-  
etas anguli  $d$   $g$   $e$ , idè, quia anguli  $a$   $g$   $u$  &  $d$   $g$   $e$  valent duos rectos, per 15. primi. trian-  
gulus  $g$   $a$   $h$  est rectus, sed cum angulus  $t$   $a$   $u$  sit æqualis angulo  $d$   $g$   $u$ , erit angulus  $t$   $a$   $d$  æ-  
qualis angulo  $d$   $g$   $e$  per eandem 13. primi, & angulus  $l$   $a$   $h$  est medietas anguli  $t$   $a$   $d$ , & an-  
gulus  $e$   $a$   $l$  est medietas anguli  $e$   $a$   $t$ , igitur angulus  $e$   $l$   $h$  est medietas anguli  $e$   $a$   $d$ , quia  
patet, quod linea  $ah$  contingens circulum dividit angulum  $e$   $a$   $d$  per æqualia, quod est propo-  
situm. Cum uero angulus  $u$   $a$   $g$  super punctum  $a$  terminum lineæ  $g$   $a$  factus sit æqualis  
angulo  $g$   $a$   $e$ , tunc si linea  $a$   $u$  non cadit super lineam  $e$   $s$  extra circulum uel intra circulum;  
palam, quia linea  $a$   $u$  est æquidistans lineæ  $e$   $s$ , quia in infinitum protracta cum illa non  
concurrit, erit quoque per 29. primi angulus  $u$   $a$   $g$  æqualis angulo  $a$   $g$   $e$ , sed per præmissa  
angulus  $g$   $a$   $e$  est æqualis angulo  $u$   $a$   $g$ , ergo angulus  $g$   $a$   $e$  æqualis erit angulo  $a$   $g$   $e$ , ergo  
per 6. primi in trigono  $a$   $g$   $e$  lateris  $a$   $e$  est æquale lateri  $e$   $g$ , similiter angulus  $t$   $a$   $d$  erit æ-  
qualis angulo  $a$   $t$   $g$  per 29. primi, sunt enim coalterni lineæ æquidistanti ex hypothe-  
si. Sed iam ostensum est, quod angulus  $t$   $a$   $d$  est æqualis angulo  $d$   $g$   $t$ , sed angulus  $a$   $t$   $g$  est æ-  
qualis angulo  $d$   $g$   $t$ , & similiter duo anguli  $a$   $d$   $g$  &  $d$   $g$   $t$  sunt æquales per 28. primi, ergo  
duo anguli  $a$   $d$   $g$  &  $a$   $t$   $g$  sunt æquales, sed & duo anguli  $t$   $a$   $d$ ,  $a$   $g$   $t$  per 29. primi sunt æqua-  
les, ergo per 32. primi trigona  $a$   $d$   $g$  &  $a$   $t$   $g$  sunt æquiangula, ergo per 4. sexti latera ipso-  
rum sunt proportionabilia, sed  $a$   $g$  est commune, æquale sibi ipsi, ergo lateris  $a$   $d$  est æquale  
lateri  $g$   $t$ . Sequitur ergo ex his, quod linea quæ secat  $a$   $b$  ex lineam  $g$   $d$  sit æqualis lineæ  $a$   $t$ , &  
iam præostensum est, quod linea  $e$   $g$  est æqualis ipsi  $a$   $e$ , est ergo per 7. huius proportio lineæ  
 $c$   $g$  ad lineam quam secat  $a$   $b$  ex  $d$   $g$ , sicut  $a$   $e$  ad  $a$   $c$ . Etiam ostensum est, quod  $a$   $e$  ad  $a$   $t$  est sicut  
 $e$   $g$  ad  $d$   $g$ , igitur linea quæ secat  $a$   $b$  ex  $d$   $g$  est  $g$   $d$ , & cum ex præmissis angulus  $c$   $a$   $d$  sit æ-  
qualis angulo  $d$   $g$   $t$ , erit angulus  $l$   $a$   $h$  medietas anguli  $t$   $a$   $d$ , ut supra patuit, & angulus  $e$   
 $a$   $l$  medietas anguli  $e$   $a$   $t$ , erit ergo  $e$   $a$   $h$  medietas anguli  $e$   $a$   $d$ , quod est propositum. Eo-  
dem modo demonstrandum, si ambo puncta  $e$  &  $d$  data sint extra circulum, patet er-  
go propositum totum.

CXXXVI.

Dato circulo & in eo diametro, punctoque extra circulum, possibile est ad  
dato puncto ad diametrum ducere lineam secantem circulum sic, quod pars du-  
ctæ lineæ interiacens circumferentiam & diametrum, sit æqualis parti dia-  
metri interiacenti ipsam & centrum.

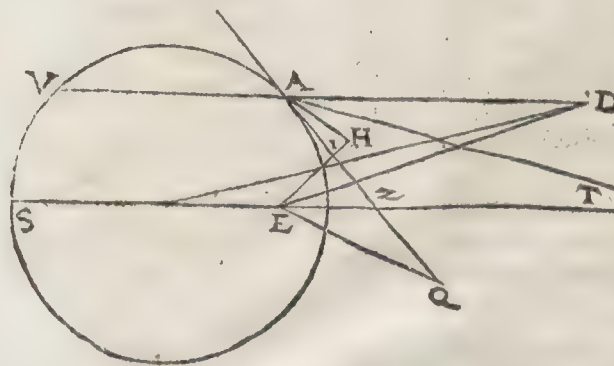
Esto datus circulus, cuius centrum sit  $g$ , & in eo data diameter sit  $x$   $g$   $b$ , sit quoque p-  
ctus & punctus extra circulum. Dico quod possibile est duci a puncto  $e$  ad diametrum  $x$   $g$   $b$  li-  
neam secantem circulum secundum prædictum modum. Ducatur enim a puncto  $e$  perpendi-  
cularis super diametrum  $x$   $g$   $b$  per 12. primi, quæ sit  $c$ , & sit exempli causa ut cadat illa p-  
pendicularis super semidiametrum  $bg$ , & ducatur linea  $e$   $g$ , & assumatur linea  $q$   $t$  æqualis  
lineæ  $e$   $t$ , & fiat per 32. tertij super lineam  $q$   $t$  portio circuli talis, ut quilibet angulus cadens  
in hanc portionem, sit æqualis angulo  $e$   $g$   $b$ , & compleatur circulus, & a medio puncto  $q$   
lineæ  $q$   $t$  sit  $i$  super ipsam  $q$   $t$  ducatur perpendicularis per 10. & 11. primi, & ducatur ex  
utraq; parte usque ad circumferentiam circuli, erit ergo ducta perpendicularis diameter cir-  
culi

culi illius per 1. tertij, & a puncto  $q$  ducatur linea ad hanc diametrum, secans ipsam in pun-  
cto  $f$ , & producat usque ad  $p$  punctum circumferentiæ, ita, ut eius pars quæ  $s$   $p$  sit æqualis  
medietati lineæ  $g$   $b$  semidiametri dati circuli, quod fiet per 133. huius, & ducantur lineæ  $p$   $t$   
&  $t$   $f$ , & ducatur a puncto  $p$  linea  $p$   $b$  æquidistans diametro  
concurrentes cum linea  $t$   $f$  in puncto  $u$ , concurrerit autem per  
2. huius, & a puncto  $u$  ducatur linea æquidistans lineæ  $q$   $t$ , quæ  
sit  $u$   $o$ , secans diametrum  $f$   $l$  in puncto  $m$ , & lineam  $p$   $q$  in pun-  
cto  $o$ , & a puncto  $t$  ducatur perpendicularis super lineam  $p$   $q$   
per 12. primi, quæ sit  $n$ , & a puncto  $t$  ducatur linea æquedi-  
stans lineæ  $p$   $q$  per 31. primi quæ sit  $s$ , & a puncto  $u$  ducantur  
perpendicularis super lineam  $p$   $q$ , quæ sit  $u$   $h$ , deinde ex angu-  
lo  $b$   $g$   $e$  secetur angulus æqualis angulo  $q$   $p$   $u$  per 27. huius.  
qui sit  $b$   $g$   $d$ , ducta linea  $g$   $d$  ad periferiam circuli, & a puncto  
 $e$  ducatur linea  $e$   $d$   $z$ . Dico quod linea  $d$   $z$  est æqualis parti dia-  
metri quæ est  $z$   $g$ , sicut proponitur, ducatur enim a puncto  
 $d$  perpendicularis super lineam  $b$   $g$ , quæ sit  $m$ , & ducatur a  
puncto  $d$  linea contingens circulum per 16. tertij, quæ sit  $d$   
 $k$ ; palam itaque, cum ex præmissis diameter  $f$   $l$  sit perpendicu-  
laris super lineam  $q$   $t$ , & super eius æquidistantem  $u$   $o$  per 29. primi, linea uero  $p$   $u$  sit æ-  
quidistans illi diametro, quod angulus  $o$   $u$   $p$  erit rectus per eandem 29. primi, & cum li-  
nea  $o$   $u$  dividatur per diametrum  $f$   $l$  in partes æquales, & orthogonaliter per 2. sexti, &  
per 29. primi, eo quod linea  $q$   $t$  sibi æquidistans similiter est diuisa,  
erunt per 4. & per 29. primi trianguli  $o$   $f$   $m$  &  $u$   $f$   $m$  æquianguli,  
ergo per 4. sexti cum lateris  $f$   $m$  sit æquale sibi ipsi, erit  $d$   $m$  æquale  
 $m$   $u$ , &  $f$   $o$  æquale  $f$   $u$ . Sed cum duo anguli  $p$   $o$   $u$  &  $o$   $p$   $u$  valeant  
unum rectum per 32. primi, ideo quod angulus  $p$   $u$   $o$  est rectus, ut  
patet ex præmissis & 29. primi, erit angulus æqualis angulo  $f$   $p$   
 $u$ , ideo, quia ut præmissum est, angulus  $k$   $o$   $u$  æqualis est angulo  $f$   
 $u$   $o$ . Sed angulus  $f$   $p$   $u$  cum angulo  $f$   $o$   $u$  ualeat unum rectum, ut  
præostensum est, & angulus  $f$   $u$   $p$  cum angulo  $f$   $u$   $o$  ualeat unum  
rectum, est ergo angulus  $f$   $u$   $p$  æqualis angulo  $f$   $p$   $u$ , quia si ab æ-  
qualibus æqualia demas, quæ relinquuntur & c. est ergo per 6. pri-  
mi lateris  $f$   $p$  æquale lateri  $f$   $u$ , erit ergo  $f$   $p$  æquale ipsi  $f$   $o$ , sic  
ergo erit linea  $p$   $o$  æqualis semidiametro  $g$   $u$ , ergo & ipsi  $g$   $d$  per  
definitionem circuli, & ita erit per 7. quinti proportio lineæ  $e$   $c$ , quæ est æqualis lineæ  $q$   $t$   
ad lineam  $g$   $d$ , sicut lineæ  $q$   $t$  ad  $p$   $o$  æqualem  $g$   $d$ . Sed cum angulus  $k$   $d$   $g$  sit rectus per 17.  
tertij, æqualis est ipsi angulo recto  $g$   $i$   $d$ , & angulus  $i$   $g$   $d$  est communis, erit ergo per 32. pri-  
mi triangulus  $i$   $g$   $d$  æquiangulus triangulo  $k$   $g$   $d$ , erit ergo per 4. sexti proportio lineæ  $g$   $k$   
 $d$  ad  $d$   $i$ , sicut lineæ  $g$   $k$  ad  $k$   $d$ , sed angulus  $k$   $g$   $d$  est æqualis angulo  $q$   $p$   $u$ , & angulus  $g$   $d$   $k$   
qui rectus est per 17. tertij, est æqualis angulo recto  $o$   $u$   $p$ , erit ergo per 32. primi tertius  
tertio æqualis, & triangulus  $k$   $d$   $g$  æquiangulus triangulo  $o$   $u$   $p$ , est ergo per 4. sexti pro-  
portio lineæ  $b$   $g$  ad  $k$   $d$ , sicut lineæ  $o$   $p$  ad  $o$   $u$ , & quoniam ex præmissis est proportio lineæ  $g$   $d$   
ad  $d$   $i$ , sicut lineæ  $o$   $p$  ad  $o$   $u$ , & quoniam ex præmissis est proportio lineæ  $g$   $k$  ad  $k$   $d$ , sicut li-  
neæ  $g$   $d$  ad  $d$   $p$ , ergo per 11. tertij est proportio lineæ  $g$   $d$  ad  $d$   $i$ , sicut lineæ  $o$   $p$  ad  $o$   $u$ . Fu-  
it autem ex præmissis proportio lineæ  $e$   $c$  ad  $g$   $d$ , sicut lineæ  $t$   $q$  ad  $p$   $d$ , ergo per 22. quin-  
ti erit proportio lineæ  $e$   $c$  ad  $d$   $i$ , sicut lineæ  $q$   $t$  ad  $o$   $u$ , sed proportio  $q$   $t$  ad  $o$   $u$  est sicut  $t$   $f$   
ad  $f$   $u$  per 29. primi & per 4. sexti, cum triangulus  $t$   $f$   $q$  sit æquiangulus triangulo  $o$   $f$   $u$ ,  
uerum angulus  $u$   $t$   $s$  est æqualis angulo  $h$   $f$   $u$  per 29. primi, est enim coalternus illi inter  
lineas æquidistantes, quæ sunt  $h$   $q$  &  $f$   $c$ . Sed & angulus  $u$   $s$   $t$  est rectus æqualis angulo  $h$   $u$   
recto, & angulus  $f$   $u$   $h$  æqualis est angulo  $s$   $u$   $t$  per 15. primi, erit ergo triangulus  $u$   $s$   $t$  æ-  
quiangulus triangulo  $h$   $u$   $f$ , ergo per 4. sexti erit proportio lineæ  $t$   $u$  ad  $u$   $f$ , sicut lineæ  $s$   
 $u$  ad  $u$   $h$ , ergo per 18. quinti erit coniunctim proportio lineæ  $t$   $f$  ad  $f$   $u$ , sicut  $s$   $h$  ad  $h$   $u$ ,  
sed linea  $t$   $u$  æqualis est lineæ  $s$   $h$  per 34. primi, ergo per 7. quinti erit proportio lineæ  $t$   $n$   
k ad li





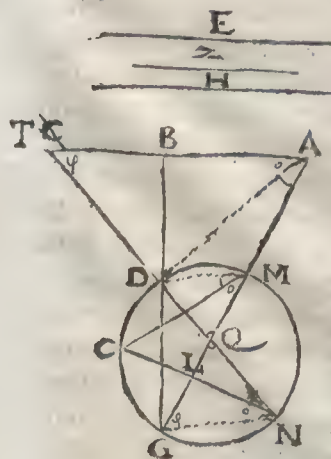
ad lineam h u, sicut lineae e f ad f u. Sed sicut patuit ex praemissis, quae est proportio lineae c k ad f u, eadem est lineae q t ad u e per 4. sexti, ergo per 11. quinti proportio lineae q t ad u o est sicut lineae t n ad h u, ergo proportio lineae e c ad d i est sicut lineae t u ad u h. Sed cum angulus g i u sit rectus, est aequalis angulo p h u recto, & angulus i g d aequalis angulo h p u ex praemissis, erit ergo tertius tertio aequalis per 32. primi, est ergo triangulus i g d aequalis triangulo h p u, est ergo per 4. sexti, proportio lineae i d ad d g, sicut lineae h u ad u p: quare erit per 22. quinti proportio lineae e c ad g d, sicut lineae t u ad u p. Sed cum angulus e g e sit aequalis angulo e p c ex hypothesi, & angulus g c e rectus aequalis angulo p u t, erit trigonorum u p t & g c e angulus reliquus reliquo aequalis, ergo per 4. sexti erit proportio lineae e g ad e c, sicut lineae p t ad n t, est igitur proportio lineae g e ad g d, sicut lineae p t ad u p per 22. quinti, sed & angulus d g e aequalis est angulo u p c ex hypothesi, quia enim angulus q z t est aequalis angulo b g e, & angulus q p u aequalis angulo g d e, remanet angulus u p t aequalis angulo d g e, igitur triangulus d g e est aequiangulus triangulo u p t per 6. sexti, ergo angulus g u x aequalis est angulo p u t. Restat ergo per 13. primi, ut angulus g d z sit aequalis angulo f u p, sed in trigonis g d z & p f u est angulus d g z aequalis angulo u p f, quia tertius tertio per 32. primi, est ergo, proportio per 4. sexti lineae d z ad z g, sicut lineae u f ad f p, sed linea u f est aequalis ipsi f p, ex praemissis igitur linea d z aequalis est ipsi z d, qd est, ppositum. Est autem uniuersalis haec proportio siue intra circulum ad aliquam partem diametri fiat ductio, siue ad ipsam periferiam circuli, ita, ut lineae ductae pars intra circulum fiat aequalis semidiametro, siue fiat ductio ad aliquod punctum diametri extra circulum, sit q linea a puncto quo tangit circuli periferiam sit aequalis parti diametri qua abscindit, patet ergo, quoniam haec omnia eueniunt secundum quantitatem angulo k g d, hoc est ppositum.



gulo d g e, igitur triangulus d g e est aequiangulus triangulo u p t per 6. sexti, ergo angulus g u x aequalis est angulo p u t. Restat ergo per 13. primi, ut angulus g d z sit aequalis angulo f u p, sed in trigonis g d z & p f u est angulus d g z aequalis angulo u p f, quia tertius tertio per 32. primi, est ergo, proportio per 4. sexti lineae d z ad z g, sicut lineae u f ad f p, sed linea u f est aequalis ipsi f p, ex praemissis igitur linea d z aequalis est ipsi z d, qd est, ppositum. Est autem uniuersalis haec proportio siue intra circulum ad aliquam partem diametri fiat ductio, siue ad ipsam periferiam circuli, ita, ut lineae ductae pars intra circulum fiat aequalis semidiametro, siue fiat ductio ad aliquod punctum diametri extra circulum, sit q linea a puncto quo tangit circuli periferiam sit aequalis parti diametri qua abscindit, patet ergo, quoniam haec omnia eueniunt secundum quantitatem angulo k g d, hoc est ppositum.

CXXXVII.

Dato trigono orthogonio, datoq aliquo puncto in maiore suorum laterum rectum angulum continentium, possibile est a dato puncto ducere lineam ad basem ex alia sui parte cum reliquo latere concurrentem, quae se habeat ad inferiorem partem abscisam basis, sicut linea data ad lineam datam.



Sint datae duae lineae z minor & e maior, & sit datum trigonum orthogonium a b g, cuius a b sit rectus, contentus a lineis g b & b a, & dato exempli causa in g b latere maiore illius trigoni puncto d. Dico q possibile est a puncto d ad basem g a ducere lineam secantem basem a g cum puncto q, & ex alia sui parte cum linea a b concurrentem in puncto c, sit ut ipsa totalis linea t q habeat proportionem ad lineam q g, illam quam habet linea e ad lineam z, ducatur enim a puncto d linea aequidistans lineae q a per 31. primi, quae sit d m, & fiat circulus transiens per tria puncta d m g & per 5. quarti, & qm angulus g d m est rectus per 26. primi, qm angulus a b g est rectus, erit linea d m diameter circuli per 30. tertii, & ducatur linea d a, sit quoq h quaedam linea ad, ad quam se habeat linea d a sicut linea e ad z per tertiam huius, & cum per 29. primi angulus d m g sit aequalis angulo b a g, secetur ex angulo d m g angulus aequalis angulo d a g per 27. huius, & sit angulus

gulus c m d, & ducatur m c donec secet circumferentiam in puncto c, & a puncto c ducatur linea ad diametrum m g, & usq ad circumferentiam quae sit linea c n, secans diametrum m g in puncto l taliter, q linea l n sit aequalis lineae h datae per 133. huius, & ducatur linea g, & producat d n linea concurrens cum linea a g in puncto q. Cum igitur angulus d m c sit aequalis angulo d n c per 26. tertii, cadunt enim in eundem arcum qui est d c: palam, quia erit angulus q l aequalis angulo d a q, & angulus q l est aequalis angulo d q a per 15. primi, erit ergo per 32. primi, angulus n q l aequiangulus triangulo d q a, igitur per 4. sexti erit proportio lineae a q ad q n, sicut lineae a d ad d l. Sed cum angulus d m g sit aequalis angulo d n g per 26. tertii, qui cadunt in eundem arcum d g, est autem per 29. primi angulus d m g aequalis angulo b a g: patet, quia angulus q n g aequalis angulo b a g. Sit itaq t punctus, in quo linea d a concurrat cum a b, eritq per 15. primi angulus t q a aequalis angulo n q g, ergo per 32. primi erit triangulus t q a aequiangulus triangulo g q n, erit ergo per 4. sexti proportio lineae a q ad lineam q n, sicut lineae t q ad lineam q g, est igitur per 11. quinti proportio lineae t q ad lineam q g, sicut lineae a d ad lineam n l, sed linea n l est aequalis h assumptae lineae per 3. huius, & proportio lineae a d ad lineam h, est sicut lineae e ad lineam z, est ergo proportio lineae t q ad lineam g a, sicut lineae e ad lineam z, qd est, ppositum. Et si cotingat q a puncto c possint duci duae lineae similes lineae c l n, erit possibile a puncto d duci duas lineas similes lineae t q, ita similiter, ut utriusq ad partem qua secet ex base a g sit, proportio sicut lineae e ad lineam z, & erit eadem demonstratio. Plures autem huiusmodi lineas q duas non est possibile duci, ut patuit p 133. huius, patet ergo ppositum, & licet hoc qd hic pponit, non uideat penitus uniuersale quantum ad quaelibet puncta data, & quaslibet lineas datas, ad quae, proportione fieri debeat ipsius basis, proportio, nos tamen hoc pposito theoremate nisi modo conuenienti & possibili in sequentibus utemur.

## LIBER SECVNDVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS



Uniuersalibus huius scientiae axiomatibus mathematicis praemissis, in hoc secundo libro, ut praemissimus, uniuersali actioni sensibilium formarum quae dam praebula naturalia praemittentes, de modo projectionis luminis per medium unius diaphoni, uel plurium super diuersas figuras corporum, & de projectione umbrarum, & defiguratione lucis cadentis per fenestras aggrediamur tractatum, ut de ijs sine quibus sermonem uisibilium formarum aggredi conueniens non fuit, prout in processu postmodum patebit, quae uero praemittimus, ut nota sensui sunt ista.

### DIFFINITIONES.

Corpus luminosum, dicitur omne corpus qd est sui luminis diffusum. Corpus diafonum dicitur omne corpus per quod luminis patet transitus. Corpus umbratum dicitur corpus, per quod luminis non patet transitus. Lux prima dicitur illa quae efficit secundam, sicut lux intrans domum per fenestram, & illuminans domum residuam in loco qui incidit, dicitur prima, in angulis uero domus dicitur lux secunda. Lux minima dicitur, quae si diuidi intelligatur, non habebit amplius actum lucis. Radius dicitur linea luminosa. Linea radialis dicitur linea per quam fit diffusio formarum. Linea refracta dicitur linea, cuius partes angulum continent. Pyramis radialis, dicitur pyramis cuius basis est in superficie corporis suam formam diffundentis, & uertex in punctis alterius corporis cuiuscumq. Pyramis illuminationis dicitur illa, cuius uertex est in puncto corporis luminosi, & basis in superficie rei illuminata.

### PETITIONES.

Petimus autem haec, ut per se sensui nota, lucem compressam fortiolem esse luce diffusa, & gregata

An Luna dicitur corpus? nolumus cum in fundat formam hanc sed solus?

1. 2. 3. 4. Lux prima? 5. Lux minima? 6. 7. 8. 9. 10.

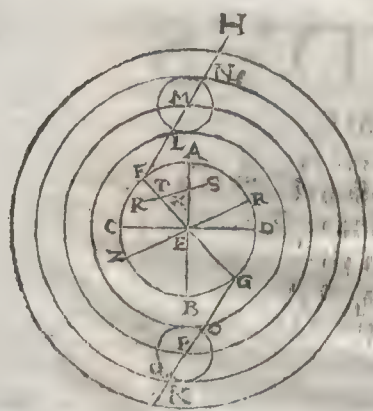


gregata. Item lucē fortiorē uehementius illuminare, & longius se diffundere. Item in absentia luminis umbram fieri. Item in allatione luminis umbram deficere. Itē aliquā umbram in sui termino acui, & ad punctum terminari. Item lucē ad omnē positionis differentiam aequaliter diffundi. Item lucem res coloratas pertranseuntem illarum coloribus colorari, ut patet de luce transeunte uitrias fenestras, quae illos uitrorum coloribus informantur, secum formas illos colorū super obiecta corpora deferendo. Item q̄ natura nihil frustra agit, sicut nec deficit in necessarijs.

## THEOREMA I.

Radij quorumcūq; luminum & multiplicationes formarum, secundum rectas lineas protenduntur.

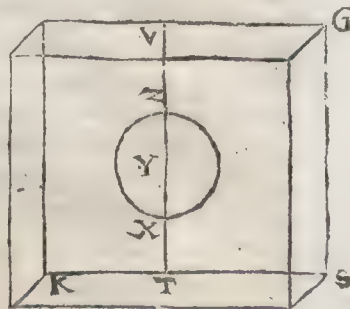
Hoc qd' hic proponitur, nō demonstratione, sed instrumentaliter potest declarari, diuersitas tamen antiquorū ad hoc probandū pluribus & diuersis usa est instrumentis, nos uero utimur isto qd' hic subscribimus, q̄ regularius huic pposito credimus cōuenire. Assumatur itaq; uas aeneum rotundum conuenienter spissum, ad modum matris astrolabij, cuius fundi latitudo sit unius cubiti, uel maior, & altitudo ora eius sit aequalis latitudini duorū digitorū perpendicularis super basem uasis, & in medio dorsi huius uasis sit perpendiculariter erectum aliquod corpus plurimū rotundū columnare, cuius lōgītudo sit aequalis latitudini trium digitorū, latitudo uero eius sit minor uno digito, & ponat hoc uas secundū sui puncta media in tornatorio, & tornetur quousq; periferia eius sit intrinsecus & extrinsecus uerā rotunditatis, & adaequantur planae superficies ipsius, & corpus columnare qd' est in medio dorsi, fiat rotundum. Signentur itaq; in interiori superficie fundi huius uasis duo diametri orthogonaliter se secantes, quae sint a b & c d; palam, qm̄ illae diametri transeunt per centrum circuli fundi q̄ sit e, deinde signet in basi ora istius uasis, qui est circulus a c d, in distantia extremitatis alterius diametri productarū, ut diameter a b secundū latitudinem unius digiti punctū qd' sit f, & ex hoc puncto tertia trahatur diameter per centrum e, quae sit g, & a duobus terminis istius diametri f g ducantur duae lineae in intrinseca superficie ora uasis, quae necessario erunt perpendiculares super superficiem fundi laminae, ideo, q̄ superficies ora, in qua perpendiculares istae producantur, sunt erectae super superficiem fundi, ut patet supra. Illae quoq; perpendiculares sint f h & g k, & in altera istarū linearū ut in f h signentur tria puncta aequidistantia secundū quantitatem medietatis grani hordei, quae sint l m n, quorū primū qd' est l sit propinquius basi uasis & ipsi puncto f, a quo distet per quantitatem medietatis



grani hordei, & deinde reducat uas ad tornatoriū, & signent in ipso tres circuli aequidistantes, transeuntes per illa tria puncta l m n, qui circuli diuident lineam g k, istae diuisiones lineae g k puncta o p q, & sient in unoquoq; istorū trium circuloꝝ duo puncta opposita, quae sunt extremitates alicuius diametri illorū circuloꝝ in puncto diuisionis lineae f h, qd' est punctum i, opponitur in linea g k puncto o, & sit linea l o diameter circuli aequidistantis circulo a b c d, & similiter linea m p sit diameter alterius circuli, & linea n q sit diameter circuli tertij, diuidatur itaq; medius istorū circuloꝝ in 360. partes, & si possibile fuerit per minuta, deinde super lineam f h alteram duarū linearū ppendiculariū quae sunt f h & g k punctū medium qd' est m, pforetur foramen rotundū, & sit medietas diametri foraminis secundū quantitatem distantiae circuloꝝ quae est linea m l, attinget ergo foramen illud ambos circulos extremos, & medius circuloꝝ diuidet circum foraminis per aequalia, qm̄ transit per centrum foraminis. Deinde accipitur lamina aenea plana aliquantulū spissa, & sit eius spissitudo sicut horae ipsius instrumenti, & eius longitudo sit duorū digitorū sicut & ora uasis, & eius latitudo sit prope hoc, & sit aequidistantiū superficiei planeturq; adeo, ut cōmunis sectio superficiei suae latitudinis & spissitudinis sit linea recta, quae sit e s, diuidaturq; in duo aequalia per 10. primi, &

ab

ab eius medio puncto qd' sit t ducatur linea recta perpendiculariter super ipsam lineam r g in superficie latitudinis quae sit t u, & hac, ut patet ex praemissis & per 29. primi, necessario aequidistabit ambabus lineis longitudinis, diuidens superficiem tabulae per aequalia, & in hac linea perpendiculari quae est t u, & a parte lineae r s cui superstat incipiendo signentur tria puncta aequaliter distantia ab inuicem secundū quantitatem medietatis grani hordei quae sint x y z, & a medio istorū punctoꝝ quae est y perforetur lamina foramine rotundo, sicutq; foraminis periferia ad alia duo puncta p tingat, eritq; hoc foramen aequale foramini l m n prius facto in ora uasis. Deinde in duo aequalia diuidatur semidiameter uasis fundi quae est f e, cuius extremitati in ora uasis superstat una linea perpendiculariū quae est f h, sicutq; punctus diuisionis t, & ab hoc puncto t ducatur linea perpendicularis super eadem diametrum quae sit k t s, deinde ponatur basis paruae laminae super hanc lineā, donec linea quae est differentia cōmunis latitudinis & profunditatis laminae quae est r t s, supponitur lineae isti perpendiculari ductae super diametrum quae similiter est r t s, sicutq; punctus diuidens lineā laminae, quae est cōmunis differentia superficiei latitudinis & profunditatis, qui est punctus t, superpositus puncto t, signato in linea f e semidiametro uasis, deinde consolidat parua lamina fundo uasis, erit quoq; tunc foramen x y z qd' est in parua lamina, quae est r u s, directe oppositum foramen l m a, quae est in uasis ora, & erit linea recta m y, copulans centra istorū foraminum in superficie circuli medij trium circuloꝝ prius signatorū, cuius diameter est linea m p, eritq; linea m y aequidistans diametro uasis quae est f e, deinde refecetur ex ora uasis pars interiacens duos diametros orthogonaliter se secantes, quae sit pars 4. proximae sequens quartā illam in qua est foramen, cui foramen laminae opponitur, & est in circulo a c b d, correspondens arcui a d, & planetur locus sectionis donec fiat una superficies cum superficie fundi uasis, & ducta 4. circuli quae sit a d, secundū quantitatem circuli horae diuidatur per 90. grad. & diuidantur grad. in minuta, & isti uasi taliter informato & figurato, deinceps damus nomen instrumenti. Deinde accipit regula aenea quadrangula, cuius longitudo sit unius cubiti, & sint 4. superficies ipsam continentis latitudinis duorū digitorū, & adaequantur superficies eius, donec fiant aequales rectangulae. Deinde in medio puncto longitudinis regulae, & in medio alicuius illarū superficiei fiat foramen rotundū, cuius amplitudo sit capax corporis, qd' est in dorso instrumenti, & sit foramen perpendiculare super superficiē regulae transiens ad aliam partem superficiei oppositae, fiatq; taliter q̄ reuoluatur in ipso instrumentū non leui reuolutione, ponaturq; instrumentū super regulam immisso corpore, q̄ est in eius dorso in foramen regulae, donec superficies instrumenti coniungatur superficiei regulae, eritq; longitudo regulae aequalis diametro instrumenti, fiantq; duae pinnulae latitudinis & spissitudinis regulae, sed longitudinis plusq; unius digiti, quae consolidentur super extremitates regulae, ita, q̄ ipsorū praeminentia super extremitates regulae sit unius digiti, uel parum plus, uel minus, & pinnulae illae consolidatae sint super superficiem regulae non perforatā, & quia latitudo regulae est duorū digitorū, altitudo uero corporis in dorso instrumenti est trium digitorū, ille tertius digitus quo corpus pinni et regulae perforetur, sicut in astrolabio, & imittat cuspis continens regulā cum instrumento. Deinde assumatur alia regula aenea, cuius latitudo sit dupla suae spissitudini, spissitudo uero sit aequalis diametro foraminis qd' est in ora instrumenti, & longitudo eius sit aequalis medietati cubiti, fiatq; hac regula recta & uera, & eius superficies aequales & aequidistantes. Deinde secetur illa regula in una sui parte oblique, donec finis longitudinis eius cōtinuat cum tertio latitudinis angulum acutū, ut facilius ualeat moueri. In parte uero altera sit finis latitudinis eius perpendicularis super finem longitudinis. Deinde diuidatur linea eius latitudinis in duo aequalia, & a puncto sectionis ducatur linea aequidistans lineis longitudinis quae erit perpendicularis super lineam latitudinis per 29. primi. Cum itaq; hac re-



k 3 gula



gula fuerit superposita superficiei fundi instrumenti taliter, ut eius spissitudo sit orthogonaliter erecta super fundum instrumenti, & superficies latitudinis applicetur superficiei fundi ipsius instrumenti, tunc eius superior superficies in superficie circuli medij trium circulorum in ora instrumenti protractor, cuius diameter est linea m p, ideo, quia spissitudo regulæ est æqualis diametro foraminis, & diameter foraminis quæ est n l, est æqualis lineæ perpendiculari exeunti à centro foraminis super superficiem planam instrumenti, quæ est linea m f, cui adiacet linea spissitudinis regulæ æqualis ipsi. Cum itaq; propositam conclusionem experimentaliter placuerit declarare, opponatur instrumentum præmissum corpori solari, uel alteri corpori luminoso cuiuscunq; uel etiam candela, & applicetur centrū foraminis instrumenti qd' est punctum m, opposito corpori luminosi secundū qd' melius fuerit possibile, transibitq; radius luminosus centra amborum oppositorum foraminū unius in ora instrumenti, & alterius in tabella perforata exeuntia, quæ sunt m & y, describeturq; circulus luminosus ex parte horæ instrumenti opposito foramini l m n directe per diametrum m p, eritq; centrum illius circuli luminosi in puncto p, qd' faciliter patere potest, si à puncto p ad utranq; partem periferiæ circuli medij illoq; trium circulorū, secundū gradus & minuta diuisi, partes interiacentes luminosi circuli periferiā computentur, inuenientur enim æquales numeri hinc inde, est ergo punctum p centrum illius circuli luminosi, linea itaq; m p, secundū quā incidit radius, transiens per centrū circuli utriusq; foraminis, & per centrū circuli luminosi, tota est in superficie plana circuli medij illorū trium circuloq; & est diameter illius circuli, est ergo linea recta, & si aliqd' corpus forti colore medio coloratur, ut uiride uel rubrum, ponatur extra foramen oræ instrumenti, ita, ut lumen solis uel alterius corporis transiens per illud corpus, postmodum incidat foraminibus instrumenti, & transeat per illa, tunc ut patuit per ultimam præmissarum suppositionū, circa punctum p in ora instrumenti describetur circulus luminis colorati illo colore, color ergo mixtū cum lumine diffudit formā suam secundū lineas rectas, sicut & ipsum lumen, patet ergo, qd' radij quoruncunq; luminum & multiplicationes formarū secundū lineas rectas, ptendunt, & hoc est propositum.

II.

Lumen non impeditum, per totum sibi proportionatum medium in instanti necessarium est deferri.

Sit linea pporionata delationi luminis fortioris, ut est in lumine solis mundi diameter, quæ sit linea a b c d, & sit corpus fortiter luminosum in puncto a, si ergo dicatur, qd' lumen in tempore deferretur per lineam a b c d, & non in instanti, ergo in parte illius temporis deferretur per lineam a b, & in minimo tempore sensibili feretur per minimā partem sensibilem lineæ a b, quoniam si in tempore sensibili feretur per spaciū insensibile, contingeret spaciū sensibile ex insensibilibus componi, sicut tempus mensuratū post illud spaciū compositū ex temporibus sensibilibus in suis partibus feretur, ergo in tempore minimo sensibili per minimū spaciū sensibile, sed in eodem tempore feretur per idem spaciū forma luminosi corporis debilioris, minus illo corpore fortiori luminoso, qm' minimo spacio sensibili non est aliqd' spaciū sensibile minus, etiā minimo tempore sensibili non est aliqd' sensibile tempus minus, æqualis ergo uirtutis erunt lumen fortius & debilius, qd' est impossibile, qm' implicantur contradictoria, est ergo impossibile lumen in tempore per pporionatū sibi mediū diffundi, necesse est ergo qd' illa diffusio fiat in instanti, qd' est propositum. Ad hoc etiam aliquæ deferuntur naturales rationes Aristotelis, quas, qui uoluerit percurrat, quia sufficit nobis hoc unum inconueniens secutum.

III.

Omnis linea qua peruenit lux à corpore luminoso ad corpus oppositū, est linea naturalis sensibilis, latitudinem quandam habens, in qua est linea mathematica imaginabiliter assumenda.

Lux enim non procedit nisi à corpore, qm' non est nisi in corpore, unde patet, quia in minima luce, quæ sumi potest, est latitudo: qm' minimā lucem dicimus, quæ si diuidatur, non habet amplius actum lucis, quia non erit uisibilis, sed, utraq; pars extinguetur, quia

quia neutra pars eius erit lux, neq; apparebit sensui. Est ergo in linea radiali, secundū quā sit diffusio luminis, aliqua latitudo, ppter quā inest ei sensibilitas, & in medio illius lineæ est linea mathematica imaginabilis, cui omnes aliæ lineæ mathematicæ in illa linea naturali æquedistantes erunt, & qm' lux minima pcedit ad minimā corporis partem quam lux occupare potest, necesse est, qd' pcessus eius sit secundū lineam mathematicā, quæ est in medio lineæ sensibilis, & secundū lineas extremas æquedistantes lineæ mediæ, neq; cadit lux minima in punctum mathematicū corporis oppositi, sed in punctum sensibilem correspondentē omnibus prædictis mathematicis indiuisibilibus, ad quos lineæ mathematicæ ipsius lineæ possunt terminari, & ob hoc utemur in demonstrandis passionibus lucisfiguratione linearum mathematicarum in processu.

IIII.

Corpora diafona sunt apta penetrationi luminis & coloris sine essentiali sui trasmutatione.

Hæc enim corpora, pproprietatem habent, ut non prohibeant formas lucis & coloris se penetrare, attamen non mutantur à lucibus uel coloribus, nec alterantur ab eis alteratione fixa. Sed sit per illa diffusio lucis & coloris secundum lineas rectas per primā huius, quæ aliquæ sunt æquedistantes, aliquæ secantes se, & quædā diuersi situs, & omnium istarū linearū distinctio sit per distinctū situm corporis luminosi, à quo sit diffusio illius lucis uel coloris. Formæ itaq; lucis & coloris extensæ à coloribus, diuersis in eodem diafono, extenduntur quælibet ipsarū secundū lineam rectam, & pertransibunt ad corpora opposita. Corpus uero diafonū non tingitur per lucem uel colorem, sed solum penetratur, neq; enim talia corpora, ppter lucem & colores perdunt suas formas, neq; tinguntur per lucem & colores tinctura fixa, quia in eis non remanent formæ lucis uel coloris post recessum lucis uel coloris ab ipsarū oppositione, nō ergo transmutantur illa corpora essentiali trasmutatione per lucem & colores, quod est propositum.

V.

Luces & colores in corporibus diafonis non admiscuntur adinuicem, sed penetrant distincti.

Huius rei experimentaliter declarandæ causa, ponantur in loco aliquo candela multæ localiter distinctæ, & sint omnes oppositæ uni foramini pertranseunti ad locum obscurū, & opponatur foramini in loco obscuro aliqd' corpus non diafonū, Luces itaq; candelarū apparent super illud corpus distincte secundū numerū candelarū, & quælibet illarū apparet opposita uni candelæ secundū lineam rectam transeunte per foramen & per medium luminis lumen candelæ, & si cooperiatur una candela, destruetur unum lumen oppositū illi candelæ tantū, & discooperta candela, reuertitur lumen: palam itaq; qd' lucem in medio foraminis, ubi se interfecant omnes uel plures in puncto uno, non admiscuntur in eodem puncto, sed sunt distinctæ per sui ipsarū essentialias, & ob hoc cum ulterius ptenduntur, tunc secundū locorū, quibus incidunt, diuersitatē localiter distinguuntur, & qm' lux res coloratas pertransiēs, illarū coloribus coloratur, ut suppositū est: palam, si lumen penetrat distinctū & colores qui feruntur cum lumine, penetrabunt distincti, patet ergo propositum.

VI.

Proportio uirtutis totius corporis luminosi ad totū corpus luminosum, est sicut determinatæ partis uirtutis ad partē corporis sibi pporionabilē.

Sit corpus aliqd' luminosum a b. Dico qd' pportio uirtutis totius corporis a b ad totum corpus a b, est sicut pportio partis uirtutis q est a, ad partem corporis quæ est a. Si enim nō est istorū eadem pportio, aut ergo maior aut minor: sit primū maior, & sit uirtus totius corporis a b si gnata per lineam g d, sitq; g uirtus partis corporis quæ est a & d, sit uirtus partis corporis quæ est b: quæ est ergo pportio g ad a, eadem est d ad b, ergo per 18. quinti erit coniunctum g d ad a b, sicut g ad a. Si ergo pportio g ad a est maior pportione g d ad a b, erit

A	B
G	D



erit quoque maior portio  $g d$  ad  $a b$ , quod  $g d$  ad  $a b$ , quod est impossibile, non enim potuerint esse unius rei ad aliam duae portiones, quarum una maior alia, idem quoque accidit impossibile danti, quod minor sit portio  $g$  partis uirtutis ad partem corporis quae est  $a$ , quae  $g d$  uirtutis ad  $a b$  corpus. Si enim minor est portio  $g$  ad  $a$  quod  $g d$  ad  $a b$ , & quae est  $g d$ , eadem est  $d$  ad  $b$  per 3. primi huius, erit ergo per 18. quinti coniunctim portio totius uirtutis, quae est  $g d$ , ad corpus  $a b$  minor portione  $g d$  ad  $a b$ , quod est impossibile, est ergo portio  $g$  ad  $a$ , sicut  $g d$  ad  $a b$ , & hoc est, propositum, & est uniuersale, nisi forte aliquid conferat unio uirtutis, quoniam uirtus unita semper est fortior se ipsa diuisa; unde tenet nostra demonstratio, quando partes non diuisae a toto agunt in ipso toto non actualiter distinctae, cum enim distinctae sunt a toto, tunc non sunt partes, quia nomen partis, id quod dicit signat potentiam non actum, & de hoc completius in alijs sermo fuerit.

VII.

**Omnis corporis luminosi intransmutabilis secundum formam uel situm in corpus aliud aequale & omogeneum, eidem immediate uel per medium uniforme oppositum, est semper actio aequalis & uniformis.**

Sit enim dati alicuius corporis luminosi uirtus  $a$ , & sit corpus aequale & omogeneum eidem oppositum  $b g$ , & sit impressio uirtutis  $a$  in  $b g$  corpora signata per  $c$ . Dico quod  $a$  semper imprimit in corpus  $b g$  impressionem  $c$ , quae est semper aequalis sibi ipsi & uniformis. Si enim detur quod  $a$  quandoque imprimit in  $b g$  impressionem quae est  $c$ , quoniam uero non imprimit  $c$ , sed aliud maius uel minus ipso  $c$ , ut  $d$ , tunc cum corpus obiectum sit omogeneum & uniforme, erit diuersitas impressionis non a corpore  $b g$  patiente, sed a uirtute  $a$  diuersificata in se, hoc autem est impossibile, cum corpus luminosum positum sit in

transmutabile secundum formam & situm, est ergo ipsius actio semper aequalis & uniformis in corpus eidem immediate uel per medium uniforme oppositum, & hoc est, propositum.

VIII.

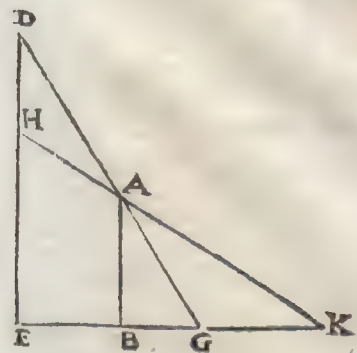
**Neceffe est terminum longitudinis cuiuslibet umbræ radii luminosi esse;**

Quod hic proponitur, satis patet per praemissa principia, quoniam enim per tertiam suppositionem solum in absentia luminis sit umbra, & per 4. suppositionem in allatione luminis umbra deficit, tunc necessario oportet in tanto spacio umbram causari, in quanto lumen deficit, & ubi lumen accedit, ibi umbra deficit. Terminum ergo longitudinis cuiuslibet umbræ cum sit linea, patet quod oportet, ut illa linea sit luminosa, est ergo illa linea radius luminosus per definitionem radii, patet ergo, propositum.

IX.

**A terminis aequedistantium altitudinum corporis luminosi altioris, & corporis umbrosi bassioris productæ lineæ, concurrentes sunt suis altitudinibus proportionales, ex quo patet, quod eadem altitudo corporis umbrosi ex**

**lumine bassiori longiorem projicit umbram quam ex lumine altiori.**



ad lineam  $e d$ , ergo per 5. primi huius, erit e contrario portio lineæ  $g$  e ad lineam  $b g$ , si

aut li

cut lineæ  $e d$  ad lineam  $a b$ : palam ergo est, propositum, quoniam eodem modo demonstrari potest de lineis  $g a$  &  $g d$ , & ex hoc patet, quoniam eadem altitudo corporis umbrosi ex lumine bassiori longiorem projicit umbram quam ex lumine altiori. Esto enim quod aliquod corpus luminosum sit in puncto  $h$ , cadatque radius  $h a$  in punctum lineæ  $e g$ , quod sit  $k$ , eritque per praemissum modum portio  $e k$  ad  $b k$ , sicut  $h e$  ad  $a b$ , sed per 8. quinti portio lineæ  $h e$  ad  $a b$  est minor quam  $d e$  ad  $a b$ , ergo per 11. quinti portio  $e k$  ad  $b k$  est minor quam  $g d$  ad  $b g$ , multum ergo excreuit umbra  $b k$  respectu umbræ  $b g$ , ut patet per 10. quinti & per 4. primi huius, & ex hoc accidit, quod umbræ lunares semper sunt longiores quam umbræ solares, & ita de alijs corporibus luminosis altioribus & bassioribus quibuscunque, patet ergo, propositum.

**Omnem radium luminosum per medium unius diafoni trans uerticem alicuius corporis umbrosi protensum, necesse est esse lineam unam rectam.**

Remaneat totalis dispositio proximæ præcedentis, & sit punctus  $g$  finis umbræ, quatenus ut patet per 8. huius, cuiuslibet umbræ terminus est radius luminosus. Dico quod ille radius terminans umbram est linea recta, ut est in proposita figura linea  $d a g$ , si enim non est recta linea  $d a g$ , tunc  $d a$  linea sit recta per primam huius, ideo, quod nullam habet causam impediendi in progressu, & linea  $a g$  similiter est recta per idem, coniungitur ergo linea  $d a$  &  $a g$  angulariter in puncto  $a$ ; subtendatur illi ergo angulo utcumque contingat basis a punctis  $d$  &  $g$ , & sit linea  $d u g$  recta, & protrahatur uel abscindatur linea  $a b$ , trigonum itaque  $e d b g$  diuiditur per lineam  $d u$  aequedistantem lineæ  $e d$ , ergo per 29. primi erunt trigoni  $e d g$  &  $b u g$  æquianguli, ergo per 4. sexti erit portio lineæ  $g e$  ad lineam  $g u$ , sicut lineæ  $e d$  ad lineam  $d u$ . Sed per proximam praemissam est portio lineæ  $g e$  ad lineam  $b g$ , sicut lineæ  $d e$  ad lineam  $b a$ , est ergo per 11. quinti eadem portio lineæ  $d e$  ad ambas lineas  $b u$  &  $b a$ , quod est contra 8. quinti, & impossibile, ad minorem enim maiorem, & ad maiorem minorem est portio, uel sequetur maiorem lineam esse æqualem minori per 9. quinti, hoc autem est impossibile, Oportet ergo ut radius  $d a g$  sit linea una recta, quod est propositum.

XI.

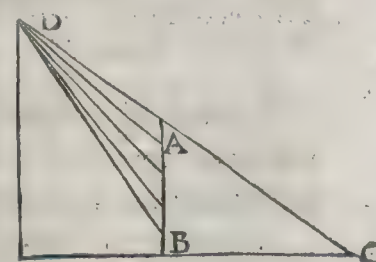
**Omnia corpora densa non diafona in partem luminoso corpori aduersam umbram projiciunt usque ad incidentiam radii per rei densæ uerticem producti.**

Quia enim in corporibus densis non diafoni natura diafoneitatis & transparentiae est impedita per admixtionem corporum opacorum terreorum, sunt enim omnia talia naturæ terreae a domino, necesse est ergo, ut transitum luminis impediunt, ergo per petitionem in absentia luminis umbrositatem efficiunt in ea parte, in qua per ipsas luminis excessus impeditur, hoc autem est in parte aduersa corpori luminoso. Sit autem aliquod talium umbrosoz corporum, cuius altitudo ab horizonte sit  $a b$ , & eius uertex  $a$ , & sit corpus luminosum altius quam linea  $a b$ , cuius aliquis supremus punctus sit  $d$ , radii itaque in tota linea  $a b$  incidentes, impediuntur a transitu propter corporis opacitatem, cadat uero radius  $d c$  proximus super radiū  $d a$ , hic ergo radius, quia non impeditur, transit ultra corpus  $a b$ , in sua ergo incidentia quae sit  $c$  affert lumen, deficit ergo umbra, & patet propositum.

XII.

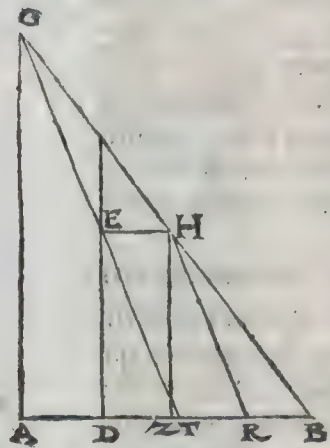
**Aequalium altitudinum corporum umbrosoz, quod fuerit corpori luminoso se altiori propinquius, breuiorem facit umbram.**

Sit supremus punctus corporis luminosi  $g$ , quod sit altius duobus corporibus umbrosoz, cuius altitudo a superficie horizontis sit linea  $a g$ , sintque duorum corporum umbrosoz æquales altitudines erectæ super lineam  $a b$ , productam in ipsa superficie horizontis quae sint





sint de & zh, quarum de sit propinquior corpori luminoso a g & zh remotiore. ducaturq; per uerticē corporis d e radius g e t, qui erit linea una p 10. huius, & per uerticem corporis z h ducatur radius g h b, erit itaq; per præmissam corporis d e umbra d e t, & corporis z h umbra z h b. Dico q; umbra d e test minor q; umbra z h b, ducatur enim a puncto h linea æquedistans lineæ e t p 31. primi, quæ sit h k: palamq; per 2. primi huius, quoniam linea h k concurret cum linea a b cum qua concurret eius æquedistans quæ est linea e t, & quoniam lineæ h b & e t concurrunt in puncto g supremo puncto corporis luminosi, cadet ergo punctum k p 2. & p 14. primi huius inter duo puncta t & b, copuletur ergo linea e h, quæ p 33. primi ex hypothesi æqualis & æquedistans erit lineæ d z. Sed p 34. primi lineæ e h & t k sunt æquales, lineæ ergo t k & d z sunt æquales, addita ergo lineæ z t, utrobique erit lineæ d t æqualis lineæ z k, ergo p primam sexti umbra z h k est æqualis umbra d e t, quoniam sunt eiusdem altitudinis ex hypothesi, sed umbra z h k est minor q; umbra z h b, quoniam est pars eius, ergo & umbra d e t est minor q; umbra z h b, patet ergo propositum.



patet ergo propositum.

Umbra lineæ rectæ perpendiculariter corpori luminoso oppositæ, infixæ superficiei corpori denso nulla est, eleuata uero est linearis, apparet autem punctualis.

Si enim per suppositionē 3. in absentia luminis sit umbra, tunc patet, q; si lineam mathematicam naturalis corporis superficiei infixam, accidit luminoso corpori perpendiculariter offerri, non impeditur, nisi unita linea radialis a transitu cum alijs lineis radialibus quæ transeunt ad superficiem illius corporis, nulla uero aliarum lineæ radialiū impeditur ppter obiectū illius lineæ, alias enim accideret duas uel plures lineas radiales cum una linea perpendiculari ipsis obiecta in uno puncto concurrere, qd est impossibile, quia indiuisibilia in nullo se excedunt. Cum autē radius non sit aliud q; linea luminosa, ut patet per distinctionem, palam, q; radius ad modū lineæ incidit superficiei corporis secundum punctum, ergo & impedit secundū punctum. Sed in allatione luminis umbra deficit per 4. suppositionē, quia ergo unicus radius est impeditus, & ille incidit secundū punctum, palam q; non manet aliqua umbra. Cum uero linea eleuatur super densi corporis superficiem, ubicunq; sub linea ponatur densa superficies, umbra inuenitur: & si per diuersa puncta fiat descensus, palam, quia umbra projicitur linearis, eo, q; intra quolibet duo puncta est lineam mediam ducere, apparet autem semp punctualis in concursu sui cum superficie corporis denso, quia ibi solū cum umbra densitatis superficiei commiscetur, patet ergo illud quod proponebatur.

XIII.

Umbra superficiei planæ cuiuscunq; figuræ perpendicularis super superficiem corporis luminosi, infixæ corpori denso nulla est, eleuata uero est superficialis, sed apparet linearis recta.

Hoc patet per præcedentē, ad quolibet enim punctū lineæ terminantis quācunq; datam superficiē corpori luminoso perpendiculariter oppositam, contingit ducere lineam perpendiculariter oppositam corpori luminoso. Umbra ergo cuiuslibet illarum lineæ superficiei, pposita existente infixæ corpori denso, nulla est, ergo neq; umbra totius superficiei sit aliqua eleuata nisi superficie opposita ab illo denso corpore, umbra cuiuslibet illarum lineæ p præcedentē ppositionem est punctualis, aggregata uero talia puncta, uident lineam constituere, apparet ergo umbrā superficiei taliter eleuata: umbra linearis, & quoniam superficies circulares ex suis diametris ex alijs perpendiculariter super corpus luminosum productis, non accipiunt nisi puncta umbræ, quæ ad lineam rectam inferius concurrunt, quia impediunt transitū rectæ lineæ ipsarū umbra linearis recta, non enim causant umbrā a figura quorūlibet obiectarū, nisi secundū q; transitus luminis impeditur, cuiuscunq;

cunq; ergo figuræ fuerit, pposita superficies, umbra apparens semp erit superficialis, uidebitur autem linearis, ppter præmissas causas, patet ergo propositum.

XV.

Omnis corporis denso, cuius æqualis uel amplior est basis contrapposita sibi superficie perpendiculariter corpori luminoso opposito, infixi corpori denso, umbra nulla est, eleuati uero est corporalis, uidetur aut superficialis.

Verbi gratia: Sit columna rotunda, uel aliud corpus, cuius basis sit æqualis uel amplior superficie illius eiusdē corporis contrapposita ipsi basi, si ipsius corporis superficies terminetur ad unum punctū, ut est in pyramide, q; insigatur superficiei alicuius corporis solidi, & perpendiculariter opponatur corpori luminoso, dico q; uerum est qd; pponebat. Si enim illud corpus sit columna rotunda uel aliud corpus, cuius basis sit æqualis superficiei contrappositæ basi, & aduersæ corpori luminoso, patet, qm radij luminosi ex omni parte secundū lineas longitudinis perueniunt ad basem, nulla ergo sit umbra, & idem patet, si illud corpus sit pyramidale, uel si basis sit maior sibi contrapposita superficie aduersi corporis luminosi, tunc enim lumen nullatenus impeditur, q; tñ accideret, si superficies aduersa corpori luminoso esset amplior ipsa basi corporis umbrosi, tunc enim impedito transitu luminis causaretur umbra. Sed quacunq; figura corporis existente, si ipsum eleuetur ab alio corpore cui fuit infixum, apparebit umbra superficialis: superficies enim secantes corpus, & perpendiculariter superficiei corporis luminosi incidentes, umbram constituent linearem per præmissam, & quia tota superficies corporis opposita luminoso corpori per tales superficies exhauritur, lineæ uero tales cōiunctæ superficiem constituent, palam, omnis corporis sic dispositi umbram superficiale apparere, erit autē illa umbra necessario corporalis, quoniam erit dimensionata dimensionibus corporis, qd; potest declarari ut prius, patet ergo propositum.

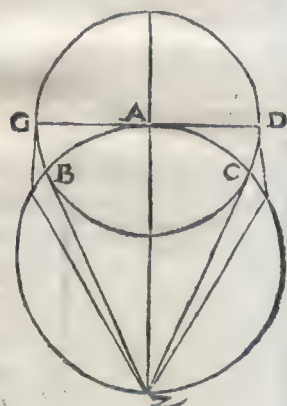
XVI.

Longior radius ad sphaeram uel circulum columnæ uel pyramidis rotundarum perueniens, quasi linea contingens est.

Sit circulus magnus sphaeræ uel columnæ uel pyramidis rotundæ, qui d g, cuius centrum sit punctum a, & diameter g d, & qm lumen ad omnem diffinitionē positionis se diffundit, sicut patet p 6. suppositionē, sit punctum corporis luminosi z, cuius lumen se diffundit sup circulum d g, ducaturq; linea z a a puncto corporis luminosi ad centrum illi minati circuli, & secundū diametrum a z describatur circulus, secans circulum d g in punctis e & b, & copulentur radij z e, z b. Dico q; radij z e & z b sunt contingentes sphaeram, uel aliud aliorum corporum, & q; nulli radij longiores illis possunt ad illa corpora peruenire: ducantur enim a centro circuli g d, qd est punctum a, ad puncta sectionum b & e, lineæ a e & a b, palam ergo p 30. tertij, quoniam duo anguli z e a & z b a sunt recti, ergo per 15. tertij patet, q; lineæ z e & z b contingunt circulum g d, productæ ergo non secant circulum g d: sunt itaq; lineæ z e & z b longiores lineæ, quæ a puncto z ad illa corpora duci possunt. Si enim detur, q; aliqui longiores radij duci possunt a puncto z ad illa corpora, patet per 8. tertij, q; illæ nō cadent in arcum e b, ipsæ ergo productæ secabunt lineas z e & z b prius q; pueniant ad arcus e g uel b d, duæ itaq; lineæ rectæ includent superficiem, qd est impossibile, & hoc quidem nō solum demonstrabile est in corporibus illuminandis, sed etiam per eundem modum demonstrari potest de corporibus luminosis, quia & ab illis longior radius obiecta corpora incidens, ipsa corpora luminosa est contingens, patet ergo propositum.

XVII.

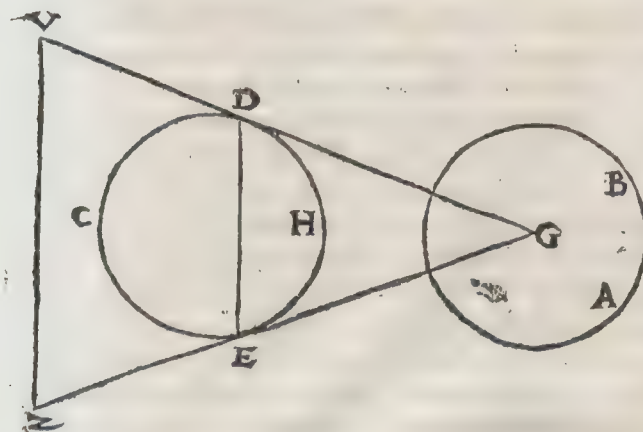
Impossibile est, ut lumen egrediens a corpore luminoso, egrediatur tantum a centro corporis luminosi, ex quo patet, q; necesse est a quolibet puncto suo





Et o superficie corporis luminosi diffundi radios luminosos.

Si enim dicatur qd radij luminosi tantum egrediuntur a centro corporis luminosi, sit corpus luminosum circulus a b, cuius centrum g, sitq corpus illuminatū circulus d e, a centro g corporis luminosi egrediuntur duo radij longissimi, qui possunt ab illo pñcto a corpori illuminando incidere, qui p præmissam erunt duæ lineæ contingentes fines



corporis illuminati, quæ sint g d u, g e z, & puncta contactu quæ sint d & e copulentur per lineam d e & e i, æquedistanter ducatur lineæ u z, p 1. primi, erit qd pars corporis illuminati super quâ cadit lumen pars d h e, & pars obscura super quâ nō cadit lumē, quæ d e c, & quia pars supra quâ non cadit radius, non illuminatur, ergo p s contenta sub terminis u d c p e z est umbrosa, obscurans lineas d e & u z æquedistates; sunt itaq; per 29. primi trigoni u g z & d g e æquianguli, quia angulus d g e est cōmunis ambobus trigonis, est ergo p 4. sexti pportio lineæ g e ad lineam g z, si

cut lineæ d e ad lineam u z, sed lineæ z g est maior qd lineæ e g, ergo lineæ u z est maior qd lineæ d e, umbra ergo corporis omnium cuiuscunq; sint pportiois ipsarū diameter ad diametros corporis luminosi semper est maior corpore umbroso, & semper augmētatur secundū modum q̄ elongātur ultra corpus umbrosum, cuius contrariū notū est sensui. Vnde fuit suppositū in principio aliquā umbram in sui termino acui, & ad punctum terminari, palam ergo est ppositum. Et cum lumen egrediatur a corpore luminoso, & non solum a centro, ut ostendimus, manifestum est corollarium, quoniā a quolibet puncto superficie corporis luminosi necesse habet egredi ad corpora illuminanda, corpus enim luminosum secundū qd huius unigeneum est, unde qua ratione dabitur ab uno puncto suæ superficie lumen diffundi, eadem ratione dabitur de quolibet aliorum punctorum, pater ergo propositum.

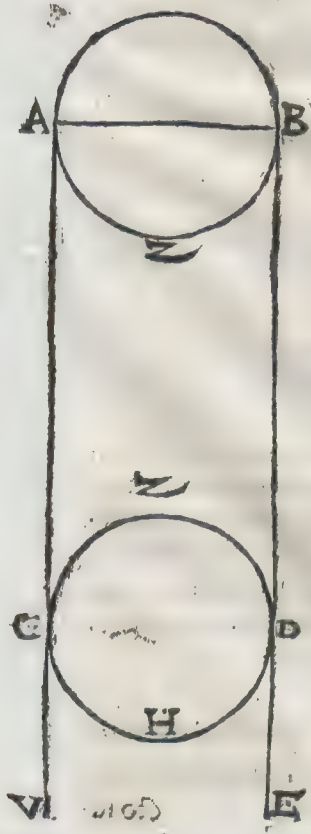
XVIII.

Impossibile est, ut a superficie corporis luminosi egrediantur radij solum æquedistanter corpori illuminando incidentes.

Si enim hoc dicatur esse necessarium, tunc sequeretur evidens impossibile. Sit enim corpus luminosum, cuius diameter a b, & corpus illuminatū d g, & pducant a corpore luminosi duo radij longiores, q per 16. huius erūt duæ lineæ cōtingentes fines corporis g d, quæ sint a g e & b d h, & sint æquidistantes ex hypothesi, pars qd illuminata super quâ cadit lumē sit g z d, & pars sup quâ cadit umbra sit g h d, umbra ergo cōtinet a duabus lineis e g & d u, quæ sint æquidistantes. Si ergo unicuiq; corpori illuminando correspondeat æqualis sibi pars corporis illuminatis, tūc enī solū secundū lineas æquedistantes radij incident per 33. primi, patet ergo, qd omnis umbra in omni sui parte æqualis erit suæ rei umbrosæ, igitur nō augebitur umbra, neq; minuetur, sed p tendetur super in infinitum, qd est contra suppositionem, habet enim aliqua umbræ terminū acutum, est ergo hoc impossibile, oppositum est ergo necessarium, & hoc est ppositum.

XIX.

Ois punctus corporis luminosi eam partē corporis umbrosi illuminat, ad quā ab eodē pñcto rectas lineas possibile est



le est produci, ex quo patet, qd unus punctus luminosi corporis non illuminat omne umbrosum corpus.

Sunt enim corpora luminosa unigenea in suis partibus, non ergo diversificatur effectus suarum partium, neq; est possibile, ut ab una parte illuminet, & non ab alia, non tamē ab uno puncto corporis luminosi ad quolibet punctum umbrosi corporis possunt rectæ lineæ pducī, & ob hoc unus punctus non illuminat omnia, sed illuminantur corpora umbrosa a diuersis punctis corporis luminosi. Sit enim corpus luminosum circulus a b, qd contingat lineæ d g sup punctum a per 16. tertij, sitq corpus illuminatum concavū arcus e b, & secet ipsa lineæ d g super duo puncta z & h. Dico qd possibile est omnē arcum z h illuminari a puncto a corporis luminosi, qm, ut patet, possibile est, ut ab omni pñcto arcus z h ducatur lineæ recta ad punctum a, & ab arcu z e, & ab arcu h u alias quas lineas duci ad punctum a est impossibile p 15. tertij, qm inter lineam g d contingētem circulum a b aliquā lineam rectam intercipi est possibile. Si ergo aliqua lineæ ab aliquo puncto illorum arcu ducatur ad punctum a, illa necessario secabit circulum, sicut lineæ u a secat circulum a b in puncto t priusq; pueniat ad punctum a, & similiter est de omnibus lineis a quocunq; puncto arcuum u h & z e ad punctum a, pductis, omnes enim secant circulum a b in alio puncto ab ipso puncto a priusq; pueniant ad punctum a; radius itaq; exiens a puncto a, non illuminat ambos arcus u h & z e, sed solum arcum h z, sed illos arcus ab alijs punctis luminosi corporis circuli a b, a quibus ad eosdem arcus recte possunt pducī lineæ nihil prohibet illuminari. Et similiter est de alijs quibuscunq; corporibus illuminatis, qm si corpora concava de quibus plus uidetur, qd possint ab uno puncto illuminari, non illuminantur ab uno puncto coporis luminosi, ergo multo minus corpora recta plures planas superficies habentia, uel corpora spherica, uel alia cōuexa, possunt ab uno puncto luminosi corpis illuminari, patet ergo ppositū & eius corollarium.

XX.

A puncto cuiuslibet corporis luminosi lumen diffunditur secundum omnem rectam lineam, quæ ab illo puncto ad oppositā superficiē duci potest, unica tantum lineæ perpendiculariter superficie obiecti corporis incidente, ex quo patet lucem cuiuslibet puncti corporis luminosi secundum pyramidem illuminationis diffundi.

Quodenim lux cuiuslibet corporis luminosi diffundatur secundū omnem lineā ducibilem ab illo puncto super superficiem corporis obiecti ad omnem positionis differentiam, hoc patet per præmissam. Qd autem unica tantū lineæ ab aliquo uno puncto corporis luminosi pductarū ad superficiem unam corporis oppositi sit perpendicularis, hoc patet ex 20. primi huius. Vnica ergo lineæ perpendiculariter incidit superficie sibi oppositæ, omnes uero alie lineæ ab eodem puncto pductæ, incidunt oblique, patet ergo ex hoc, qd cuiuslibet puncti corporis luminosi lumen secundū pyramidem illuminationis diffunditur, cuius uertex est in pñcto corporis luminosi & basi in superficie corporis obiecti, & hoc quidā instrumentaliter, patet per primam huius, lumine enim transiente foramen instrumenti, cuius centrum est punctū m, & diffusio in ipso in partem oppositā oræ instrumenti secundū circulum, cuius centrum est punctū p, erit circulus p maior circulo m, qd sensibilibiter potest uideri. Computatis hinc inde partibus in ora instrumenti, quæ interiacent periferias illorum circuloꝝ & centra, patet ergo ppositum.

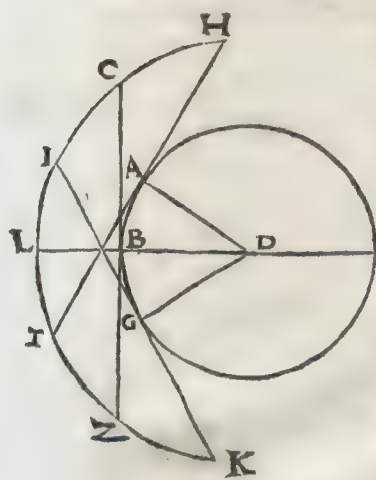
XXI.

Corporis umbrosi pars, cui a pluribus partibus corporis luminosi lumen incidit



incidit, plus illuminatur, quā pars cui à paucioribus, ex quo patet unūquodque umbrosum circa radium sibi perpendiculariter incidentē plus illuminari.

Sit corpus luminosum circulus a b g, cuius centrum sit d, sitque arcus sui concavitas respiciens corpus illuminandū qui a b g, diuisus per æqualia in puncto b, & ducatur linea z e contingens circulum in puncto b per 16. tertij, & à puncto g contingat circulum



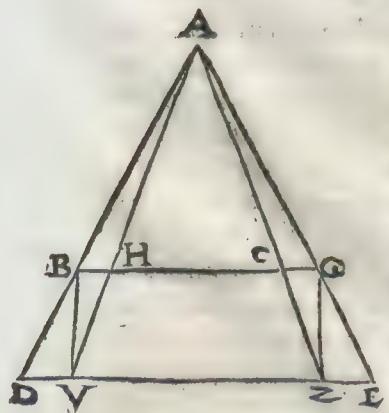
linea i k, & in puncto a linea t h, sitque corpus umbrosum arcus k z t i c h, ducat quoque linea p b l à centro corporis luminosi ad corpus umbrosum, eritque hæc perpendicularis super lineam c z, continuentem circulum in puncto b per 17. tertij, unaquæque igitur partium arcus h t illuminatur à puncto a corporis luminosi per 19. huius, punctus ergo b illuminatur à puncto a, similiterque arcus k i illuminatur à puncto g, & punctus l, totusque arcus z c illuminatur à puncto b, ergo & punctus l, punctus itaque l illuminatur à tribus punctis corporis luminosi. scilicet punctis a b g, & totus arcus t i est communis illuminationi trium punctorum a b g, arcus uero c i est communis duabus tantū illuminationibus punctorum a & b, arcus quoque z t est similiter communis duabus tantū illuminationibus punctorum l & g, quoniam est communis arcibus z c & k i ab illis duobus punctis illuminatis, arcus uero h c illuminatur tantū ab uno puncto a, & arcus z k ab uno tantū puncto g. Illuminatio ergo

arcus t i triplicatū habet lumen, quia arcus z t & c i habent duplum, & quia arcus c z & z k habent simplum, magis ergo omnibus alijs arcibus illuminatur arcus t i, quod est circa lineam perpendicularem, quæ est l d, & illuminatio duorum arcuum z t & c i est æqualis, quoniam à totidem punctis corporis luminosi illuminatur unus ut alius, ipsorum uero amboꝝ illuminatio maior est illuminatione duorum arcuum c h & z k, eritque semper proportio excessus illuminationis secundū numerum punctorum corporis illuminantis respicientis partem corporis illuminati, patet itaque ex ijs, quoniam semper id quod est propinquius perpendiculari fortius illuminatur illo, quod est remotius ab eadem perpendiculari, super ipsam namque plus luminis cadit, quia à pluribus luminosis partibus illuminatur, quod enim nunc demonstratum est in arcu k h, similiter accidit in alio corpore quocumque, exemplificauimus autem istud in corpore concauo, quoniam illud uidetur plus uniformiter debere illuminari, patet ergo propositum.

XXII.

Omne corpus umbrosum puncto luminoso propinquius, illuminatur ab illo puncto fortius corpore plus distante.

Sit corpus luminosum in puncto a, & corpus illuminatū sit apud lineam b g, & copu-



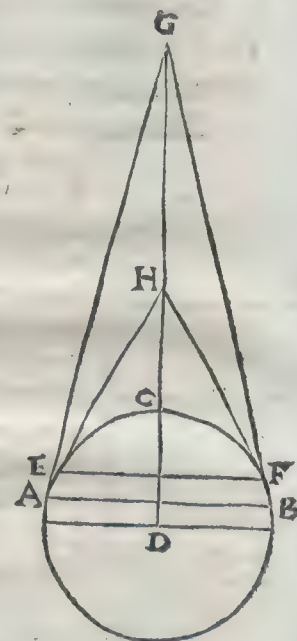
lentur lineæ a b & a g, uirtus itaque corporis a illuminans corpus b g, illuminat in aërem medium, qui continetur in triangulo a b g, & ducatur linea d e æquedistans lineæ b g e per 31. primi, sitque linea b g, propinquior corpori luminoso in puncto a existenti quā corpus d e. Dico quod corpus b g fortius illuminatur quā corpus d e, sit enim ut radius a b cadat in puncto d, & arcus a g in punctum e, & à puncto b ducatur super lineam b e linea perpendicularis q sit b u, & à puncto g perpendicularis quæ sit g z per 12. primi, erit ergo per 34. primi linea u z æqualis lineæ b g, & linea b u æqualis lineæ z g. Ducantur itaque lineæ u a & z a, hæc ergo secant lineam b g per 2. primi huius, secet ergo ipsam lineam u a in puncto h, & linea z a in puncto t, quia ergo uirtus imprimens lumen in corpore b g est diffusa per totum triangulum a b g, uirtus autem illuminans corpus u z æquale corpori a b, est diffusa solum per trigonum a h t, & quia per primā sexti triangulus a b g est maior triangulo a h t, quoniam basis b g est maior base h t, plus itaque luminis diffusum est in trigono a b g, quā in trigono a h t, in quolibet enim istorum triangulorum puncto est lumen æqualiter diffusum

diffusum. Lumē ergo incidēs corpori existenti in linea u z, illud corpus debilius illuminatur quā corpus b g, quia paucius sibi lumen incidit, proportio enim uirtutis luminis incidentis lineæ h t ad impressionem suam in corpus u z, est minor, proportione uirtutis incidentis lineæ b g ad impressionem suam in corpus u z per 8. quinti, quoniam ut patet ex præmissis, lumen incidens lineæ b g est plus lumine incidente lineæ h t. Proportio uero uirtutis incidentis lineæ h t ad impressionem suam in corpus u z, est sicut, proportio uirtutis incidentis lineæ b g ad impressionem suam in corpus b g per 6. huius, ergo per 16. quinti erit permutatim, proportio uirtutis peruenientis ad lineam h t, ad uirtutem peruenientē ad lineam b g, sicut impressionis factæ in corpus u z ad impressionem factā in corpus b g. Sed per præmissa lumen perueniens ad lineam h t est debilius lineæ perueniente in lineam b g, ergo impressio perueniens à lineæ h t in corpus u z, est debilior impressione perueniente à uirtute luminis incidentis lineæ b g in corpus b g, corpus itaque propinquius corpori luminoso fortius illuminatur quā remotius ab eodem, & hoc est propositum.

XXIII.

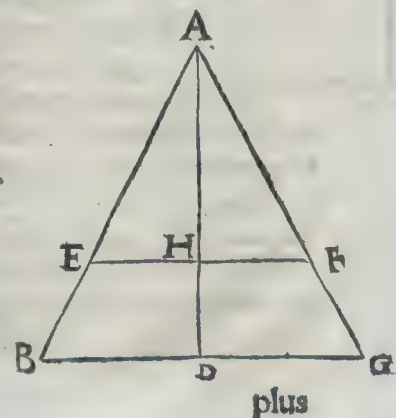
Puncto remotiori à corpore luminoso incident radij à pluribus punctis corporis luminosi quā puncto propinquiori.

Sit corporis luminosi circulus a b c, cuius cētrum d, & ducatur perpendicularis d g, in qua signent duo puncta g remotior, & h propinquior. Dico quod puncto remotiori qui est g, incident radij à pluribus punctis corporis luminosi quā ipsi puncto h, ducantur enim radij longissimi à corpore luminoso ad punctum h, erunt itaque per 16. huius illi radij continuentis sphaeram. Contingant itaque radij incidentes puncto g in punctis a & b, & radij incidentes puncto h contingant sphaerā in punctis e & f, palam, quia per 60. primi huius, quoniam puncta contingentia e & f cadent intra puncta d & b, quia itaque punctum h solum irradiatur à punctis arcus e c f, & non ab alijs. Punctum uero g irradiatur à punctis arcus a c b, qui est maior arcus e c f, patet propositum, quoniam punctum g illuminabitur à superficie corporis luminosi, quā per æqualia diuidit arcus a c b, & punctum h illuminabitur à superficie corporis luminosi, quā per æqualia diuidit arcus e c f, tamē, propter radiorum fortitudinē quæ sequitur ipsorum breuitatē fortius illuminabitur punctum h à paucioribus radijs quā punctum g à pluribus, multiplicitas enim luminis in puncto remotiori est ex concursu radiorum multorum oblique incidentium & debiliū, sed in puncto propinquiori fortificabitur lux ex breuitate radij secundum quā à corpore luminoso immittitur plus uirtutis.



XXIII. Omne corpus luminosum minus spacium à quo non egreditur fortius illuminatur quā spacium maius illo.

Quod hic proponitur, satis patet per exemplum, una enim candela paruiam camerā fortius illuminat quā domum uel cameram maiorem, potest tamē idem figuratim demonstrari: Esto enim, ut sit punctus aliquis corporis luminosi a, à quo per spacium magnū, in quo sit linea b g, diffundantur radij a g, a b, a d, & sit radius a b perpendicularis super lineam b g, illuminatur itaque spacium totum b g secūdam has lineas à puncto a sibi incidens, abscindatur itaque à linea a b linea a e ut placuerit, & à linea g e abscindetur linea a f æqualis lineæ a e, producta que linea e f, secet lineam perpendicularē quæ est a d in puncto h. Si ergo in linea e h f terminetur spacium ne lumen ultra pertranseat, erit illud spacium minus spacio terminato per lineam b g d per 2. sexti. Omnes autem radij peruenientes ad lineam b g, perueniant ad lineam e f,





plus ergo aggregantur radij in spacio e f q̄ in spacio b g, fortiores ergo sunt cū sint uti-  
tutis plus unita, magis ergo agunt q̄ in spacio b g, in quo sunt diffusiores, plus ergo il-  
luminatur spaciū minus, cum ad eius terminos uirtus luminis terminatur, q̄ spa-  
cium maius illo, & hoc est propositum.

XXV.

Omnis axis uel diameter corporis umbrosi non perpendiculariter respi-  
ciens superficiem corporis sphaerici luminosi, alicui diametro illius corpo-  
ris æquedistat.

Sit enim axis uel diameter corporis umbrosi linea a b, non perpendiculariter respi-  
ciens superficiem corporis luminosi sphaerici, cuius centrum sit punctum c. Dico q̄ linea a  
b æquedistat alicui diametro corporis c, ducatur enim linea a c termino lineæ a b ad  
centrum corporis luminosi, & super punctum c termino lineæ a c, fiat angulus æqualis  
angulo b a c per 23. primi, quæ sit d c a, producta linea d c taliter, ut anguli b a c & a c d fi-  
ant coalterni, lineæ ergo d c & a b æquedistant adinuicem per 27. primi, & quoniam li-  
nea c d est ducta à centro corporis luminosi, patet q̄ ipsa est pars diametri sphaerici illi-  
us corporis, producta ergo diameter d c, patet q̄ ipsa æquedistat lineæ a b, & hoc est p-  
positum.

XXVI.

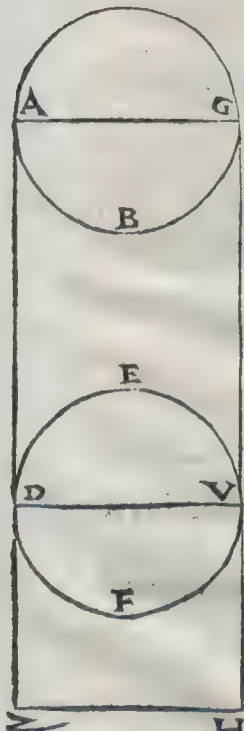
Diametro corporis luminosi sphaerici existente æquali diametro corpo-  
ris illuminandi, tantum eius medietas illuminatur, & umbra fit æqualis rei  
in infinitum protensa.

Esto corporis illuminantis diameter a g, cuius pars aspiciens corpus illuminandū  
sit a b g, diameter uero corporis illuminandi sit d b æqualis ex hypothesi,  
& per præmissam æquedistans diametro a g, & superficies illuminata sit  
d e b. Dico q̄ d e b est medietas superficiæ corporis illuminandi: ducantur  
enim radij a d & g b, & quia itaq̄ diameter a g est æqualis & æquedistans  
diametro d u p. hypothesi & per præmissam, palam q̄ radij a d & d u sunt  
æquedistantes & æquales per 33. primi, ergo in infinitum, prædicti nunq̄  
concurrent, non ergo illuminatur aliqua pars corporis d e u ultra diame-  
trum d u, eius ergo corporis tantū medietas illuminatur, protenditur e-  
nim umbra in infinitum æqualis diameter cum diametro corporis, & est  
extensa intra lineas d z & u h, & est linea z h æqualis lineæ d u, portio itaq̄  
arcus d f u, quæ est medietas totius superficiæ corporis d e b, & lineæ d z  
& u h continent umbram æqualem rei umbrosæ, quæ protenditur in infi-  
nitum, patet ergo propositum.

XXVII.

Diametro corporis luminosi sphaerici existente maiore dia-  
metro corporis sphaerici illuminandi, plus medietate corporis  
illuminatur, & basis umbræ est minor magno circulo corpo-  
ris illuminati concurrans ad punctum unum retro corpus.

Sit corpus luminosum contentum circulo a b, & sit corpus umbrosum  
illuminandum contentum circulo g d, & sit diametros a b maior diametro  
g d, & sint radij incidentes a g & b d, ij ergo radij necessario concurrent ul-  
tra corpus g d. Si enim non concurrant, tunc æquedistabunt, necessarium  
ergo erit diametros a b & g d esse æquales, qd̄ est contra hypothesim, concurrunt itaq̄  
in puncto e: patet ergo, q̄ radij a g & b d non transeunt terminos diametri circuli g d:  
si enim non transeant, palam, cum illi radij per 16. huius circulum g d contingant,  
quia anguli e g d & e d g erunt recti per 17. tertij. In triangulo ergo g d e sunt duo angu-  
li recti, qd̄ est impossibile & contra 32. primi, palam q̄ radij a e & b e non transeunt per  
terminos diametri circuli g d, sed ultra illos contingunt superficiem corporis illuminan-  
di, magis ergo medietate corporis illuminatur, & quia minor circulus illius sphaerici  
corpo-

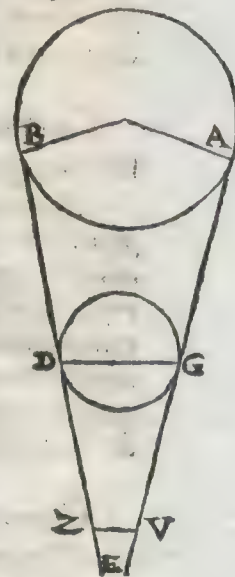


corporis continet umbram, patet q̄ basis umbræ minor est magno circulo corporis il-  
luminati, quod est propositum.

XXVIII.

Diametro corporis luminosi sphaerici existente minore dia-  
metro corporis illuminandi sphaerici minus medietate illumina-  
tur, & est umbra multo maior corpe illuminato in infinitū p̄tēsa.

Sit corpus luminosum, cuius maior circulus sit d g, & corpus illuminan-  
dum, cuius maior circulus sit a b, & sit diameter circuli d g minor diametro  
circuli a b, cōcurrēt itaq̄ radij g a & d b ultra corpus luminosum g d p̄ præ-  
missam diametrorū portionem, concurrant ergo in puncto e ultra diametru  
corporis d g, ij ergo radij non contingunt terminos diametri circuli a b, q̄  
si sic erunt ut in præmissa per 15. tertij trigoni a b e duo anguli recti, qd̄ est  
impossibile, minus ergo medietate corporis a b illuminatur, & quoniam ma-  
gnus circulus corporis a b cadit intra umbram, & umbra intra illum p̄tēsa  
semper dilatatur, cum per 14. primi huius radij g a & g b ad illā par-  
tem concurrere sit impossibile, patet q̄ umbra extendetur in infinitū, & hoc  
est qd̄ proponitur, & per hæc præmissa penitus similiter in columnis & py-  
ramidibus potest demonstrari, idem enim in illis est demonstrandi modus.



XXIX.

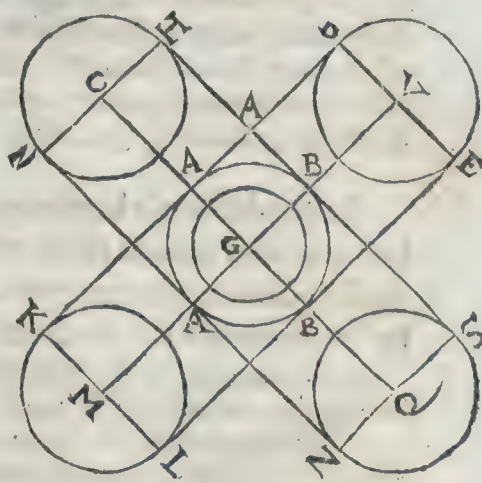
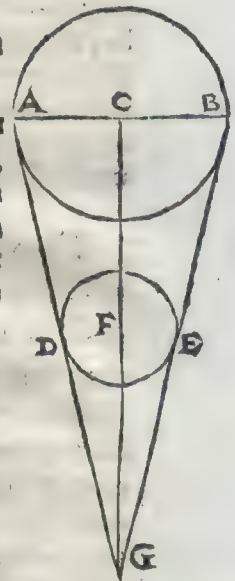
Superficiem planam super medium umbræ erectam corpus um-  
brosum & corpus luminosum per æqualia diuidere est necesse.

Sit corpus luminosum a b, cuius centrum e, & corpus umbrosum sit d e, cu-  
ius centrum f, sitq̄ p̄ctum in medio umbræ qd̄ sit g, & copuletur linea e f g,  
cadet itaq̄ linea f g in medio umbræ, superficies itaq̄ erecta super medium  
umbræ, necessario erit erecta super lineam g f, transit ergo illa superficies cen-  
trum corporis umbrosi & centrum corporis luminosi, necessario ergo diuidet  
illa corpora per æqualia per ea quæ ostensa sunt in principio huius, pa-  
tet ergo propositum.

XXX.

Superficiem planam corpus luminosum & corpus umbrosum  
per æqualia diuidentem, super medium umbræ erigi est necesse,  
ex quo patet tot esse umbras eiusdē umbrosi corporis, quot ipsum  
opponitur corporibus luminosis.

Sit corpus super qd̄ cadit lumen qd̄ continetur à circulo a b, cuius centrū  
est g, & sit unum corporū luminosorū cōtentum à cir-  
culo d e, cuius centrū aliud corpus luminosum con-  
tentum à circulo z b, cuius centrum est t, uidebit itaq̄  
q̄ umbra opposita luminoso corpori d e, contenta à  
lineis a k, b l, cuius medius punctus sit m. Cum ergo  
aliqua superficies diuiderit corpus luminosum & cor-  
pus umbrosum per æqualia, illa necessario transibit  
per lineā u g m, secabit ergo per æqualia ipsam um-  
bram, quia perpendiculariter erecta transit per ipsi-  
us corporis centrum qd̄ est p̄ctum g. Similiter q̄q̄  
superficies diuidens per æqualia ambo corpora z a  
& a b transit per lineam t g, ductā per centra illorum  
corporum, sed eadem pertransit centrum umbræ cō-  
tentæ sub lineis a n & u s secundum p̄ctū medium  
ipsius qui sit q, illa ergo superficies diuidens corpo-  
ra z h & a b in duo media, diuidet & umbram p̄ duo  
æqualia, & qm̄ superficies planæ secantes corpora umbrosa & luminosa hinc inde per



m æqua



æqualia sunt diuisa, patet q̄ secundum ipsas numerantur etiam & umbra; patet ergo ppositum. Vniuersaliter enim tot erunt umbrae eiusdem umbrosi corporis, quot ipsum opponitur corporibus luminosis.

XXXI.

Corporis umbrosi remotioris à corpore luminoso umbra minus umbre scit, propinquioris uero magis.

Quoniam enim, ut patet per 22. huius, omne corpus umbrosum corpori luminoso p̄pinquius illuminatur fortius corpore plus distante, patet q̄ umbra corporis p̄pinquioris plus priuat luminis, radij quoq̄ ipsam terminantes sunt fortioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet nigrior & plus umbrescit, quoniam radij terminantes illas umbras sunt plus luminosi, p̄pter q̄ etiam plus apparent umbrae in præsenti illorum, corporis uero remotioris à corpore luminoso umbra minus priuat luminis, radij quoq̄ continentes ipsam umbram sunt debilioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet debilior, minus ergo umbrescit, patet ergo ppositum.

XXXII.

Omnis umbra multiplicata plus umbrescit.

Esto enim, ut sit unū corpus umbrosum obiectū pluribus corporibus luminosis, palam ergo per 30. huius, quoniam tot erunt umbrae eiusdem umbrosi corporis, quot ipsum opponunt luminosis corporibus. Si itaq̄ accadat, ut umbrae se interfecerint, dico q̄ umbra multiplicata plus umbrescit, quolibet enim umbrarū aufert aliquod lumen, multiplicata ergo umbra plura aufert lumina, quæ remanent in alijs partibus medijs in quibus umbra non multiplicatur, sed remanet simpliciter umbra, ergo illa simplex profunditur aliquo lumine q̄ ad umbram multiplicantem non pertingit, multiplicata ergo umbra plus umbrescit, q̄m plurimū lumine priuatur locus illius umbræ, patet ergo ppositum.

XXXIII.

Duo corpora, quorū unum obumbrat reliquū secundum sui medium in eadē superficie erecta, super corpus luminosum consistere necesse est: & si in eadem superficie propinqua adinuicem consistunt, unum reliquum secundum sui medium obumbrabit.

Hoc quantum ad primam partem patet per 30. huius, quoniam enim superficies plana corpus luminosum & corpus umbrosum per æqualia diuidens, erecta super superficiem corporis luminosi, & ipsa erigitur super medium umbræ rei umbrosæ, umbra uero cadit super lumen corporis obumbrati, ergo oportet q̄ illud corpus obumbratū secundum sui medium sit in superficie erecta super superficiem corporis luminosi, ex hoc patet secunda pars præsentis theoremat, q̄m si duo corpora p̄pinqua adinuicem secundum sui partes medias in eadem superficie erecta super superficiem illuminati corporis consistunt, unum reliquū obumbrabit, quoniam remotius à lumine, quando fuerit, p̄pinquius illi q̄ plus accedit ad lumen, cadet in umbra illius, q̄ est p̄pinquius lumini, ut quando idē radius transiens uirtutem propinquois, transit ad uerticem remotioris, uel punctū aliū quod, q̄ sit altius illo, patet ergo ppositum.

XXXIII.

Aequidistantia linearum radialium, uel ipsarum concursus non est totaliter per se ex natura radiorum, sed ex proportionem diametri corporis luminosi ad diametros corporum umbrosorum, ex quo patet, q̄ lumen diffunditur uniformiter per aërem circumstantem.

Hoc patet per 17. & 18. huius, & potest sic exemplariter declarari: Sit enim corpus luminosum circulus a b, & una linea radialiū ab ipsa egredientiū sit linea a g, & alia linea b g, & concurrant illæ in puncto g, sit tunc una linea e u, & alia h z, & sint e u & h z æquidistantes, sitq̄ corpus unum, cuius diameter sit minor diametro corporis luminosi super q̄ cadit lumen positum inter duo a g & b g se contingentes, cuius maior circulus sit

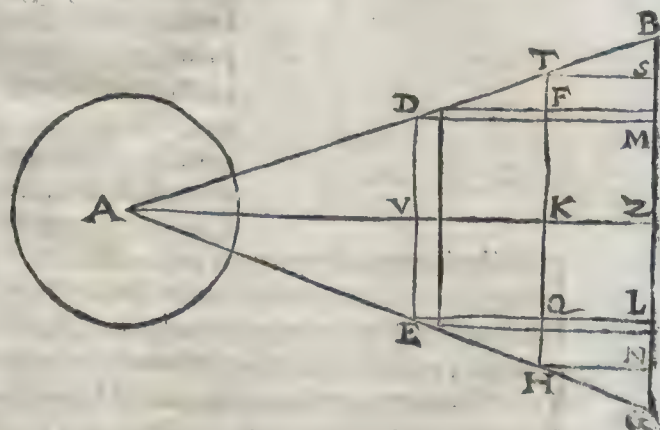
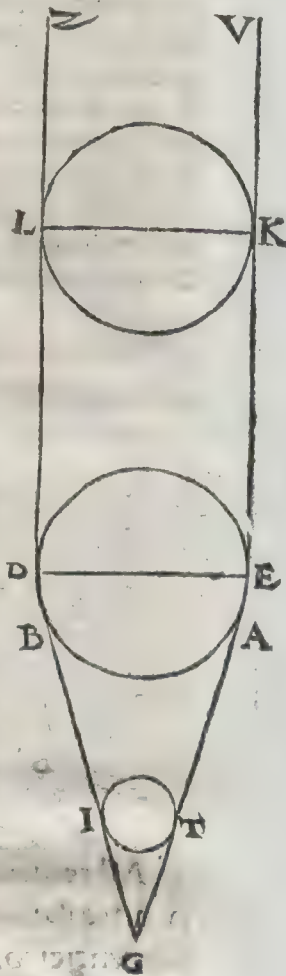
fit t i, & contingat ipsum linea b g in puncto i, & linea a g in puncto t, & corpus aliud æquale corpori luminoso, super q̄ cadit lumen, sit positum inter duas lineas æquidistantes e u & h z, illud corpus contingentes, cuius diameter sit k l, contingaturq̄ a linea e u in puncto k, & a linea b z in puncto l, umbra itaq̄ pueniens ex corpore t i minuitur & terminatur, & sit pyramidalis per 27. huius, ideo, quia radij contingentes corpus t i, g sunt a g, b g, concurrunt in puncto g, umbra ergo corporis t i continetur a duabus lineis l g & t g, & superficie corporis t i, quæ est a parte g, umbra ergo finitur apud punctū g, umbra uero corporis k l p̄tensa inter lineas æquidistantes l z & k u, ut patet per 26. huius, non terminat ad aliq̄d punctū, quoniam illa linea contingentes umbram in infinitū protrahit, non cōcurrunt. Si uero corpus t i motum extra lineas a b & b g ponatur intra lineas e u & b z, concurrent lineæ e u & b z, & uariabit umbra ab ipsis prius cōtenta secundum diuersitatē p̄portionis diametrorum corporis t i, & corporis k l ad diametrum corporis b a, & ex hoc patet, q̄ radij per se non sunt lineæ, neq̄ regulares, neq̄ irregulares, neq̄ æquidistantes, neq̄ concurrentes, sed accidunt eis lineatio per respectū ad corpora in quibus incidunt, & æquidistantia & concursus accidunt eis p̄ proportionē diametrorū corporum umbrosorū ad diametros corporis luminosi: diffunditur ergo lumen uniformiter per totū aërem circumstantem, ita, ut omnis punctus aëris, à quo possibile est produci lineam rectam ad aliquod punctū corporis luminosi, illuminetur à lumine corporis luminosi, ut patet per 19. huius, patet ergo ppositum.

XXXV.

Radij ab uno puncto luminosi corporis procedentes, secundum linearum longitudinem ad æquidistantiam sensibilem plus accedunt.

Esto ut à puncto medio corporis luminosi q̄ sit a, egrediantur radij a b & a g æquales, copuletur quoq̄ basis b g, & ducatur linea d e secans trigonum a b g, erit medium sui lateris a g æquidistanter basi b g per 10. & 31. primi, p̄trahatur à puncto a linea a z p̄pendiculariter super basim b g per 12. primi, quæ secet lineam d e in puncto u, diuidaturq̄ linea e g in duo æqualia in puncto h per 10. primi, & linea d b in puncto t, ducaturq̄ linea h t, linea ergo h t erit æquidistans basi g l per 2. sexti, secabit ergo lineam u z per 2. primi huius, sit punctus sectionis k, ducantur item à punctis e d & h t lineæ perpendiculares super basim b g, quæ sint e l, d m, h n, t s, secabit quoq̄ perpendicularis e l lineam h t, sit punctus sectionis linearum d m & h t sit f, erit ergo linea q f æqualis lineæ d e per 34. primi, patet ergo, q̄ linea h t est maior q̄ linea d e, quia itaq̄ trigona a u e & e h q sunt æquiangula per 29. primi, erunt per 4. sexti latera ipsorū p̄portionabilia, quia ergo ut patet supra linea a e est maior q̄ linea e h, erit ergo linea e u maior q̄ linea h q. Sed linea h t est maior q̄ linea e d, ut præstentum est, ergo per 9. primi huius maior est proportio lineæ e b ad lineam e d, q̄ lineæ q h ad lineam h t, est enim p̄portio lineæ e u ad lineam e d, sicut lineæ h k ad lineam h t per 4. sexti, & per 16. & 18. quinti, sed linea h q est pars lineæ h k, ergo per 8. quinti minor est p̄portio h q ad h t q̄ h k & h t, minor est ergo p̄portio lineæ h q ad h t q̄ e u, eodemq̄ modo demonstrandum, q̄ lineæ g n ad lineam g b

m 2 minor

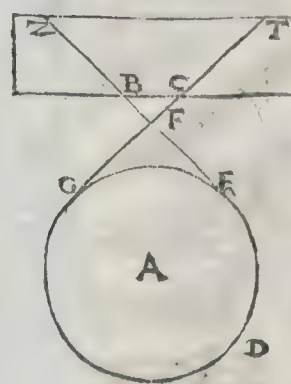




minor est proportio q̄ lineæ h q ad lineam h t: excessus itaq̄ basis g b super basem h t est minor excessu basis h t super basem d e: & quanto bases sunt remotiores à puncto a corporis luminosi, tanto excessus remotiorū basium super bases uiciniores plus minuuntur, palam ergo, quia in remotiori distantia radij quasi ad æquedistantiam plus procedunt: & cum quantitas excessus basium sit quantitatis non sensibilis, tunc lineæ radiales erunt quasi æquedistantes, quoniam enim lineæ b g sensibilibiter non excedit lineam h t, tunc erunt h g & t u radij quasi æquedistantes secundum sensum, & hoc est propositum: & forte ad istud multum cooperatur proprietas radiorum, quæ semper ut potest approximatur suæ perpendiculari, ppter qd radij omnium puncto: totius corporis luminosi semper concurrunt à quolibet puncto corporis illuminandi, & sic constituunt pyramidē radialem.

XXXVI.

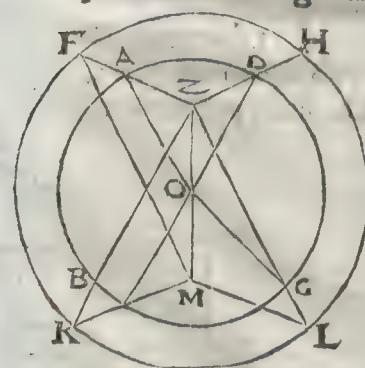
**Lumine incidente per fenestram super corpus oppositū solidum, erit luminis perimeter amplior perimetro fenestrationis.**



Esto corpus luminosum, cuius centrū a, & circulus magnus d e g, & sit diameter fenestrationis b c, sitq̄ lineæ t z in superficie corporis solidi opposita luminini cui incidit radius, producant q̄q̄ lineæ radiales tangentes periferiā fenestrationis, quæ sint e b g c, hæ itaq̄ lineæ secabunt se in aliqua parte medij, sit punctus cōmunis sectionis f, & hæ lineæ productæ incident sup̄ficiē corporis oppositi luminini, cadatq̄ lineæ e b in punctum z, & lineæ g c in punctum t, quia itaq̄ in trigono f c z, latus c z est maius latere b t, quoniam trigonum f c z maius est trigono b c f, & quoniam per omne punctum periferiæ fenestrationis sic incident radij se secantes, ideo, q̄ à quolibet puncto corporis luminosi in totam fenestram sit missio luminis per 10. huius, palam, quoniam perimeter luminis incidentis corpori solidi opposito fenestrationis, est maior perimetro fenestrationis, & hoc proponebatur.

XXXVII.

**Ad centrum circularis foraminis radio à centro corporis luminosi perpendiculariter incidente, lumen in superficie densi corporis æquedistante superficie foraminis est uere circulare.**



Sit circulus foraminis a b g d, cuius centrū e sit æquedistans superficie solidi corporis f h k l, & erigatur à centro e lineæ e z, perpendiculariter super superficiē a b g d circuli, in quocunq̄ itaq̄ p̄cto lineæ e z, sit centrū corporis luminosi, dico quod lumen incidens superficie f h k l, est uere circulare, palam enim per 64. primi huius, quoniam omnes lineæ z a, z b, z g, z d, ductæ à polo z ad circumferentiā sunt æquales, & æquales angulos continent cū lineæ e z per 8 primi, producantur itaq̄ lineæ z e ultra punctum e ad superficiem æquedistantē circulo foraminis, quæ est f h k l, incidentq̄ perpendiculariter super illā per 14. undecimi, sit ut incidat in punctū m, producanturq̄ lineæ z b ad superficiē f h k l in punctum k, & lineæ z a in punctum f, & lineæ z d in punctum h, & lineæ z g in punctum l, erūtq̄ lineæ a f, k b, d h, g l per 25.

primi huius æquales propter æquedistantiam superficieum & æqualitatē angulorū, ita ergo lineæ z f, erit æqualis toti lineæ z h, & z k, æqualis lineæ z l, ducant quocq̄ lineæ f m, h m, k m, l m, in trigono itaq̄ f m z, basis f m erit æqualis basi h m trigoni h m z per 4. primi, eodemq̄ modo erit lineæ k m, æqualis lineæ h m, & lineæ l m æqualis lineæ k m, palam ergo per 9. tertij, quoniam superficies f h k l, est circularis, & ipsa est ad quam terminantur radij luminis incidentis per fenestram a b g d, quoniam de omnibus alijs lineis eadem est demonstratio, patet ergo propositum.

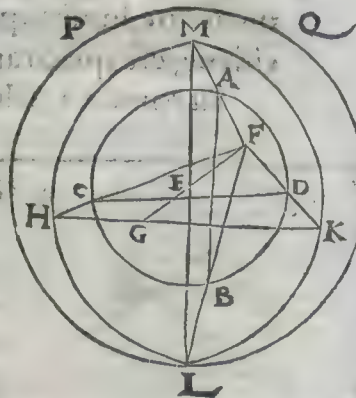
XXXVIII.

**Per centrum circularis foraminis radio luminoso oblique incidente super**

per

**perficie densi corporis substratæ superficie foraminis, lumen incidens erit figuræ sectionis pyramidalis, cuius maior diameter erit in superficie erecta super superficiem fenestrationis, & super superficiem corporis substrati.**

Esto foramen circulare a b c d, cuius centrū e, cui sit superficies æquedistans h m k l, & sit f centrū corporis luminosi, sitq̄ primo ut lineæ f e oblique cadat super superficiē a b c d, hæ itaq̄ producta incidet superficie f h m k l similiter oblique propter æquedistantiam superficieum, argumento 23. primi huius, incidatur itaq̄ in punctum g, & ducatur lineæ a e b diameter circuli: sit itaq̄ angulus a e b acutus, erit ergo per 14. primi angulus b e f obtusus, & quia quadratū lineæ f a ualet minus 2. quadratis linearū e f & e a, per 13. secūdi, & quadratū lineæ b f, est maius quadrato lineæ f e, & quadrato lineæ b e p 12. secūdi, quadratū uero lineæ b e, æquale est quadrato lineæ a e, quia sunt æquales semidiametri, & quadratū lineæ f e, est cōmune, patet quod quadratum lineæ f b est maius quadrato lineæ f a, ergo lineæ f b est maior quam lineæ f a, productisq̄ lineis f a & f b ad superficiem h m k l, si lineæ f a incidat ad p̄ctum m, & lineæ f b ad punctum l, erit lineæ f b maior quam lineæ f m per eadē quæ prius, copulatisq̄ lineis l g, m g ad p̄ctum g, cui incidit radius transiens centrū foraminis fenestrationis, erit quoq̄ per 2. sexti, & per 11. quinti proportio lineæ l g ad lineam b e, sicut lineæ g m ad lineam e a, quoniam utroq̄ illarum proportio est ad inuicem, sicut lineæ g f ad lineam f e, est ergo per 16. quinti proportio lineæ l g ad lineam m g, sicut lineæ b e ad lineam e a, sed lineæ b e est æqualis lineæ e a, ergo lineæ l g est æqualis lineæ g m, ducatur tunc c d diameter super a b diametrum orthogonaliter, & continentur lineæ f e, f d, producanturq̄ ad superficiem h m k l in puncta h & k, & ducatur lineæ h g k, & quoniam superficies in qua sunt lineæ f e & a b, sola est erecta super circum fenestrationis, quoniam omnes aliæ superficies in quibus est lineæ f e, incident illi superficie oblique, sicut enim accipimus lineam a b, erit ergo superficies a b erecta super superficie circuli fenestrationis, palam ergo, quia angulus f e d est æqualis angulo f e c, est ergo p 4. primi lineæ f d æqualis lineæ f c, ergo ut prius erit lineæ b g æqualis g k, & lineæ f h æqualis lineæ f k, sed & f g, est communis, quia lineæ h k est perpendicularis super lineam m l, & super lineam f g, palam p 4. undecimi, q̄ lineæ h g est perpendicularis super superficie m qua sunt lineæ f g & m g, ergo p 18. undecimi, erit superficies h m k l erecta super superficie f m g, ergo & superficies f m g est erecta super superficiem h m k l, imaginetur ergo à puncto g tertio axis, quæ est f g, circūducta pyramidis illuminationis circulus per 102. huius erit ergo per 100. & 89. primi huius axis f g erecta super illum circulum & ipsa est obliqua super superficiem h m k l, erit ergo per 103. primi huius lineæ h m k l sectio pyramidalis, cuius maior diameter erit in superficie f m l erecta super superficiem h m k l, patet ergo propositum. Et si superficies fenestrationis circularis sit basis pyramidalis illuminationis ita quod centrū corporis luminosi sit polus circuli fenestrationis, & axis erectus sit sup̄ superficie fenestrationis, adhuc erit figura luminis sectio pyramidalis, qd' est præmissio modo demonstrandū, ducta enim p 102. primi huius à p̄cto l tertio longioris radij, q̄ est f l superficie æquedistante superficie fenestrationis, patet p 100. primi huius quod illa superficies secabit pyramidem illuminationis secundū circulum quæ sit l p q, ergo superficies h m k l secat ipsam secundū pyramidalem sectionem, patet ergo propositum.



**Omne lumen per foramina angularia incidens rotundatur.**  
Quod hic proponitur patet per 35. huius, quoniam enim omnes radij ab uno puncto luminosi corporis procedentes secundum linearum longitudinem ad æquedistantiam sensibilem plus accedunt, patet q̄ anguli radij secundum foraminum angularum dispositionem ipsis angulis incidentes se applicant æquedistantiæ radij perpendiculariter uel

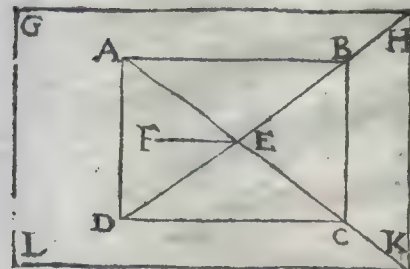
m 3 circa



circa huius superficiei foraminis incidentis, retrahunt ergo se ab angularitate, & sic lumen superficiei foraminis obiectae incidens incipit rotundari, & quoniam ut patet per 20. huius a puncto cuiuslibet corporis luminosi lumen diffunditur super omnem lineam, quae ab illo puncto ad oppositam superficiem duci potest: omnis enim illi radij in quolibet puncto medij concurrunt, patet quod ipsi in quolibet puncto se interfecerint, & radij inferiores punctorum corporis luminosi in punctis linearum fenestrae alio radio superiorum punctorum secant & ultra ptenduntur, & sic lumen hoc fenestram pertransiens rotundatur, quod non ab eo accideret, si solum ab uno puncto luminosi corporis egredierentur radij fenestram penetrantes. patet ergo propositum.

XL.

Radio luminoso medio puncto foraminis quadrati perpendiculariter incidente, lumen superficiei corporis aequedistantis superficiei foraminis incidens, est quadratum ad circularitatem aliquam accedens.



Sit centrum corporis luminosi e, & foramen quadratum sit a b c d, cuius puncto in eo qui sit f incidat perpendiculariter radius e f, sit haec superficies corporis densi aequedistanti superficiei foraminis quae est g h k l, dico quod lumen incidens illi superficiei erit figura quadrata: sunt enim duae pyramides unam uerticem habentes punctum e, quarum maioris basis est g h k l, minoris uero basis est a b c d, & earum bases sunt aequedistantes, sunt ergo similes per 99. primi huius, quia ergo basis a b c d, ex hypothesi est quadrata, patet quod & basis g h k l est quadrata, & est hoc propositum primum quoniam uero p 35. huius radij longiores ad aliquam aequedistantiam accedunt, accedit & haec figura ad aliquam circularitatem propter compressionem radiorum, uel propter ipsorum intersectionem in punctis linearum terminantium fenestrae, ut diximus in praemissa, patet ergo propositum.

XLI.

Per medium quadrati foraminis radio oblique incidente superficiei densi corporis substratae superficiei foraminis, lumen incidens erit figura altera parte longior suis angulis aequaliter arcuatis.

Est ut in praemissa centrum corporis luminosi punctum e, & periferia quadrati foraminis a b c d, cuius medio puncto qui sit f, oblique incidat radius e f, sitque superficies corporis densi substratae illi foramini quae g h k l, cui similiter oblique incidat radius, dico quod figura luminis in substrata superficie erit altera parte longior, quoniam enim illae superficies non sunt bases pyramidis illuminationis, sed solum secantes illas pyramides oblique, patet per 99. primi huius, quoniam ambae figurae a b c d & g h k l, siue earum superficies aequedistant siue non aequedistant, sunt figurae altera parte longiores, quoniam illae figurae quae secundum illa puncta quibus axis e f propositis superficibus aliqua incident, pyramides, sunt a b c quadratae, reliquae uero obliquae, secundum illa puncta axi incidentes sunt ambae altera parte longiores, patet ergo propositum primum, & quoniam ut patet per 35. huius radij longiores quasi ad aliquam aequedistantiam accedunt, patet quod anguli illius figurae luminis aequaliter arcuantur, sicut & in duabus praemissis declaratum est, & hoc est propositum.

XLII.

Per medium secundi diafoni densioris primo radius perpendicularis ductus a centro corporis luminosi super superficiem obiecti corporis semper penetrat irrefractus.

Huius propositi probati plus experientiae instrumentorum innititur, quam alteri demonstrationi, cum ergo quis experiri uoluerit modum fractionis radiorum luminorum in medio secundi diafoni densioris primo, ut in aqua quae est densior aere, assumat

uas rectarum orarum qualiscunque uoluerit medietate uel figura, dum tamen sit altitudo orarum maior medietate cubiti, & diameter latitudinis eius sit non maior diametro instrumenti, ut faciendum praemissimus in prima huius, & planentur orae illius uasis donec superficies per eius oras transiens sit aequalis plana, & ponatur in fundo uasis aliquod corpusculum coloratum uisibile numisma uel tres picta diuersi coloris, deinde impleatur uas aqua clara, cum ergo quieuerit motus aquae, si aspiciens uisum perpendiculariter perierit super medium numismatis, ut picturae inueniet figuram & colorem & ipsorum situm & partium ordinationem eo modo quo sunt secundum se ordinata si in aere uiderentur, consideret ergo experimentator illum sui corporis situm, siue sit stans siue sedens, & sui distantiam a base, & situm ipsius uasis, & omnia circumstantia: ponatur itaque uas istud plenum aqua clara in loco, in quo splendet sol, & sistatur uas taliter ut superficies circumferentiae uasis sit aequedistans horizonti, hoc aut patet per pēdi ex hoc, si superficies aquae sit aequedistans periferiae uasis. Deinde imponat instrumentum in hoc uas, ita quod pinnula super extremitates regulae existentes superponat orae uasis ex utraque parte, tunc ergo medietas instrumenti cum tota regula erit intra uas, deinde auferatur aqua, donec superficies aquae secet centrum instrumenti, & reuoluat instrumentum in circuitu uasis donec orae super aquam obumbrent alias sub aquam, & tunc retenta regula cum altera manu reuoluatur instrumentum cum reliqua manu in circuitu sui centri, donec lumen solis pertranseat foramen l m n, quod est in ora instrumenti, & foramen laminae quadratae perueniat ad superficiem aquae, quia lumen pertransiens foramen rotundum ampliatur semper per 36. huius. Sistatur quoque taliter instrumentum, ut lumen cadens super laminam secundi foraminis quod est x y z, situm habeat aequale, & tunc experimentator reductis manibus ab instrumento, secundum omnem situm & modum quo prius aspexit numisma inspicat ad fundum aquae ex parte quartae instrumenti, cuius ora est abscissa, quae est a d, inuenietque lumen pertransiens ex duabus foraminibus super superficiem orae alterius, quae est intra aquam, & lumen inter duos circulos extremos trium angulorum aequedistans signatorum, aut addens super distantiam illos circulorum modicum, et erit additio aequalis duobus lateribus circulorum, ex quo patet quod medium punctum huius luminis cadit in aliquod punctum medij circumferentiae circuli illorum trium circulorum, ut in punctum p. Deinde acus ferrea uel lignum minutum in interiori parte foraminis orae instrumenti applicata pertranseat medium foraminis diametraliter, & tunc inspicienti uidebitur ut prius umbra acus in medio lucis opposita, per undecimam huius diuides esse per aequalia. Deinde retrahatur acus donec acumen eius sit in medio foraminis, & erit umbra extremitatis acus in medio lucis, quae est in superficie aquae, & eius quae est intra aquam, & uniuersaliter secundum quam proportionem acus periferiam foraminis ut corda ascindit, secundum eandem proportionem umbra acus periferiam lucis in superficie aquae & sub aqua existentis abscindit, acu uero penitus remota lumen reuertitur, palam ergo ex his quod punctus quae est in medio lucis intra aquam existens, & quod punctus medius huius lucis erit a puncto medio lucis in superficie aquae existens, & quod punctus medius huius lucis, erit a luce quae est in centro foraminis superioris, lux ergo cum peruenit ad centrum lucis in superficie aquae existens extenditur secundum rectitudinem lineae rectae per 2. puncta m & y, quae sunt centra amborum foraminum transeuntes, & huius linea est in superficie medij circuli trium circulorum, et est pars diametri illius circuli, quae est m p, tamen sit aequedistans diametro circuli in base instrumenti existens quae est f e g punctus ergo qui est in medio lucis quae est in superficie aquae existens, est in superficie huius medij circuli, sed & punctus p in medio lucis intra aquam existens, est in circumferentia medij circuli, haec ergo duo puncta erunt in superficie medij circuli per primam undecimi. Quod si lux quae est in superficie aquae non fuerit manifesta, mittatur regula minor in aquam, & superficies eius in aqua signata est linea diuidens superficiem eius latitudinis per aequalia superficiei, applicetur aquae, ut fiat una superficies cum illa, & alia eius superficies applicetur superficiei basis instrumenti, palam ergo ex praemissis in prima huius, quia linea, quae est in superficie regulae in superficie medij circuli m & y centrum duorum



duorum foraminum transeuntis, apparebitque lux, quæ est in superficie aquæ super superficiem regulæ, & medium luminis lucis super lineam, quæ est in medio regulæ, & si acus fuerit posita super medium foraminis superioris, obumbrabitur linea, quæ est in medio regulæ, & si acumen acus ponatur super centrū foraminis, cadet umbra acuminis acus in medio lucis, quæ est super regulam, & ablata acu redibit lumen, sic ergo apparebit, lumen cadens super superficiem aquæ apparitione manifesta, & patebit quod lux incidens centro foraminis superioris, ipsa est super lineam transeuntem per centrum duorum foraminum, & quoniam superficies aquæ transit centrum instrumenti, & superficies regulæ est una cū superficie aquæ, superficies itaque regulæ transibit centrum instrumenti, erit ergo remotio, centri lucis à centro instrumenti æqualis medietati latitudinis regulæ, quæ est æqualis perpendiculari cadenti à centro foraminis super superficiē basis instrumenti, erit ergo centrum lucis, quæ est in superficie regulæ uel aquæ centrum mediū circuli, reuoluatur ergo regula, donec angulus ipsius acutis transeat per centrum instrumenti, & pars inferior lineæ diuidentis angulum eius per æqualia sit in centro luminis, quod est intra aquam, acuitas ergo superior regulæ transibit centrum circuli mediū & lucis quæ est in superficie aquæ, & erit illa linea semidiameter mediū circuli, immittatur ergo acus longa in aquā ita ut acumen ipsius sit in puncto anguli regulæ. Secabit quoque umbra acus lucem, quæ est intra aquā, eritque umbra acuminis acus ad finem regulæ quæ est in medio lucis, et sic fixo acumine acus, moueatur acus, umbra acus mutabit situm ad uniuersas partes lucis, umbra tamē acuminis nō mutata à medio lucis, ablata uero totaliter acu, redibit lux totalis; idē quoque accidit in quocūque puncto lineæ, quæ est in superficie regulæ positum super acumen acus, ex quo patet quod lux existens in aliquo puncto lucis intra aquam, pcedit à puncto sibi simili in luce quæ est in superficie aquæ, & quod à medio puncto lucis quæ super aquam ad medium punctū lucis inter aquam, pceditur radius secundum lineam rectam, quæ est medium regulæ: ex quo patet, quod transitus lucis per corpus aquæ est secundum lineas rectas per primam undecimā, & hoc est quod circa propositam propositionem experimentaliter intendimus declarare.

XLIII.

In medio secūdi diafoni, quod est densius primo diafono sit refractionis radiorum obliquorum ab anteriori superficie diafoni secūdi ad perpendicularē exeuntem à puncto refractionis super superficiem corporis secūdi.

Experimentaliter etiam & hoc propositum theorema potest declarari. Opposito enim foramine superiori ipsius instrumenti oblique ipsi corpori solari, ita, ut radius oblique incidat ad oram instrumenti oppositā foraminī, & pertractato per modum quo in præmissa centro lucis, quæ est intra aquam, signetur illud per puncturā ferri duri in superficie ipsa instrumenti, & inuenietur illud centrū non in linea g k perpendiculariter erecta super g terminū diametri opposito lineæ f h, in qua est foramen oræ instrumenti, sed declinabit ab illa linea ad partem in qua est sol, eritque inter hoc centrū lucis & punctum p, quod est cōmunis differentia lineæ g k, perpendicularis super terminū diametri instrumenti, & circūferentiæ circuli mediū transeuntis per m & y centra foraminū distantia sensibili, mutatur itaque regula in aquā, & applicetur superficiē laminæ, ita, quod terminus latior regulæ sit supra diametrū laminæ, & moueatur regula quousque acuitas eius sit perpendicularis super superficiem aquæ quo ad sensum, erit itaque centrū lucis, quod est intra aquam & inter acumen regulæ, & lineā g k perpendicularē super f g diametrū basis instrumenti, patet ergo ex hoc, quod hæc refractionis est ad partem perpendicularis exeuntis à loco refractionis perpendiculariter super superficiē aquæ. Hæc ita inuento signetur in circūferentiā circuli mediū trium signatorū circuloꝝ super punctū extremū perpendicularis exeuntis à centro eiusdem circuli perpendiculariter super superficiē aquæ signum fixum per ferri duri puncturā: & quia patuit per præmissā, quod instrumento directe soli opposito & radio solis sibi perpendiculariter incidente, lux quæ puenit ad centrū lucis, quæ est intra aquam, est lux extensa secundū rectitudinē lineæ continuantis duo centra foraminum, quæ linea peruenit ad centrū mediū circuli æquedistantis superficiē basis instrumenti.

strumenti, & est diameter illius, si huius linea fuerit imaginata extendi secundum rectitudinem intra aquam, donec perueniat ad oram instrumenti, tunc erit totaliter æquedistans diametro instrumenti, & perueniet ad lineā g k perpendicularē super diametrum f g, in interiore parte oræ instrumenti ductam, & quoniam centrum lucis quæ nunc est intra aquam non est super illam lineam perpendicularē in ora instrumenti productam, tunc patet quod lux ostensa à medio lucis quæ est in superficie aquæ non extenditur ad medium lucis, quæ est intra aquam, secundum rectitudinem lineæ transeuntis per centra duorum foraminum, sed refrangitur ab illo, declaratum est autem per primā huius quod hæc lux extenditur recte à medio lucis, quod est in superficie aquæ ad medium lucis, quæ est intra aquā, est ergo huius lucis reflexio ad superficiē aquæ, quæ est propositū.

Per mediū secūdi diafoni rarioris primo radius perpendiculariter incidens à centro corporis luminosi super superficiē corporis obiecti penetrat irretractus,

Instrumentali similiter experientia propositū theorema potest declarari, assumant enim uitri clari uel cristalli, figuræ cubicæ frustū longitudinis duplæ diametri foraminis oræ instrumenti, & fiant planæ superficies eorū æquales & æquedistantes, & latera ipsorū sint recta & multum poliantur, deinde signetur per sculpturam ferri duri in medio basis instrumenti linea recta transiens per centrum ipsius, quod est e, perpendiculariter super ipsius diametrum, quæ est f g, super cuius extremitates sint in ora instrumenti productæ duæ perpendiculares f h & g k, & producatū illa linea in utraqque partem superficiē circuli basis, & sit z ex, ponatur itaque unum uitrorū istorū super superficiē basis instrumenti, & applicetur unum laterum suorum perpendiculariter ductæ, quæ est z ex, taliter ut medium lateris uitri sit uere super punctum e centrum instrumenti, & sic totum corpus uitri ex parte foraminum sit inter foramina oræ & tabulæ, & inter centrū instrumenti quod est e, transit ergo ducta diameter instrumenti, quæ est f g, per mediū superficiē uitri superpositæ basi instrumenti, applicetur itaque uitri basi instrumenti forati applicatione per bitumen firmum, taliter tamen quod possit auferri quādo placuerit, deinde ponatur super uitrum ultra primum, sed ex eadem parte foraminum, & applicetur aliqua superficiē eius superficiē primi uitri, & applicetur basi instrumenti applicatione fixa. Deinde tertium uitrum applicetur secūdo, & adæquetur superficiē eius cum duabus superficiēbus laterū secūdi uitri, & applicetur basi instrumenti, & sic fiat de pluribus uitris quousque perueniatur intra ad aliam perpendicularē super superficiē basis instrumenti aut prope, scilicet uersus punctum t, cum itaque intra fuerit applicata superficiē basis instrumenti secundum prædictum modum, palam quoniam præmissa diameter instrumenti, quæ est f g, transibit per medium omnium superficiēum uitrorum superpositorum basi instrumenti, & altitudo omnium uitrorum est duplā diametro foraminis, diameter uero foraminis est æqualis perpendiculari f m exeuntis à centro foraminis super superficiē basis instrumenti, & super diametrum eius f g, unaquaque enim perpendicularium exeuntium à centrīs superficiēum uitrorum perpendicularium super diametrum basis instrumenti, est æqualis lineæ m f, scilicet perpendiculari exeunti à centro foraminis super superficiē basis instrumenti, linea ergo q transit centra amborū foraminū transibit centra superficiēum uitrorū perpendiculariū super superficiē basis instrumenti: accipiat ergo regula subtilis, cuius formā præmissimus, & erigatur super oram instrumenti in superficie basis instrumenti, & ponatur superficies regulæ in qua signata est linea ex parte primi uitri, quod est supra e centrum basis instrumenti, & ponatur regula prope uitrum, & applicetur taliter linea, ut quæ est in superficie regulæ sit in superficie mediū circuli, secabitque linea recta transiens per centra amborū foraminum, & per centra superficiēum uitrorum lineam latitudinis regulæ perpendiculariter, & transibit ad punctum g, tunc itaque ponatur instrumentum in uas prædictum uacuum aqua, & ponatur in sole directe oppositū centro solis, ut accipiat radiū perpendicularē, hoc aut potest fieri, si moueatur instrumentū quousque lux solis transeat per ambo foramina, & fiat apud secundū foramen lux æqualis, & aspiciatur superficies regulæ opposita uitro, & uidebitur lux



extens a duobus foraminibus ipsius instrumenti extensa sup superficiē ipsius regulæ, & illud umbrosū qd circūdat lucē in superficie regulæ, obumbrabit p umbrā oræ instrumēti, eritq; centrū uisus ipsius aspiciētis sup lineā quæ est in superficie regulæ, deinde acus subtilis ponatur super superius foramē, ita quod extremitas acus sit perpendicularis sup centrū foraminis, cadetq; tunc umbra extremitatis acus super centrum lucis in lineā quæ est in superficie regulæ, tunc itaq; signetur punctus illius umbræ cū incausto subter, & auferatur acus a superiori foramine, & eius extremitas ponatur sup centrū inferioris foraminis, cadetq; iterū umbra extremitatis acus sup punctum signatum in superficie regulæ. Ablata quoq; acu lux reuertitur; ex quo patet, qm lux quæ est super punctū quod est in superficie regulæ transit p cētra amborū foraminū, deinde cū incausto signetur nota nigra in pūcto in medio superficiē uitrī ex parte regulæ, potest aut ille pūctus inueniri p 40. primi huius, qm ille punctus est cōmunis sectio duorū diametrorū superficiē uitrī, & tūc intuens lucem quæ est super regulā inueniet umbrā puncti, quæ est in medio uitrī, punctum quod est in superficie regulæ, patet ergo ex hoc qm lux quæ trāsit per centra duorū foraminū, transit per punctū quod est in medio uitrī. Deinde euertatur uitrū primū, quod est super centrū instrumenti punctū e, & in superficie secūdi uitrī signetur punctū medium, ut prius factū est in superficie uitrī primi, & cōponatur instrumentū secūdo, & moueatur quousq; lux transeat per duo foramina, peruenietq; lux transiens per centra duorū foraminū ad centrū lucis, quod est in superficie regulæ, patet itaq; ex hoc quod lux pertransiens centra duorū foraminū transit per punctum quod est in medio superficiē secūdi uitrī, & quod lux quæ transit per centra duorū foraminū in prima experimentatione, transit & per punctū qd est in medio secūdi uitrī. Extrahatur itaq; secūdu uitrū & opponatur tertiu, & sic de ceteris usq; ad ultimū, & patet uniuersaliter q lux transiens per centra duorū foraminū perueniens ad superficiē regulæ, transit etiā per centra superficiē uitrōrū omniū positorū sup superficiē laminæ, & sunt omnia centra superficiē uitrōrū omniū in una linea rectā cōtinuante centra duorū foraminū; lux itaq; pertransiens centra foraminū tam in corpore uitrī q; extra corpus in aere, extēditur secūdu lineam rectā cōtinuantem centra duorū foraminū, & est illa linea m p, perpendicularis super superficies omniū uitrōrū oppositas foraminū per 14. undecimū, illa enim linea m p, est æquidistans lineæ f g, diametro laminæ quæ est perpendicularis super superficiē uitrōrū, cum sit perpendicularis sup differentiā cōmunem superficiē uitrī, & superficiē laminæ, & si omibus uitrīs uel ipsorū aliquo præmisso modo super fundum instrumenti disposito in fundatur aqua uasi usq; ad concuum superficiē uitrī, accidet tum idem quod prius, quoniam radius perpendicularis semp penetrat irrefractus. Itē ne putet aliquis quod rectitudo radiorū perpendiculariū adiungetur per cubicā figurā uitrī, accipiat medieta sphaeræ uitreæ claræ uel cristallinæ, cuius semidiameter sit minor distantia, quæ est inter punctū c & centrū laminæ qd est punctū e, & inueniatur centrū basis eius super quod signetur linea subtilis cū incausto. Deinde ex hac lineā ex pte cētri sphaeræ separetur lineā æqualis lineæ l m, diametro foraminis oræ instrumēti, erit ergo hac lineā æqualis lineæ m f, quæ est inter m centrum foraminis quod est in ora instrumēti, & superficiē laminæ, deinde super extremitatē huius lineæ separatæ a diametro, pducatur perpendicularis ad utrāq; partē superficiē sphaericæ, qd potest fieri per undecimā primi, & secetur sphaera uitrea secūdu illā lineā planeturq; superficies uitrī secti donec sit penitus æqualis, fiatq; ppendiculariter erecta super superficiē planā hemisphaerij, quod per angulum rectum corporeum poterit mensurari, erit ergo tunc cōmunis differentia istius superficiē erectæ, & superficiē basis sphaeræ lineā rectā, super quā erit perpendicularis lineā prius a cētro sphaeræ pducta, ergo etiā erit perpendicularis super superficiē erectā. Deinde in medio illius lineæ q est cōmunis sectio fiat signū cū incausto, deinde uitrū illud politū optime super hanc superficiē sectā ponat super superficiē laminæ instrumēti, ita quod gibbositas eius respiciat foramina, & mediū lineæ quæ est cōmunis sectio duarū superficiē planarū uitrī, applicetur centro laminæ, & sigatur super laminā ne cadat. Deinde ponatur regula subtilis super

super superficiem laminæ instrumenti sicut in experimentatione uitrōrū cubitorū, ita q; superficies regulæ in qua est lineā recta latitudinis sit ex parte uitrī, & ppe illud: deinde imponitur instrumentū in uas prædictū, & ponitur uas in sole uacūū aquæ, & moueatur instrumentū donec lux solis transeat ambo foramina, cadetq; lux sup superficiē regulæ. Deinde ponatur extremitas acus uel stili ferrei super centrū superioris foraminis, cadetq; umbra extremitatis acus super centrū lucis, ablato quoq; stilo, reuertetur lumē ad locum suū. Idem quoq; accidit ponēti extremitatē acus super centrū foraminis secūdi. Deinde ponatur extremitas acus super centrū sphaeræ uitreæ, cadetq; umbra extremitatis acus super centrū lucis, ex quo patet, quia lux trāsiens p centra duorū foraminū trāsit & per centrū sphaeræ uitreæ, & per mediū superficiē lucis quæ est in cōuexo uitrī, patet etiā ex his qd lux transiens in corpus uitrī extēditur secūdu rectitudinē lineæ transeūtis per cētra duorū foraminū, & est illa lineā semidiameter sphaeræ. Nam ppen dicularis exiens a centro basis uitrī ad laminā, est æqualis diametro foraminis & lineæ exeuntis a centro foraminis perpendiculariter ad superficiē laminæ, & quoniam hæ duæ perpendiculares cadūt super diametrum laminæ, palam qd lineā transiens per centra duorū foraminū cū extendit in rectitudinē peruenit ad centrū sphaeræ uitreæ, est ergo in illa lineā diameter huius sphaeræ uitreæ, est ergo ppendicularis sup superficiē huius sphaeræ p 72. primi huius, qm enim trāsit centrū sphaeræ, patet quod ipsa est perpendicularis super cōuexam superficiē sphaeræ, sicut superius patuit in uitrīs cubitis. Auferatur itaq; regula subtilis applicata ad superficiem laminæ, & ponatur instrumentū secūdo in uas ut prius, & moueatur quousq; lux transeat per duo foramina. Inuenieturq; lux super oram instrumenti, & inuenietur centrū lucis in pūcto p, quod est differentiā cōmunis inter circūferentiam circuli mediij, & lineā g k, perpendicularem in ora instrumenti, hoc est in extremitate diametri circuli mediij, quæ est in p, transeūtis per centra duorū foraminū m & y, ex quo patet, qm lux transiens in corpus uitrī, & perueniens ad centrū eius, p diensq; in corpus aeris, extēditur secūdu lineā, quæ extendebatur in corpore uitrī, cū enim lineā rectā transiens centra amborū foraminū perpendicularis sit super superficiē uitrī, patet quod ipsa necessario est perpendicularis super superficiē aeris tangentis uitrī superficiē. Itaq; si uasi infundatur aqua remanente uitrō in sua positione donec aqua superfluat centra uitrī, adhuc inuenietur centrū lucis super extremitatē diametri circuli mediij, & si sphaera media transuertatur, ita ut cōuexū eius situetur ad secūdu foramen, & plana superficies ad centrū instrumēti, scilicet punctū e, siue aqua superfundat siue non, adhuc omnia alia accident, quæ in priori situ accidebant, qm semp radius transiens per cētra amborū foraminū, tranlibit & per centrū sphaeræ. Ex his omnibus p uitra cubica & sphaerica, patet qd suū mediū secūdi diafoni fuerit densius uel rarius, dū tamē lineā per quā extēditur radius fuerit perpendicularis sup superficiem secūdi corporis, quod lux extēditur in secūdo corpore secūdu rectitudinē lineæ, per quā extēdebatur in corpore primo, patet ergo, ppositum, corpus enim uitrī est densioris diafonitatis quā corpus aeris, & etiam quā corpus aquæ.

X L V.

In medio secūdi diafoni rarioris primo diafono sit refractio radiorum oblique incidentium a posteriore superficie secūdi diafoni a perpendiculari exeunte a puncto refractionis super superficiem corporis secūdi.

Hoc quod nūc pponitur est cōformiter prioribus per instrumentalem experientia declarandū. Assumatur em illud uitrū sphaericū, quo iam in præcedēti pximo theoremate uisum, & ponatur super lineā instrumenti, ita qd superficies plana ipsius respiciat foramina, & quod mediū lineæ rectæ, quæ est i ipso sit super centrū laminæ, & lineā quæ est cōmunis sectio superficiē uitrī planarū uitrī, cadat oblique super diametrum laminæ quacūq; obliqua ratione, palam ergo qm lineā transiens cētra duorū foraminū obliqua est super superficiē planā uitrī, cōiungatur itaq; uitrū laminæ instrumenti secūdu hūc sitū firmiter, & ponat instrumentū in uas, & uas in sole, moueaturq; instrumentū donec lux transeat per duo foramina, cadetq; lux in interiori orā instrumenti, & centrū lucis

n 2 erit in



erit in circumferentia medijs circuli, sed extra illum punctum p, qui est communis differentia circumferentie medijs circuli, & lineae stanti in ora instrumenti quae est g k. & erit declinatio eius ad partem in qua est sol, erit ergo ad partem perpendicularis exeuntis a loco refractionis super superficiem sphaericam vitri, & quoniam haec lux extenditur in aere secundum rectitudinem lineae transeuntis per centra duorum foraminum, ut patet per primam huius, & haec linea in hoc situ puenit ad centrum sphaerae vitreae, & est obliqua super superficiem sphaerae planam, palam ergo quia terminatio extensionis illius lucis, & est in centro vitri, extendit ergo lux in corpus vitri secundum lineam rectam exeuntem a centro sphaerae ad circumferentiam, quae linea cum sit diameter per 72. primi huius, quoniam ipsa est perpendicularis super sphaericam superficiem vitri, ergo & super concavam superficiem aeris continentis sphaeram vitri, non ergo refringitur in aere secundo, sicut neque in primo, sed neque reflectitur in corpore vitri, nec in concavo ipsius, refringitur ergo apud centrum vitri, quia fuit obliqua super superficiem eius planam, in qua est centrum vitri, palam itaque ex his experimentationibus illud quod est, etiam superius declaratum, sed quoniam lux si fuerit extensa in corpore subtiliori oblique incidens superficiei corporis grossioris, refringetur ab ipso, & erit eius refractione ad partem perpendicularis super superficiem sphaericam corporis grossioris, sicut per 43. huius patuit, fiat refractione ex aere ad aquam, erit illa refractione ad partem perpendicularis exeuntis a loco refractionis super superficiem aquae, & non pervenit refractione ad perpendicularem, quod si vitrum e converso situetur, scilicet ut superficies eius sphaerica & concava respiciat superius foramen, & punctum medium lineae, quae est communis differentia superficierum planarum, quod est centrum sphaerae vitreae sit super centrum instrumenti, cadatque haec linea oblique super diametrum laminae, ducaturque in ipsa superficie laminae a centro laminae linea perpendicularis super lineam, quae est communis sectio illarum planarum superficierum, quae necessario erit perpendicularis super superficiem planam vitri erectam super superficiem laminae, ponatur itaque instrumentum in vase sine aqua, & moveatur quousque lux pertranseat duo foramina, cadetque centrum lucis in circumferentia medijs circuli extra punctum p, quod est differentia communis medijs circuli, & linea g k, perpendicularis super superficiem laminae ductae in ora instrumenti quod punctum p, est extremitas diametri medijs circuli, quae est m p, erit declinatio lucis ad partem contrariam illi in qua est perpendiculariseducta a loco refractionis super planam superficiem vitri, haec autem lux extenditur in vitro secundum rectitudinem lineae transeuntis per centra duorum foraminum, quoniam illa linea cum per centrum sphaerae vitreae transeat est in illa diameter sphaerae vitreae, sit itaque refractione lucis apud centrum sphaerae vitreae, quoniam lux transiens centra amborum foraminum sit oblique super superficiem planam vitri, & super superficiem aeris continentis vitrum, & si aqua infundatur vasi quousque superemineat centro instrumenti, cadet adhuc centrum lucis in circumferentia medijs circuli extra extremitatem sui diametri oblique ad partem contrariam illi parti super quam cadit perpendicularis, & quoniam aer est subtilior quam aqua, & aqua subtilior vitro, maior fiet distantia, circuli lucis ab extremitate diametri medijs circuli in aere quam in aqua, quod si vitrum ponatur aliter in superficie laminae, scilicet ut linea quae est communis differentia duarum superficierum planarum ipsius vitri sit super laminam perpendiculariter diametrum laminae secantem, non tamen sit eius medius punctus, qui est centrum vitreae sphaerae super centrum laminae, & vertatur convexum vitri ad foramina, & figura regulae subtilis super superficiem laminae erecta super oram eius, in quo est linea ex parte vitri, & terminus regulae secet diametrum laminae perpendiculariter, palam quia linea transiens per centra foraminum duorum non transit per centrum sphaerae, sed per illud punctum superficierum planarum ipsius vitri, & erit obliqua super sphaericam superficiem per 72. primi huius, ponatur itaque instrumentum in vase, & vas in sole, & moveatur instrumentum quousque lux transeat per centra duorum foraminum, & non cadet lux directe super superficiem regulae, neque centrum lucis cadet in lineam, quae est in superficie regulae, sed declinabit oblique extra lineam, quae transit per centra duorum foraminum ad partem in qua est centrum vitri, hoc est ad partem contrariam perpendicularis exe-

ris exeuntis a loco refractionis perpendiculariter super superficiem vitri sphaericam, eritque linea pertransiens centra duorum foraminum perpendicularis super superficiem vitri planam, per 8. undecimi, quoniam illa linea est aequedistans lineae f g diametro laminae, quae ex hypothesi, est perpendicularis super superficiem planam vitri. Si ergo lux transiret per centra duorum foraminum, & extenderetur secundum rectitudinem ad planam inter superficiem, palam quod tunc extenderetur secundum rectitudinem in aere. Sed centrum lucis, quae est in regula, cum non cadat in rectitudinem huius lineae, patet quod lux non extenditur in eius rectitudinem ad superficiem planam vitri, est ergo lux refracta, sed non refringitur in aere, neque in corpore vitri. Refringitur itaque apud sphaericam superficiem vitri, in cidit enim oblique super sphaericam superficiem, quoniam linea transiens centra duorum foraminum non transit per centrum vitri, & haec lux egrediens a plana superficie vitri, quoniam oblique aeri incidit, plus refringitur. Quod si vitrum e contrario disponitur, ut eius superficies plana apponatur foramini primo sic, quod communis differentia sit super lineam secantem diametrum laminae perpendiculariter, & medius punctus illius lineae sit extra centrum laminae. Tunc ergo linea pertransiens centra duorum foraminum non transit per centrum vitri, sed per alium punctum illius planae superficierum, & est perpendicularis super illam superficiem, moveatur itaque instrumentum in sole, donec lux transeat per ambo foramina, cadetque centrum lucis, quae cadit in interiori parte orae ipsius instrumenti in periferia medijs circuli extra punctum p, quod est extremitas diametri medijs circuli, quae est linea m p, sed declinabit ad partem in qua est centrum vitreae sphaerae, & linea quae egreditur a centro huius sphaerae in imaginatione ad locum refractionis, est perpendicularis super superficiem huius sphaerae, est ergo perpendicularis super superficiem aeris continentis superficiem sphaerae vitreae. Haec itaque refractione est ad partem contrariam illi, in qua est perpendicularis exiens a loco refractionis super superficiem aeris continentis sphaeram. Lux vero transiens centra duorum foraminum pertransit corpus vitri recte, cum sit perpendicularis super superficiem planam vitri, sed non est perpendicularis super superficiem concavam, cum non transit centrum sphaerae, ergo etiam non est haec lux perpendicularis super superficiem aeris continentis concavum vitri, & quia haec lux refracta invenitur, refringitur ergo apud concavam superficiem sphaerae vitreae, quod si aqua tunc infundetur vasi infra centrum laminae, invenitur etiam lux refracta ad partem in qua est centrum vitri; hoc autem est ad partem contrariam illi, in qua cadit perpendicularis exiens a loco refractionis, quae extenditur in corpore aeris perpendicularis super concavam ipsius aeris superficiem convexi vitri continentem.

XLVI.

Omni radii incidentem & refractum in eadem plana superficie consistere est necesse.

Sed & id quod nunc proponitur, potest experimentaliter declarari, quoniam enim omnibus dispositis, ut est in 43. huius, lux incidens centro lucis, quae est in superficie aquae, & a centro lucis existentis super superficiem aquae, quod est centrum medijs circuli incidens centro lucis intra aquam existentis, quod est in circumferentia circuli medijs, transit per centra amborum foraminum, quae similiter sunt in superficie medijs circuli, palam, quoniam linea secundum quam lumen incidit superficierum aquae per medium aërem, & secundum quam refringitur in aqua medio, sunt in eadem superficie, quoniam utraque ipsarum est in superficie medijs circuli trium assignatorum circulorum. Invenitur autem haec refractione in medio solari, quando radius transiens solaris per centra foraminum, fuerit obliquus super aquae superficiem, non quoniam fuerit perpendicularis, & propter obliquitatem situs instrumenti a centro sphaerae aquae nunc fiet haec linea radialis perpendicularis super superficiem aquae, nisi sol fuerit perpendiculariter super zenith capitis. Sole vero ultra vel contra zenith caput existentem, satis evidens est haec experimentatio omni tempore, patet ergo id quod proponitur, & hanc superficiem dicimus superficiem refractionis: patet itaque ex his omnibus 5. praemissis propositionibus, quoniam omnis lux pertransit quacunque corpora diafona secundum lineas rectas: & quod diu lineae sunt perpendiculares super superficies corporum, quaecunque etiam diuersae sint diafaneitatis, semper extendit secundum rectitudinem eiusdem lineae, & non refringitur



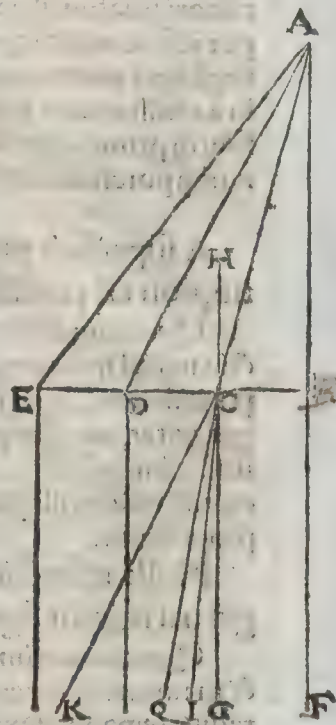
gitur. In corpore uero diuersae diafoneitatis omnis lux superficiei secundi corporis oblique incidens, refringitur secundum lineas rectas alias ab illis, secundum quas incidebat primo corpori, quae tamen lineae semper erunt in eadem superficie plana, imagnate se-  
care utrunque illorum corporum, & haec superficies in spectione instrumenti est medius cir-  
culus trium circuloꝝ signatorum in interiore parte orae instrumenti, cuius diameter est li-  
nea mp. Cum uero lux aliqua exiuerit a corpore subtiliori ad grossius, refringetur ad par-  
tem perpendicularis exeuntis a loco refractionis, quae est perpendicularis super superficiem  
grossioris secundi corporis, & cum lux obliqua exiuit a corpore grossiori ad subtilius, re-  
fringitur ad partem contrariam praedicto modo ductae super superficiem corporis se-  
cundi, scilicet subtilioris.

XLVII.

Radio perpendiculari omne corpus diafonum penetrante, radius obli-  
que incidens in medio secundi diafoni densioris refringitur ad perpendicu-  
larem ductam a puncto incidentiae super secundi diafoni superficiem, & in  
medio secundi diafoni rarioris refringitur ab eadem.

Illud quod de particularibus experimentis haecenus instrumentaliter probatum est, na-  
turali demonstratione intendimus adiuuare, omnes enim motus naturales qui sunt se-  
cundum lineas perpendiculares, sunt fortiores, quam coadunant uirtute uniuersali celesti se-  
cundum lineam rectam breuissimam, omni subiecto corpori influente. Impulsiones, pie-  
tionum factae perpendiculariter sunt fortiores eis quae sunt oblique, & similiter percussio-  
nes, quae sunt perpendiculariter, sunt omnibus obliquis percussionibus fortiores, & in-  
ter omnes obliquis fortiores sunt illae quae plus accedunt ad perpendicularitatem, quia itaque  
omnis corporis densitas impedit transitum luminis, necesse est lumen imaginari repelli a  
transitu per resistentiam corporis densi, & plus per resistentiam corporis densioris, & per  
hanc resistentiam qualitatis passiuae, quae est densitas ad qualitatem actiuam, quae est lu-  
men, intelligimus quendam motum motionis luminis per medium corporis resistentium,  
quae secundum plus & minus capacia sunt impressionis luminis, non quod in transmutati-  
one locali ipsius luminis sit alius motus, ut patet per 2. huius. Sed quia lumen in eodem in-  
strumenti secundum diuersitatem mediorum se plus comprimit uel diffundit, & hoc uocamus  
motum ipsius lucis. Omnis itaque lux pertransiens corpus diafonum, motu uelocissimo  
& insensibili pertransit, sic tamen, quod per magis diafona uelocior sit motus quam per minus  
diafona. Omne enim corpus diafonum plus & minus resistit penetrationi lucis secundum  
quod est participans diafonitatem plus uel minus, grossities enim corporis resistens est semper  
luminis penetrationi. Cum ergo lux pertransiret corpus aliquod diafonum oblique, &  
occurrerit corpori alio diafono grossiori, tunc corpus grossius resistit luci uehementius,  
quam prius corpus rarius resistebat, necesse est ergo quod propter resistentiam illius corporis den-  
sioris motus lucis transmutetur, & si resistentia fuerit fortis, tunc motus ille ad partem con-  
trariam refringetur, quia uero non resistit fortiter, ideo lumen non redibit in partem ad quam  
mouebatur. Si uero resistentia fuerit debilis propter maiorem raritatem corporis plus diafo-  
ni, tunc lux incidens non refringetur ad contrariam partem, nec poterit per illam lineam  
procedere per quam inceperat, sed mutabitur in situ, cum uero perpendiculariter inciderit  
quibuslibet corporibus diafonis & quacumque diuersae diafoneitatis, non mutabitur, sed  
directe omnia penetrabit, quam perpendicularis fortior est omnibus, & oblique uicinio-  
res perpendiculares sunt fortiores omnibus remotioribus. Cum itaque corpori diafono  
grossiori lux incidit, oblique extenditur secundum lineam rectam approximantem ad per-  
pendicularem, exeuntem a puncto, in quo lux occurrit superficiei corporis diafoni grossi-  
ductam super superficiem corporis grossioris, ideo, quia facillimus motum est secundum  
lineam perpendicularem. Si ergo radius lucis inciderit super lineam perpendicularem,  
transibit recte propter fortitudinem motus super perpendicularem. Et si radius inciderit obli-  
que, tunc non poterit transire propter debilitatem motus super lineas obliquis. Accidit ergo  
ut declinet ad partem aliquam, per quam facilius sit transitus, quam per illam partem, ad quam  
per lineam incidentiae mouebatur, facilius autem motum, & plus adiutus celesti influen-  
tia

tia est super lineam perpendicularem, quod enim uicinius est perpendiculari, facilius est  
transitus, quam remotius ab illa. Sit itaque ut a puncto a corporis luminosi incident radij  
qui plures per medium a b super superficiem alterius diafoni corpo-  
ris, in qua sit linea b c d e, & sit b f linea profunditatis illius corpo-  
ris, & sit linea a b perpendicularis super illam superficiem, palam  
itaque secundum rationem praemissam fortitudinis perpendicularium,  
& per experientias instrumentales per 42. & 44. huius, quam radius  
incidens secundum lineam a b penetrat perpendiculariter totum cor-  
pus b e f. Radius uero incidens secundum lineam a c, si directe transi-  
at corpus b e f, tunc enim erit diuersitas in diafoneitate corporis a  
b e & b e f, quod est contra hypothesim: linea itaque a c propter diuer-  
sitatem resistentiae non erit linea continua. Sed si per corpus mi-  
nus resistens mouebatur libere per lineam a c, non potest in cor-  
pore plus uel minus resistente per eandem lineam moueri. Si ergo  
corpus b e f sit densius corpore a b e, patet ex praemissis, quod diffici-  
lius est transitus per illud. Si itaque linea a c refringitur a linea per-  
pendiculari, ducta a puncto c super superficiem corporis b c d e, quod  
sit c g, debilitabitur, nec ad aliud peruenit effectus eius, frustra er-  
go incidebat, natura autem frustra nihil agit, sicut in principio sup-  
positum est: linea ergo a c, ut etiam ostensum est experimentaliter  
per 43. huius, refringitur necessario ad partem perpendicu-  
laris c g, ut fortificetur actio eius, similiter quoque est de radijs inci-  
dentibus secundum lineas a d & a e. Et si corpus, in cuius superfi-  
cie est linea b c d e, fuerit diafoneitatis rarioris quam sit corpus a b e,  
adhuc propter fortitudinem actionis radij perpendiculis qui est  
a b penetrat irrefractus, radius uero secundum lineam a c transiens corpus densius, &  
in puncto incidens superficiei corporis rarioris, non inuenit resistentiam quam prius, &  
quia formatum proprium est semper se diffundere secundum amplitudinem omnis capaci-  
tatis materiae: patet, quod radius a c non procedit secundum lineam a c, quia sic dispositio dia-  
fonorum corporum secundum resistentiam ad receptionem luminis esset uniformis, quod est con-  
tra hypothesim: refringitur ergo radius a c, sed non ad perpendicularem c g, quoniam illa refra-  
ctio non fit propter resistentiam materiae, sed propter uictoriam formae agentis super ma-  
teriam plus dispositam quam prius, unde forma diffundit se uirtute propria ab incepto pro-  
gressu secundum lineam a c, & ad partem contrariam ipsius perpendicularis c g, & aequa-  
distantis quae b f: & similiter est de omnibus alijs obliquis radijs, ut a d & a e. Motus ita-  
que radij incidentis oblique secundum lineam a c in corpore secundi diafoni densioris, quae  
est b e f, componitur ex motu in partem perpendiculis a b transeuntis per corpus b e  
f, in quo est motus, & ex motu facto super lineam c b, quae est perpendicularis super line-  
am c g, quoniam enim transitus perpendicularis est fortissimus & facillimus motum, & den-  
sitas corporis resistit termino motus ad quem intendebat, linea a c necessario mouebit  
ad perpendicularem c g exeuntem a puncto c, in quo radius a c concurrat superficiei cor-  
poris densioris, & quoniam illi motui resistit, propter grossitatem medij, & etiam propter naturam  
alterius motus, qui est super lineam c b, qui propter resistentiam medij non omnino di-  
mittitur, sed tantum impeditur. Declinabit lumen ergo uersus punctum h, semper proxi-  
mans perpendiculari a b f, sit itaque in medio diafoneitatis secundae grossiore medio, pri-  
mo refracto radij a c secundum lineam c l propinquior perpendiculis c g exeunt a pun-  
cto c, in quo occurrit corpori densiori, quoniam linea a c, per quam incidebat superfi-  
ciei illius corporis, producta ultra punctum c ad punctum q, propinqua fuerit eidem per-  
pendiculari eductae ultra punctum c ad punctum h, ita, ut angulus a c h sit maior angulo  
l c g, non concurrerit tamen cum perpendiculari b f uersus punctum f, sed uersus punctum  
a per 2. primi huius, quoniam concurrat cum aequidistante eius linea c g in puncto c. Cum  
uero radius a c exiuerit a corpore grossiore ad subtilius, tunc quia minus habet resisten-  
tiam,





etiam, erit motus eius uelocior & magis sui diffusius, & quoniam resistentia medij densioris impellit super lucem obliquam, ut coadunetur ad perpendicularē lineam a puncto incidentiæ super superficiem illius corporis productam, quæ est c g: patet q̄ in medio rarioris diafoni illa resistentia erit minor q̄ prima, sit ergo motus lucis ad partem a qua per resistentiam repellebatur motus maior, mouetur ergo lux in corpore diafono rariore plus ad partem contrariam parti perpendiculari, ita, q̄ angulus g c k sit maior angulo a c h, sit tamen semper motus lucis a c in reflectione a corpore secundo rarioris diafoni q̄ primū inter lineas c g & c e, quoniam cum angulus g c e sit rectus, angulus g c k nunq̄ potest fieri rectus, patet ergo propositum.

XLVIII.

A superficie plana corporis diafoni omniū radiorū illi superficie incidentiū, non est possibile fieri refractionē ad aliquod punctum unum.

Quoniam enim, ut patet per præmissas, in omni corpore diafono semper sit refractione uel ad ipsas perpendiculares ductas a punctis incidentiæ radij super superficiē corporis diafoni, a qua sit refractione, uel ab illis perpendicularibus quomodocunq̄ hoc contingat, patet, cum illæ perpendiculares super planam superficiē sunt æquedistantes per 6. undecimi, qm̄ siue ad ipsas perpendiculares, siue ab ipsis fiat refractione, nō est possibile, ut omniū radiorū illi planæ superficie incidentē, refractione fiat ad punctū unum, patet ergo propositum.

XLIIX.

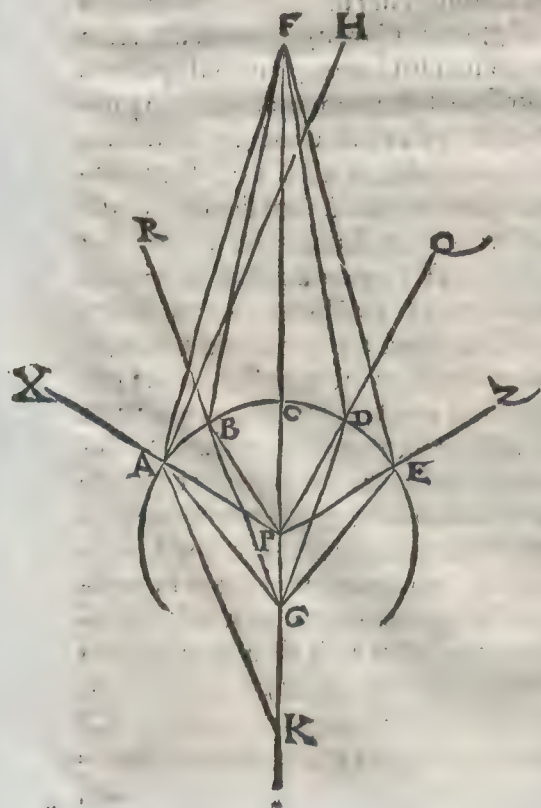
Nulla refractione transmutat situm partium formæ refractæ, sed solum auget uel minuit figuram.

Quoniam enim, ut patet per 47. huius, omnis refractione fit in medio secundi diafoni & in rariore a perpendiculari, in densiori uero ad perpendicularē, palam q̄ semper dexter radius remanet dexter, & sinister sinister, & similiter de alijs differentijs positis. Situs ergo partium formæ refractæ non mutantur, sed semper permanent, modo suo autē a perpendiculari sit fractio, augetur forma secundū dilatationē. Et cum ad perpendicularē sit refractione, minuitur, qm̄ anguli ipsam continentēs, angustantur, patet ergo propositum.

L.

In omni simili superficie eiusdē diafoni radij secundum æquales angulos incidentes, secundum æquales angulos refringuntur: & si maiores sunt anguli incidentiæ, maiores sunt anguli refractionū, & si minores, minores.

Siue enim refractionis modus attendatur ex parte superficieum corporum in quibus sit refractione, quoniam alia sit refractione a superficie spherica, & alia a plana, siue a parte dispositionis diafoni, quoniam alia sit refractione a rariore diafono, alia a densiori, ut patet per plures propositiones libri huius, siue attendatur a parte angulorū incidentiæ, patet semper q̄ angulis incidentiæ existētibz æqualibus, secundū modum propositionū nulla subest causa diuersitatis modi refractionis, si ergo semper refractione secundū angulos æquales, & hoc est propositum primū. Et est huius exemplū, ut si unū corpori spherico diafono densiori ipso aëre medio, in cuius superficie

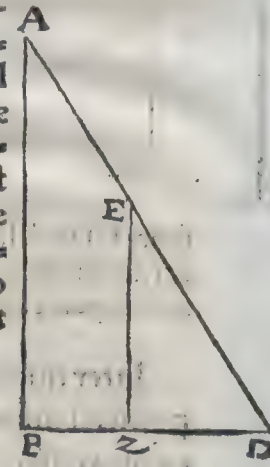


ficie sit circulus a b c d e, cuius centrum sit p, & a puncto f corporis luminosi incident lineæ radiales, quæ sint a f, b f, c f, d f, e f, incidentq̄ radius f c perpendiculariter, & alij oblique: patet q̄ omnes radij incidentes oblique in superficie illius corporis diafoni, refringuntur per 47. huius. Sit ergo exempli causa & breuitatis figurationis & denominationis linearum, ut omnes illi radij refracti concurrant in puncto g, & ducantur perpendiculariter super superficiem corporis lineæ, quæ sint p d q & p b z & p a x & p e x. Dico q̄ si angulus incidentiæ, qui est f d q, sit æqualis angulo f b r, q̄ angulus g d p erit æqualis angulo g b p, per præmissam propter uniformitatem omnium prædictarum conditionum. Similiter quoq̄ dico, q̄ si angulus f d q sit maior angulo f a x, q̄ angulus p d g erit maior angulo p a g, fiat enim super punctum a terminum lineæ x a angulus æqualis angulo f d q per 23. primi, qui sit angulus h a x, refringaturq̄ radius h a in puncto a, concurrentq̄ cum lineæ f g in puncto b, eritq̄ per primam partem huius angulus p a x æqualis angulo p d g: est autem angulus p a k maior angulo p a g, nō enim est æqualis, quoniam tunc ex præmissis sequeretur angulos incidentiæ esse æquales, qd̄ est contra hypothesim, sunt enim suppositi esse inæquales, sed neq̄ minor, quoniam sic fieret refractione irregularis, & est contra 43 & 45. huius, est ergo maior, ergo & angulus p d g est maior p a g. Idem quoq̄ potest demonstrari facilius, ut si angulus f e z fiat æqualis angulo f a x per 8. tertij, utpote si arcus a c & c e assumantur æquales, tunc enim anguli p a g & p e g erunt per præmissam æquales: angulus uero p d g minor est angulo p e g, q̄ patet, etiam si anguli refractionis ponantur esse æquales. De hac autem materia hic summarie loquimur, quoniam ipsam in 10. huius libro, ubi locum proprium habet perfectius persequemur, patet ergo propositum.

LI.

Data altitudinem per umbram quanta sit cognoscere sole apparente.

Sit data altitudo a b, quam proponimus, quanta sit cognoscere sole apparente: & si illa altitudo est erecta super superficiem horizontis, ducatur in illa superficie linea b d perpendicularis super terminum altitudinis a b, qui sit b, & incidat radius solaris per uerticem a b, qui sit a, ipsi puncto d, & sit a d, ergo per undecimam huius erit linea b d umbra altitudinis ipsius a b, erigaturq̄ nota linea e z inter umbram b d & radium a d æquedistanter altitudini a b, ut si z e sit baculus notæ quantitatis, erit ergo trigonus d z e per 29. primi æquiangulus trigono a b d, ergo per 4. sexti, uel per 9. huius erit proportio d z ad z e, sicut d b ad b a, sed d z ad z e proportio est nota, quoniam cum z e sit assumpta nota, potest & linea umbræ suæ quæ est z d modica mensuratione fieri nota, ergo d b ad b a proportio est nota, sed d b potest mensurando fieri nota, ergo & a b erit nota, quod est propositum, ut si linea a b sit altitudo alicuius turris uel parietis, qui ualeat adiri ad mensuranda spacia umbrarum.



Libri Secundi Finis.



# LIBER TERTIVS

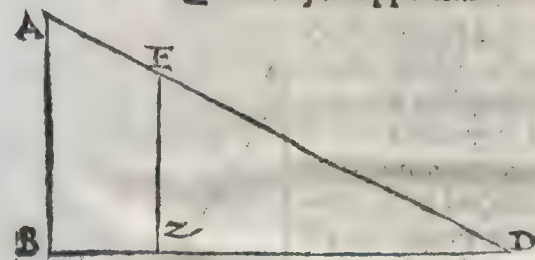
PERSPECTIVAE VITELLIONIS

**I**N praeiis libris mathematica & naturalia principia praemissimus, per quae, prout nostra possibilitas fert, nostri propositi consequentia intendimus declarare. Volentes autem formarum naturalium actiones sub triplici uidentis modo prosequi, scilicet illo qui fit per simplicem uisionem, & eo qui per reflexionem & illo qui per refractionem. In hoc tertio libro prosequimur modum simplicis uisionis, & dispositionem propriam organi uisui. Supponimus autem haec quae sequuntur in locis alijs declarata, uel ut per se ipsa nota. Visionem non compleri nisi apud peruenientiam formae uisibilis ad animam. Item quod per se uisibilia sunt tantum duo, scilicet lux & color, quoniam lux se ipsa uidetur, & ipsa est hypostasis colorum, alia uero per accidens uisibilia sunt, utpote remotio, magnitudo, situs, corpeitas, figura, continuitas, separatio uel diuisio, numerus, motus, quies, asperitas, lenitas, diafonitas, densitas, umbra, obscuritas, pulcritudo, deformitas, consimilitudo & diuersitas. Haec enim non solum uisu, sed alijs sensibus comprehenduntur. Item petimus lucem forte ledere uisum diutius intuentem. Item rem maioris quantitatis, quam sit oculus, oculo uideri. Item rem uisam secundum situm, figuram & ordinem suarum partium uideri. Item uisum simul diuersa uisibilia uidere. Item ab ambobus uisibus simul unam rem uideri. Item quod color non est motuius uisus nisi secundum actum lucidi. Item sine contactu uisionem non fieri, sicut nec aliquam actionem naturalem. Item uirtutem uisualis finitam esse, & non extendi in infinitum.

## THEOREMA I.

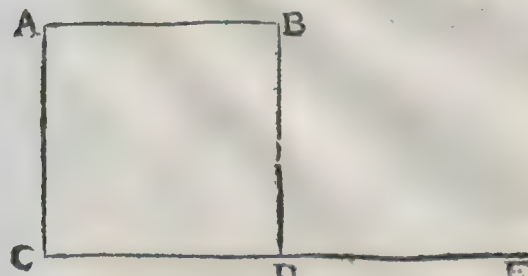
Visibili lucem actu non participante, ipsum impossibile est uideri.

Quae enim, ut suppositum est, per se sunt uisibilia, sunt lux & color: lux autem non est uisibilis praeter se, & etiam lux cum sit hypostasis colorum, non est possibile colorem uideri sine luce, forma enim coloris est forma debilius quam sit forma lucis, cum color sit quaedam lux incorporata corporibus mixtis. Visus ergo non recipit formam coloris rei uisae, nisi ex luce admixta cum forma coloris, & propter hoc alternantur colores multarum rerum apud uisum per alternationem lucis orientis super ipsas; & si color, qui est per se uisibilis, non est motuius ipsius uisus, nisi secundum actum lucidi, patet quod omni uisibili actu lucem non participante ipsum impossibile est uideri, patet ergo propositum.



Inter quodlibet punctum superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus produci post se lineas rectas est necesse, ut res actu uideatur, ex quo patet, solum in oppositione rei uisae ad uisum fieri uisionem.

Visio enim siue fiat ex eo quod radij egrediuntur a uisu super puncta rei uisae, siue ex hoc, quod formae punctorum rei uisae per lineas radiales perueniant ad superficiem organi uisui, semper necesse est inter quodlibet punctum superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus produci posse lineas rectas, ut res uideantur actu: unde cum haec lineae secundum quodcumque propositum modum produci possunt, fit uisio, nisi forte propter alterius impedimenti resistantiam uisus fuerit impeditus. Cum itaque uisus fuerit oppositus rei uisae, uidebit ipsam: & cum auferatur ab eius oppositione, non sentiet ipsam, & cum reuertetur ad oppositionem, reuertetur



reuertetur sensus, quoniam ab alijs partibus quam ab oppositis directe non potest linea produci a punctis uisibili ad puncta superficiei uisus, patet ergo propositum.

## III.

Organum uirtutis uisualis necesse est sphaericum esse.

Si enim non sit sphaericum, dico quod non impeditur uisio, utpote si sit superficiei planae, tunc enim non uidebit uno aspectu, nisi sibi aequale, siue enim radij egrediuntur a uisu super rem uisam, siue formae punctorum rei uisae per lineas radiales perueniant ad superficiem organi uisui, patet quod semper perpendiculares sunt breuiores per 21. primi huius; unde res magis approximat uisui secundum illas, quoniam res uisae directe secundum ipsas perpendiculares uidentur, non per aliquas lineas obliquas, quae res frangantur, quia ut patet per 48. secundi huius, in corporibus planis non potest fieri refractione formarum ad aliquod punctum unum, eo quod in talibus nullus punctus est omnibus communis, sola ergo illa ab organo uisualis superficiei planae uideri potest, quae sine refractione directe perueniunt ad ipsum, haec autem sunt secundum perpendiculares lineas peruenientia ad uisum. Sit itaque superficiei plana uisus, in qua sit linea a b, & sit in superficiei plana alicuius rei uisae aequedistantis uisui, & linea a b linea recta, quae c d e, & a puncto c ducatur perpendicularis super superficiem uisus per 11. undecimi, quae incidat in punctum a, & sit a c; & a puncto d ducatur similiter super superficiem uisus perpendicularis quae sit d b. Cum itaque linea a c & b d sint aequedistantes & aequales, per 23. & 25. primi huius, ergo per 33. primi huius, linea a b aequalis erit lineae c d, & quoniam linea a b aequalis est lineae c d, sed linea c d e est maior quam linea c d, ergo non uidetur simul tota linea c d e, quia in hac dispositione non potest res uisa excedere quantitatem superficiei uisus, & quoniam hoc est falsum & contra suppositionem, quae patet sensui, quoniam possibile est rem maiorem ipso oculo uideri, palam, quia non est possibile, ut superficiei organi uisui sit plana, sed neque alterius figurae quam sphaericae, quia semper accident impossibilia inaequalitatis uisionis, necessario ergo erit sphaerica superficiei organi uisui, in cuius centro fiat concursus linearum radialium ex longe maiori magnitudine quam sit ipsum organum uisuum, patet ergo propositum.

## IIII.

Oculus est organum uirtutis uisualis sphaericum ex tribus humoribus & quatuor tunicis, a substantia cerebri prodeuntibus sphaerice se interfecantibus compositum.

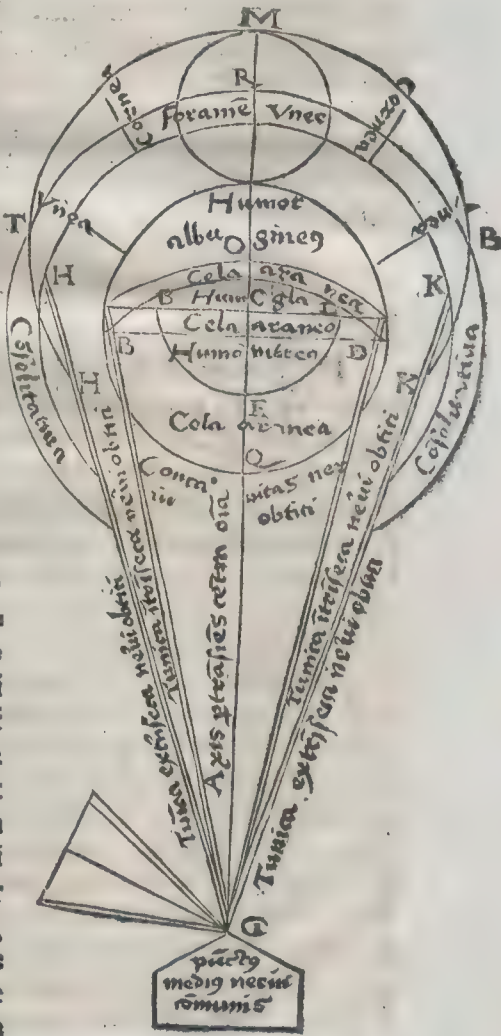
Quomodo sit oculus uirtutis uisualis organum negocio alterius partis philosophiae relinquimus, quod autem sit sphaericum, necessarium est per praecedentem propositum, & etiam ex eo quod est natura aquae, cuius proprietas est semper rotundari, ut alibi est declaratum. Quod autem sit oculus ex tribus humoribus & 4. tunicis compositus, diligens Anathomizantium cura edocuit. Primus itaque humorum istorum crystallinus uel glacialis, qui proprie est organum uirtutis uisualis, & est in medio oculi situs, estque sphaera parua alba humida, humiditatis receptibilis formarum uisibilium, in qua est diafonitas non intensa ualde, cum sit in ea aliqua spissitudo, unde diafonitas eius assimilatur diafonitati crystalli uel glaciei, & ob hoc dicitur humor crystallinus uel glacialis, quia uera eius humoris diafonitas nutritur in sua parte posteriori uersus cerebrum, a qua parte totus oculus recipit nutrimentum, quod antequam perfecte uniatur humori crystallino, quae principaliter intendit nutriri, nondum plene in formis substantialibus & accidentalibus, & eidem assimilatum necessario est alterius diafonitatis ab illo, & ob hoc dicitur alter humor, & uocatur uitreus, quia similatur uitro quasi frustra, & quia in omni quod nutritur, semper purum ab impuro separatur, illud quod ab humore crystallino nutritur, ut suae puritati inconueniens, separat ad partem oppositam parti nutrimenta, hoc est, ad anteriorem crystallini humoris perfuit, & est diafonum, quoquo modo assimilatum humori crystallino, nondum tamen suae perfectae consistentiae in densitate, eo quod est superfluum nutrimenti corporis densioris, patet quod necessario est diafonum liquidum, unde uocatus est humor albugineus, quia simile est albumini oui in tenuitate & albedine & diafonitate, est enim humor



mor albus, clarus, tenuis, diafonus, & habet humorem ad partem anteriorem, sicut & vitreus humor ad partem posteriorem pro custodia humoris crystallini, ne ab extrinsecis occasiōibus vel intrinsecis citius patiat, & cadat ab officio organi visui naturae sagacitas deputauit. Cōtinetur autem primū duos humores, scilicet crystallinum & vitreum, tela ualde tenuis & subtilis separans eos ab albugineo, & circūdans ambos eos, cuius etiam tela aliqua pars descendens per medium separat crystallinum a vitreo & haec tela, propter suam subtilitatem tela aranea nominatur. Cum autem humor albugineus sit liquidus, per se non consistens, necessarium fuit ipsum per aliquod solidum pro oculi custodia retineri, circūdedit ergo ipsum natura pelle viscosa solida forti, non multum diafona, quae sui densitate melius retineat, & sui caliditate humorem albugineum temperet, ne crystallinus congeletur, & fiat inhabilis receptioni visibilium formarum, & quia, propter eius tunicam densitatem & viscositatem formae visibiles ad humorem crystallinum undique tali tunica circūdata non puenissent, ideo in anteriori parte oculi, ubi est locus receptionis formarum visibilium, natura hanc tunicam intercidit, faciuntque est foramen rotundum, cuius diameter est quasi aequalis lateri cubi descriptibilis intra illam sphaeram, uel lateri quadrati inscriptibilis circulo magno illius sphaerae, & est hoc foramen ideo rotundum, ut sit magis apta susceptioni omnium formarum pertransiens usque ad eiusdem tunicam concauam, & ob hoc hic tunica dicta est uinea, quia assimilat uinea in aspectu, & est haec tunica plurimum nigra, saepe tamen uiridis, & quāque glauca, & corpus illius tunicae est tenue densum non rarum, ne uero humor albugineus effluat ex foramine uineae, & ut non impediatur operatio uirtutis uisuae, necessarium fuit naturae foramini uineae subponere uelamen diafonum solidum ad modum cornu albi clari, dictaque est haec tunica cornea, ubi uero coniungitur haec tunica alijs partibus corporis circūpositis oculo, ibi cessat diafonitas, fitque alterius dispositionis tunica solidior quam cornea non diafona, ipsa tamen cornea complens sphaeram unam, quae est sphaera totius oculi, & illius sphaerae posterior pars non diafona, sed carnosae sit alia tunica, & haec dicitur coniunctiua uel consolidatiua, quoniam coniungit oculum, & consolidat ipsum cum partibus corporis uicini, erit ergo tunica cornea humor albugineus & humor glacialis & humor uitreus, se ad inuicem consequentes, & omnia ista sunt diafona, propter meliorem formae visibilium receptionem. A substantia cerebri, pendent humores & tunicae oculi, quoniam ex anteriori parte cerebri a duabus partibus ipsius crescunt duo nervi optici, scilicet concaui cōsimiles habentes duas tunicas ortas a duabus telis cerebri, & pceduntque nervi ad medium anterioris partis cerebri, ubi efficitur nervus unus obticus, qui in processu iterum diuiditur in duos nervos obticos cōsimiles & aequales, qui transmutatis suis sicibus, ita, ut dexter fiat sinister, & sinister dexter, sunt pcedentes ad conuexa duorum ossium concauorum continentium oculos, quoniam in medijs istorum duorum ossium concauorum sunt duo foramina aequaliter perforata, quae dicuntur foramina girationis nervorum concauorum, & quoniam illa duo foramina sunt rotunda, punctus uero medius cuiuslibet illorum foraminum dicitur centrum illius foraminis, illi ergo nervi intrant ista duo foramina, & exeunt ad concauitatem duorum ossium predictorum, & illic dilatantur & ampliatur, & efficitur extremitas cuiusque ipsorum quasi instrumentum ponendi uinum in doleis, hoc est admodum pyramidis rotundae concauae, & glibet oculorum conponitur super unam extremitatem istius nervi, & consolidatur cum ipso cōsimiliter & a tunicis istorum nervorum oriuntur tunicae oculorum, nam tunica cornea oritur ex tunica extrinseca duarum tunicarum istius nervi, & tunica uinea oritur ex tunica intrinseca duarum tunicarum duorum nervorum, intra istam tunicam uineam ordiatur humor crystallinus super extremitatem concauitatis nervi medii ante uitreo humore, quoniam ambo ex medullari substantia cerebri oriuntur, & in humores istos & tunicam uineam ex subtilissimis filis tunicarum uinearum textit tela aranea, quam alij uocant tunicam arietis, quia est contexta ad modum retis. Sphaerica se intersecant humores & tunicae oculi, quia enim tunica uinea non puenit intra oculum ad complementum sphaerae, cum sicut praemissum est, in anteriori sui parte sit foramen rotundum, quod tegitur a cornea tunica, sphaera ergo tunica cornea necessario secabit sphaeram uineam, & cōis sectio suarum superficies sphaericarum est circūferentia illius foraminis, & est linea circularis p. 79. primi huius, in anteriori quaque humoris crystallini propter meliorem formae receptionem est compressio superficialis pua minoris curuitatis, quam sit superficies cornea cōtinens illam spicatas, n. superficies humoris crystallini assimilatur compressio su

perfi

superficii lenticulae, ut patet ex cōsideratibus anathomia oculi, superficies ergo anterior ipsius est portio superficies maioris sphaerae quam sit sphaera uinea continens ipsam, & haec compressio aequaliter deflectitur ad oppositum foraminis, quod est in anteriori parte uineae, quia situs eius ab eo est cōsimilis, sicut autem foramen rotundum, quod est in anteriori parte uineae, est directae oppositum extremitati concauitatis nervi super quem collocatur oculus, si etiam in parte posteriore concauitatis uineae est foramen rotundum, quod est super extremitatem concauitatis nervi, & foramen, quod est in anteriori uineae, est oppositum foramini concauitatis nervi, quoniam nervus opticus intersecat tunicam coniunctiua & uineam, & penetrat omnes tunicas oculi usque ad sphaeram crystallinam, quae pyramidem nervi intersecat, sicut & humor uitreus, qui in nervi optici pyramidalis concauo collocatur, itaque communis sectio pyramidis nervi optici, & sphaerae crystallinae, est circulus p. 109. primi huius, sphaera itaque glacialis est composita in extremitate concauitatis nervi optici, & in foramine posteriori uineae rotundo. Extremitas ergo nervi continet medium sphaerae glacialis, & est nervus ille concauus deferens in se spiritum visibilem a cerebro ad oculum, & per eius uenas paruas peruenit ad nutrimentum ad oculum, & diffunditur in illo per uias instrumenti, & est in intersectione huius nervi in anteriori parte cerebri uirtus uisua sentiens & dijudicans omne visibile, & consolidatur uinea cum glacialis in circulo continente foramen rotundum in posteriori uineae. Intersecant quoque se sphaera istae duae, scilicet glacialis & uinea necessario, cum conuexum unius obuiet conuexo alterius, sicut enim sunt diuersae naturae & diafonitatis, sic sunt portiones diuersarum sphaerarum se secantium, communis itaque sectio illarum sphaerarum est circulus p. 79. primi huius. Idem ergo circulus est basis pyramidis nervi optici, & intersectionis eiusdem pyramidis, & sphaerae crystallinae, & consolidationis uineae sphaerae cum sphaera crystallina, & forte intersectionis earundem sphaerarum. Corpus uero consolidatiue continet partem pyramidalem nervi, quae est intra foramen ossis per quod transit nervus, & intra circumferentiam sphaerae glacialis, & continet sphaeram uineam. Ex his itaque patet humorem glaciale proprie esse organum uirtutis uisuae, nam huius solius diafonitas est receptibilis formarum visibilium, & est in medio omnium & humorum & tunicarum collocatus, & si alij cuiusque tunicae uel humoris accideret lesio saluo glaciale humore, semper auxilio medicinae recipit oculus curationem, & sanatur ac restituitur uisus. Ipsa uero corrupta, corrumpitur uisus totus sine spe restitutionis per auxilium curae medicinae: est itaque humor crystallinus uel glacialis principaliter uirtutis uisuae organum, propter quod est ante distinguentius conseruatum, & constituit natura duos oculos, propter perfectionem bonitatis uisionis, & complementum eius. Sic ergo patet, quod humores & tunicae oculi sphaericae se intersecant, & patet declaratio diffinitionis propositae oculi secundum omnium eorum experientiam qui de ipsius anathomia hactenus scripserunt. Haec autem omnia, quae scilicet de compositione oculi, in hac quarta propositione huius tertij libri nostrae perspectivae sunt praemissa, nunc summam per figuram mathematicam duximus exemplanda, quae est talis. Sit enim centrum oculi punctum a, & superficies conuexa ipsius glacialis arcus b c d, & superficies conuexa ipsius uitreae arcus b e d, & tela aranea cooperiens glaciale anterior sit arcus b e d, tela quoque aranea inter corpus glacialis & uitreae sit linea





fit linea recta uel curva, quæ b d, tela quoque cooperiens ipsam uitreâ posterius sit b q d, exterior quoque tunica nerui obtici sit g h dextra, & g h sinistra, & interior tunica illius nerui sit g d dextra, & g b sinistra. Superficies quoque unæ sit cuius centrum n, & in qua sit arcus t m u, & b l d, & eius foramen sit cuius diameter est m b, & centrum eius punctum f, humor quoque albugineus sit corpus b l d o, superficiesque intrinsece ipsius corneæ sit arcus h f k, & superficies exterioris corneæ sit arcus b e k, erit ergo medium uirtutis communis punctum g, & axis pyramidis totius nerui obtici erit linea g a f, in qua erunt centra omnium humorum & tunicarum ipsius oculi, hæc itaque est figura totius oculi, quam cum opportunum fuerit posterius utemur.

#### Impossibile est uisum rebus uis applicari per radios ab oculis egressos.

Si enim aliqui radij egrediuntur ab oculis, per quos uirtus uisua rebus extra cõmigitur, aut illi radij sunt corporei uel incorporei. Si corporei, tunc cum uisus uiderit stellas & cœlum, necessarium est, ut à uisu aliquid corporeum extensibile impleat totum spaciū uniuersi, quod est inter uisum & partem cœli uisam præter diminutionem ipsius oculi, quod & impossibile est fieri, & etiam tam cito fieri, substantia quantitate oculi manente salua. Si uero detur quod radij sint incorporei, cum sensus non sit nisi in re corporali, tunc ipsi radij non sentirent rem uisam, ergo nec oculus corporeus mediante hoc incorporeo non sentiente poterit sentire, nec enim talia incorporea reddunt aliquid uisui, quo uisus posset comprehendere rem uisam, cum uisus non fiat nisi per contactum uisus cum forma uisa, quia sine contactu non fit actio. Radij ergo præcedentes ab oculo si nihil reddunt uisui, tunc non fit per ipsos uisio. Si uero aliquid reddunt uisui, hæc erunt luces uel colores quæ per se uidentur, & quæ inter radios multiplicantur ad uisum, radij ergo non sunt causa applicationis uisus cum rebus uis, sed aliquid aliud quod se multiplicat ad uisum, est per se causa uisionis, impossibile est ergo radios per se esse causam uisionis, nisi forte radij dicantur lineæ descriptæ per puncta formarum multiplicata à superficiebus rerum uisarum ad uisum, quoniam ut patet per 2. huius, inter quodlibet punctum superficiei rei uisibilis, & aliquod punctum superficiei uisus necesse est posse produci lineas rectas, ut res actu uideatur, tales uero radij ab oculis non egrediuntur, patet ergo, propositum.

#### V I.

Visio fit ex actione formæ uisibilis in uisum, & ex passione uisus ab hac forma.

Formas uisibiles agere in uisum ex suppositione patet, læditur enim uisus ex forti luce in aspectu corporis solaris uel alterius lucis fortis, ut lucis reflexæ ad oculum à corpore polito, uel ab alio corpore ualde albo. In his enim debilitatur uisus taliter, ut à sua cadat operatione quousque per uirtutem intrinsecam naturalem fuerit restitutus. Sed & uisus patitur à sensibilibus formis, retinet enim quandoque in se fortes earum impressiões; uisus enim postquam diu inspexerit fortem lucem uel colorem, si postea aspiciat locum obscurum uel locum debilis lucis, inueniet id forte uisibile, quod prius inspexerat in se ipso cum luce colore, & figura sua & quandoque color fortis impressus uisui permiscebitur coloribus rerum uisarum in obscuro, & uidebitur res illæ alio colore mixto colorata, ut forte uiride uisum facit res albas, postea uisus in loco obscuriori mixtam uirides appareat, si claudat oculus, nihilominus occurret uisui forma prius uisa. Formæ ergo uisibiles agunt in uisum, & uisus patitur ab illis, & quia uisibilia per se sunt lux & color, & lux est hypostasis colorum, lux autem semper sphericæ diffunditur ad omnem positionis differentiam, palam ergo sic etiam colores diffundit; cum itaque uisus opponitur alicui rei illuminatæ uel coloratæ tunc multiplicat lumē uel per se, uel cum illo coloratæ rei oppositæ uisui, & perueniens ad uisus superficiem & agit in uisum, & uisus patitur ab illo, cum itaque lux & color ueniunt simul ad superficiem uisus, & agunt in illum, & uisus patitur ab illis, & uirtus animæ propter unionem formarum uisibilium cum suo organo fit cognoscens, tunc fit uisio propter præsentiam uisibilium formarum agentium in uisum, & fit hæc actio & passio modo aliarum actionum naturalium, quoniam totum agens, agit in quodlibet passio

passio & indiuisibile, & totum passum patitur à quolibet puncto agentis, forma ergo lucis & coloris quæ sunt in aliquo puncto rei uisibilis perueniunt ad superficiem oculi, & formæ omnium punctorum superficiei rei uisibilis perueniunt ad punctum unum superficiei oculi, & sic fit actio & passio inter ista, non fit autem actio formarum uisibilium in uisum nisi forma uisibilis sit potens ad agendum & completa hypostasis ex luminis præsentia, & nisi medium extrinsecum oculo & rei uisibili sit lucidum actu, & nisi organum uisus sit receptivum formæ uisibilium per tunicas medias, & humores diafonos suæ propriæ diafonitatis, pars enim tunice corneæ superposita foramini unæ, quæ primo aëri extrinseco coniungitur, & humor albugineus implens foramen unæ, si à propria ceciderit diafonitate, ut pote mutata qualitate sibi propria uel impedimento alio occurrente, uel etiam ipse humor glacialis, si per minimam cõgelationem, uel alio modo à formarum receptione fuerit impeditus non fit uisio, quia forma sensibilis organo uisui imprimi non potest: forma itaque uisibilis ueniens à re uisa per medium lucidum usque ad superficiem uisus, transit per diafonitatem tunicarum uisus, & peruenit ad uirtutem uisui suam ex foramine, quod est in anteriori unæ, & peruenit ad glaciale, & pertransit in secundum modum suæ diafonitatis, & ob hoc natura omnes tunicas oculi diafonas ordinauit ut à formis sensibilibus actum lucidi habentibus patiantur, uisus uero licet patitur à formis uisibilibus, non tamē tingitur à forma lucis uel coloris post recessum præsentie corporis lucidi uel colorati, sicut uniuersaliter ostendimus hæc passionem conuenire omni corpori diafono per 4. secundi huius, & licet quandoque propter fortitudinem lucis & coloris fiat aliqua impressio in uisum, & alteratio secundum illas luces & colores, non tamen illæ remanent in uisu nisi tempore modico, non est ergo talis alteratio fixa, uisus itaque non tingitur & coloribus & formis lucis tinctura fixa formis sensibilibus agentibus in uisum, patet ergo propositum.

#### V II.

Centrum sphaeræ totius oculi & centrum glacialis & centrum superficierum extrinsecæ & intrinsecæ corneæ, & centrum conuexæ superficiei humoris albuginei necesse est idem esse: ex quo patet, quoniam superficies intrinsecæ corneæ superficiei suæ extrinsecæ æquedistat.

Resumpta figura oculi quam præmissimus in 4. huius, dico quod uerum est, quod hic proponitur, quoniam punctum a, est cõmune centrum propositarum sphaerarum. Si enim detur quod centrum sphaeræ totius oculi, quod est punctum a, non sit centrum sphaeræ glacialis, palam per 75. primi huius, quoniam lineæ rectæ perpendiculares super superficiem sphaeræ oculi, non sunt perpendiculares super superficiem sphaeræ glacialis nisi solum illa, quæ transit per ambarum centra, cæteræ uero omnes quæ erunt perpendiculares super superficiem uisus, erunt declinantes super superficiem glacialis. Si ergo glacialis cõprehendat formas rerum uisarum secundum incidentiam istarum linearum quæ sunt perpendiculares super superficiem oculi, & oblique declinantur super superficiem glacialis, tunc necessario glacialis comprehendit omnes formas rerum uisibilium obliquatas, & declinantur à suo situ & figura quam habent extra in superficiebus rerum uisibilium, quod est contra suppositionem præmissam in principio huius libri, & quoniam formæ incidentes medio secundi diafoni densioris secundum lineas non perpendiculares huius refringunt ad perpendicularē, ut patet per 47. secundi. Substantia uero humorum & tunicarum oculi densior est aëre circumstante, & substantiæ diuersæ diafonitatis inter se, ut patet per 4. huius, palam quod in ipsa superficie glacialis fiet refractione alia quam in superficie corneæ, non distinguet glacialis aliquid ergo in rebus uis, propter refractionem formarum in sua superficie factarum, manifestum est enim, quod lineæ obliquæ incidentes superficiei uisus magis obliquatur in superficie glaciali, cum glacialis sit alterius diafonitatis à cornea uel albugineo humore, est enim in glaciali aliqua diafonitas propter quam recipit formas, & aliqua spissitudo prohibens transitum formarum, & ob hoc singuntur formæ in eius superficie & corpore, nulla ergo formarum uisibilium comprehendit



prehendit glaciale secundum eius situm, & figuram quam habuit extra visum, hoc autem est impossibile, quoniam patet manifeste per suppositionem, quod glacialis comprehendit formas rerum visibilibus secundum situm & figuram quae habent in rebus extra. Est ergo necessarium quod linea quae sunt perpendiculares super superficiem oculi, sint perpendiculares super superficiem glacialis, erunt ergo superficies oculi, & glacialis superficies sphaerarum contentarum habentes idem centrum & extremitates omnium linearum imaginatarum produci a quolibet puncto superficiei rei visae perpendiculae super superficiem oculi, concurrunt in hoc centro per 72. primi huius, & sunt perpendiculares super superficiem glaciale per 72. primi huius, & quoniam superficies corneae anterioris complet oculi superficiem sphaericam, & sic cum illa una superficies sphaerica, patet, quoniam centrum oculi est centrum corneae per definitionem sphaerae, patet itaque quoniam centrum oculi, & centrum glacialis, & centrum corneae sunt idem centrum, quia ergo centrum oculi, quod est centrum superficiei exterioris ipsius corneae, & centrum sphaerae glacialis sunt unum cum centro totius oculi ex omnibus suis humoribus & telis constare, convenientius naturae est ut centrum glacialis sit ipsum centrum superficiei interioris corneae, ita quod centrum omnium superficierum oppositarum foramen unum punctum commune, & superficies concava corneae sphaera fiat aequidistans eius superficiei convexae, sic enim per 72. & 74. primi huius, erunt omnes lineae exeuntes a centro ad superficiem oculi perpendiculares super omnes superficies oppositas foramini, & augebitur bonitas visionis, & erit totus oculus rotundus propter unitatem centri corneae cum toto oculo, & quoniam per 73. primi huius, superficies intrinseca corneae aequidistans est superficiei extrinsecae ipsius, cum ipsarum ambarum sit idem centrum, humor vero albugineus secundum eius convexum contingit concavum corneae, ut praemissum est per experientiam anathomizantium in 4. huius tertii per 79. primi huius, superficies convexa humoris albuginei erit pars superficiei sphaericae secundum eius convexum superficiem concavam sphaerae corneae contingentis, patet ergo per 73. primi huius, quoniam convexae superficiei humoris albuginei & concavae superficiei corneae est idem centrum, & hoc est propositum.

VIII.

Sphaeram uneam necesse est toti oculo eccentricam esse, centrumque eius ad anterioris oculi plus accedere, centrum vero oculi amplius profundari: ex quo patet centrum uniae centris omnium tunicarum & humorum anterioris partis oculi amplius elevari.

Cum enim ut patet per 4. huius, & per praecedentem, sphaera cornea secundum eius superficiem manifestam sit continua cum superficie totius oculi, & pars sphaerae ipsius, & totus oculus sit sphaera maior quam sphaera unea, quoniam intra se continet maximum circulum sphaerae uniae, patet per definitionem sphaerarum se intrinsecus interfecantium, quod superficies sphaerae corneae est maior superficiei sphaerae uniae, palam itaque ex definitione sphaerae maioris, quae semidiameter, corneae est maior semidiametro uniae, & quia superficies intrinseca corneae supposita foramini uniae, est superficies concava sphaerica aequidistans superficiei manifestae ipsius corneae, eo quod tota cornea est aequalis spissitudinis, ut ostensum est in praecedenti, ideo quod centrum superficiei intrinsecae corneae, id est cum centro superficiei manifestae convexae eiusdem corneae, sed superficies concava corneae cecat superficiem sphaerae uniae super circumferentiam foraminis, quod est in anteriori parte uniae, ut praemissum est in 4. huius, & declaratum per 80. primi huius, ergo per 84. primi huius, centrum sphaerae continentis sphaeram uneam necesse est remotius esse in profundo quam centrum sphaerae uniae, patet ergo, quoniam sphaeram uneam necesse est toti oculo eccentricam esse, centrumque eius ad anterioris oculi plus accedere, centrum vero oculi amplius profundari, quod est principale propositum, & ex hoc etiam patet correlativum, quia cum sphaera unea non sit in medio consolidantiae sed anterior ad partem superficiei manifestae oculi, & cum superficies manifesta ipsius oculi sit pars sphaerae maioris, palam ut praemissum est, quia centrum eius erit remotius in profundo centro uniae

uniae, manifestum vero oculi est superficies ipsius corneae extrinseca convexa, cui aequidistat eiusdem superficiei intrinseca concava, centrum ergo tam superficiei concave quam superficiei convexae ipsius corneae plus profunditur in oculo quam centrum uniae, & quia superficies concava corneae contingit superficiem humoris albuginei, qui est in anteriori foraminis uniae, & superponitur ei, patet ex praemissa, & per 70. primi huius, quoniam superficies convexa humoris albuginei est superficies sphaerica, cuius centrum est centrum superficiei sibi suppositae, superficies ergo convexa corneae, & superficies concava ipsius, & superficies convexa humoris albuginei attingens concavum corneae, cum sint superficies sphaericae aequidistantium sphaerarum, palam per 73. primi huius, quia centrum ipsarum omnium est unus punctus, qui amplius profunditur centro uniae, & quia superficies anterioris glacialis est sphaerica cum cetricato totali oculo per praecedentem, & etiam quia superficies sphaerae glacialis convexa secat superficiem sphaerae uniae intrinsecus, patet per 84. primi huius, cum superficies glacialis sit portio sphaerae maioris quam superficies sphaerae uniae, quod amplius profundatur centrum glacialis quam centrum uniae, centrum itaque uniae centris omnium tunicarum & humorum oculi, qui sunt anterioris partis oculi ad partem aeris extrinsecam respicientes amplius eleatur, quod est totum propositum.

IX.

Inter centrum oculi & centrum uniae producta linea recta centrum circuli sectionis uniae, & medium concavitatis nervi optici necessario penetrabit.

Ostensum est per 7. huius, idem esse centrum totius oculi & centrum corneae, sed linea quae continuat duo centra corneae & uniae, quae in praemissa figura oculi in 4. huius est linea a n, haec producta pervenit ad centrum circuli communis earum sectionis per 82. primi huius, ut in punctum f, centrum circuli foraminis uniae, secundum cuius periferiam illae sphaerae se interfecant: superficies enim concava corneae, & superficies convexa uniae sunt duae superficies sphaericae secantes se secundum periferiam foraminis uniae, ut patet per 4. huius, palamque per 86. primi huius, quod eadem linea producta pervenit ad duo media duarum superficierum corneae inter se aequidistantium suppositarum illi foramini uniae, cuius foraminis periferia est circumferentia circuli sectionis, & quoniam foramen quod est in anteriori uniae est directe oppositum foramini, quod est in posteriori uniae, quod est extremitas concavitatis nervi, palam per 3. primi huius, quoniam eadem linea producta medium concavitatis nervi optici necessario penetrabit, & hoc est centrum circuli basis pyramidis optici concavi, patet ergo propositum.

X.

Inter centra sphaerarum glacialis & uniae linea recta producta ad centrum circuli consolidationis sphaerarum glacialis & vitreae cum unea necessario pertingeret, & super illius circuli superficiem erecta erit.

Patuit ex praemissis in 4. huius, quoniam sphaera glacialis interfecat intrinsecus sphaeram uneam, linea ergo per centra istarum sphaerarum transiens, quae est linea a n, per 82. primi huius, erit perpendicularis super centrum circuli communis sectionis ipsarum. Iste vero circulus sectionis, aut est circulus distinguens finem consolidationis harum sphaerarum ad invicem, aut aequidistans ei, superficies enim quae est in anteriori parte glacialis opposita est foramini, quod est in anteriori parte uniae, & situs eius ab eo est situs dissimilis, ut patuit in 4. huius, terminus ergo istius superficiei, qui est circulus sectionis inter duas superficies sphaerae glacialis & uniae, aut est ipse circulus consolidationis istarum sphaerarum cum unea, aut aequidistans ei. Si ergo circulus sectionis inter duas superficies, glacialis, scilicet sphaerae & vitreae, fuerit ipse circulus consolidationis ipsarum cum unea, iste ergo circulus, est circulus sectionis inter superficiem glacialis & uniae, & tunc ut prius per 82. primi, patet, propositum, quod si circulus sectionis inter superficiem sphaerae glacialis & superficiem sphaerae vitreae, non fuerit ipse circulus consolidationis sphaerarum crystallinae, & vitreae cum sphaera uniae, sed fuerit aequidistans circulo consolidationis earum cum unea, tunc superficies sphaerae glacialis si imaginetur extendi intellectu mathematico, super id quod

p

forma



forma naturalis suæ sphaeræ extenditur, secabit sphaeram unæ super circulum æquedistantem isti circulo sectionis sphaeræ glacialis & vitreæ, quoniam iste circulus æqualem habet situm à circumferentia sphaeræ unæ, & quia iste circulus est æquedistans circulo consolidationis, erit necessario circulus sectionis inter superficiem glacialis & superficiem unæ, aut ipse circulus consolidationis, aut æquedistans ei, quod si circulus iste fuerit ipse circulus consolidationis, palam per 82. primi huius, quia linea transiens per centrum glacialis, & per centrum unæ, transibit perpendiculariter per centrum istius circuli, eo quod iste circulus est circulus sectionis inter duas illas superficies sphaericas. Sed si iste circulus fuerit æquedistans circulo consolidationis, & est æquedistans circulo sectionis inter superficiem glacialis & superficiem unæ, est ergo cum circulo sectionis inter superficiem glacialis & vitreæ, in superficie una sphaerica, quæ est superficies glacialis, & est æquedistans circulo dictæ sectionis. Sed si in aliqua sphaera duo circuli fuerint æquedistantes, linea transiens perpendiculariter centrum unius, necessario transibit perpendiculariter centrum alterius, ut patet per 68. & per 66. primi huius. linea igitur quæ transit per centrum unæ & per centrum glacialis, transit per centrum circuli consolidationis sphaerarum glacialis & vitreæ cum unæ secundum omnes dispositiones sphaerarum & illorum circulorum, est ergo illa linea erecta super superficiem illius circuli per 66. primi huius, quod est propositum. Sunt tamen necessario hi tres circuli: circulus unus, quamvis etiam si sint diversi circuli, & æquedistantes eidem, proposita omnibus occurrunt, secundum eundem enim circulum secant se glacialis & vitreæ, & ambæ illæ secant unæ, & consolidantur secundum eundem circulum cum illa, & est ille circulus basis concavitate nervi optici, & sic ille unus circulus obtinet officium 4. circuloꝝ.

X I.

Sphaeram vitream necesse est sphaeræ glaciali ecentricam esse, centrūq; vitreæ ad anterius oculi plus accedere.

Quia enim superficies sphaeræ glacialis, & superficies sphaeræ vitreæ sunt duæ superficies sphaericæ secantes se, centrum ergo superficiei anterioris regulæ manifesti oculi, est remotius in profundo quam centrum superficiei posterioris per 84. primi huius, posterior vero harum duarum est superficies ipsius vitreæ, ut præostensum est in 4. huius, patet ergo propositum.

X II.

Lineam transeuntem centrum glacialis & unæ, centrum quoq; vitreæ & medium concavitate nervi optici necessarium est transire.

Quia linea recta transiens centrum sphaeræ glacialis & unæ, quæ in præmissa figura oculi est linea a n, producta super cætrum circuli consolidationis glacialis, cum unæ perpendiculares super superficiem circuli consolidationis sphaerarum glacialis & vitreæ cum unæ, ut patet per 10. huius, huic autem circulo, aut idem est circulus intersectionis glacialis cum vitreæ aut æquedistans ei, quocumq; vero istorum modorū existente, semper erit prædicta linea perpendicularis super circulum sectionis sphaeræ glacialis cum vitreæ, palam ergo per 83. primi huius, quoniam ipsa transit per centrum sphaeræ vitreæ, quia ergo linea ista transit per centrum vitreæ, patet per 82. primi huius, quod ipsa necessario centrum circuli consolidationis perpendiculariter transibit: extenditur ergo in medio concavitate nervi optici super quæ componitur oculus, quoniam circulus consolidationis est basis, & extremitates concavitate nervi optici, ut patet ex 4. huius, quia vero ostensum est supra per 9. huius, quod inter centrum oculi & centrum unæ producta linea centrum circuli sectionis unæ, & medium concavitate nervi optici necessario penetrat, cum ab eodem puncto, ut à medio nervi optici super eandem superficiem plures perpendiculares non possunt produci, ut patet per 20. primi huius, palam quoniam linea eadem per centrum circuli sectionis sphaeræ unæ & glacialis, & centrum unæ & centrum oculi, & sphaeræ glacialis & vitreæ, & per centrum circuli consolidationis est transiens, patet itaq; ex præmissis, quod una & eadem linea est, q a f. transit per medium concavitate nervi optici per duo media omnium tunicarum oppositarum foraminū unæ, et est

& est ipsa per 74. primi huius, perpendicularis sup superficies omnium tunicarum oppositarum foraminū unæ, & est perpendicularis sup superficiem foraminis unæ, & est perpendicularis sup superficiem oculi consolidationis, & extenditur in medio concavitate nervi optici sup quod componitur oculus, & ipsa est axis totius oculi quæ in proposita figura est linea g a f.

X III.

Visus non comprehendit res visas nisi corpore medio diafono existente.

Quia enim, ut patet per 9. sexti huius, visio non est nisi ex actione formæ visibilis venientis à re visa ad visum, formæ vero non extendunt nisi in corporibus diafonis consimilis diafonitatis, in quibus sit lucis & formæ extensio secundum lineas rectas, ut patet per primam secundæ huius, cum ergo lineas productas à rebus visibilibus ad visum non abscindit aliquod corpus medium non diafonum, tunc perveniunt formæ ad visum, & visio completur, quod si aliquod corpus non diafonum intervenerit, impeditur multiplicatio formæ ad visum, patet ergo propositum.

X IIII.

Non fit visio corpore visibili existente similis diafonitatis cum medio.

Si enim corpus visibile sit diafonum, tunc non est coloratum, nec est habens formam lucis, sed solum lucidi, ergo non videtur, quoniam ut patet per 4. secundæ huius, lux non figitur in corporibus diafonis taliter ut ipsas tingat, vel quod eis præstet actum visibilis, cum ergo diafonitas corpori visibili fuerit similis diafonitati aeris, tunc erit eius dispositio sicut dispositio aeris, & non apprehenditur à visu, sicut nec aer, & similiter est de alio medio quocumq; nullum enim talium videtur, cum diafonitas rei visæ non fuerit spissior corporis mediæ diafonitate. Si vero corpus visum fuerit diafonum, sed minus quam medium: sicuti cristallus respectu aeris: tunc res visa quoniam habet aliquam colorem respectu suæ spissitudinis, videbitur per medium aeris veluti res colorata, quoniam cum lux oritur super ipsum figetur in ipso aliqua fixatione, scilicet secundum id quod est in ipsa de spissitudine, & transibit in eo secundum suam diafonitatem, & est in eo forma in aere secundum colorem & lucem quæ sunt in sua superficie, & illa forma cum pervenerit ad visum operabitur in visum, & sentiet visus rem visam, patet ergo propositum.

X V.

Inter visibile & oculi superficiem distantiam mediam necessariū est esse.

Non enim apprehendit visus rem visibilem, nisi quando fuerit aliqua lux media per primam huius, hoc autem non est nisi per mediam distantiam, quando ergo visibile fuerit suppositum visui sine medio, tunc ipsum non videtur, res enim per se luminosa non possunt immediate superficiei visus applicari, talia enim sunt, ut stellæ & ignis, quæ visui immediate non possunt applicari, quoniam ex eorum applicatione sequeretur corruptio videtis. Reliqua vero corpora non luminosa si visui applicentur, illa sine lumine non videbuntur, relinquitur ergo media distantia inter illa corpora, & inter superficiem ipsius visus, in qua se diffundant corporum illorum formæ mediante luce, & etiam corporibus visibilibus ipsi visui immediate applicatis, tunc corpus oculi secundum situm suum prohibetur à visuali operatione, quia enim visio non fit, nisi ex parte opposita foraminū unæ, ut patet per 4. huius, si ergo visus comprehendat rem visibilem per immediatam applicationem, non comprehendit illam nisi secundum partem applicatam foraminū unæ, & non comprehendet residuum rei visæ, & si imaginetur res visa moveri super oculi superficiem quousq; visus totam illam rem contingat, non propter hoc erit iudicium per visum, sed potius per tactum, nec enim sic ager in visum forma visibilis, quæ est forma multiplicata extra rem sensibilem, sed res ipsa, non ergo erit visio nisi inter visibile & oculi superficiem sit aliqua media distantia, & hoc proponebatur.

X VI.

Visio non fit sine dolore & passione à substantia oculi abijciente, ex quo patet visum oportere convenientis dispositionis in sanitate esse ad hoc, ut complete exerceat visionem.

Quoniam enim glacialis recipit formam lucis & coloris, & lux & color operantur in glaciali



glacialem, erit necessario illa operatio non sine dolore, quamvis quandoque non sentiat ille dolor, ut cum non est valde fortis, lucis uero fortes angustiant uisum, & laedunt ipsum manifeste, ut patet in luce solis, uel in luce reflexa à corporibus politis ad uisum, & quia operatio omnis lucis in uisum est ex uno genere non diuersificata secundum magis & minus, & maior operatio cuiuslibet lucis in uisum est ex genere doloris, & non diuersificatur in hoc secundum magis & minus, sic etiā quod quandoque latet dolor ipsum sensum, semper tñ illa passio quantumcumque insensibilis abiicit à substantia oculi, ex hoc ergo patet, quod oportet uisum convenientis dispositionis in sanitate esse ad hoc, ut cōplete exerceat uisionem, quoniam semper comprehensio uisibilium ab uisu est secundū fortitudinem uisus, quia sensus uisus oculorum diuersificatur secundum uigorem & debilitatem ipsorum, humidi enim oculi citius laeduntur à lucibus & coloribus, & sicci minus, & hæc uolumus declarare.

## XVII.

Visio distincta fit solum secundum perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiem productas, ex quo patet omnem formā uisam sic ordinari in oculi superficie, sicut est ordinata in superficie rei uisæ.

Licet enim ut ostensum est in 6. huius, tota forma rei uisibilis agat in uisum, & in quodlibet punctum superficie uisus, quia tamen per 20. primi huius, forma tantū uisus puncti totius superficie rei uisæ oppositæ uisui perpendiculariter incidet uni puncto superficie uisus, & formæ omnium punctorum residuorum superficie rei uisæ ueniunt ad illud idem punctum superficie uisus sup lineas declinantes p 13. undecimi. & in quodlibet puncto superficie uisus transeunt in eodē tempore formæ omnium punctorum, quæ sunt in superficiebus omnium uisibilium oppositorū uisui in illo tempore; quoniam suppositum est in principio huius, uisum simul diuersa uisibilia uidere, sola uero forma puncti, quæ perpendiculariter incidit illi puncto superficie uisus per 47. secundi huius, transit recte p diafonitatem omnium tunicarum oculi; formæ uero omnium aliorū punctorum refringuntur, & transeunt per diafonitatem tunicarū uisus secundū lineas declinantes sup superficiem uisus, & etiā ex quolibet puncto superficie glacialis erit una tantū perpendicularis super superficiē uisus, qm cum sphaera glacialis & totius oculi sit idem centrū, ut patet p 7. huius, quacūque linea fuerit perpendicularis sup superficiē uisus, & super alterius superficie perpendicularis erit p 74. primi huius, sicut aut ex eodem puncto superficie sphaera glacialis secundum ponentes radios egredi à uisu, exeūt lineæ infinitæ ad superficiē uisus, quæ sunt declinantes super superficiem uisus, sic à puncto aliquo superficie glacialis, ex quo erit perpendicularis super superficiē uisus, & pertransit foraminē unæ, exeūt lineæ altæ infinitæ transeuntes in foramen unæ, & qd peruenientes ad superficiē uisus declinantes, & sicut radij imaginati egredi à uisibus quando fuerunt imaginati refringi secundum modum differentie diafonitatis corneæ diafonitate aeris per 47. secundi huius, peruenierint ad diuersa loca & ad puncta diuersa in superficiebus rerum uisibilium oppositarū uisui in uno tempore, & nulla istarū linearū occurrunt puncto, quod est apud extremitatem perpendicularis, sic etiā secundū nos ponentes radios non egredi sed formas diffundi ad uisum formæ punctorum uisibilium, quæ sunt apud extremitates harum linearum extenduntur secundum rectitudinem harum linearum, & perueniunt ad superficiem uisus, & per eandem 47. secundi huius, refringuntur ad idem punctū superficie glacialis: solus autem punctus qui est apud extremitatem perpendicularis non refringitur, sed semper extenditur secundum rectitudinem perpendicularis, & pertransit ad illum punctum glacialis: si itaque glacialis secundū lineas non perpendiculares sentiat, tunc puncta q sunt in superficiebus uisibilium nunq ordinabunt in sensu secundū modū ordinis sui in superficie rei uisæ, quoniam in eodem puncto occurrunt formæ admixtæ ex multis formis diuersis, & ex coloribus diuersis, & non distinguetur aliquid in illis, sed si glacialis secundum lineas perpendiculares tantum sentiat, tūc distinguuntur in ea puncta q sunt in superficiebus uisibilium, nec erit differentia situs & ordinatiois formæ uisibilium in superficie glacialis & in rebus uisibilibus, q sunt extra: qm aut secundū suppositum

onē nostrā formæ uisibilium perueniunt ad uisum sub figuris quas habent in rebus extrinsecis, patet q secundū solas perpendiculares lineas fit uisio, tunc enim solum forma uisæ sic ordinatur in oculi superficie, sicut est ordinatū in superficie rei uisæ, patet ergo propositū. Omnes itaque lineæ diffusionis quarūcumque uisarū formæ, quæ sunt perpendiculares super superficies tunicarū uisus, continent in pyramide, cuius uertex est centrū uisus, & cuius basis est circulus foraminis unæ, uel pars superficie illius circuli, & quanto magis extenditur hæc pyramis, & remouetur à uisu, tanto magis amplificatur, & omnes formæ rerum cadentiū intra illam pyramidem, extenduntur in rectitudinem lineæ radialiū, & pertranseunt tunicas oculo refractæ & hanc pyramidem: formæ uero rerum uisibilium, quæ sunt extra hanc pyramidem, nunq incidunt per aliquā illarum lineæ perpendicularium, sed forte accidunt ipsas extendi per lineas rectas, quæ sunt inter ipsas & superficiē uisus oppositam foraminē unæ, & illæ formæ refringuntur à diafonitate tunicarū uisus, & non perueniunt ordinate ad uirtutem uisum, unde non fit distincta uisio secundum illas, ueruntamen illas formas refractas aliquāliter accidunt uideri, sed indistincte in concursu. si ipsæ cum lineis perpendicularibus à centro oculi extra pyramidem radialem productis. Dicimus autem nūc superficiem uisus illam partem superficie oculi, quæ est opposita superficie foraminis unæ, q aut uisus cōprehendat qnq illa quæ sunt extra pyramides radiales, patet experimentaliter, extremitas enim acus uel stipulæ subtilis positæ in postremo oculi, ut inter palpebras uel in parte lacrymali quiescente uisu uidebitur, cum tñ illa extremitas sit extra pyramidē radialem. Similiter quoque in eisdem locis circa oculū erecto indice uel alio digito extra pyramidē radialem, quæ ualde subtilis est, qm pyramidalitas eius est ampla, unde nihil sui prouenit ad loca quæ circū dant oculū, uidebitur tamē superficies ipsius indicis uel alterius digiti. Forma itaque isto rum uisibilium peruenit ad superficiem uisus per lineas obliquas, quæ sunt extra pyramidē radialem, patet ergo q formæ rerum taliter situate respectu pyramidis radialis perueniunt ad superficiē uisus per refractionē factam in superficie uisus ab aere, qui est rari oris diafoni, q sunt tunica ipsius uisus, q aut refractione fiat in superficie ipsius uisus foraminē oblique uisui incidentiū, patet etiam in illis, quorū formæ nisi prohiberentur, caderent intra pyramidē radialem: si enim acus uel aliqua res subtilis minuta directe opposita foraminē unæ interponatur uisui & parieti albo, uidebitur tñ forma totius parietis, cū secundū ueritatem formæ partis parietis directe oppositæ acui & uisui, directe non perueniat ad superficiē ipsius uisus, peruenit aut, ut patet, qm uidetur: palam ergo, qm peruenit per refractionē factam in superficie ipsius uisus, omnia aut hæc uidentur indistincte, unde reductis ipsis intra pyramidē radialem, & ablato quolibet corpore interposito, uidebuntur illarū formæ distincte & perfectius q prius: sit ergo uisio distincta solum secundū perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiē productas, in distincta uero uisio fit per lineas non perpendiculares, & ita uisio indistincta coadiuuat distinctam.

## XVIII.

Omnium formarum uisibilium distincta uisio fit secundum pyramidē, cuius uertex est in centro oculi, basis uero in superficie rei uisæ, ex quo patet, omne quod uidetur sub angulo uideri.

Cum per 6. huius omnis uisio fiat ex actione formæ uisibilis in uisum, & quælibet pars formæ uisibilis & punctus se multiplicat per mediū extrinsecū ad oculi superficiem totam, & tota superficies rei uisæ ad unum punctū oculi, quia tñ oculo tunica sunt aliter diafonitatis q aer extrinsecus, solæ illæ lineæ formæ à superficie rei uisibilis ad superficiē oculi productæ, quæ protractæ centrū oculi penetrant, cū sint perpendiculares super superficiem oculi, non refringuntur in medio diafoni ipsius corneæ, ut patet per 73. primi huius, & per 47. secundi huius, & per præmissam, aliæ uero lineæ omnes refringuntur, quia incidunt oblique, unde non fit uisio secundū illas, qm aut sola glacialis proprie est organū uisus, & non superficies oculi, quæ est pars sphaera corneæ, oportet necessario ut lineæ, per quas debet fieri uisio, perueniant ad glacialē, & quia non est possibile, ut



uisus comprehendat rem uisam secundum suum esse, nisi quando apprehendit formam tantus puncti rei uisae ex uno tantum puncto suae superficiei, quoniam ut in praemissa ostensum est omnis forma rei uisae sic ordinatur in oculi superficiei, sicut est ordinata in superficiei rei uisae. Non est ergo possibile, ut glacialis comprehendat rem uisam secundum suum esse, nisi quando comprehendit colore uel formam unius puncti rei uisae ex uno tantum puncto superficiei uisus uenientem ad se; & cum centrum oculi & centrum sphaerae glacialis, sicut patet per 7. huius, sit idem punctum, necesse est quod omnes lineae perpendiculariter productae a punctis uisibilibus super superficiem oculi diaconi concurrant in centro glaciali, eruntque quidem diametri in superficiebus tunicarum oculi perpendiculares super ipsas tunicas oculi, eruntque quaelibet perpendicularis occurrens superficiei corneae in puncto uno, & occurrens superficiei glaciali in puncto uno, & una tantum perpendicularis transit per punctum aliquod glacialis a centro corneae per ipsam superficiem corneae superpositam illi puncto glaciali, quae sit perpendicularis super superficiem rei uisae, quoniam per 20. primi huius ab aliquo puncto super sphaeram unam una tantum perpendicularis duci potest, unde cum superficies rei uisae fuerit aequidistans superficiei ipsius uisus, erit per 23. primi huius illa linea perpendicularis super superficiem uisus & super superficiem rei uisae; aliae uero lineae omnes sunt oblique super superficiem rei uisae, quibus productae ad centrum uisus, fiant perpendiculares super superficiem uisus, & super superficiem ipsius glacialis: forma ergo cuiuslibet puncti superficiei rei uisibilis mota ad uisum secundum lineam unam perpendicularem productam ab eo ad superficiem uisus, occurrit superficiei uisus super unum punctum, super quem non occurrat ei aliqua forma punctorum aliorum rei uisibilis. Productis ergo a quolibet puncto superficiei rei uisibilis ad centrum oculi lineis, palam, quoniam istae lineae productae in diuersis punctis oculi superficiem sphaericam oculi secabunt, & omnes in centrum oculi concurrunt, quia omnes lineae istae continentur quasi in uno copore continuo, quia a punctis quasi continuis unius superficiei rei uisae ad unum punctum qui est centrum oculi terminantur: palam ergo, quoniam omnes istae lineae imaginandae sunt in quadam pyramidem uerticem habente in centro oculi & basem in superficiei rei uisae, erit enim forma cuiuslibet puncti superficiei rei uisae extensa secundum rectitudinem lineae, quae est inter illud punctum & uerticem pyramidis qui est centrum uisus, & omnes tunicarum oculi & humorum superficies secant hanc pyramidem, quoniam formae penetrant per illas, & ob hoc, quia superficies glacialis conuexa secant hanc pyramidem quasi aequidistanter basi, figuratur in illa superficiei glacialis, quia noua pyramis, cuius basis est in ipsa superficiei glaciali, & uertex ubi prius & bases illarum pyramidum sunt quasi similes, ut patet per 99. & per 100. primi huius, & ex hoc patet, omne quod uidetur sub angulo uideri quod continent lineae radiales concurrentes in centro uisus, patet ergo propositum. Linea itaque recta transiens per omnia centra tunicarum uisus ad locum girationis concaui nerui, super quem componitur oculus, quia illa, ut patet ex praemissis & 12. huius, transit per centra uisus & per centrum foraminis quod est in anteriori uinea, & per centrum ipsius uinea extenditur in medio pyramidis radialis, dicatur axis pyramidis radialis, aliae uero lineae huius pyramidis dicantur lineae radiales.

XIX.

Corpus uisibile oportet ut sit alicuius quantitatis respectu superficiei uisus ad hoc, ut actu uideatur.

Iam enim ostensum est, quoniam uisio semper fit per pyramidem, cuius conus est in centro oculi, & basis in superficiei rei uisae per praemissam, & quod ista pyramis distinguitur ex superficiei membri sentientis paruam partem in qua ordinatur forma rei uisae, ut patet per 17. huius. In rebus ergo ualde paruis erit pyramis parua, & pars restricta per ipsam ex superficiei conuexa glacialis, quae est primum membrum sentiens, erit quasi punctus & ualde parua, sed membrum sentiens non sentit foramen, nisi quoniam pars suae superficiei, ad quam peruenit forma, fuerit quantitatis sensibilis respectu totius oculi, quoniam uirtutes sensus sunt finitae, & non extenduntur in infinitum, unde sunt secundum unum aliquem terminum ad quem peruenire potest uirtus sensitua. Cum ergo pars membri sentientis ad quam peruenit forma, non est quantitatis sensibilis apud totum membrum sentiens, tunc non sentit membrum

actio

actionem quam agit forma rei uisibilis in illa parte, propter paruitatem ipsius, quare non comprehendit formam rei tam paruam, solae itaque res sunt sensibiles actu, quarum pyramides inter uisum & centrum uisus distinguunt ex superficiei glaciali partem aliquam sensibilem quantitatis respectu totius superficiei glacialis, illae ergo res oportet ut sint alicuius quantitatis respectu superficiei uisus, & hoc est propositum.

XX.

Visio non completur nisi cum ordinatio formae recepta in superficiei glacialis ad neruum peruenerit communem.

Quoniam enim, ut patet in 4. huius, in concursu amborum neruorum opticorum in anteriori parte cerebri constituta est uirtus uisiva sentiens & diiudicans omne uisibile, propter quod in uno uidente est unitas sensus uisus, ob cuius unitatem ambobus uisibus unam & eandem rem simul accidit uideri, patet quod uisio non complebitur nisi cum forma uisibilis uniretur uirtuti sentienti, quae est in concauo communis nerui, oportet enim cognoscibile semper uniri ipsi cognoscenti, quia uero per 17. huius formae uisibilium sit ordinatio in ipsius oculi superficiei, sicut ordinata in superficiei rei uisae, & ex suppositione huius res uisa secundum situm, figuram & ordinem suae partium uidetur, necesse est ergo fieri ordinationem formae in ipso neruo, quoniam secundum modum ordinationis quo est recepta in superficiei glaciali, & aliter non complebitur uisio, patet ergo propositum.

XXI.

Humorem uitreum alterius diafonitatis a glaciali necessarium est esse.

Si enim diafonitas istorum duorum corporum glacialis, scilicet humoris & uitrei sit consimilis, tunc, ut patet per primam secundum huius, & per 17. huius, & per 72. huius, quoniam formae uisibiles receptae in superficiei glaciali non reflexae secundum lineas radiales concurrunt in centro oculi propter consimilitudinem diafonitatis, & ibi se intersecantes ulterius se diffundunt. Quia uero, ut patet per praemissam, uisio non completur nisi postquam ordinatio formae, quae recipitur in superficiei glaciali, peruenit ad neruum communem, situs autem partium formae secundum suum esse in superficiei glaciali non potest peruenire ad neruum communem nisi per extensionem eius in concauo nerui, super quam componitur sphaera glacialis, quia aliter est ipsam impossibile peruenire: forma uero non potest extendi a superficiei glaciali ad concauum nerui communis secundum extensionem linearum rectarum, & conseruare situs suarum partium secundum suum esse, nisi natura alterius diaconi clarioris sibi occurrat antequam perueniat ad centrum oculi, quoniam si non sit medium alterius diaconi communis, istae lineae concurrent apud centrum oculi, & efficietur quasi unum punctum, & quia hoc centrum oculi est ante locum unionis neruorum opticorum, patet per 91. primi huius, quod si illae lineae ultra centrum oculi debeant extendi, necessario erit linearum illarum intersectio in centro, & post centrum creabitur noua pyramis, cuius lineae longitudinis secundum positionem & situm priori pyramidis modo conuertitur se habebunt, conuertetur ergo totus situs figurae rei uisae, quoniam habet in superficiei rei uisae & in superficiei glacialis taliter, ut illud quod est in superficiei glaciali dextrum, fiat sinistrum apud sensum, & e contrario, & superius fiat inferius & e contrario, nec perueniet aliquid formae directe ad neruum communem nisi solum unum punctum quod est in extremitate axis pyramidis: omnes ergo res secundum modum suo naturali situi contrarium uidentur, quod est contra suppositionem, & manifeste contra id quod accidit in sensu, patet ergo quod necessarium est, quod isti humores sint diuersae diafonitatis, quod est propositum.

XXII.

Superficiem communis sectionis sphaerae glacialis & uitreae ad anterius centro oculi sitam esse, humoremque uitreum & spiritum uisibile eiusdem quasi diafonitatis, & utraque plus diafona humore glaciali necesse est esse.

Quoniam, ut patet per 20. huius, omnis forma rei uisae secundum situm, figuram & ordinem suarum partium peruenit ad neruum communem, palam, sicut in praemissa ostensum est, quod necessarium est quod fiat aliqua refractione ante peruentum formae ad centrum oculi, quia etiam si fiat refractione post centri transitum, erunt necessario formae conuersae, quoniam

quonia



quoniam & tunc per 91. primi huius, erit mutatus situs partium formarum, refractione uero cum solū fiat ad perpendicularē, uel à perpendiculari, ut patet per 47. secundi huius, palam, quia non transmutat situm partium, sed solum auget uel minuit figuram per 49. secundi huius, quia uero glacialis ad quā perueniunt formae secundū rectitudinem, tota est unius diafoni, refractione uero non fit nisi medio alterius diafoni: palam, quia non potest fieri refractione formarum nisi apud humorem uitreū, cuius corpus, ut in precedenti ostensum est, diuersae est diafonitatis à corpore glaciali: hic ergo humor necessario antecedit centrū oculi, ideo ut refringantur formae apud ipsum priusq̃ perueniāt ad ipsum centrū oculi, qđ est idem centrū humoris glacialis per 7. huius, quia alias enim in centro illo fieret concursus omnium linearum radialium per 72. primi huius, quia illae lineae sunt omnes ppendiculares super superficiem glacialis, accideret quoq̃ illis formis ulterius progredientibus transmutatio secundū situm per 91. primi huius, ut praemissum est, & quia hoc est impossibile, patet ergo qđ humor uitreus antecedit centrū glacialis, quous itaq̃ glacialis, in qua est principium sensus, indigeat lineis radialibus extensis secundū rectitudinem, eo qđ impossibile est, ut forma rei uisae sit ordinata in superficie uisus, ppter magnitudinem rei uisae, & per unitatem superficiei corporis uisus nisi per istas lineas, per quas completur cōprehensio rei uisae secundū suum esse: peruentus tñ formarum ad ultimum sentiens non indiget tantū extensione formarum secundū rectitudinē istarū linearum, qm receptio formarum in membro sentiente non est omnino similis receptioni formarum in corpore diafono, membrū enim sentiens recipit istas formas ppter suam diafonitatem, & sentit eas, ppter eius uirtutem sensibilem, & sic recipit formas secundū receptionem sensus, cum alia corpora diafona recipiant formas tantū ad representandū ipsas uisui, non autē ad sentiendū. Qualitas ergo receptiois formarum in humore uitreo secundū lineas refractas, est ppter diuersitatē suae diafonitatis à corpore glaciali & ppter qualitatem receptionis sensibilis, quae non est completa in humore glaciali, sed & corpus subtile, qđ est in concavitate nerui inter humorem uitreū & neruū cōmonem, qđ corpus nominat spiritus uisibilis, qm in ipso primo discurrunt spiritus uisibiles, necesse est diafonum esse, qm formae rerum uisibilium quando perueniūt in corpus humoris uitrei, extendit sensus ab illo in corpus sentiens extensum in concavo nerui continuati inter uisum & anterioris cerebri, & secundū extensionē sensus extendunt formae ordinatē secundū suam dispositionem, patet ergo qđ ordinatio partium corporis sentientis formas, & ordinatio uirtutis sentientis aequaliter est necessario in corpore uitreo, & in omni corpore subtili extenso in concavo nerui. Dum enim forma peruenit ad aliquod punctū superficiei uitreae, extenditur directe, & non alteratur eius situs in concavitate nerui in quo extendit corpus sentiens, & erunt formae omnium punctorum consimilis ordinationis adinuicem: corpus itaq̃ sentiens qđ est in concavo nerui, erit necessario diafonū ppter receptionem formarum uisibilium, eritq̃ diafonitas eius quasi eadem cū diafonitate humoris uitrei, ut non obliquant, uel fiant monstruosae formae apud puentū earum ad ultimā superficiē uitrei uicinantē qđ corpi est in cōcavo nerui, pertranseūt ergo formae in isto corpore subtili ratione diafonitatis, & apparent uirtuti sensitivae ratione spissitudinis eiusdem corporis. Sentiens itaq̃ ultimū qđ est in neruo, qđ comprehendit lucem ex illuminatione corporis huius & colorē ex eius coloratione, qm horū formae transeunt & figurae in ipso: fit autē refractione formarum apud humorem uitreū tam ppter diuersitatē qualitatis receptiois sensus, q̃ ppter diuersitatē diafonitatis humoris glacialis & uitrei. Et si diafonitas suorum corporum esset consimilis, esset forma extensa in corpore uitreo secundū rectitudinē linearum radialium ppter consimilitudinē diafonitatis, & esset refracta ppter diuersitatem qualitatis sensus inter haec duo corpora, & sic fient formae aut monstruosae, aut essent duae formae, qm uero ppter diafonitatis diuersitatem fit refractione, & diuersitas qualitatis sensus affumat illam refractionē aut obliuationē, tunc erit forma post obliuationē refractionis, forma una ordinata secundū suarū partium situm figuram & ordinem, quā habet forma in re extra, & uirtus sensitiva sentit formam rei uisae ex toto corpore sentiente, extenso à superficie uisus primo sentientis & sensibiles formas recipientis usq̃ ad concavū nerui cō-

munis

munis, qđ est ultimū corpus sentiens, quoniam in ipso constituta est uirtus sensitiva, sunt itaq̃ humor uitreus & corpus qđ est in cōcavitate nerui eiusdē quasi diafonitatis, quia inter ipsa nō fit refractione aliqua sensibilis diuersa, sed regulariter per unitatē uirtutis sensitivae ad unitatē simplicis extensionis formae post refractionem in superficie uitreae, & qm in istis ambobus corporibus fit progressio formarum ultra centrum oculi, patet qđ illa refractione facta est à perpendiculari erecta à puncto refractionis super superficiem glacialis, utriusq̃ ergo illarum corporum est plus diafonum corpore ipsius glacialis per 45. uel 47. secundi huius, patet ergo propositum.

## XXIII.

Superficiē cōmunis sectionis sphaerae glacialis & uitreae, necesse est planā esse, aut pte sphaerae maioris, q̃ sit sphaera glacialis & ecētrica superficiei oculi. Istarum sphaerarū glacialis, & uitreae cōmunis sectionis superficies est necessario plana, aut talis qualis pponitur, qm oportet superficiē huius sectionis esse similis ordinationis, itaq̃ eius extremitates ordinent in cōsimili & eadem distantia à centro oculi, ut nō appareant formae monstruosae per refractionē: superficies cōsimilis ordinationis, aut est plana, aut est sphaerica, haec autē superficies nō potest esse ex sphaera cōcentrica oculo, tūc enim erunt lineae radiales quae sunt ppendiculares super superficiē glacialis, ppendiculares etiā super ipsam ex 74. primi huius, & nō fieret refractione formarum, sed cōcurrerēt in centro, & fierent formae monstruosae, sicut per praemissam ostensum est. Est ergo illa superficies, si fuerit pars sphaerae, necessario ecētrica oculo, ergo nō potest esse ex sphaera minore q̃ sit sphaera ecētrica oculo, qm ratione diuersitatis centri formarum cōcurrent ante peruentū suū ad centrum oculi, minoris enim sphaerae minor est diameter quantum est de natura sphaericitatis, & ppter maiore diafonitatem sphaerae uitreae super glacialē quae ostensa in praemissa, refringerent formae ab ipsa perpendiculari per 97. secundi huius, ratione rarioris diafoni cui incidunt, ratione uero sphaerae minoris in superficie cōmunis sectionis frangerentur ad perpendicularē, sic ergo efficerentur formae monstruosae, qm pcederent ad perpendicularē ratione suae perpendicularis super superficiē sphaericā, quae ppendiculares semper transeūt per centrū per 72. primi huius, & reflecterentur à perpendiculari: ista ergo superficies est aut plana aut sphaerica, utpote pars sphaerae alicuius bonae quantitatis, ita qđ sphaericitas eius cōueniat ordinationi secundū proportionē refractionis à perpendiculari, quae fit per naturā alterius diafonitatis. Omnes ergo formae peruenientes in superficiē glacialis, extenduntur per corpus glacialis secundū rectitudinē linearum radialium quousq̃ peruenierint ad istā superficiē, tunc reflectuntur apud ipsam secundū lineas consimilis ordinationis secantes lineas radiales: forma itaq̃ perueniens in aliquo punctū superficiei glacialis, semper extenditur super eandem incidentiam lineae ad idem punctum superficiei uisus, & ad idem punctū loci nerui cōmunis, à quibuslibet ergo duobus punctis cōsimilis situs in respectu duorum neruorum extenduntur duae formae ad idem punctū in neruo cōmuni, donec fiat perfecta unitas formarum.

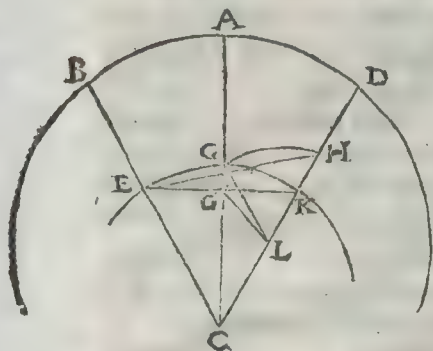
## XXIII.

Inter omnes lineas pyramidis radialis, necesse est solam axem transeuntē per centrū foraminis unae super superficiē cōmunem glacialis & uitreae, & super posteriorem superficiem uitreae perpendicularem esse.

Axis enim hic, si non fuerit perpendicularis, sed declinans super aliquā istarū superficierum, accideret diuersificatio ordinationis formarum peruenientium ad illam superficiē, & mutabuntur dispositiones illarū formarum propter declinationē axis, solum enim cū axis fuerit perpendicularis super superficiem glacialis, perueniet forma rei uisae in superficie glacialis ordinata secundū ordinē partium superficiei rei uisae, & perueniet forma puncti, quod est apud extremitatē axis in superficie rei uisae, ad punctū qđ est super axem in superficie glaciali, ut patet per 17. huius, & quia axis radialis est perpendicularis super superficiem glacialē, palam ex 18. undecimi, quoniam omnes superficies planae exeatentes ab axe, & secantes superficiem glacialē, erunt ppendiculares super istā superficiē,



¶ quia superficies humoris uitrei respiciens ipsam superficiē glaciale[m], quæ est cōmunis sectio sphaeræ glacialis & uitreæ, ut patet per præmissam, aut est superficies plana aut sphaerica, & centrum eius nō est centrum uisus. Si ergo axis radialis est declinans super istam superficiē, & nō est perpendicularis super ipsam, nō exhibet ab axe superficies plana perpendicularis super istam superficiē, nisi una tm̄ superficies, illa. scilicet quæ transit p̄ inæqualitatē maximam angulorū, quæ patet per 29. primi huius, & omnes superficies residuæ exeuntes ab axe, erunt declinantes super ipsam superficiem uitreæ. Si enim duæ superficies uel plures exeuntes ab axe, sunt perpendiculares super dictam superficiē, cū illæ superficies de necessitate se interfecent, & sua cōmunis differentia sit axis pyramidis radialis, erit per 19. undecimi axis perpendicularis super eandem superficiē: datum autē fuit qd̄ esset declinans, sit itaq; centrum oculi punctum c, in superficie quoq; oculi, siue in



tis ab axe erecte super superficiem uitreae & superficiem ipsius uitreae continens cum ax  
 xe duos angulos inaequales, praeterquam in una tantum superficie, quae secat secundum an  
 gulos rectos superficiem transeuntem per declinationem axis, quam huius tantum superficieis cois  
 differetia continet cum axe angulos rectos: & cum duo anguli praedicti fuerint inaequales,  
 & anguli apud centrum glacialis aequales, erunt duae partes differentiae cois, quae est in superfi  
 cie uitrei, inaequales: formae ergo secundum ista puncta quae sunt in extremitatibus istarum diffe  
 rentiarum puenientes ad superficiem uitreae, erunt diuersae distantiae a puncto axis quod est in ista  
 superficie, sed quia puncta istarum linearum in superficie glaciali aequaliter distat a puncto axis, in  
 eadem superficie uidebunt formae non secundum suam ordinationem in superficie glaciali & in rei ui  
 sae superficie. Similiter quod demonstrandum si superficies uitreae fuerit sphaerica, & fuerit axis  
 declinans super ipsam, tunc enim axis non transibit per centrum uitreae, & cum transibit per centum  
 glacialis lineae, ergo quae exeunt a centro glaciali ad puncta, quorum distantia a puncto axis  
 in superficie glaciali est aequalis, continent cum axe apud centrum glacialis angulos aequa  
 les, & quia centrum glacialis non est centrum uitreae, ut patet per 11. huius, distinguunt istae li  
 neae ex superficie uitreae arcus inaequales. Cum enim linea e c, ut praedictum est, sit maior quam li  
 nea e f, sit linea c h aequalis lineae c e, & protrahatur linea g h, super quam descripta portio  
 oculi e g f quae sit g h, erit aequalis portio e g per 23. tertij, ideo quia corda e g est aequa  
 lis cordae g h per 4. primi: producta ergo perpendiculari g l, erit ut prius corda g h ma  
 ior quam corda g f, ergo arcus g h erit maior arcu g f per 23. tertij, ergo & linea recta quae  
 est e g aequalis lineae g h, erit maior quam linea g f recta, arcus ergo e g est inaequalis arcui  
 g f per 27. tertij: nulla ergo linea continentes cum axe angulos rectos & exeuntes cum linea  
 a c, in eadem superficie distinguunt ex superficie uitreae duos arcus aequales, nisi duae tan  
 tum lineae, quae sunt in superficie, secante orthogonaliter superficiem erectam super superficiem  
 uitreae. cum ergo axis fuerit declinans super superficiem uitreae, formae peruenientes ad superficiem  
 uitreae, erunt diuersae ordinationis, siue sit superficies uitreae plana siue sphaerica: cum uero  
 axis fuerit perpendicularis super superficiem uitrei, erit perpendicularis super omnes differenti  
 as quarumcumque superficies planarum ductarum per lineam a c, & superficie ipsius uitreae, & erunt  
 quilibet duae lineae exeuntes a centro glaciali quod est unus punctus axis, continentes cum axe  
 angulos aequales, & distinguentes ex differentia cois, quae est in superficie uitreae duas par  
 tes aequales, siue sit superficies illa plana siue sphaerica, & comprehendunt formae a sensu  
 secundum suam ordinationem in superficie glaciali & in superficie rei uisae, & quia talis est com  
 prehensio formarum, ut patet ex suppositione, palam, quia semper axis pyramidis uisualis est per  
 pendicularis super superficiem humoris uitrei anterioris & posterioris, quam eadem est causa & eodem  
 modo demonstrandum: omnes uero aliae lineae erunt declinantes super has superficies, quam praecedunt  
 ac si secare possint axem super centrum glacialis, & nulla ipsarum transibit per centrum uitreae si fue  
 rit sphaerica, nisi axis tamen per 72. primi huius, quam sola illa est perpendicularis super ipsam,  
 patet ergo propositum,

ergo ppositū, xxv.  
Motu oculi secundum se totum existente possibili, non est possibile sitū  
suarum partium mutari.

2  
 3  
 4  
 5  
 6  
 7  
 8  
 9  
 10  
 11  
 12  
 13  
 14  
 15  
 16  
 17  
 18  
 19  
 20  
 21  
 22  
 23  
 24  
 25  
 26  
 27  
 28  
 29  
 30  
 31  
 32  
 33  
 34  
 35  
 36  
 37  
 38  
 39  
 40  
 41  
 42  
 43  
 44  
 45  
 46  
 47  
 48  
 49  
 50  
 51  
 52  
 53  
 54  
 55  
 56  
 57  
 58  
 59  
 60  
 61  
 62  
 63  
 64  
 65  
 66  
 67  
 68  
 69  
 70  
 71  
 72  
 73  
 74  
 75  
 76  
 77  
 78  
 79  
 80  
 81  
 82  
 83  
 84  
 85  
 86  
 87  
 88  
 89  
 90  
 91  
 92  
 93  
 94  
 95  
 96  
 97  
 98  
 99  
 100  
 101  
 102  
 103  
 104  
 105  
 106  
 107  
 108  
 109  
 110  
 111  
 112  
 113  
 114  
 115  
 116  
 117  
 118  
 119  
 120  
 121  
 122  
 123  
 124  
 125  
 126  
 127  
 128  
 129  
 130  
 131  
 132  
 133  
 134  
 135  
 136  
 137  
 138  
 139  
 140  
 141  
 142  
 143  
 144  
 145  
 146  
 147  
 148  
 149  
 150  
 151  
 152  
 153  
 154  
 155  
 156  
 157  
 158  
 159  
 160  
 161  
 162  
 163  
 164  
 165  
 166  
 167  
 168  
 169  
 170  
 171  
 172  
 173  
 174  
 175  
 176  
 177  
 178  
 179  
 180  
 181  
 182  
 183  
 184  
 185  
 186  
 187  
 188  
 189  
 190  
 191  
 192  
 193  
 194  
 195  
 196  
 197  
 198  
 199  
 200  
 201  
 202  
 203  
 204  
 205  
 206  
 207  
 208  
 209  
 210  
 211  
 212  
 213  
 214  
 215  
 216  
 217  
 218  
 219  
 220  
 221  
 222  
 223  
 224  
 225  
 226  
 227  
 228  
 229  
 230  
 231  
 232  
 233  
 234  
 235  
 236  
 237  
 238  
 239  
 240  
 241  
 242  
 243  
 244  
 245  
 246  
 247  
 248  
 249  
 250  
 251  
 252  
 253  
 254  
 255  
 256  
 257  
 258  
 259  
 260  
 261  
 262  
 263  
 264  
 265  
 266  
 267  
 268  
 269  
 270  
 271  
 272  
 273  
 274  
 275  
 276  
 277  
 278  
 279  
 280  
 281  
 282  
 283  
 284  
 285  
 286  
 287  
 288  
 289  
 290  
 291  
 292  
 293  
 294  
 295  
 296  
 297  
 298  
 299  
 300  
 301  
 302  
 303  
 304  
 305  
 306  
 307  
 308  
 309  
 310  
 311  
 312  
 313  
 314  
 315  
 316  
 317  
 318  
 319  
 320  
 321  
 322  
 323  
 324  
 325  
 326  
 327  
 328  
 329  
 330  
 331  
 332  
 333  
 334  
 335  
 336  
 337  
 338  
 339  
 340  
 341  
 342  
 343  
 344  
 345  
 346  
 347  
 348  
 349  
 350  
 351  
 352  
 353  
 354  
 355  
 356  
 357  
 358  
 359  
 360  
 361  
 362  
 363  
 364  
 365  
 366  
 367  
 368  
 369  
 370  
 371  
 372  
 373  
 374  
 375  
 376  
 377  
 378  
 379  
 380  
 381  
 382  
 383  
 384  
 385  
 386  
 387  
 388  
 389  
 390  
 391  
 392  
 393  
 394  
 395  
 396  
 397  
 398  
 399  
 400  
 401  
 402  
 403  
 404  
 405  
 406  
 407  
 408  
 409  
 410  
 411  
 412  
 413  
 414  
 415  
 416  
 417  
 418  
 419  
 420  
 421  
 422  
 423  
 424  
 425  
 426  
 427  
 428  
 429  
 430  
 431  
 432  
 433  
 434  
 435  
 436  
 437  
 438  
 439  
 440  
 441  
 442  
 443  
 444  
 445  
 446  
 447  
 448  
 449  
 450  
 451  
 452  
 453  
 454  
 455  
 456  
 457  
 458  
 459  
 460  
 461  
 462  
 463  
 464  
 465  
 466  
 467  
 468  
 469  
 470  
 471  
 472  
 473  
 474  
 475  
 476  
 477  
 478  
 479  
 480  
 481  
 482  
 483  
 484  
 485  
 486  
 487  
 488  
 489  
 490  
 491  
 492  
 493  
 494  
 495  
 496  
 497  
 498  
 499  
 500  
 501  
 502  
 503  
 504  
 505  
 506  
 507  
 508  
 509  
 510  
 511  
 512  
 513  
 514  
 515  
 516  
 517  
 518  
 519  
 520  
 521  
 522  
 523  
 524  
 525  
 526



li, quoniam sphaera aliqua aliquantulum mota, non propter hoc mutatur situs centri, sic nec centrū superficiei tunicae oppositarū foramini unae mutat, ergo nec situs tunicae oculi mutat, quia enim linea transiens per centra omnium tunicae & humorū oculi, transit per mediū concavitate nerui orthogonaliter erecta super basem pyramidis nerui, ut patet per 9. huius; & linea quae transit orthogonaliter per centrū circuli basis alicuius pyramidis, necessario attingit verticē pyramidis per 89. primi huius. In pyramide uero concava nerui optici vertex pyramidis moto oculo non mutatur, necesse est moto oculo secū dū se totū partes eius nullo modo mutari, quā linea quae transit per centra illorum partium, transit per mediū concavitate nerui optici per 9. huius, ex quo patet, quod partes oculi nullo modo mutantur. Declinatio enim partis pyramidalis nerui super superficiei circuli conformationis est semper declinatio consimilis, partes ergo oculi secundū suū situm non mutantur, & hoc est propositū, & quā oculi ambo sunt consimilis dispositionis in suis tunicis & partibus, & in figuris suarū tunicae, & in situ cuiuslibet tunicarū respectu totius oculi, patet quod non est diversitas inter illos quo ad hoc quod, proponit de suarū partium situs mutatione ipsis oculis motis, situs enim linearū ambae trāseuntū per centra tunicae uisus in utroque oculo est semper situs consimilis in omnibus dispositionibus oculorum, patet itaque illud quod proponebatur.

XXVI.

Vno oculo moto, necesse est alium eidem conformiter moveri.

Quoniam enim situs partium oculi non mutatur in utroque oculo, & motus unius oculi fit per motum nerui optici in centro foraminis ossis, motus uero nerui partialis procedit à puncto nerui communis, quoniam semper illud quod movetur in partibus aliarū, movetur circa aliquod fixum; motus itaque nerui partialis incipit in puncto nerui communis ambobus neruis optici ambobus oculorum, in quo est uirtus animae sentiētis & mouentis, & quā illa uirtus est indivisibilis & uniformis & principium, quo primo movetur corpus naturale secundū sui formā naturalem indivisibile; palam quod movendo unum oculum movet & alterum, nec enim est maior ratio qua unum oculum moveat, quam qua alterum; uno itaque oculo moto, ambo oculi moventur, & unus conformiter alteri movetur, ut sicut ab eodem puncto motus amborum incipit, sic ad eundem terminum terminentur ambo motus, & sicut ab uno indivisibili incipiunt, sic ad unum divisibilem terminentur, palam est ergo illud quod proponebatur.

XXVII.

Duobus visibus uno visibili directe oppositis, necesse est duas figuras pyramides, quarum communis basis est superficies rei visae, & axis cuiuslibet transit per centrū foraminis unae, & per centrum sui visus.

Quoniam enim, ut patet per 17. huius, situs partium superficiei rei visae pervenit ad superficiem utriusque visus, & in illa figurat secundū lineas perpendicularares ab omnibus punctis superficiei rei visae ad oculi illius superficiem productas, quarum omnium concursus secundū puncta suarum incidentiū respicit centrum oculi cuius superficiei incidit, & demum post refractionem quaelibet illarū figurarū pervenit ad medium punctum nerui communis, amborum itaque illarū formarū concursus fit in puncto medio nerui communis cui incidunt, quia itaque centra duorum visuum sunt duo, palam, quia in visione eiusdem rei à duobus oculis duae pyramides visuales modo proposito figurantur. Superficies enim rei visae semper erit basis utriusque pyramidis ab utroque oculorum procedentis, propter multiplicationem formae cuiuslibet puncti superficiei rei visae aequaliter ad visum, & axis cuiuslibet earum transit per centra foraminis unae ad centrum sui visus. Sicut enim visibile directe opponitur uni visui, sic directe opponitur & alteri, ex hypothesi, & quoniam ambo visus aequaliter moventur ad aliquid videndum, per praemissam patet, quod semper in visione unius rei mediū punctum superficiei visus oculi opponitur medio puncto superficiei rei visae, uel prope illi, mediū autem punctum superficiei visus uel oculi est centrū foraminis unae per 4. huius; forma ergo illius puncti medij superficiei rei visae uel puncti prope illi, per centrū foraminis unae pervenit ad centrū sui visus, & hoc est propositum.

Duo

XXVIII.

Duobus existentibus oculis unius rei, unam tantū formā accidit uideri.

Quoniam enim ut prius pluries dictū est, forma recepta in superficie glacialis pertransit corpus glacialis, deinde extenditur per corpus subtile, quod est in neruo optico, & venit ad anterius cerebri, in quo est sentiens ultimus, quod est uirtus sensitiva, comprehendens eas ultimas sentientis, sic quod apud neruum communem ambobus oculis, cuius nerui situs à duobus oculis est situs consimilis, demum completur visio, licet ergo duae formae perveniant in duobus oculis ab una re visae, illae tamen formae ambae quando perveniunt ad neruum communem, concurrunt & fiunt una forma, & per unionem harū formarum comprehendit ultimus sentiens formam rei visae, & sic unius rei tantū unam formā accidit uideri, nisi forte per aliquam occasionem intervenientem accidit formas duobus oculis acceptas non uniri, eo quod non concurrunt in unionem amborum neruorum optico, tunc enim duas formas accidit uideri, ut cum aspiciēs mutaverit sitū unius oculi ad anterius, & alius oculus fuerit immotus; quando uero nullus situs duorum oculorum fuerit naturalis, tunc quia situs ipsorum ab una re visae est situs consimilis, pervenit forma ab una re visae in duo loca consimilis situs, & cum situs unius oculorum fuerit declinans, tunc diversatur situs oculorum ab illa re visae, & sic perveniunt duae formae illius rei visae diversi situs, sed hoc non inest visui naturaliter, sed solum per violentiam, quam facit voluntas uel naturalis debilitas consuetudini naturae; quando itaque situs oculorum fuerit naturalis, tunc semper ambobus visibus unius rei unam formam accidit uideri, quod est propositum. Duae ergo formae visui puncti infiguntur in duobus medijs duarum superficialium amborum visuum, & quilibet punctus alius formae visae infigitur in duobus locis consimilis positionis in duobus visibus. Deinde duae formae visae perveniunt ad concavitate communis nerui, & perveniunt duae formae quae sunt in puncto, quod est in duobus axibus illarum duarum pyramidum radialium, secundū quas fit visio ad punctum, quod est in communi axe, & efficiuntur una forma, & quaelibet duae formae quae sunt in duobus punctis consimilis positionis à duobus visibus perveniunt ad idem punctum punctorum circumstantium, punctum qui est in axe communi, sic ergo duae formae totius rei visae superponuntur sibi & efficiuntur una forma, & sic visum comprehenditur unum.

XXIX.

Omnem punctum formae incidentē superficibus visuum per axes radiales ad centrum foraminis girationis nerui concavi contingere est necesse.

Quoniam enim quaelibet axium transit per centrū foraminis unae ad centrum visus, ut patet per 27. huius, ergo & pertransit centrum ipsius sphaerae unae per 8. huius, omnis uero linea recta producta inter centrum oculi, & unam centrum circuli sectionis unae, & mediū punctum concavitate nerui necessario penetrabit per 9. huius, palam ergo cum perpendicularis semper maneat incontracta per 47. secundi huius, quod omnē punctum formae incidentem superficibus visuum per axes radiales ad centrum girationis nerui communis pertingere est necesse, ob hoc autem puncto diffunditur forma ad mediū punctum nerui communis, & quoniam mediū punctus nerui communis est tantū unus, palam quia axes amborum visuum in uno puncto nerui communis semper concurrunt, patet ergo propositum.

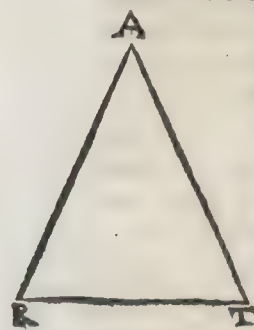
XXX.

Si à terminis lineae inter duo centra foraminum girationis neruorum concavorum productae duae lineae rectae ad medium communis nerui producuntur, necesse est in constituto triangulo angulos ad basem aequales esse, ex quo patet quod lineae illae productae sunt aequales.

Sint duo centra foraminum girationis neruorum concavorum  $r$  &  $t$ , inter quae producat lineae  $rt$ , sitque mediū punctus nerui communis  $a$ , & constitutur triangulus  $ra t$ , dico quod angulus  $a r t$  est aequalis angulo  $a t r$ , cum enim positio duorum neruorum

q 3 in respectu



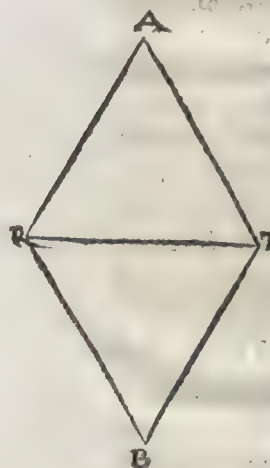


in respectu concauitatis nerui communis sit positio consimilis, quia concauitatis nerui unus est omnino similis concauitati alterius per 4. huius, ergo et medium concauitatis unius est simile medio concauitatis alterius, unde axis nerui unius æqualis est axi nerui alterius, sed per eandem 4. huius, positio duorum neruorum in respectu duorum foraminum est positio consimilis, in quorum neruorum medio fuerint lineæ r q & t a ut axes, palam ergo quoniam positio duarum linearum r a & t a apud lineam r t est positio consimilis, hoc autem est impossibile, nisi anguli a r t & a t r sint æquales, quoniam ad inæqualitatem istorum angulorum sequitur inæqualitas positionis medij axis ipsorum neruorum concauorum, & ex consequenti ipsorum neruorum, sunt ergo illi anguli ad basem æquales, ergo per 6. primi lineæ illæ productæ sunt æquales, scilicet linea a r lineæ a t, patet ergo propositum.

XXXI.

Vno puncto rei uisæ superficiebus amborum uisuum perpendiculariter incidente, necesse est axes radiales in centrīs foraminum girationis neruorum concauorum angulariter refrangi.

Quoniam enim ut patet per 27. huius, quælibet illorum axium pertransit centrum foraminis unæ & centrum oculi, motus autem cuiuslibet oculorum sit in centro foraminis girationis nerui optici, patet quoniam secundum motum oculorum uariantur axes illi radiales, in quibus sunt semper idem semidiametri oculorum, qui scilicet ab ipsorum centrīs ad centra foraminum unæ protenduntur, partes autem superiores illorum axium



quibus à centrīs foraminum girationis neruorum concauorum formæ præueniunt ad punctum medium nerui communis, semper manent secundum modum unum, cum itaq; aliæ partes illorum axium semper sint immobiles, & alij semper mobiles, cum per ipsas unus punctus uidetur, patet per primam undecimi, quoniam illæ lineæ non sunt linea una, utpote si forma puncti b, uideatur secundum ambos axes b r & t r, & sicut factum est in præmissa, ducantur lineæ r a & t a, ad medium punctum nerui communis qui sit a, patet per primam undecimi, quoniam lineæ b r & r a, non sunt linea una, eius enim partem in sublimi, partem in plano accideret esse, quod est impossibile, patet ergo quoniam angulariter coniunguntur, quod est propositum, & licet axes præmissis modo refringantur, formatio tamen pyramidis uisualium sit ac si axes integri ad uerticem peruenirent, neq; accidit uisui aliqua diuersitas ex illo.

XXXII.

Necesse est axes pyramidum uisualium amborum uisuum transeuntes per centra foraminum unæ semper coniungi in uno puncto superficie rei uisæ etiam motis uisibus per superficiem rei uisæ.

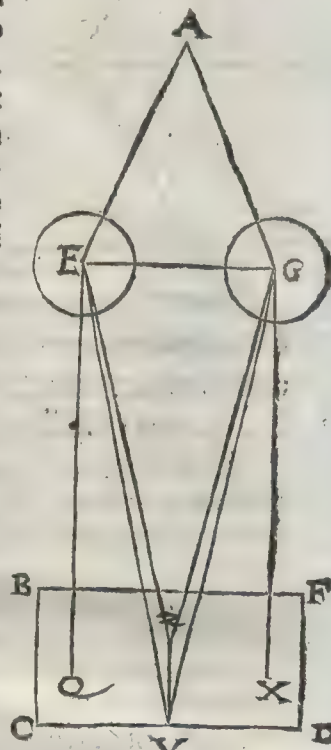
Cum enim uidens intuebitur aliquam rem uisam, tunc uterq; uisus erit in oppositione illius rei uisæ per secundam huius, & utraq; pupillarum dirigetur ad illum uisum directione æquali propter uisuum æqualitatem per 4. huius. Sint ergo duo centra duorum uisuum e & g, & sit medius punctus nerui communis punctus a, & superficies rei uisæ b c d f, quæ sit exempli causa æquidistans lineæ, centra uisuum conuertenti quæ sit e g, palam ergo quoniam à centrīs uisuum perpendiculares super ipsam superficiem b c d f, productæ sunt æquidistantes per 6. undecimi, quæ sint e q & g x. In hac itaq; superficie b c d f, signetur punctus qui sit u, dico quod propter æqualitatem amborum oculorum in omnibus suis dispositionibus, si alter uisus fuerit motus ad uidendum punctum u, statim etiam reliquus mouebitur ad uidendum idem punctum u, itaq; axes ambarum pyramidum uisualium transeuntes per centra foraminum unæ coniunguntur in puncto u, una ipsarum ibi pertingente. Si enim una illarum axium incidit in puncto u, alia incidit in alio puncto, sit illud punctum z, eruntq; duo axes e u & g z, inter quorum terminos linea

linea z u producat, & quoniam axes sic protensi à duobus uisibus non concurrunt in aliquo punctorum lineæ z u, sicut neq; concurrunt si super perpendiculares lineas, quæ sunt e q & g x, fiat uisio, palam quod nullum punctorum lineæ z u, uidebitur ambobus uisibus, sed tantum uno, alter ergo oculorum mouetur superflue, cum unus oculorum secum sui axem omnia puncta lineæ z u, possit interceptiliter transcurrere: constituit autem natura duos oculos propter perfectionem bonitatis uisionis et complementum eius, ut ipsorum uirtus unica sit fortior, ut patet per 4. huius. Si ergo axes uisuales non concurrant in aliud punctum unum lineæ z u, sequitur uel naturam superfluere, uel ipsam modo debiliore quo potest operari, quorum uterq; est impossibile. Natura enim nihil agit frustra, nec deficit in necessarijs, ut patet per suppositionem, accidit autem hoc impossibile si axes solum incidunt diuersis punctis superficie rei uisæ, impossibile autem nunquam accideret, si incidunt in illud punctum, palam itaq; quoniam in illud punctum incidere axis pyramidum amborum uisuum semper est necesse, quoniam operatio amborum uisuum est uniformis, cum igitur uisus fuerit motus super rem uisam, tunc uterq; uisus mouebitur super illud, & axes congregati in uno puncto superficie rei uisæ, moto uno ambo mouebuntur simul ad aliud unum punctum super superficiem illius rei uisæ, ambo enim oculi sunt æquales in omnibus suis dispositionibus, & est ambobus oculis unus neruus communis, & quoniam motus oculorum procedit ab una uirtute, necesse est uirtutem motam per unitatem nerui procedere, hoc ergo moto uno oculo ambos oculos mouebit, ut patet per 26. huius, actio itaq; & passio oculorum semper est æqualis & consimilis, & si alter uisuum motus fuerit ad aliquid uidendum, statim alter mouebitur ad hoc idem uidendum illo eodem motu, & si alter uisuum quiescat reliquus quiescet. Impossibile est enim alterum uisuum moueri, & alterum quiescere, nisi alter fuerit impeditus, ut patet per 26. huius, & sicut etiam declaratum est per 18. huius, superficiem rei uisæ semper erit basis utriusq; pyramidis ab utroq; oculorum prodeuntis, quoniam tunc positio puncti in quo ambo axes sunt coniuncti est positio consimilis, quia est oppositus duobus medijs amborum uisuum, palam ergo propositum, dicemusq; punctum concursus amborum axium in superficie rei uisæ punctum coniunctionis.

XXXIII.

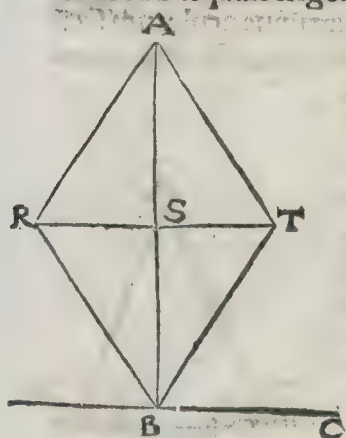
Si à puncto medio nerui communis ad medium lineæ connectentis centra foraminum girationis neruorum concauorum linea recta producat, necesse est productam super diuisam perpendicularem esse, & eam puncto uiso cum axibus incidente trigonum ab axibus & diuisa linea contentum per æqualia diuidere.

Quod hic proponitur patet per præmissam & per 31. primi huius, ut autem particularius demonstretur, sint omnia disposita ut in 30. huius, & sit linea r t, diuisa per æqualia in puncto s, sitq; uisibile aliquod oppositum ambobus uisibus qd sit b t, in cuius puncto medio, quod sit b, concurrant per præcedentem ipsi axes radiales, quæ sint r b & t b, & producat a puncto a, quod est medius punctus concauitatis nerui ad punctum scilicet linea a s, dico quod linea a s, est perpendicularis super lineam r t, quoniam enim angulus a r t est æqualis angulo a t r, per 30. huius, & linea a r est æqualis lineæ a t. Sed linea a s, est æqualis sibi ipsi, ergo per 8. primi, trigona a r s & a t s, sunt æqui angula, angulus ergo a s t est æqualis angulo a s r, ergo per definitionem perpendicularis linea a s est perpendicularis super lineam r t, producat item linea a s, usq; ad punctum coniunctionis





unctionis amborum axium, quod sit punctum b, dico quod linea s b, diuidit per æqualia trigonum i b t, hoc autem patet ex præmissis & ex 3. & 4. primi, erit enim trigonum par-  
ciale s r b æquale trigono partiali s b t, patet ergo propositum, & ex hoc patet, quoniam  
A tota linea a b, cuiusq; puncto uiso incidit, utcunq; transmuta-  
tis axibus, non mutatur sed semper in medio eorum consistit,  
possumus ergo illam nominare axem communem, quia sem-  
per ducitur æqualiter ad punctum coniunctionis amborū axiū  
in superficie rei uisæ à puncto, qui est in medio concauitatis ner-  
ui, in quo duæ lineæ extensæ in duobus medijs concauitatū ner-  
uorum duorum se intersecant, hic uero punctus semper est u-  
nus non transmutabilis, & punctus etiam s, semper est unus non  
transmutabilis per quem semper transit hæc linea a b, est ergo  
& ipsa semper intransmutabilis, licet alij axes transmutentur  
quandoq; ab ipso communi axe.



XXXIII.

Axe communium axibus radialibus puncto rei uisæ incidente lineam copulantem centra foraminum girationis neruorum concavorum, & lineas ab his centrīs ductas ad nerui communis medium & axem communem am bosq; axes radiales in eadem superficie consistere est necesse.

Sit dispositio quæ in proxima, dico qd linea  $r t$ , & duas lineas  $r a$  &  $t a$ , & axem communem qui est  $a b$ , & duas axes radiales scilicet  $r b$  &  $t b$ , in eadem semper superficie consistere oportet, duo enim axes  $t b$  &  $r b$ , transeunt per centra  $r$  &  $t$ , per 29. huius, transeunt enim per centra foraminum girationis duorum nervorum concavorum, & quia in puncto coniunctionis concurrunt cum axe communi, ex hypothesi, necessario erunt cum axe communi in eadem superficie per secundam undecimam. sed & linea  $r t$ , cōnectens centra foraminum girationis nervorum, secat has duas axes radiales in punctis  $r$  &  $t$ , & axem communem in puncto  $s$ , linea quoq;  $r a$  &  $t a$ , secant lineas  $r t$  &  $a b$ , in punctis in quibus cum ipsis concurrunt, & quia omnes hæc lineæ sunt rectæ, palam per primam undecimam, quoniam quælibet ipsarum est in una superficie, patet ergo per secundam undecimam, quoniam omnes sunt in eadem superficie, & hoc est propositum.

XXXV.

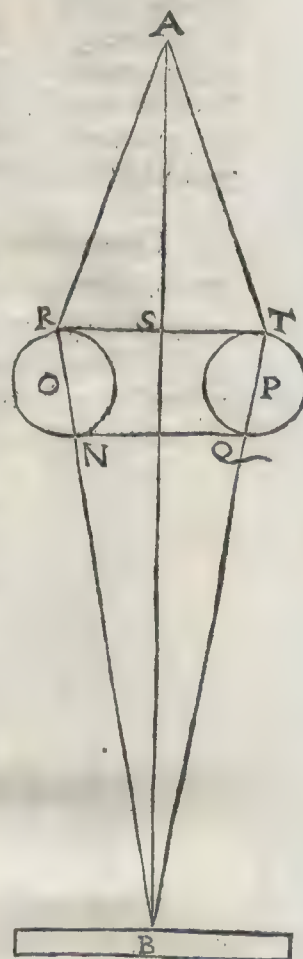
Necesse est axes radiales cum axe communi concurrentes, in pūcto cuius distantia à visu sit multiplex lineæ connectenti centra oculorum secundum sui partes interiacentes punctum coniunctionis, & superficies ipsorum visu suū æquales esse, superficiebusq; amborū visuū nec nō superficiēi anteriori ipsius vitreæ æqualiter incidere, & secundum angulos æquales.

Sint item ut in tricesima huius duo centra duorum foraminū girationis nervorum concavorum  $r$  &  $t$ , quoniam ergo oculus movetur secundū totū non secundum partem, ut patet per 25, huius, palam quoniam puncta  $r$  &  $t$ , sunt posteriora oculo, figerentur ergo duo oculi quasi contingentes puncta  $r$  &  $t$ , circa centra  $o$  &  $p$ , & ab aliquo puncto superficiei rei uisæ quod sit  $b$ , procedant axes ad centra uisuum, & producantur ultra ad puncta  $r$  &  $t$ , palam itaq; quoniam axes  $r$   $b$  &  $t$   $b$ , transibunt totum uisum, transeat ergo axis  $r$   $b$ , superficiem anteriorem sui uisus in puncto  $n$  & axis  $t$   $b$ , transeat anteriorem superficiem sui uisus in puncto  $q$ , & producat lineam  $n$   $q$ , sunt ergo puncta  $q$  &  $n$ , puncta illa superficierum uisus quibus insigitur forma puncti coniunctionis axium quod est  $b$ , & quoniam axes  $r$   $b$  &  $t$   $b$ , sunt æquales per præmissam, dico quod partes axium quæ sunt  $b$   $n$  &  $b$   $q$ , sunt æquales, & quod incidunt uisui secundum angulos æquales, cum enim lineæ  $r$   $n$  &  $t$   $q$ , sint æquales, quia sunt diametæ æqualium oculorum æqualiter à punctis  $r$  &  $t$ , distantium, necesse est si illæ ab æqualibus axibus abscindantur, quod residuum sit æquale, erit ergo linea  $b$   $n$  æqualis lineæ  $b$   $q$ , & quoniam linea  $n$   $q$  æquidistant

LIBER TERTIVS.

65

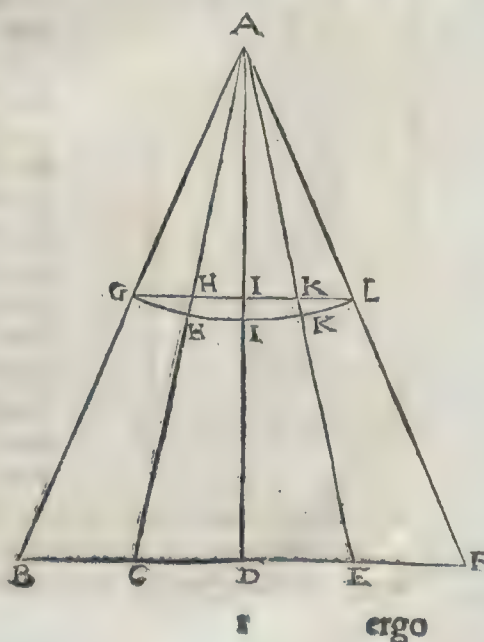
Ita t lineæ r t, per secundam sexti, ideo quoniam latera t b & r b, proportionaliter diuisuntur per lineam n q, ergo per 29. primi, erit angulus b n q æqualis angulo b q n, angulus enim b r t æqualis est angulo b t r, quoniã lineæ b s diuidit trigonum r t b per æqualia & basem eius r t, ut patet p præmissam, patet ergo quoniã axes radiales superficiebus uisum æqualiter incidunt & secundũ angulos æquales, & si incidunt superficiebus uisum taliter, ut per centra uisum transeant, palam ergo quoniam orthogonales sunt super superficies contingentes in punctis n & q, incidunt ergo superficiebus uisum æqualiter secundum rectos angulos incidentes, & propter hoc in omnium oculorũ ordinatiõe motu uel quiete semper duo axes eius sunt æquales, aut non est in eis diuersitas sensibilis, quæ causat aliquam diuersitatem uisionis, maximæ cum res uisa nõ fuerit ualde propinqua uisui, sed cum distantia eius à uisu fuerit mediocris, cum enim res uisa ualde uisui approximauerit, ita ut lineæ quæ est inter duo centra oculorũ, quæ sunt o & p, proportionum æqualitatis uel extrẽsus uel paruæ diminutionis habuerit ad axem radialem, tunc erunt axes sensibiliter inæquales, & facient angulos inæquales; aliàs uero semper sensibiliter æquales erunt, & constituent angulos sensibiliter æquales, quia propter unitatem uisum, & uniformẽ receptionem formarũ qdlibet punctum multiplicatur uniformiter ad utrumq; oculũ, propter quod etiam omnes lineæ æqualiter distantes ab axibus faciunt angulos æquales, & ipsæ omnes sensibiliter sunt æquales, eodẽ quoq; modo demonstrari potest, quia anguli qui per axes sunt in ipsa superficie uitreæ in qua fit refractio sunt æquales, patet ergo, ppositũ.



XXXVI.

Omniū linearum pyramidis radialis obliquarū plus vicinarum axi refractionis fit secundum angulos minores: remotiorū uero secundum angulos maiores: æqualiter uero distantium secundum angulos æquales.

Sit pyramidis radialis cuius uertex a, & diameter basis quæ per  
 18. huius est superficies rei uisæ sit b c d e f, axis uero d a, & sint lineæ ca & ea, lineæ ra-  
 diales oblique uicinæ magis axi d a & sint b a & f a remotiores, dico quod lineæ ca &  
 ea secūdm̃ minorem angulum refringūtur, & lineæ  
 b a & f a, secūdm̃ agulum maiorem. Intelligantur  
 enim omnes iste lineæ concurrere in puncto a, quod  
 est uertex pyramidis, & sit in superficie uitreæ lineæ  
 cui incidunt illæ lineæ g h i k l, hæc ergo lineæ erit re-  
 ctæ uel curuæ circularis per 23. huius; sit primum re-  
 ctæ, & incidit lineæ b a illi lineæ in puncto g, & lineæ  
 ca in puncto h, & lineæ d a axis in puncto i, & lineæ  
 ea in puncto k, & lineæ f a in puncto l, quia ergo an-  
 gulus g i a, est rectus per præcedētem, palam per 32.  
 primi, quod angulus g h a est obtusus, ergo per 19. pri-  
 mi, lineæ a g est maior quàm lineæ a h, & quia à pun-  
 cto a, exeunt duæ lineæ a c & a b, quæ sunt ad basem  
 trianguli a g i, quæ est g h i, angulus ergo a h i maior  
 est angulo a g i, per 16. primi, quia ergo angulus a h i  
 cum angulo c h i, ualeat duos rectos per 13. primi, &  
 similiter angulus b g h cum angulo a g h, ualeat duos re-  
 ctos, palam quia angulus c h i minor est angulo b g i.



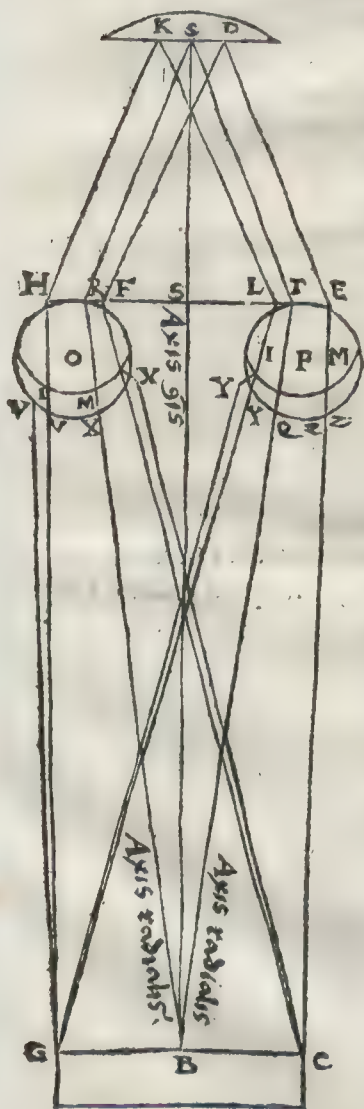


ergo penultimā secundi huius angulus refractionis lineæ  $ch$  est minor angulo refractionis lineæ  $bg$ , patet ergo quod lineæ  $ch$  reflectetur secundum minorem angulum quam lineæ  $g b$ , & similiter est de lineis  $e k$  &  $f l$ , & quia lineæ æquales distantes ab axe  $a d$ , ut sunt exempli causa lineæ  $a c$  &  $a e$ , secundum modum præmissum æquales angulos faciunt in superficie uitrea, qui sunt  $ch i$  &  $e k i$ , patet per penultimā secundi huius, quoniam anguli refractionis sunt æquales, patet ergo propositum, quoniam lineæ  $g h i k l$ , sit lineæ circularis, erit eodem modo demonstrandum per 50. secundi huius.

XXXVII.

Omnes formæ punctorum æqualiter circumstantium puncta quæ super  
 faciebus uisuum incidunt, secundum axes radiales ad puncta æqualiter  
 circumstantia medium punctum nerui communis similiter contingunt.

Disponantur omnia alia ut in 35. huius, signeturq; in superficie oculi cuius centrum est punctum o, ex utraq; parte puncti etiam duo puncta u & x, & in superficie oculi cuius centrum est punctum p, signentur ex utraq; parte puncti q, duo puncta. y & z,



f, & linea g u ad punctū h, quæ sunt puncta foraminis girationis termini circa punctū  
r, linea uero g y refringitur ad punctum l, & linea cz ad e, pūctum alterius foraminis,  
quod est circa punctum t, & quoniam omnia puncta formarum secundū lineas rectos  
bre-

bruiffimas refringuntur à perpendiculari n r, palam quia non concurrunt cum illa, sed directe diffundentes se ad puncta nerui communis similem situm & dispositionem recipiunt eis quæ habent in superficie rei uisæ, quæ est basis pyramidis uisionis, linea ergo x f, quæ uenit à puncto c, rei uisæ, refringitur ad aliquod punctum nerui, aliud à puncto a quod sit d. & linea u h quæ uenit à puncto g, rei uisæ, refringitur ad punctum aliud à puncto a quod sit k, & quoniam unius dispositionis sunt ambo uisus, & oculorū distantia est res modica, ut patet per 4. huius, & lineæ ad talia puncta productæ à uisibus ambobus sunt æquales, & anguli incidentiæ sunt æquales per 35. huius, anguli quoq; refractionis sunt æquales per præmissam, palam quia linea u l, quæ est formæ puncti g, refringetur ad punctum k m, quo cecidit forma eiusdem puncti g, ueniens per lineam u h, linea quoq; z c, quæ est formæ puncti c, refringetur ad punctum d, in quo cadet eadem forma puncti c, ueniens per lineam x f. similiter quoq; demonstrandum de quibuscumque duobus punctis superficie rei uisæ, æqualiter distantibus à puncto coniunctionis quod est b. Omnes ergo formæ punctorum rei uisæ æqualiter circumstantium, puncta quæ superficiebus uisuum incidunt secundum axes radiales ad puncta æqualiter circumstantia medium punctum nerui communis similiter pertingunt, & seruatue figura & dispositio totius superficiæ rei uisæ in partibus suis, & in remotione à puncto quod est in axe secundum modum distantie & declinationis punctorum, quorum formæ illic recipiuntur à puncto coniunctionis in superficie rei uisæ secundum dispositionem angulorum refractionis in superficie rei uitreæ, & duæ formæ quæ insiguntur in duobus punctis consimilis positionis apud superficies duorum uisuum, perueniant ad illum eundem punctum concauitatis nerui cōmunis, & superponuntur sibi in illo puncto, & erunt una forma; lineæ quoq; obliquæ superficiebus uisuum incidentes, quæ in superficie ipsius uisus refringuntur, ad eandem ordinationē formæ possunt peruenire, patet ergo ppositū.

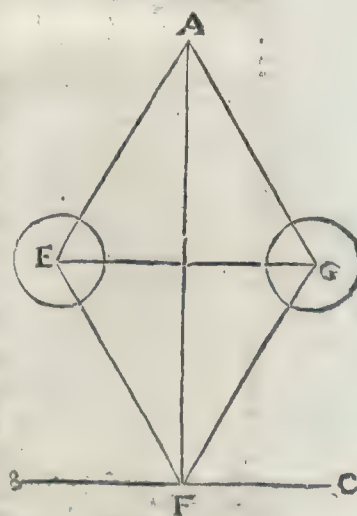
XXXVIII.

Neceſſe eſt ambos axes radiales cum axe cōmuni concurrentes in ſuperficie rei uiſæ. cum linea æquediſtante lineæ connectenti centra oculorū uel cum totali ſuperficie æquales hinc & inde angulos continere.

Sunt enim ambo oculi æqualis dispositionis per 4. huius, patet etiam sensui quod sunt distantia modica ab inuicem, & axis semper in quolibet oculo una tantum linea transiens per centrum foraminis unæ & centra omnium tunicarum ad centrum foraminis girationis nervi concavi pertingens, ut patet per 29. huius; sit ergo ut linea b f c æquedistat lineæ e g, connectenti centra oculorum e & g, sitque medius punctus nervi communis qui a, & sit ut foramina puncti superficiei rei visæ quod sit f, per axes f e & f g, perveniant ad centra oculorum quæ sunt e g, connexa per lineam e g, pertingatque ad punctum a, quod sit punctus medius nervi communis, & sit axis communis qui a f, incidens superficiei rei visæ in puncto f, secundum angulos rectos, quoniam superficies in qua sunt omnes assignatæ lineæ axium & puncta per 34. huius, erecta est super superficiem rei visæ, & axis communis incidit directe per 33. huius, & per 29. primi, quoniam linea connectens centra oculorum lineæ r t, connectenti centra foraminum girationis nervi concavi est æquedistans, ergo & lineæ vel superficiei illi æquedistanti per 30. primi, quia ergo per 33. huius, angulus a f e est æqualis angulo 2 f g, erit ergo residuum duorum rectorum contentorum ab axe & lineæ b c, quæ est communis sectio rei visæ, & superficiei axium inter se hinc inde æquale, axes ergo radiales incidunt superficiei rei visæ secundum angulos æquales, & hoc est propositum, quoniam angulus e f b sit æqualis angulo g f c.

XXXIX.

XXXIX.  
A puncto coniunctionis lineam æquedistantem lineæ connectenti centra oculorum in superficie rei visæ illi æquedistante protrahere.



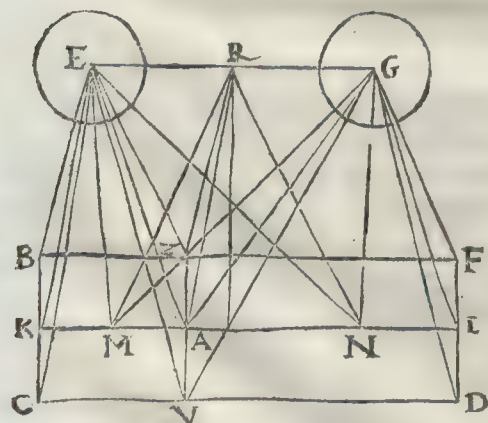


Sint centra duorum oculorum puncta e & g, & ducatur linea e g, sitq; superficies rei uisæ b c d f, à cuius puncto dato quod sit a, linea æquædistantis lineæ e g, debeat produci, diuidatur itaq; linea e g, per æqualia in puncto r, 10. primi, & à puncto a ad punctum r ducatur linea a r, ducantur lineæ e a & g a, quæ sint axes uisuales concurrentes in puncto a, superficiei rei uisæ, patet ergo, quoniam axis e a æqualis est axi g a, per 35. huius, & linea e r est æqualis lineæ g r, & linea r a communis: erit ergo per 8. huius primi, angulus e r a æqualis angulo g r a, & ambo erecti, erit ergo linea a r perpendicularis super lineam e g, per diffinitionem lineæ perpendicularis, & à centris uisuum e & g ducantur æquedistantes lineæ r a. per 31. primi, quæ sint lineæ e z & g y, hæ ergo inter se sunt æquales & æquedistantes per 25. primi huius, & sunt in eadem superficie per primam primi huius, & quia communis sectio huius superficiei & superficiei rei uisæ transit per punctum a, & est per 33. primi æquedistans lineæ e g, palam quod ipsa linea z a y, est linea quæ quæritur, est ergo factum id quod proponebatur.

XL.

Omnes lineæ productæ ab ambobus uisibus ad idem punctum lineæ cum ambobus axibus pyramidum radialium angulos rectos facientis necessario sunt æquales.

Verbi gratia sint ut supra in proxima præcedente centra duorum uisuum puncta e & g, & superficiæ rei uisæ sint b c d f, in cuius puncto a concurrant axes e a & g a, & a puncto a, ad utraq; partem producatur linea una quæ sit r a u, rectos angulos continens cum utraq; axium, producaturq; à centrīs uisuum lineæ e u, g u, e z, g z, dico qd' lineæ e u & g u, sunt æquales inter se, & lineæ e z & g z, æquales inter se, quoniam enim axes uisuum æquales sunt per 35. huius, palam quod axis e a est æqualis axi g a, & angulus e a u æqualis angulo g a u, quoniam uterq; ipsorum est rectus ex hypothesis; sed linea a u, linea est communis in triangulis e a u & g a u. erit ergo per 4. primi basis e u



guliq; ad pñctū r sunt æquales, qā erecti, erit ergo p 32. primi, & p 4. sexti, linea e r æqua  
lis lineæ r g, producatūr; lineā r z, erit ergo per 29. primi lineā r a perpendicularis sup  
lineam k a l, & qm per 34. huius lineæ e a, g a & r a sunt in eadem superficie, & lineā z a  
est perpendicularis sup lineas e a & g a, ut patet ex hypothesi, ergo per 4. undecimi lineā  
z a est perpendicularis erecta super illam superficiē in qua sunt lineæ e a, g a, r a, ergo &  
super lineam r a. Item per 4. undecimi lineā k a erit perpendicularis super superficiē r z  
a, erit

2, erit ergo per 8. undecimi linea e r perpendicularis super eandē superficiē r z a ex diffi-  
nitione, ergo lineā erectā super superficiē erit lineā e r perpendicularis super lineā r z,  
qā ergo duorū triangulorū e r z & g r z anguli sunt æquales, qā erecti, & lineā e r æqlis  
est lineā r g, & latus r z cōmune erit per 4. primi, lineā e z æqualis lineā g z, & eodē mo-  
do de quolibet aliorum punctorum lineā z u demonstrandū, pater ergo ppositum.

XLI.

XLI.  
Omnes lineæ productæ ab ambobus uisibus, ad idem punctū lineæ cū  
ambobus axibus angulos obliquos facientis, necessario sunt inæquales.

Sit omnimoda dispositio ut supra in præcedente. Dico omnes lineæ ab ambobus uisibus ad idem punctum extra lineam  $u z$ , quæ sola cum ambobus axibus facit rectos, semper inæquales, signentur enim in lineam  $k l$  ut oportet, secante lineam  $u z$  duo puncta à puncto  $a$ , prout placuerit, distantia quæ fuit  $m \& n$ , & ducantur lineæ  $e m \& e n$ , dico quod lineæ  $e m \& g m$  sunt inæquales, & lineæ  $e n \& g n$  inæquales; ducatur enim à puncto  $r$  ad punctum  $m$  lineæ quæ sit  $r m$ , quoniam ergo angulus  $e r a$  est rectus, ut patuit in præmissa, palam, quia angulus  $e r m$  est minor recto, angulus ergo  $g r m$  est maior recto per 13. primi. In triangulis ergo  $g r m \& e r m$  latus  $r m$  est commune, & lineæ  $e r$  æqualis est lineæ  $g r$ , & angulus  $g m$  maior angulo  $e r m$ , ergo per 24. primi erit latus  $g m$  longius latere  $e m$ ; & similiter est de omnibus alijs punctis extra lineam  $u z$  argumentandū, patet ergo, oppositum. Ista tamen inæqualitas illarum linearum minus est sensibilis, cum puncta declinationis fuerint propinqua puncto coniunctionis.

XLII.

XLII.

Omnes lineæ ad puncta æquedistantia puncto conjunctionis axium in  
 linea cum ambobus axibus angulos obliquos faciente, ab alterius uisibus p  
 ductæ, necessario sunt æquales, & æquales cū illis lineis angulos cōtinentes.

Sit omnis dispositio ut supra in duabus præmissis, & sint  $m$  &  $n$ , puncta in linea  $kl$ , angulos obliquos faciente cum ambobus axibus æqualiter distantia à puncto  $a$ , qd' sit punctū coniunctionis axium, ita qd' linea  $m$  a sit æqualis a  $n$ . Dico q' protractæ lineæ ab alterius visibus ut  $e$  n &  $g$  m &  $e$  m &  $g$  n sunt æquales; cū enim axis  $e$  a est æqualis axi  $g$  a per 35. huius, & angulus incidentiæ axis  $e$  a, qui est angulus  $e$  a m, æqualis est angulo incidentiæ axis  $g$  a, qui est angulus  $g$  a n, ideo quia anguli  $r$  a m &  $r$  a n sunt recti, anguli quoq'  $r$  a e &  $r$  a g sunt æquales, ut hæc patent ex prædemonstratis in præmissis duabus propositionibus, remanent ergo anguli  $e$  a m &  $g$  a n æquales; sed & axes  $e$  a &  $g$  a sunt æquales, & linea  $m$  a æqualis est lineæ  $n$  a ex hypothesi, erit ergo linea  $g$  n æqualis lineæ  $e$  m per 4. primi, & angulus  $g$  n a æqualis angulo  $e$  m a, ergo in triangulis quoq'  $e$  m n &  $g$  n m per eandem 4. primi basis  $e$  m æqualis est basi  $g$  n. Et similiter demonstrari potest in omnibus alijs punctis similibus, lineæ enim  $g$  b &  $e$  f,  $g$  f &  $e$  b, &  $g$  k &  $e$  l,  $g$  l &  $e$  k,  $g$  c &  $e$  d,  $g$  d &  $e$  c omnes ut sic nominantur, & ut ab alternis visibus ad puncta æqualiter à puncto  $a$  distantia producuntur, necessario sunt æquales, patet ergo propositum, quocumq' etiam alijs lineis modo simili productis.

XLIII.

XLIII.

Secundum omnes lineas pyramidis radialis formarū fit certa cōprehensio à visu, magis autem secundum lineas axi uiciniore, & maxime per axem centrum foraminis unæ transeuntem.

Solus enim huius axis extendit secundum rectitudinem quousque perveniat ad locum girationis concavi nervi, & omnes alias lineas obliquantur, ut patet per 24. huius; forma ergo rei usque opposita medio superficiem usque, pervenit ad glaciale & vitreum secundum extensionem usque ad locum girationis nervi concavi; forma vero quae veniunt secundum lineas alias obliquantur, & quia dispositio formae obliquatae non est sicut dispositio formae extensae recte, quoniam obliquatio necessario ipsas alterat aliqua alteratione in certitudine comprehensionis: punctus ergo formae perveniens ad locum girationis concavi nervi

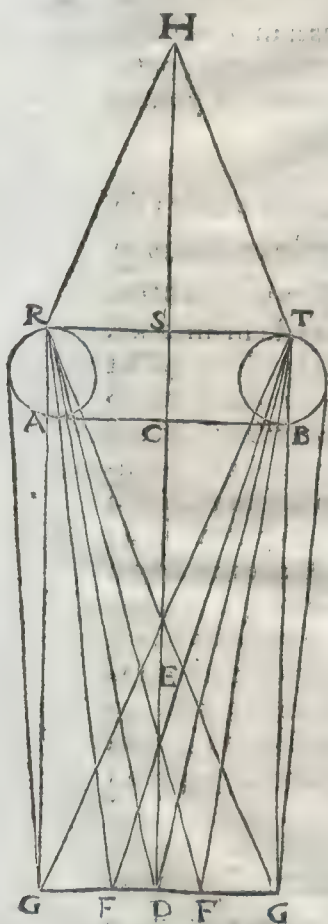


ui, qui extenditur secundū rectitudinē axis, est magis verificatus omnibus punctis for-  
marum, & quia obliquatio linearū uicinā axi est minor, & remotior maior, eo q. an-  
guli qui sunt ex lineis super quas ueniunt formæ, & ex perpendicularibus super axem pe-  
ductis in superficie obliquationis linearū uicinā axi, sunt acutiores, & remotior mi-  
nus acuti, ut patet per 36. huius; formæ uero, quarū obliquatio est minor, magis manife-  
stantur, q̃ formæ quarū obliquatio est maior; punctus ergo, qui est super axem, perueni-  
ens ad locum girationis nerui concaui, est manifestior omnibus alijs punctis, & certio-  
ris comprehensiois, & qd' est propinquius illi, est manifestius remotiore ab illo; & simili-  
ter est de forma peruenientē in neruum cōmunem, ex quo comprehendit uirtus sensitua  
formas rerum, patet ergo propositum.

XLIIII.

Puncto conjunctionis in axe cōmuni existente, certissima fit uisio, propinque uero illi axi ad hæc certa, remotius uero minus certa.

Sit linea connectens centra foraminū unee quæ a b, & sit linea c e axis cōmunis, pñ  
ctus quoq; conjunctionis in ipsa linea c e sit d, in quo cōcurrant axes a d & b d, & sit me



cidentes, in concavitate nervi communis circa punctū h unijuntur, non tamē secundū per-  
fectionem prioris dispositionis; uidetur itaq; & tunc res certa uisione, non tñ in gradu  
certitudinis prioris; cum uero coniunctionis punctus fuerit remotā extra communem  
axem, qui est e, ut in puncto g, ad quācūq; differentiam positionis hāc contingat, tūc  
ad hāc punctus rei uisā, in quo duo axes concurrūt, infigitur ipsi puncto h. Sed formā  
residuoꝝ punctoꝝ illius rei uisā infixā in circuitu puncti h, non recipient dispositionē  
prioribus duabus similem, neq; erit illorum punctoꝝ uisio bene uerificata, sed rema-  
net minus certa, patet ergo propositum.

Omne

## XLV.

XLV.

Omne uisum in puncto coniunctionis duorum axium uisualium certius uidetur, eo q<sup>d</sup> per radios axibus propinquos, & secundū remotionē ab axibus gradus certitudinis decrescit, ex quo patet, q<sup>d</sup> puncta sup<sup>er</sup>ficiē rei uisæ æqualiter distantia à puncto coniunctionis, similiter uirtuti uisui offerentur.

Quoniam enim, ut patet per 43. huius, secundum omnes lineas cuiuslibet pyramidis radialis sit certa comprehensio formae uisibilis à uisu, magis autem secundum lineas axi uiciniores, & maxime per axem centrū foraminis unearum transeuntem; in puncto autem conlunctionis concurrunt duo axes per 32. huius, palam ergo, cum uirtus duplicata sit fortior sui medietate, quod in puncto conlunctionis certior sit uisio secundum totam superficiem rei uisae, quae est basis ambae pyramidum uisionis, & secundum proportionem duplici ad duplici, quae est similitudo ad simplicem, secundum lineas uero radiales quae sunt propinque axibus sit minus certa uisio quam per axes, quoniam formae punctorum peruenientes ad uirtutem sensitivam, non perueniunt directe ad medium communis nerui, unde non fit adeo perfectum de illis iudicium, ut de formis peruenientibus per ipsos axes: secundum remotionem uero illarum linearum ab axibus gradus certitudinis uisionis decrescit, quia cum partes superficiei rei uisae quibus axes incidunt, & partes illis proxime manifestius uideantur per 43. huius secundum partes remotiores illius superficiei, quibus incidunt extremae lineae longitudinis pyramidis radialis, est debilissima certitudo uisionis, & secundum alias partes medias sit media dispositio certitudinis, secundum quod plus accedunt axibus, uel secundum quod ab illis plus remouentur, palam ergo, propositum, & per hoc patet corollarium, quoniam in punctis superficiei rei uisae aequaliter à puncto coniunctionis distantibus eadem est ratio certitudinis uisionis hinc & inde. quoniam illarum formae aequaliter in superficie ipsius uisus, & ex consequenti in superficie nerui communis semper figurantur, patet ergo totum quod proponebatur.

XLVI.

Omne uisum in quo concurrunt duo axes uisuales, uel radij illis propinqui, uidetur semper unum.

Quoniam enim formæ per axes radiales peruenientes ad uisum æqualiter incidunt uisibus ambobus per 35. huius, per 30. huius æqualiter perueniunt ad medium punctum concauitatis nerui, concurrunt ergo ambæ illæ formæ ad punctum unum, & una ipsarum supponit alteri, & sunt forma una, & quoniam omnia uisa nobis assueta semper sunt opposita ambobus uisibus, & ambo uisus aspiciunt ad quodlibet illorum uisibiliū, propter quod duo axes duorum uisuum semper cōcurrunt in uno puncto illorum uisibiliū per 32. huius, & positio radiorum residuorum qui circūstanciant cōmuni puncto ipsorum est positio cōsimilis per 37. huius, maxime quoniam non differunt in remotione à duobus axibus maxima differentia: propter hoc ergo quodlibet uisorum assuetorum uidetur ambobus uisibus unum, & quia ut pmissum est, patet per 37. huius, quoniam omnes formæ punctorum æqualiter circūstantiū puncta, quæ superficiebus uisuum incidunt secundum axes radiales ad puncta æqualiter circūstantia mediū punctum nerui cōis cōsimiliter pertingunt: lineæ uero radiales propinque axibus uisualibus, quia non multum oblique incidunt uisibus, ideo non multum oblique refringunt, quoniam ipsarum refractionis est secundum angulos minores per 36. huius, directius ergo perueniunt ad concauitatem nerui, & contingunt ergo se circa medium punctum concauitatis nerui, & supponuntur sibi adinuicem, fiuntque forma una, & hoc proponitur.

## XLVII.

XLVII.

Omne uisum in quo concurrunt axes communis, & unus axium uisualium comprehenditur semper unum.

Axis enim communis adiuvat certitudinem comprehensionis, & axis uifualis uni-  
cus unam tantum formā regulariter dispositam imprimit medio puncto nerui cōmu-  
nis, uidetur ergo una tantum forma, quia tunc non fit refractio alterius formæ ad ali-  
quā partē nerui distinctā secundū partē uel secundū remotionē, patet ergo ppositum. Nulla

Nullā



## Nullum uisum simul totum æqualiter uidetur.

Quoniam enim siue aliquod uisum existat in axe communi, siue extra illam, semper punctum eius cui incidunt axes uisuales certius uidetur, quæ puncta quibus incidunt radij, propinqui, & illa puncta certius uidentur, quæ puncta quibus incidunt radij remoti per 45. huius, patet quod nullum uisum totum simul æqualiter uidetur, cum enim omnia puncta ipsius communiter per oēs tres axes, uel saltem per duos uisuales motu oculi transcurra fuerint, tunc solum æqualiter est totum uisum, quoniam tunc forma cuiuslibet sui puncti infigetur puncto medio concauitatis nerui, & erit semper noua dispositio totius formæ circa punctum illud, magis ergo æqualiter perpendet tunc partium æqualitas adinuicem in omnibus dispositionibus suis, tunc ergo tota res æqualiter uidebitur; nullus autem motus est in instanti, sed solum in tempore, palam ergo, quod nullum uisum simul totum æqualiter uidebitur, sed bene est possibile ipsum totum simul uideri inæqualiter, quoniam omnia puncta formæ opposita uisui, à quibus lineæ rectæ possunt produci ad uisum, simul multiplican ad uisum, quous secundum diuersitatem angulorum diuersimode secundum diuersas partes uideantur: parua tamen corpora & propinqua diamentrorum æqualius uidentur, quæ corpora diamentrorum maiorum; remotiores enim partes à puncto confectionis non adeo bene certificantur, ut propinqua per 45. huius; & si uisum fuerit unius coloris uniforme, minus accidit in eo inæqualitatis, quæ si fuerit plurium colorum, aut si fuerit in ipso lineatio, aut pictura, aut aliæ subtiles intentiones, tunc enim forma extremiorum erit magis dubitabilis, & non bene certificata; hæc enim comprehendunt per lineas radiales motas ab axe, patet ergo, propositum.

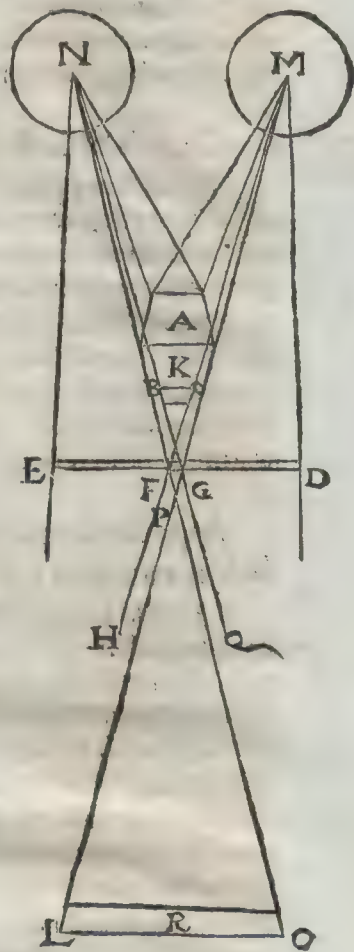
## Impossibile est plura simul æqualiter uideri.

Quauis enim uisus quandoque eodem tempore opponat multis uisibilibus diuersi coloris, inter quolibet quarum & uisum produci, possunt lineæ rectæ in aëre continuato medio inter eas & uisum, perueniantque formæ lucis & coloris, quæ sunt in rebus uisibilibus ad superficiem uisus, & in eodem tempore & forma cuiuslibet ipsarum ad quolibet partem superficiei uisus, propter earum directam oppositionem, & licet uideantur in eodem tempore uisibilia diuersi coloris opposita uisui, & sic tota superficie uisus sint multa lumina diuersa & multi colores diuersi, quorum quilibet implet superficiem uisus sibi oppositam, prout incidit perpendiculariter uel oblique, tamē ut patet per 17. huius, non fit distinctio uisio nisi solum secundum perpendiculares lineas à punctis rei uisæ ad oculi superficiem productas, & secundum hæc distinguuntur formæ secundum distinctionem partium superficiei uisus, in quas solum incidunt perpendiculares, & licet sic perueniant ad superficiem uisus formæ admixtæ luminibus & coloribus diuersis, uisus tamen comprehendit omnes formas secundum ipsarum proprietatem: non est ergo impossibile plura simul uidere, sed inæqualiter & indistincte, nam licet, ut patet per 17. huius, humor glacialis sentiat formam unius rei secundum suum esse, & figuram ordinatam in sui superficie secundum ordinem quam habet in superficie rei uisæ, extra poterit etiam sentire in illa dispositione formas aliarum rerum uisarum præter illam rem uisam ex pyramidibus distinguuntur ex sua superficie alias huius rei partes, & poterit sentire formam cuiuslibet illarum rerum uisarum secundum suum esse, & sentire situs eorum adinuicem, non tamen æqualiter: sed perfectius illud quod uidet secundum pyramidem, cuius axis incidit per centrum circuli uisæ ipsi centro uisus, minus uero perfecte alia, quorum pyramidum axes incidunt secundum alia puncta superficiei dicti circuli, ut patet per 43. huius, illorum enim omnium axes sunt longiores, etiā si ab eadem distantia pcedant; aspiciens itaque quoniam fuerit oppositus multis rebus uisibilibus, & uisus eius fuerit quietus, inueniet rem oppositam medio sui uisus manifestiorē illis quæ sunt à parte laterum illius medij, & quod est propinquius medio & manifestius, & quod est remotius, erit minus manifestum, ut hæc omnia patent per 43. huius, est ergo impossibile plura simul æqualiter uideri, quoniam impossibile est axem pyramidis radialis transcurrere per centrum uisæ simul pluribus punctis ne dum superficiebus incidere per 30. primi huius, patet ergo propositum.

Inter

## Interpositis sibi diuersis uisibilibus, remotiorum quandoque secundum aliquid uisio impeditur.

Exempli causa sint duo puncta n & m centra duorum uisuum, & sit r punctum cuiusdam rei uisæ, quæ sit lo, remotior ab ambobus uisibus quæ sit res uisæ, quæ sit b k c, in cuius puncto k concurrant ambo axes uisuales, quæ sunt m k & n k, sitque punctum r taliter positum, ut ipsum protractis axibus n k ad punctum q, & m k ad punctum h interceptatur inter axes, nihilque eius capiat per interpositio nem rei uisæ quæ est b c, sit autem uisibile e d remotius quæ sit ipsum b c, & propinquius puncto r inter duos axes taliter disposita, ita quod lineæ n b & m c protractæ, & concurrentes in ipso p, aliquam partem eius interceptant quæ sit f g; lineæ uero m p & n p intersecantes se in puncto p, protractæ contingunt periferiam corporis, in quo est punctum r in punctis l & o, sit uero a quoddam uisum proximum uisui cadens inter axes m k & n k, dico quoniam uisus comprehendit in eadem hora in simul formas uisibiles quæ sunt b c & e d & r, quod quoniam impeditur secundum aliquid uisio ipsius e d, quoniam impeditur secundum sui partem quæ est f g, quæ cum sit obumbrata uisui per interpositionem uisibilis quæ est b c, patet quod forma illius partis non perueniet ad uisum, neque seruabit in neruo cōis; forma uero uisibilis remotioris quæ est lo, in quo est punctum r, quoniam ipsum cadit inter lineas n b & m c, secantes se in puncto p, quæ productæ ultra punctum p, suis terminis l & o incidunt, patet quod perueniet ad uisum, non impediēte uisibili b c, quia tamen in nullo eius puncto concurrunt axes uisuales, forma eius uidebitur inordinate secundum situm earumdem partium ipsius formæ, quæ sibi directe non supponunt, ut ostensum fuit in 37. huius, ergo erunt inordinate secundum remotiorem à puncto medio nerui cōis, quæ remotio erit huic inde in æqualis, propter diuersitatem incidentiæ ipsarum linearum, per quas adueniunt eadem puncta formæ, ut sunt lineæ m l & n l respectu formæ puncti l, & lineæ m o & n o respectu formæ puncti o, pars tamen uniuersi, quæ attēdit secundum dextram uel sinistram, sursum uel deorsum partium ipsius formæ non mutatur, uisum enim b c cum sit minus uisio lo, in quo est punctum r, quoniam in puncto k rei b c coniunguntur duo axes m k & n k, tunc forma uisibilis b c sit in duobus locis duarum uisuum consimilis positionis, & forma uisibilis quæ est lo diuersificabitur secundum situm partium suarum formæ, & secundum remotiōem inæqualem à puncto medio nerui cōmunis, quoniam est magna diuersitas in angulis reflexionis suarum partialium formarum, sicut & in angulis incidentiæ earundem, ut hoc patere potest per 36. huius, non tamen erit error in parte uniuersi, quia formæ partium suo ordine disponunt, ut sunt in re, & res uidebitur una, quod non accidit in forma uisibilis. si ipsius a, quod propinquius uisui est, si ipsum parua fuerit quantitatis, & non sit in illorum corporum positione differentia sensui, ita quod corpus a cadat inter axes m k & n k, quoniam itaque ambo uisus ambas res uisas, in quibus sunt r & d e, comprehendunt, & quando duo axes fixi sunt in uisio b c, secundum loca non obumbrata instituitur illarum rerum uisarum d e & lo, formæ duobus locis duorum uisuum, & sunt consimilis positionis in parte uniuersi, & non in remotiōe à puncto medio nerui cōmunis, aut non omnes partes earum erunt consimilis positionis in remotiōe à duobus axibus, nec forma eorum erit certificata: de uisio uero a, quæ est proximum uisibilibus, quoniam ipsum cadit inter axes m k & n k, & est propinquius uisui, quia enim figuntur in ipso axes, potest fieri positio eius in respectu amborum uisuum diuersa in parte ipsius uniuersi, ita, ut nec uideatur ad sinistram nec ad dextram, quoniam forma ipsius quantum est de se ad nullam partium uniuersi secundum respectum puncti medij ipsius nerui concaui, cui axes uisuales





uifuales incident, ordinatur. Sic ergo uifu existente fixo interpositis sibi diuersis uisibili-  
bus, remotior: quādoq; secundū aliquid uisio impeditur, ut patet. Cū autē uisus fuerint  
moti, & axes fuerint coniuncti in unoquoq; uisibiliū cōprehensōe, in simul tūc formā  
omniū uisibiliū cōprehendēt simul in ambobus uisibus cōsimiles in parte & remotiōe,  
& cōprehendēt secundū modū suā certitudinis formā uniuscuiusq; uisibiliū: huius  
aut rei totius ratio est hāc, quia certitudo uisionis sit secundū axes, & uisio sit per multi-  
plicationem formā uisibilis in uisum, quā uero nūq; tunc per corpus interpositū impe-  
ditur, cum linea multiplicationis formā aliam superficiem corporis mediū oppositam ui-  
sui aliquāliter attingit, & hoc est quod uolebamus.

LI.

Omnia uisio fit uel per aspectū simplicē, uel per intuitionē diligentem.

Aspectum primū simplicem dicimus illū actum, quo primo simpliciter recipitur in  
oculi superficie forma rei uisae; intuitionem uero dicimus illū actum, quo uisus uerā cō-  
prehensionem formā rei diligenter prospiciendo perquirat, non contentus simplici rece-  
ptione, sed profunda indagine: uisus itaq; per aspectū simplicem comprehendit inten-  
tiones manifestas, quae sunt in rebus, nec certificāt illas, per intuitionē uero cōsiderat oēs  
intentiones partiū formā uisae occultas aspectui, & certificāt omnes dispositiones illius for-  
mā uisae, & quia aspectus simplex potest esse sine intuitionē, quā intuitio non potest esse  
sine simplici aspectu, patet qd omnia uisio aut fit per unum istorum modorum, aut per  
aliū, & hoc est propositum.

LII.

Aspectu simplici secundum totam pyramidem uisualē existente possi-  
bili, intuitio fit solum secundum incidentiam axis pyramidis uisualis.

Quoniam enī, ut patet p. praemissam, aspectus simplex est solū receptio formā sensibi-  
lis in superficie uisus, palam qd ipsa sit secundū totam pyramidem uisualē, quālibet enim  
ppendiculariū siue lineā radiālī illam pyramidem constituentū per 17. huius, addu-  
cit aliquā formā puncti superficiē rei uisibilis quā tūc aspiciat uisus: quia uero intuitio  
certificat ueritatē formā cōprehensarū, certificatio uero oīm formā uisibiliū p. sit p.  
axes pyramidis uisualis, qd per aliquā aliarū lineā illius pyramidis per 43. huius, patet  
qd intuitio fit solū per incidentiam illius axis: cū ergo uisus fuerit fixus oppositus alicui  
rei uisae, quae fuerit alicuius quantitatis, & illud qd opponitur medio uisus ex illa re uisa  
fuerit, siue per axem uisualē aut prope illum, tunc erit ipsum qd est in axe, uel qd appro-  
ximat axi, manifestius residuis partibus rei uisae: si itaq; uidens uoluerit certificari de for-  
ma totali rei uisae, mouebit ambo uisus, donec medium eius opponatur cuilibet partiū,  
uel punctū superficiē rei uisae sibi oppositae, & tunc quia ambo axes radiales per 32.  
huius incident uniuersū punctū, fiet hoc modo intuitio completa totius formā, quoniam  
am enim uisus fuerit oppositus rei uisae, tunc sentiens comprehendit totam formā cō-  
prehensione qualicūq; per 43. huius, & partem quae est apud extremū axis comprehen-  
det uerā comprehensionē, deinde mutatis axibus ad aliud punctū, tunc idem punctum  
uerius cōprehendit: & tūc cū hoc tota forma prius cōprehēsa cōprehendatur secundo,  
& etiā illē punctus in quo prius fixi fuerunt axes, & cū axes mutabūtur ad punctū tertium,  
fiet tertio cōprehensio totius formā, & etiā illo puncto qbus prius axes incidebāt, &  
ita scdm numerū puncto qbus incidūt axes, numeratur cōprehensio totius formā, sem-  
per tñ punctus, cui axes incidūt, certius alijs punctis cōprehendit. Sic ergo intuens p. mo-  
tum axiū cōprehendit certitudinē cuiuslibet puncti rei uisae, & insup reitrat frequen-  
tationē cōprehensionis totius formā scdm numerū puncto qbus incidūt ipsi axes, appa-  
ret ergo uisui tunc omne id quod possibile est apparere in forma illius rei uisae, & non  
certificabitur forma rei uisae, nisi post motus uisus secundum suos axes radiales super  
omnes partes uel puncta superficiē rei uisae, nec enim intentiones subtiles, quae sunt in  
re uisa, apparent uisui nisi per motum uisus, & per transitum axis, aut radialium linea-  
rum, quae sunt prope ipsam, super quamlibet partem rei uisae, & etiam si res fuerit  
infimae

infimae paruitatis, & non fuerit opposita uisui, nō intuebitur illam uisus intuitionē per-  
fecta, nisi donec moto uisu axis radialis transierit per omnes particulas uel puncta illi-  
us rei, sic ergo fit solum intuitio secundum axis pyramidis radialis incidentiam, quā a-  
spectus simplex fiat secundū omnes lineas radiales totius pyramidis uisualis, patet er-  
go propositum.

LIII.

Axis radialis in toto motu ipsius oculi semper manet fixus in suo situ,  
quoniam ille motus oculi est insensibilis uelocitatis.

Motus enim axis super partes rei uisae non est per girationem axis a loco centri ipsi  
us uisus, & per motum eius per se super partes rei uisae, patet enim per 24. & 12. huius, qd  
linea axis extenditur recte usq; ad locum girationis nerui, super quem componitur ocu-  
lus, & qd situs eius a uisu non mutatur, sed cum totus oculus mouetur in oppositione rei  
uisae, & medium oculi, in quo est sensus uisus, opponitur cuilibet partem rei uisae, tūc  
axis transit per quamlibet partem rei uisae, & secundum istum modum tota forma cu-  
iuslibet partis rei uisae extenditur ad uisum semper secundum rectitudinem axis, & erit  
giratio axis immutabilis a loco suo respectu omnium partium & tunicarum oculi, sed  
cum girabitur axis in concauo ossis cum motu totius oculi, & cum uisus uoluerit intue-  
ri rem uisam, & inceperit intueri in extremitatem rei uisae, & tunc extremum axis su-  
per extremitatem rei uisae, eritq; in dispositione maior pars totius rei uisae in parte sup-  
ficiē uisus, declinante autem obliqua ab axe ad aliam partem praeter partem super quā  
est axis, quoniam forma eius erit in medio uisus & in loco axis, eritq; residuū formā ob-  
liquū ad aliam partem ab axe: & cum uisus post illam dispositionem mouebit super ali-  
quā diametrū rei uisae, trāsfert axis ad partē sequentē illā partē rei uisae, & erit forma pri-  
mae partis declinans ad locū aliū oppositū loco ad quē mouet axis, & nō cessabit forma  
declinare qd in mouet axis sup illā diametrū, quāq; axis pueniat ad ultimū illius diame-  
tri rei uisae, qd est pars alterius rei uisae, & sic erit forma totius rei uisae in ista dispositiōe ob-  
liqua uisui & puncto opposito ipsi axi, etiam cui prius fuit obliqua axe radiali in alijs  
punctis diuersis incidente, praeterq; ultima pars & extrema ipsius rei uisae quae remane-  
bit sup axem, & in medio uisus & axis, in isto toto motu erit fixus in suo situ qd trāsi-  
tum uniformē omnium tunicarum oculi, patet ergo illud quod proponebatur.

LIIII.

Axis in motu intuitionis nūq; fit basis anguli quem respicit superficies  
rei uisae, neq; semper secāt angulum quē respicit aliqua diametrū rei uisae.

Quia enim iam ostensum est in praecedente theoremate, qd axis in toto motu oculi  
ad intueundum semper manet fixus: si ergo axis fieret basis angulo quē respicit superfi-  
cies rei uisae, oporteret immotas remanere lineas illum angulum continentes, & moue-  
ri axem, hoc autem nō esset possibile, nisi quoniam axis moueretur per se toto oculo qui-  
escente, & quia hoc est impossibile per praecedentem, totus enim oculus mouetur apud  
intuitionem, & axis mouetur per motum eius, & moto axe mouentur omnes lineae con-  
tinentes angulum pyramidis, & tota pyramis uariato axe uariatur: incidente enim axe  
radiali diuersis punctis superficiē rei uisae, licet idem remaneat uertex pyramidis, & etiā  
am eadem basis sit. Variato tamen axe, causatur semper noua pyramis, quamuis uide-  
atur semper una, ideo quia motus oculi est insensibilis uelocitatis: per hunc itaq; motū  
comprehendit uisus quodlibet punctum superficiē rei uisae uisui medio in puncto scili-  
cet axis, & per hunc modum mouetur forma rei uisae ad ipsam superficiem uisus, & mu-  
tatur pars superficiē uisus in qua prius fuit forma, quoniam forma rei uisae apud mo-  
tum axis erit in una parte superficiē uisus post aliam partem superficiē uisus, quotiens  
enim comprehenderit uirtus sentiens partem rei uisae, quae est apud extremum axis, to-  
tens comprehendit cum hoc totam superficiem rei uisae, & comprehendit totam illam  
partem superficiē uisus, in qua puenit forma totius rei uisae, quae semper est alia & alia,  
quādiū itaq; axis cadit in aliquod punctum diametri rei uisae non terminantiū ipsam  
diame-



diametrum, tunc axis diuidit angulum, cui in centro uisus subtenditur illa diameter, sed cum incidit ipsi termino diameter, tunc ipse axis fit una linearum continentium illi angulum, non ergo secatur semper illi angulum, quod est propositum.

LV.

Neceffe est omnem uisionem quæ fit aspectu simplici fieri in instanti.

Si enim fiat aspectus simplex in tempore, quantumcunque paruum sit illud tempus, erit ipsum pars magni temporis, & quoniam non datur uisio fieri in tempore nisi per distantiam uisibilis ab ipso uisu, palam tunc, quod secundum spacium distantiae uisibilis a uisu multiplicabitur & tempus, producat itaque linea a b c d, & sit uisus ad punctum a & aliquid uisibile sit apud punctum b. Cum itaque, ut dictum & declaratum est in 6. huius, forma puncti b multiplicatur ad uisum, si hoc fiat in tempore quocunque, etiam forte imperceptibili, sit aliud uisibile in puncto c, & sit spacium a c multiplex spacio a b, erit ergo tempus, in quo forma puncti c multiplicatur ad uisum a, & si hoc tempus nondum sit sensibile, sicut in ulterius ori puncto uisibile d remotiori a uisu a, quod est ipsum c, sitque spacium d a multiplex spacio c a, ergo erit ipsum magis multiplex spacio b a: forma itaque puncti d multiplicabitur ad uisum a in tempore multiplici tempori, in quo peruenit ad uisum forma puncti c, sed in pertransitu formæ puncti d per ipsum spacium a d non requiritur in ipsa operatione uisionis uia plus temporis, quam in spacio a b: apertis enim oculis æque cito uidentur remota & propinqua, neque enim est sensibilis differentia temporis, quo mouetur res proxima, aut alia qua stellarum fixarum, cuius ferè distantia est secundum mundi semidiametrum, quæ est maxima linearum naturalium entium: impossibile est ergo uisionem, quæ fit aspectu simplici, fieri in tempore, sed necesse est omnem huius uisionem, quantum ad aspectum simplicem, fieri in instanti & subito, eius itaque principium non differt ab eius fine, & hoc est propositum.

LVI.

Omnem intuitionem in tempore fieri est necesse, tempusque intuitionis intentionum uisibilium diuersatur secundum diuersitatem intentionum formarum intuitarum.

Cum enim, ut patuit in 5. huius, intuitio sit actus uirtutis uisionis, quo uisus ueram comprehensionem formæ rei uisæ diligenter perspicendo perquirat, & semper in ipsa intuitionem axes radiales per omnia puncta superficie rei uisæ moueant, ut declaratum est per 5. huius: cum ergo omnis motus sensibilis fiat in tempore sensibilis, ideo, quia ut alibi declarauimus, tempus est proportionale motui, palam, quia omnium intuitionum in tempore sensibili fieri est necesse: tempus quoque intuitionis diuersatur secundum diuersas intuitiones formarum uisibilium eorum, quæ quis intuetur, cuius exemplum est, ut si uisus comprehendat animal longum multorum paruorum pedum, quod moueatur, tunc primo per modicam intuitionem comprehendit motum eius, & per motum comprehendit ipsum esse animal, deinde per modicam intuitionem in pedibus comprehendit ipsum esse multorum pedum, ex comprehensione distantiae inter pedes, non tamen cognoscit numerum ipsorum pedum, & deinde diligentius intuens cognoscet numerum pedum pluri intuitionem & maioris temporis conatu: comprehensio ergo animalitatis eius erit in paruo tempore, & comprehensio multitudinis pedum erit in tempore maiore illo tempore priori, in quo cognitum est ipsum esse animal: numerus autem pedum erit ad hoc in tempore maiori aliquo illo tempore, oportet enim uisum intueri quemlibet illo tempore pedum, & numerare illos, erit autem quantitas temporis intuitionis pedum secundum numerum multitudinis uel paucitatis pedum, & hoc etiam patet per diuersitatem aliarum uisibilium intentionum: tempus itaque intuitionis intentionum uisibilium formarum, quarum una est numerus, diuersatur secundum diuersitatem intentionum formarum intuitarum, patet ergo propositum.

LVII.

Visus non potest comprehendere ueram formam rei uisæ primo aspectu simplici, sed post diligentem intuitionem.

Cum

Cum enim formæ uisibilium sint compositæ ex multis intentionibus particularibus, quibusdam illarum existentibus grossis, primo aspectui se offerentibus, quibusdam uero subtilibus ualde, ut sunt lineatiões minutæ & colores minutatim dispersi, & similia quæ primo aspectui qui est instantaneus per 5. huius, statim se offerre non possunt, unde indigent tempore ut uideantur, post diligentem ergo intuitionem uidebuntur, & non prius: uisus enim non comprehendit ueram formam rei uisæ nisi per comprehensionem omnium intentionum particularium quæ sunt in illa forma, patet ergo quod forma rei uisæ in qua subtiles sunt intentiones, non comprehenditur a uisu secundum ueritatem sui esse primo aspectu, sed post intuitionem diligentem, & quoniam etiam in formis in quibus non sunt subtiles intentiones, uisus illarum carentium a primo aspectu diiudicare non potest, ideo etiam tunc est opus intuitionem, nec enim potest certificare ueritatem formæ nisi post diligentem intuitionem cuiuslibet partis illius formæ rei uisæ: palam itaque quia uisus nunquam potest comprehendere ueram formam rei uisæ in primo aspectu, sed solum post diligentem intuitionem, & hoc proponebatur.

LVIII.

Intuitus repetiti plus figunt & certificant formas sensibiles in anima remanentes.

Cum enim uisus comprehendit aliquam rem uisam, & fuerit certificata forma eius apud sentientem, tunc forma illius rei uisæ remanet in anima, & figuratur in imaginatione ipsius uidentis, ut in naturalibus animæ passionibus declaratum est, & si terminabitur comprehensio rei uisæ, tunc est forma eius magis fixa in anima quam forma rei semel uisæ, quia uisus raro comprehendit perfectam rem rei semel uisam, sed semper ex iteratione uisionis peruenit forma denuo ad animam, & renouatur forma prius uisa apud animam, & si aliquid ex intentionibus illius formæ obliuioni traditum est restauratur, & si prius uisum non est recuperatur: anima autem, per formam secundam rememoratur formam primam, & cum pluries iteratur euentus eiusdem intentionis super animam, erit anima magis rememorans illam intentionem, & sic erit illa forma magis fixa in anima sed & magis certificata, quia in prima uisione, in qua forma rei uisæ uenit ad animam, forte anima non comprehendit omnes intentiones quæ sunt in illa forma, neque certificabit ipsas, & cum forma redierit secundo, comprehendit anima ex ea aliud quod in prima uice non comprehendit, & quanto magis forma iterabitur super animam, tanto magis manifestabitur ex ea quod prius non apparebat, & cum anima comprehenderit intentiones subtiliores formarum, magis certificabitur sibi esse totius formæ, patet ergo ex his, quia intuitus repetiti erunt certiores, ut proponitur.

LIX.

Nullum uisibilium comprehenditur solo sensu uisus nisi solum lucis & colores.

Sola enim hæc cum sint per se uisibilia, sicut in suppositionibus huius libri præmissum est, patet quod ipsa sunt priora omnibus alijs uisibilibus, unde ipsa sine alijs offeruntur uisui, ut sine situ figura et similibus, alia uero non offeruntur uisui sine illis, uisibili enim actu lucem non participantem impossibile est aliud uideri, ut patet per primam huius, circa lucem ergo et colorem non fit aliqua alia operatio animæ nisi sola sensatio uisionis, lux enim quæ est in corpore illuminato comprehenditur a uisu secundum suum esse per se ex ipso sensu, lux uero et color quæ sunt in corpore colorato et illuminato comprehenduntur a uisu simul, et admixta comprehenditur aut utrunque illorum in solo sensu uisus, lux enim prima comprehenditur a uisu ex illuminatione corporis sentientis quod est de substantia oculi, et color ex alteratione formæ eiusdem corporis sentientis et eius coloratione cum admixtione lucis, quæ est hypostasis coloris: sicut enim forma coloris comprehendit in peruentu formæ lucis primæ solam lucem, sic in peruentu formæ coloris comprehendit lucem coloratam, ergo hæc duo comprehenduntur solo sensu uisus sine alijs animæ potentijs et operationibus, quod non accidit in aliquo aliorum uisibilium.



inuisibilem, quoniam illa quasi plura à pluribus sensibus sentiuntur, et sine aliqua ipso solo sensu uisus sentiatur, & non alijs sensibus particularibus hoc accidit, uel ex isto rum aliqua participatione, uel istorum priuatione, sicut est in diafonitate & opacitate, tenebris & umbra, in quibus necessaria est ratio cōferens hinc inde, quæ non est necessaria in comprehensione lucis & coloris, patet ergo propositum.

LX.

Omne uisibile aut comprehenditur à uisu solo simpliciter, aut cum ratione & distinctione.

Vt enim patet per præcedentem, lucem & colorem per se simpliciter comprehendit solus uisus, sunt tamen plura aliorum quæ de numero uisibilium sunt supposita, quæ uisus quidem comprehendit non tamen simpliciter per se ipsum, sed alijs actionibus animæ accedentibus, & sunt plura talia uisibilia, quorum comprehensio non est puro sensu uisus, quoniam uisus quando comprehendit duo indiuidua eiusdem speciei et formæ eodem tempore, tunc comprehendit duo indiuidua et comprehendit quod sunt similia, sed similitudo duarum formarum non est ipsæ formæ ambæ neque una ipsarum, sed neque forma tertia propria consimilitudini, sed est conuenientia illarum duarum formarum in aliquo, non ergo comprehenditur duarum formarum similitudo nisi ex operatione unius ipsarum ad alteram, non fit ergo similitudinis comprehensio per solū uisum, sed ex potentia animæ, quam dicimus rationem per actum ratiocinationis diuersas formas uisas ad inuicem comperantem, et etiam quando uisus uidet duos colores albos, quorum unus est albior alio, comprehendit amborum albedinem, et quod alterum est fortioris albedinis, comprehendit ergo similitudinem illorum duorum alborum in albedine, et diuersitatem illorum in fortitudine & debilitate: distinctio uero inter illas duas albedines non est ipse sensus albedinis, quoniam sensus albedinis est ex albatone superficie uisus, quæ fit ab utroque albedine, distinctio autem illarum albedinum fit propter diuersitatem actionis illarum duarum albedinum in ipsum uisum, non est ergo illa distinctio à solo sensu, sed est ab alia uirtute animæ, quam dicimus distinctiuam; & similiter est de comparatione & distinctione aliarum sensibilibus formarum: nihil enim illorum accipitur solo uisu, sed ratione & uirtute distinctiua coadiuuantibus; uisus enim per se non habet uirtutem distinguendi, sed uirtus distinctiua animæ distinguit omnia illa mediante uisu, patet ergo propositum.

LXI.

Ex intentionibus formarum indiuidualium sæpius intuitarum remanet in anima fixio, & certificatio formæ uniuersalis existens uisui principium cognoscendi omnia indiuidua eiusdem speciei.

Quia enim quodlibet uisibilem indiuidualium habet formam & figuram, in quibus conueniunt omnia indiuidua illius speciei, quæ diuersantur solum intentionibus particularibus cōprehensibilibus per sensum uisus, & forte erit in omnibus illis indiuiduis color unius modi, ut quasi uniuersaliter indiuiduis autem, ut cigno coruo pica & graculo & similibus, in quibus est uniformitas coloris conueniens toti speciei uelut in pluribus, quæ iam uidimus coruum album & uisum album, si itaque forma & figura & color & omnes intentiones, ex quibus cōponitur forma cuiuslibet indiuidui speciei, est forma uniuersalis totius speciei, & uisus comprehendit illam figuram & formam et colorem et omnium illorum intentionem, quæ conueniunt illi speciei, tunc anima iudicabit illud particulare uisum esse indiuiduum illius speciei, non tamen propter hoc cognoscet unum indiuiduum ab alio indiuiduo eiusdem speciei distinctum, donec comprehendit etiam intentiones particulares per quas diuersantur indiuidua, et donec illæ quiescerint in anima et in ipsa uirtute imaginatiua, tunc enim aliquo prius uisorum indiuiduorum ipsi uisui occurrente per intuitionem indiuiduorum illius speciei, cuius forma est apud animam, iterabitur à uisu intuitio illius formæ uniuersalis quæ est illius speciei, cū diuersitate formarum particularium illorum indiuiduorum, et cū illa forma uniuersalis per intuitionem alterius indiuidui

indiuidui eiusdem speciei comparabitur in anima, tunc figetur in anima et quiescet, & diuersitate itaque formarum particularium uenientium ad uisum cū formis uniuersalibus apud intuitionem, comprehendet anima diuersitatem indiuiduorum eiusdem speciei, et per conuenientiam accidentium uisibilium in diuersis indiuiduis cōprehendet, quod forma in qua conueniunt omnia indiuidua illius speciei est forma uniuersalis illorum omnium. Sic remanet ergo in anima forma uniuersalis, & in eius uirtute imaginatiua, & est illa forma uisui principium cognoscendum omnia indiuidua eiusdem speciei, quantum ad illud quod est in ipsis ex intentionibus uniuersalibus indiuiduatum & de intentionibus particularibus sensibilibus quibuscunque, patet ergo propositum.

LXII.

Omnis uera comprehensio formarum uisibilium, aut est per solam intuitionem, aut per intuitionem cum scientia præcedente.

Comprehensio uisibilium sola intuitionem fit, quando comprehenditur uisibilia extranea, ut quando uisus comprehendit rem uisam quam antea non perceperit nec in se nec in sua specie, per intuitionem uero diligentem acquirit omnes dispositiones & formam eius ueram, non tamen cognoscit formam eius, quia ipsam antea non percepit, uel non recolit: sic ergo comprehenditur illa forma uera comprehensionem per solam intuitionem, comprehensio autem uera formarum uisibilium alia ab alia quæ fit per solam intuitionem, quandoque fit per intuitionem cum scientia præcedente, ut quando uisus comprehendit formam alicuius rei uisæ, quam comprehendit etiam ante, & cuius formæ intuitio est apud animam aut tota, aut aliqua pars illius, tunc enim uisus statim in aspectu illius rei comprehendit eius formam, & deinde modica intuitionem comprehendit totam formam eius, quæ est scientia uniuersalis suæ speciei, & cognoscet formam uniuersalem quam comprehendit in illa re uisæ apud comprehensionem formæ in anima per rememorationem illius rei uisæ specialiter, & deinde intuens intentiones residuas quæ sunt in illa re uisæ, certificabit particulare formam illius ipsi uiso indiuiduo appropriatam, & si fuerit rememorans illius formæ particularis, ut prius per uisum comprehensam, tunc cognoscet illam formam indiuidualem, & quia nulla res uisæ comprehenditur uera comprehensione, nisi aliquo istorum modorum, patet ergo propositum.

LXIII.

Comprehensio uisualis per cognitionem semper fit per aliquem modum rationis conferentis.

Est enim cognitio comprehensio similitudinis duarum formarum scilicet formæ quam comprehendit uisus apud cognitionem, quando sentit se cognoscere rem quam uidet, & formæ quiescentis in anima prius comprehensæ, unde non fit uisualis cognitio nisi per rememorationem, quoniam si nulla forma talis fuerit quiescens apud animam & præsens memoriæ, non cognoscet uisus rem uisam: semper itaque fit cognitio ex assimilatione formæ quiescentis in anima ad formam postea uisam extra, siue forma quiescens sit forma speciei uel indiuidui cognoscendi, uisus itaque comprehendit multas res per cognitionem, cognoscit enim hominem esse hominem, & equum esse equum, & Socratem esse Socratem, & cognoscit alia sibi assueta, & arbores & plantas & lapides, quæ prius uidit, & cognoscit illis similia, & omnes intentiones sibi assuetas in rebus uisibilibus, & quantitates omnium rerum sibi consuetarum, quæ non cognoscuntur solo uisu per se huius, nec tamen cognoscit uisus omne quod uidit prius, nisi quando fuerit rememorans formam prius uisam, non est ergo cognitio uisualis comprehensio solo sensu, sed per rationem formæ præsentis rei uisæ formæ prius uisæ & apud se quiescenti conferentem, nunquam enim potest fieri cognitio nisi per comparisonem formæ quiescentis in anima ad formam uisam extra, sic ergo patet, quoniam comprehensio uisualis per cognitionem semper fit per aliquem modum rationis conferentis, patet ergo propositum.

LXIII.

Omniem comprehensionem uisualis cognoscitiuam in tempore fieri est necesse



neceffe, sed in minori quàm sit tempus comprehensiois per solā intuitionē.

Quoniam enim sicut in precedente propositione præmissum est, ois uisualis cognitio fit per intuitionē & formam in anima quiescentem rememoratam & applicatam formæ, nunc per diligentem intuitum perspectæ, & quoniam omnis intuitio fit in tempore per 56. huius, & omnis rememoratio formæ prius uisæ fit plurimum in tempore, quoniam fit per discursum animæ per formas quas apud se habet in imaginatione, quæ si quærenti animæ statim occurreret, non esset rememoratio sed continuata memoria, quia ita quæ ambo hæc, scilicet intuitio & rememoratio, uel ipsorum alterum fit in tempore, patet etiā quod omnis comprehensio uisualis cognoscitiua fit necessario in tempore, sed in minori quam sit tempus comprehensionis per solam intuitionem, quoniam intuitiones existentes in anima præsentis memoriæ non indigent ut cognoscantur omnes intentiones quæ sunt in formis rerum cognitarum ex quibus componuntur in rei ueritate, sed sufficit in comprehensione eorum comprehensio alicuius intentionis propriæ illis, cum ergo uirtus distinctiua comprehenderit in forma ueniente ad ipsam aliquam intentionem propriam illi formæ, erit rememorans primæ formæ, & cognoscet omnes formas uenientes ad ipsam, quoniam omnis intentio appropriata alicui formæ, est signans super illas formas, ut quādo uisus intuens Socratem, comprehendit lineationem manus humanæ, statim comprehendit quod sit homo, & antequam comprehendat lineationē suæ faciei uel partium aliarum, ex comprehensione ergo quarundam intentionum quæ appropriantur formæ hominis, comprehendit quod idem uisibile sit homo sine indigentia comprehensionis partium aliarum, quas comprehendit solum per cognitionē præcedentem ex formis residentiis in anima, per comprehensionem alicuius intentionis propriæ illi indiuio, ut per glauitatem oculorum uel oris grossiciæ aut arcuitatem superciliorum aut similibus, comprehendit totalis illius indiuidui intentiones, & similiter cognoscet equum per aliquā maculam in fronte aut alibi in corpore, & scriptor ex quorundam comprehensione linearum cognoscit omnes partes dictionis uel orationis, quam frequenter & continue uidet, & quoniam comprehensio quæ acquiritur tantum per intuitionē fit per considerationē omnium partium rei uisæ, & omnium intentionem quæ sunt in ea, comprehensio uero per cognitionē fit per considerationē solum quarundam intentionum quæ sunt in illa forma, palam quod uisio quæ est per cognitionē est in minori tempore, quàm sit uisio per solam intuitionē, & propter hoc uisus comprehendit uisibilia assueta uelociter in paruo tempore quasi latente sensum, & maximæ illa quæ a sui primordio cognoscere cōsueuit, uel cū quibus multo tempore perseuerauit, patet ergo illud quod pponebatur.

LXV.

Visio per cognitionem præcedentem per modicam intuitionem non efficit certam formæ rei comprehensionem.

Quoniam enim uisio per cognitionem præcedentem non est nisi circa totalitatem & uniuersitatem rei uisæ superficialiter & in grosso & per quædam exteriora signa illius rei uisæ, & uirtus distinctiua comprehendit intentiones particulares quæ sunt in illa rei uisæ secundum modum quo cognouit res uisæ ex prima forma illius rei uisæ in anima existente, sed omnes particulares intentiones uisibiliū, quæ sunt in rebus corruptibilibus mutantur temporis mutatione, uisus autem non comprehendit mutationem intentionum rei uisæ per formam prius habitam, cū mutatio fuerit non manifesta nec comprehensibilis a uisu primo aspectu, cognitio ergo præcedens non efficit ueram rei cognitionem, utpote si in homine mundæ faciei prius cognito accadat postmodum macula uel cicatrix in facie, quæ non sit manifesta, cum enim postea longo tempore uiso illo homine non cognoscet ipsum uidens secundam formam sui quam prius memoriter seruauerat, nec tum comprehendet maculam uel cicatricem illam in facie illius, nisi post intuitionē diligentem factam in illā maculam uel cicatricē, & tunc comprehendet formā eius secundā suū esse, & similiter est si macula semper in facie ipsius cogniti fuerit, non tamē uisui multū manifesta, tūc enim licet habeat uidēs apud se formā illius non maculatā, non tamen applicabit ipsam illius facie maculatā, & non cognoscet ipsum nisi post multā intentio

intentionum particularium intuitionem, & similiter est in alijs indiuiduis uisibiliū & intentionibus diuersis ipsorum. In omnibus enim ipsis uisio per cognitionē præcedentē per modicā intuitionē non efficit certā formæ rei comprehensionē, patet ergo propositū.

LXVI.

Nullius entium quidditas per se est uisibilis, sed per accidens, mediantebus intentionibus sensibilibus quæ per se uidentur.

Quoniam enim ut suppositum est in principio libri huius, uisio non completur nisi apud peruentum formarū uisibiliū ad animā, quæ omnes sunt de genere accidentis, ut patet per ipsarū singulari enumeratione, palam cū nullius substantiæ quidditas sit de genere accidentis, quod nulla ipsarum per se est uisibilis, per accidens autem quidditas substantiarum corporalium precipitur a uisu, scilicet per comprehensionē suarū intentionū uisibiliū quæ per se uidentur, sic ergo quidditas substantiæ non fit nisi per cognitionē intrinsecam animæ, quæ fit ex cōparatione formæ unius posterioris cōprehensæ, ad formā aliā prius cōprehensam quiescentē in imaginatione: cōprehensio ergo quidditatis substantiæ uisæ, ut hominis uel canis uel alicuius alterius substantiæ, non est nisi ex cōprehensione assimilationis formæ rei uisæ ad aliquā formarū uniuersaliū quiescentiū in anima & fixarū in imaginatione quam uisus ante cōprehenderat, & quia uirtus distinctiua quæ est in anima, per quā anima res differentias diiudicat, ut hominē non esse canē, & e cōuerso, naturaliter assimilatur ipsas formas uisibiliū nouiter scilicet uisas formas formis naturalibus & fixis in imaginatione. Cū ergo uisus cōprehenderit aliquā rem uisam, statim uirtus distinctiua quærit eius simile in formis existentibus in imaginatione, & illa inuēta cognoscit per illā rem uisam, & cōprehendit quidditatē eius, & si non inuenerit ex formis quiescentibus in anima formā similem formæ illius rei uisæ, non cognoscet illā rem uisam, neque cōprehendet quidditatē eius: sic ergo nulla quidditas alicuius substantiæ comprehenditur per se a uisu, sed per accidens ut pponitur. Si enim aliquā taliū quidditatū per se cōprehenderetur a uisu, ergo & omnis quidditas cuiuslibet uisibilis substantiæ esset cōprehensibilis a uisu, sicut patet in lucibus & coloribus, & substantiæ quantū ad sensum & sensibile oppositione existentes indiuisibiles per suas quidditates uideretur, quod non est uerū, oportet enim ut corpus uisibile sit alicuius quantitatis respectu superficie uisus, ad hoc ut ipsum actu uideatur, ut patet per 19. huius. Similiter quoque patet de oibus alijs quorumcūque entium quidditatibus, semper enim quidditas cuiuslibet cōpositi cōposita est, et eius cōpositionē uisus per se cōprehendere non potest, & si uisus aliquā quidditatē, ut esset quidditas, cognosceret, tunc uisus omnē quidditatem cognosceret, quarū multæ tamē sunt inuisibiles, cū omnes ipsæ sint per se intelligibiles & cum hoc sit impossibile, patet ergo propositum.

LXVII.

Primum quod comprehendit uirtus distinctiua ex intentionibus appropriatis formæ uisibili est quidditas lucis & coloris.

Quamuis enim lux & color sint per se ipsa & primo uisibilia, ipsorum tamē quidditates & differentiæ essentielles solo sensu uisus comprehendere non possunt, quidditas enim lucis non comprehenditur solum per uisum, nisi cooperante uirtute animæ quæ est cognoscitiua, quoniam uisus cognoscit lumē solis, & distinguit inter ipsum & lumē lunæ & lumē ignis per cognitionem prius factā & per formā in anima reseruata, similiter etiā quidditas coloris non comprehenditur a uirtute distinctiua nisi per cognitionem quādo color rei uisæ fuerit ex coloribus assuetis. Illa autem cognitio distinctiua fit ex cōparatione formæ coloris nunc uisi ad formas similes illi colori prius cōprehensas, non enim potest uisus comprehendere colorem rubeum & quod sit rubeus, nisi quia cognoscit ipsum, quia in ipsa anima uidētis permansit forma eius ut prius uisæ: si enim uisus nunquam coloribus illi ppinquius sibi cognitis assimilaret, ut quotidie facit in noua pmixtione quorūlibet colorum. Cum itaque uirtus distinctiua comprehendit diuersitatem lucis super res uisas & diuersitatem coloris, comprehendit etiam diuersitatem quidditatis lucis & colorum quidditate, quamuis forma quam comprehenderet uisus sit admixta ex forma lucis



lucis & coloris, quæ sunt in re uisa, & quoniam lux & color sunt prima uisibilia, quorum participatione & auxilio omnia alia uidentur, ideo necesse est ut primū quod comprehendit uirtus distinctiua ex intentionibus appropriatis formæ uisibili, sit quidditas lucis & coloris, ut sicut illis primo & p se debetur uisuiua comprehensio, sic & illorum quidditatibus debetur p se & primo operatio uirtutis distinctiue, ut illis quorū præsentia prius relucet in organis uisuiuis, quæ omnia secundum plus & minus accedunt ad diafonitatem, patet ergo propositum.

## LXVIII.

Cōprehensio coloris in eo quod est color, est prior cōprehensione quidditatis coloris, ex quo patet quod prior est cōprehensio omnium uisibilium in eo quod in suo genere uisibilia sunt, quàm suarū specialiū quidditatum.

Visus enim comprehendit colorem, & sentit quod est color, prius quàm sentiat cuiusmodi sit ille color, ut patet in coloribus fortibus positus in locum non multum luminoso. Ibi enim comprehendit quidem uisus colores indistincte tantum, distinguuntur aut per aduentum maioris lucis aut per longam intuitionem: primum ergo quod comprehendit uisus ex forma coloris, est mutatio membri sentientis & coloratio eius, quoniam apud peruentum formæ in uisum coloratur uisus, qui sentiens se coloratum statim sentit colorem, & deinde ex distinctione & comparatione ipsius ad colores notos uisui, comprehendit quidditatem coloris: comprehensio ergo coloris in eo quod est color, est ante comprehensionem quidditatis ipsius coloris, quæ sit non p solū sensum uisus sed p cognitionem, quando idem color prius fuit à uisui comprehensus, & forma eius est in memoria animæ conseruata, & si uisus comprehendat colorem extraneum, quam nunquā uidit, tunc comprehendit quod est color, & tamē nesciet cuiusmodi sit coloris, sed comparando ipsum coloribus alijs assimilabit propinquiori colori simili sibi, & forte plures uidentes illum colorem simul in eodem lumine, assimilabunt ipsum coloribus diuersis, ut accidit in colore confecto ex dissolutione corporis commixti, ex cupro & argento. Illum enim aliquis assimilabit uiriditati, quæ est ex cupro, & aliquis lazurio colori qui sit ex argento, patet ergo per has experimentationes, quod cōprehensio coloris in eo quod est color, est prior comprehensione quidditatis coloris, & quoniam color est primū uisibile post lucem, patet quod prior est comprehensio omnium uisibilium in eo quod uisibilia sunt, quàm suarum specialiū quidditatum: prius enim comprehenditur in sensu uisus in genere ipse situs, quàm aliqua species situs, & prius figura in genere, quàm aliqua specialis figura, & si contingat in uisu absolui in specialem, remanet tamen generalis, uel illa quæ est primi generis, uel illa quæ est generis secūdi, & hoc proponebatur.

## LXIX.

Diuerfarum intentionum uisibilium per rationem & distinctionem sit comprehensio simul in instanti, similium uero in tempore.

Figura enim & magnitudo, & diafonitas, & plura similia, quando comprehenduntur primo aspectu, qui semper sit in instanti temporis per 55. huius, statim ut uisu præsentant per rationem & distinctionem propter uelocitatem rationis in eodem instanti comprehenduntur, & omnes intentiones quæ sunt in illis: uirtus enim distinctiua nō arguit per cōpositionem & ordinationem propositionum ad formā syllogisticam, sicut ergo in intellectu qui est habitus primorū in actuali intellectu ppositionū uniuersaliū & per se manifestarū non indiget aliquanto tempore, nec etiam indiget tempore in apprehendendo conclusionē particulares ex illis, quoniam cum intellectu propositionis uniuersalis simul accipit conclusionē, quæ immediate sequit ex illa, ideo quia aīa humana apta nata est ad arguendum sine difficultate & labore, unde etiam non percipit homo, quod cōprehensio quæ sit per rationem & distinctionē fiat per argumentū, sicut puerulus ex duobus pulchris distinguens & eligens pulchrius, non percipit quod id fiat p uiam argumentationis & considerationis eligendorum, hoc itaq; modo simili & cōformi quatenus est possibile sit omnium intentionum uisibilium per rationem & distinctionem

tionem in instanti comprehensio. Distinctio em & argumentatio uirtutis distinctiue sit statim uenientibus formis intra medium nerui communis, quoniam totū corpus extensum à superficie primi oculi recipiente formas usq; ad medium nerui communis, est sentiens & diafonum, & sit per ipsum transitus intentionis formarum in instanti, cum statim ultra oculi substantiam sit spiritus uisibilis diafonus, per quē uirtus sensitua deferretur ad totum diafonum omnium humorum & tunicarum amborū oculorum: omnia enim diafona illa illuminantur à luce & colorantur à colore uno uel diuersis secundum diuersitatem colorum corporis sensati, & corpus quod est in concauitate nerui cōmunis, est ultimum corpus ad quod perueniunt lux & color: cum ergo extenditur forma à superficie prima membri sentientis usq; ad medium nerui communis, qualibet pars corporis sentientis sentiet formam: & cum peruenierit in concauum nerui communis, tunc cōprehenditur ab ultimo sentiente, & tunc sit distinctio formarum, non tamen inter actū distinctionis & actū primi aspectus est differentia temporalis, quoniam sicut lumē in uno instanti se multiplicat per mūdi diametrum propter corporis mediū diafonitatem, sic etiam formæ sensibiles ut ostensum est per 55. huius, in instanti pertingūt trans medium quodcunq; corpus diafonum ad medium nerui communis, ubi per uirtutem animæ sentiuntur comprehenduntur & distinguuntur, & quoniam uirtus animæ est indiuisibilis, sit hoc totum simul in unico instanti, quoniam uero intentiones uisibilium sunt similes ualde, ut est uiriditas rutæ uiriditatis mentæ, tunc non sit ipsorum distinctio in instanti illo, quo utraq; illorum uiriditatum comprehenditur à uisu, sed post compositionem unius ad alteram ex post facto cōprehensionis, sit ergo in alio instanti, & sic inter instans primi aspectus simplicis & instans distinctionis ex comparatione necessarium est tempus medium assumi, patet ergo illud quod proponebatur.

## LXX.

Comprehensionē quidditatis coloris in tempore fieri est necesse, ex quo patet quod comprehensio quidditatis omnium similium uisibilium non sit nisi in tempore.

Sit enim comprehensio quidditatis coloris post comprehensionem coloris in eo quod est color, ut patet per 68. huius, & quoniam color in eo quod est color notū potest comprehendī per aspectum simplicem nisi in instanti per 55. huius, cum ergo comprehensio quidditatis alicuius coloris sit composita ex comprehensione coloris in eo quod est color, & insuper ex alia distinctiua comparatione consequente, per quam quidditas unius coloris distinguitur à quidditate alterius coloris, ideo quod omnes colores mixti habent essentialē conuenientiam in actū & hypostasi lucis, & insuper habent plures ipsorum adinuicem maximam conuenientiam in proximitate mixtionis, palā quia illa distinctio quidditatis ipsorum colorum completur in alio instanti temporis quàm comprehendatur à uisu, sed inter quibus duo instantia est tempus mediū, quia itaq; cōprehensio quidditatis coloris sit per distinctionē unius coloris ab alio, palā per præmissam, quoniam illa distinctio completur in tempore, ergo & comprehensio quidditatis necessario sit in tempore: uisus quoq; non comprehendit quantitatem coloris nisi p intuitionem, quoniam si color nō fuerit in aliqua superficie, ita ut sibi possint insigē axes uisuales in tēpore sensibili, nō cōprehendit uisus quidditatē coloris, unde in rebus uelociter motis nō distinguūt quidditas coloris: sed si plures in re uelociter mota sint colores uidebunt oēs indistincte unus permixtus color, ut patet in pila diuersi coloris uelociter mota per iactū fortem, patet ergo cōprehensionē quidditatis ipsius coloris in tempore fieri est necesse, & ex hoc patet q; comprehensio quantitatis oīm formæ uisibiliū nō sit nisi in tēpore. Si em uisus nō cōprehendit quidditatē coloris, qui cōprehenditur solo sensu uisus, nisi in tēpore, palā qd plus indiget tēpori intentionibus alijs uisibiliū quæ cōprehenduntur plurimū distinctione & cognitione: oīm itaq; intentionum uisibiliū quidditatu cōprehensio sit in tēpore, licet illud tempus quandoq; sit ualde paruum, & hoc proponebat.

## LXXI.

Visus in formis indiuidualibus minori tempore comprehendit intentiones



xiones speciales quàm indiuiduales.

Quando enim uisus comprehendit aliquod indiuiduum hominis, comprehendit ipsum esse hominem prius quàm comprehendit formam eius particularem, & forte per intentiones formæ hominis, uel per aliqua cōuenientia propria formæ hominis cōprehendit ipsum esse hominem, quamuis non cōprehendat lineationē suæ faciei, utpote ex rectitudine corporis & ordinatione membrorum corporis; indiuidualitas autem rei uisæ non cōprehenditur nisi ex comprehensione intentionū particulariū illi indiuiduo propriarum omnium aut quarundam, & hæc comprehendere non possunt nisi post comprehensionem uniuersalium intentionum, quæ sunt ex genere uel specie illius indiuidui omnium aut quarundam, sed comprehensio formæ partialis est in minori tēpore quàm formæ totius, & quoniam indiuidualitas addit aliquid super specialitatē, patet quod indiuidualitas est quasi quædam totalitas respectu specialitatis, comprehensio ergo specialitatis rei uisæ est in minori tempore quàm comprehensio indiuidualitatis, & hoc proponebatur.

Intentiones speciales & indiuiduales quorundā uisibiliū assuetorū minori tēpore alijs intentionibus specialibus & indiuidualibus cōprehenduntur.

Quædam enim specierum uisibilium assuetorum non assimilantur alijs speciebus, ut species hominis, quæ propter corporis rectitudinem nulli aliorum animalium assimilatur, & quædam assimilantur alijs speciebus, ut species equi, quæ assimilatur multis animalibus in tota forma, tempus ergo in quo uisus comprehendit speciem indiuidui hominis, & comprehendit ipsum esse hominem, est minus tempore in quo comprehendit equum esse equum, & maxime quando comprehendit utraq; istorum in magna remotione, quā uisus comprehendens indiuiduum hominis motum localiter, statim comprehendit ipsum esse animal, ex motu & ex corporis erectione cōprehendit ipsum esse hominem; sed licet per motū etiā possit cōprehendere quod indiuiduum equi sit animal, & per numerū quatuor pedū comprehendit ipsum esse bestia, non tñ ppter hoc cōprehendit ipsum esse equum, quā intentiones equinæ quæ sunt à spacio remoto uisui perceptibiles, sunt in pluribus quadrupedū, quæ assimilantur equo in pluribus essentialibus & accidentalibus intentionibus, ut in mulo & in alijs. Si itaq; uisus non cōprehendit aliquā intentionū propriarū equo, nō comprehendit illud esse equū, quia itaq; tempus in quo comprehendit uisus erectionē corporis hominis, non est sicut tempus in quo comprehendit formā equi cū intentionibus particularibus, per quas distinguitur equus ab alijs bestijs, ut est lineatio suæ faciei, & extensio colli, & uelocitas motus, & passuum amplitudo: comprehensio igitur speciei hominis est in minori tempore quàm cōprehensio speciei equi, quamuis enim illa duo tempora sunt parua, tñ unum ipsorum secundum omnes dispositiones eius est maius altero, & similiter quia rosa hortensi nullus alius flos assimilatur in forma suæ speciei, uel etiā intentione suæ rubedinis, ideo uisus in minori tempore comprehendit eius speciem per rubedinem roseacēum, quàm speciem rutæ per eius uiriditatem, cui multæ herbarum assimilantur; & uniuersaliter quidditates omnium specierum quæ possunt assimilari alijs, non adeo cito comprehenduntur à uisui, sicut quidditates omnium specierum, quæ paucis uel nullis assimilantur, & similiter etiam est de indiuiduis, quoniam indiuiduum nulli alijs assimilatum comprehenditur per modicam intuitionem & per signa, illud autē indiuiduum, quod assimilatur alio indiuiduo, oportet quod comprehendatur per multam intuitionem, patet ergo illud quod proponebatur.

LXXIII.

Virtus sensitua comprehendit quantitatem anguli, quem in centro uisus respicit superficies rei uisæ solum ex comprehensione partis superficiei uisus in qua figuratur forma rei uisæ.

Quāuis em ordo puræ mathesis sit in hoc, ut p quantitatem angulorū sciat quātitas partium superficiei sphaerarū illis angulis subtensarū, eo qd sicut centrū est principiū constitutionis totius sphaeræ, sic ptes angulorū & solidorū, q sunt circa centrū sphaeræ, ut circa quodlibet

quodlibet uniuersi ptiū sit principiū distinctiū ois ptiū superficiei sphaeræ p 87. primi huius, tamen in hac scientiæ sensibilis experientia, quæ naturalitū rerū cōditione permiscetur, uirtus sensitua ex comprehensione partis superficiei uisus, in qua figurat forma rei uisæ, comprehendit à posteriori uia sensibus competente quantitatē angulī, quā in centro uisus respicit superficies præfata: sensus enim uisus naturaliter comprehendit illam superficiem, in qua figuratur forma rei uisæ per distinctionē lucis & coloris, qui per se accidunt in illa parte ab alijs superficibus uisus distincta, & quando cōprehendit quantitatem illius partis, tunc imaginatur angulos quos respiciūt illæ partes, & comprehendit quantitates eorū apud centrū uisus secundū quantitatem partium superficiei uisus illis angulis subtensarū; anguli aut tunc non certificantur nisi per motū uisus respicientis super diametros rei uisæ, aut super spaciū, cuius uisus magnitudinē uult scire: patet ergo propositū: & licet lineæ radiales in centro uisus non concurrant, quā peruenit interfectio axiū uisui alium ad mediū punctū nerui cōmunis, ut in præcedentiū theorematū pluribus patuit, partes tamē superficiei uisus ipsius informantur secundū modū quo lineæ radiales concurrunt in centro ipsius uisus, nisi ipsos refractione in medio secundi diaconi præueniret, ut patet per 22. huius, & hoc est notatu dignū, quā nos in sequētibz utemur centro uisus, ac si lineæ radiales in ipso angulariter cōcurrant, qd scdm hoc ois uisio informat.

## LIBER QVARTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS



Racauimus in præmissis tertio libro de proprietatibus organi uisui, & de essentialibus modis uidendi, nunc aut restat, ut in hoc quarto libro psequamur proprietates omnium uisibilium, quæ ut in principio tertij diximus, sunt uisgintiduo, quorū tantū duo, scilicet lux & color sunt per se uisibilia. Alia uero uidentur per accidens, uel quia pluribus alijs sensibus percipiuntur, uel quia non uidetur nisi ppter lucem & colores, ut patet in singulis ipsorū, & quā in præmissis tertio libro de uisione lucis & coloris satis præmissimus, ideo nūc alia 20. uisibilia restant pertractanda: hæc itaq; omnia, passionem quoq; & deceptiones, quæ accidunt uisibus & potentijs intrinsecis animæ circa illa naturaliter uel mathematicè, prout natura rei & possibilitas nostra fert, sub modo demonstrationis suo ordine percurramus, unicuiq; ipsorū suæ uisionis modū & in se & in suis ptiibus præmittentes, deceptiones quoq; quæ in ipso uel tantū uirtuti uisui, uel etiam potentij animæ intrinsecis, ut quæ uirtuti distinctiue & rationatiue accidunt, cum studio subiūgemus: quæ aut præmittimus sunt ista.

Forma dicij directe uisibus incidere, à qua producta linea recta super superficiem uisus est perpendicularis incidens ipsi centro foraminis uisæ. Oblique uero incidere, dicitur à qua producta recta dicto modo non est perpendicularis. Linea directe uisui opposita, dicitur illa cui axis radialis perpendiculariter incidit secundū aliquod eius punctum. Linea obliquata ad uisum, dicitur cui axis radialis ad nullū sui punctū perpendiculariter potest incidere. Superficies directe opposita, dicitur quando axis radialis perpendiculariter erigitur super illam. Superficies uero obliquata ad uisum, dicitur quando axis radialis punctis illius superficiei incidit oblique. Complementū directionis in oppositione uisus est, cum axis perpendicularis incidit medio superficiei, uel lineæ oppositæ uisui, & quanto magis punctus, cui incidit axis perpendiculariter, fuerit medio superficiei aut lineæ ppinquior, tanto erit superficies uel linea maioris directionis in oppositione.

Vera comprehensio per uisum, dicitur illa inter quā & ueritatem rei uisæ non est diuersitas sensibilis omnino respectu totius rei uisæ. Remotio unius rei ab altera, est priuatio cōtactus inter illa. Conus dicitur pyramis rotunda uel uertex pyramidis cuius cūq; rotundæ uel lateratæ. Petimus aut hæc. Sub eleuationibus radijs uisæ eleuatione apparere, sub declinationibus uero decliniora, & similiter sub dexterioribus radijs uisæ dexteriora



riora apparere, sub sinistrioribus uero sinistriora. Item sub pluribus angulis uisa p̄spiciuntur uideri. Item omnes uisus æqualis dispositionis æque ueloces esse. Item omne totum uideri maius sua parte.

## THEOREMA I.

Ex intemperata proportionē cū circumstantiarū formarū uisibilibus ad uisum fit deceptio in uisu, non solum secundum se, sed secundum uirtutem animæ distinctiuam.

Ex his quæ declarata sunt in libro tertio patet 8. esse necessaria ad perfectam operationem uisus, quæ sunt lux, dispositiones, uisibilia & uisum, per 1. tertij huius. Item distantia uisibilis à uisu per 15. tertij huius. Item situs oppositionis ipsius uisus per 2. tertij huius, uel situs respectu axis cōmunis per 44. tertij huius. Item magnitudo corporis p̄ 19. tertij huius. Item soliditas corporis uidendi per 14. tertij huius. Item diafonitas aeris per 13. tertij huius. Item tempus conueniens intuitioni faciendæ per 56. tertij huius. Item sanitas uisus per 16. tertij huius: quodlibet aut̄ istorū latitudinem habet, p̄portionatā ad rem uisam: lux enim habet latitudinē, qm̄ lux maxima impedit uisum, & lux debilis non educit uisibilia in actū agendi in uisum, unde corpora minuta uel intentiones uisibiles minuta non uident in luce debili, sed est ibi latitudo in ijs lucibus, quæ est magnitudinē corporis, p̄portionata. Distantia quoq; uisibilis à uisu siue ipsius remotio latitudinē habet: corpus enim aliquod ab aliqua distantia plene comprehendit, & ab alia non plene, & inter illas distantias est latitudo magna, in qua fit plena comprehensio corporis illius, & secundū q̄ magis fuerit corpus, maior erit latitudo distantie spaciū secundū quā ipsum poterit uideri. Similiter cū magna fuerit declinatio alicuius corporis à directione oppositionis ipsius uisus, non comprehenditur particula uel notæ parue quæ sunt in ipso, quæ in parua declinatione corporis uiderent, & est ibi inter illas declinationes latitudo. Similiter corpus paruū situm extra axem cōmunem uidebitur multū elongatū & occultatū, & idem corpus situm circa axem cōmunem uidebitur aperte, palam aut̄ q̄ situs respectu axis cōmunis habet latitudinē, qm̄ habet habitudinē, p̄portionatā ad corporis magnitudinē & minutias ipsius. Magnitudo etiam corporis habet latitudinē: si enim partes rei uisæ non fuerint p̄portionales totali magnitudinē uisæ, occultabuntur uisui; & si fuerint, p̄portionales totali uisæ magnitudinē, sit tñ corpus totale modicum, ad huc non uidebuntur, unde in picturis modicis aliquas particulas non statim percipimus uisui, licet p̄portionales sint suis totis: latitudo ergo magnitudinis rei uisæ, p̄portionata debet esse ad totale corpus, cuius fuerit pars illa uisæ magnitudo. Soliditas quoq; habet latitudinē, p̄portionatā ad rem uisam. Si enim in corpore aliquo color ualde acutus fuerit, licet ipsum sit pauca soliditatis, illud tamē corpus uideri poterit, q̄ nō accideret maiori soliditate in illo corpore existente, qm̄ forte color p̄pter reflectionē uehementem luminis impediret uisum, quæ reflectio fieret p̄pter magnam corporis soliditatem; & si color fuerit obscurus, tñ forte accidet minus solidū debilius uideri colore eius obscuro existente. Diafonitas etiam aeris habet latitudinē, quia per flammās & per fumos nō fit uisio rerum minutarū, sed forte grossarū, sicut si per ipsa uideret caria nō scriptura. Tempus etiam conueniens intuitioni faciendæ latitudinem habet, quia corpus subito uisum pertransiens, non comprehendit à uisu, & quandoq; motus trochi non uidetur, quia est uelocissimus in tempore ualde paruo. Sanitas etiam uisus latitudinē habet, in q̄busdā enī infirmitatibus minutie corporis, nisi abscondant, in minori spacio p̄cipiuntur, & uisus debiliores non uident illa quæ occurrunt uisibus fortioribus. Vnde uersaliter ergo, quilibet istorū motorū, in quo non uerificatur forma rei uisæ, sicut est in rei ueritate, est egressus à temperantia ad rem illam uidendā, p̄portionatā, & hæc omnia se alterutrum respiciunt, scdm̄ conuenientes adinuicem p̄portiones, & quodlibet ipsorum ad alia octo conuenientem, oportet q̄ habeat dispositionem, quorum pertractationē res linquimus considerationi animæ res propinquius intuentis.

Impos

## II.

Impossibile est uisum unam intentionum uisibilibus per se solam comprehendere.

Visus enim per se comprehendit formas uisibiles, quæ sunt corporales: omnes autē formæ corpales sunt cōpositæ ex multis intentionibus uisibilibus particularibus prædictis, sicut magnitudo non est sine figura, & figura non est sine situ, & hæc omnia nō sunt sine colore, & color non est sine luce, & lux nō diffunditur nisi in corpore: uisus itaq; nō comprehendit aliquā istarū partium intentionem, nisi ex cōprehensione formæ uisibilis cōpositæ ex pluribus intentionibus particularibus, quarū quilibet simul comprehendit uisus, & qm̄ nulla intentionū per se sola complet aliquā formæ corporaliū sensibilibus: palam q̄ impossibile est uisum cōprehendere aliquam illarū intentionū solam per se, sed semper sunt plures illarū intentionū simul in forma sensibili congregatæ: uisus ergo cōprehendit simul semper multas intentiones particulares, quæ solū distinguuntur auxilio uirtutis distinctiue per imaginationē, & sic demum uisus comprehendit intentionem particularium quamlibet distinctam, quod est propositum.

## III.

Non sub quocunq; angulo res sensibiles uidentur.

Quod omne qd̄ uidetur sub angulo uideatur, patet per correlariū 18. tertij huius, & etiam cū per 19. tertij huius, corpus uisibile oportet ut sit alicuius quantitatis respectu uisus ad hoc ut actu uideat, palam ergo, q̄ sub angulo contingentia, qui est indiuisibilis p̄ 15. tertij huius, non erit possibile aliquā rem uideri. omnis enim angulus sub quo potest fieri uisio, est diuisibilis p̄ axem pyramidis radialis superficie ipsius uisus p̄pendiculariter incidentem, eo q̄ omnis uisio fit per pyramidē uisualē, cuius basis superficies rei uisæ per 18. tertij huius, uel ad minus ille angulus est sub illa axe, & sub alia linea longitudinis radialis pyramidis contentus, ut declaratum est in 54. tertij huius, est ergo rectilineus, est ergo diuisibilis per 9. primi, & qm̄ maximus angulus, sub quo fit uisio, est quasi rectus, adeo q̄ diametrum foraminis unæ quæ subtenditur illi angulo in centro uisus, est quasi æqualis lateri cubi inscriptibilis sphaeræ unæ, uel lateri quadrati inscriptibilis circulo magno illius sphaeræ, ut ostendimus in 4. tertij huius, illi aut̄ lateri semper subtendit angulus rectus per ultimā sexti, qm̄ eius corda est quarta circuli. Si ergo uisio fieret ac si lineæ radiales in centro unæ concurrent, tunc maximus angulus secundū quē fit uisio, esset quasi angulus rectus solidus, ita q̄ pyramis uisualis maxima fieret rectangula, & semidiameter basis illius pyramidis fieret æqualis axi: sit aut̄ uisio ac si lineæ concurrent in centro uisus, ut patet per ultimā tertij huius: centrum uero uisus est remotius in profunditate q̄ centrum unæ per 8. tertij huius: maior ergo angulus secundū quē fit uisio, est minor recto, sed non multū minor, quia illorū centrorū sphaeræ scilicet unæ & oculi, nō est magna distantia, & sit axis maximæ pyramidis uisualis maior semidiametro basis eius, sed non multo maior: & hoc patet etiam experimento, qm̄ si aliquis stet in campo plano erectus, & aperiat oculū ut amplius potest, tunc uidebit quasi quartam circuli maioris sphaeræ coelestis per zenith capitis transeuntis, & per angulū huius diuisionem fit uisio partium illius, & omnium rerum illis angulis subtenfarū, quousq; perueniat ad angulum minimū, qui si diuideretur, non fieret uisio secundū illum, licet enim omnis angulus rectilineus mathematicus sit in infinitū diuisibilis, in angulis tñ naturalibus, scdm̄ quorū dispositionem fit passio operationis sensibilibus, oportet ut sit status in diuisione, quando minus sensibile illo non erit, neq; ergo erit uisio sensibilibus secundū illum, sed omnis uisio est sensibilibus, cum sit actio sensitiua, nulla ergo uisio erit secundū angulū minorem illo, non ergo sub quocunq; angulo res sensibiles uident, & hoc intelligendum est secundum lineas radiales perpendiculariter superficiebus uisuum incidentes non oblique, secundum quas obliquas fit incerta uisio, & confusio formæ rerum uisibilium in uisu, ut ostendimus in 17. tertij huius, patet ergo propositum.

Forma



Forma lineae perpendiculariter superficiei uisus oppositae non uidetur, quonia per ipsam solum fit distinctio punctualis, oppositae uero uisui secundum longitudinem secundum sui formam propriam uidetur.

Esto ut uisui, cuius centrum sit d, perpendiculariter incidat linea a b, quae sit aliqua sensibilis, utpote corpus longum insensibile habens latitudinem, ut pilus, qui licet sit columna rotunda, uel laterata, basis tamen eius a uisu percipi non potest, dico qd tale corpus taliter dispositum non uidetur, est enim angulus in centro uisus, cui subtendit basis eius diametri penitus insensibilis, secundum qd non potest fieri uisio per praemissam, in formis tamen alijs uisus fiet per incidentiam formae huiusmodi corporis aliqua distinctio punctualis insensibilis, qm forma puncti illius perpendiculariter incidentis, se formis punctoꝝ circumstantium aliarum formarum immiscebit, & cum non sit de genere illorum, necessario aliqua faciet distinctionem, ita, ut illorum corporum formae actu, licet non multum sensibiliter distinguantur, nec ad naturam continuitatis unius lineae

pertingunt, opposita uero linea uisui secundum longitudinem siue sit positio directa uel obliqua, semper ipsa secundum sui formam propriam uidebitur, qm tota eius longitudo sub angulo uno, & partes eius sub angulis sensibilibus peruenient ad uisum, ut si linea a b c opponatur uisui d secundum sui longitudinem, & sit distantia conueniens, tunc ipsa tota uidebitur sub angulo a d c, & pars eius a b sub angulo a d b, & pars eius b c sub angulo b d c, & siue sit recta uel curua, uel irregularis, semper aliqua longitudo secundum latitudinem describetur in oculi superficie, secundum qd est in ipsa linea, & per longitudinem sensibilem & latitudinem non sensatam uirtus distinctiua formae lineae iudicabit, ut accidit in lineis naturalibus quae sunt ut quidam pili, patet ergo propositum.

V.

Superficiei oppositae uisui taliter, ut imaginata protrahi secet oculum per eius centrum una tantum linea, oppositae uero uisui secundum latitudinem forma propria uidetur.

Opposita enim uisui superficie, quacumq; superficie per medium quo proponitur formae omnium punctoꝝ perpendiculariter incident superficiei uisus, & concurrent in centro, & quonia forma cuiuslibet illorum punctoꝝ facit aliquam distinctionem in uisu per praecedentem, & oia illa puncta secundum longitudinem incidentia coniuncta cadunt in quadam linea, patet qd illius superficiei sic dispositae una tamen linea uidetur, opposita uero linea superficiei secundum sui longitudinem uisui forma cuiuslibet suae lineae uidetur secundum sui formam propriam linearis per praecedentem; tota ergo superficies secundum sui formam propriam uidetur, qm semper uidebitur longitudo & latitudo aliqua, siue illa superficies sit plana siue concava, uel conuexa, qd non est differentia in illis quantum ad propositam passionem, patet ergo propositum.

VI.

Corporum uisibus oppositorum solae superficies a solo uisu comprehenduntur.

Quia enim a solo uisu corpora uidentur, secundum qd formae ipsorum uisui se offerunt, & in eius superficie depinguntur, ut patet per 17. tertij huius; formae uero profunditatis corporum uisibus non offeruntur, sed solum ea quibus secundum longum & latum lineae ductae a centro uisus incidunt, ut patet per 2. tertij huius, haec autem est dispositio superficialis corporum, ergo uisibus oppositorum solae superficies a solo uisu comprehenduntur, & si una sit corporis superficies, siue sit illud corpus sphaericum concauum uel conuexum, una tantum uidebitur superficies, & si plures sint corporis unius superficies, ut in corporibus

ribus omnium planarum superficierum & columnarum rotundarum, & pyramidum & portionum sphaerarum quacumq; semper non nisi plures superficies uidebuntur, ac si non esset corpus, sed quaedam superficies sic extensa, sine corporis medij inclusione, patet ergo, propositum, quia itaq; passio in lineis uisui accidens, descendit in superficierum uisionem, & passio in superficieribus uisui accidens descendit in corporum uisionem, sola uero corpora per se uideantur, quia solum corpora per se sunt entia naturalia sensibilia, & superficies & lineae in illis sunt imaginabilia. Parcendum nobis est, si uisuales passionem corporum proponimus per modum passionum uisualium superficierum uel linearum, quia qd uisibus in lineis accidit, corporum longitudini uel latitudini solum aestimamus accidere, & qd superficieribus accidit, corporum longitudini simul cum latitudine necessarium est euenire, unde secundum istos conuenientiam superficieribus uel lineis nos posterius utemur.

VII.

Omnium aequalium uisibilium qd a propinquiori uidetur, sub maiori angulo uidetur: qd uero a remotiori, sub minori.

Sint duae magnitudines aequales b c & d e, sitq; centrum uisus a, sitq; b c propinquior uisui a qd ipsa d e, dico qd b c uidetur sub maiori angulo qd d e, ducantur enim lineae a b & a c, & quonia haec lineae concurrunt in puncta a, palam qd non aequedistant per definitionem aequedistantium linearum, sed neq; concurrent in aliquo alio puncto qd in a, quia sic duae rectae lineae superficiei includerent, qd est impossibile, nunq; ergo concurrent alibi qd in puncto a, protrahatur uero ultra puncta b & c, semper ibunt in distantiam, ergo nunq; tangunt lineam d e, nec erit uisio aliquoꝝ punctoꝝ lineae d e secundum illas per 2. tertij huius. Si ergo extrema puncta lineae d e uideri debent, hoc erit secundum lineas cadentes intra lineas b a & c a, quae sint lineae a d & a e, siue ergo magnitudines b c & d e aequedistant siue non, ducta a puncto d aequedistante & aequali ipsi b c per 3. primi, patet p. 34. primi huius, qm angulus b a c erit maior angulo d a e: lineae ergo a d & a e sunt angulorum b a c diuidentes, qd uero angulus partialis d a e est minor totali angulo b a c, patet id qd proponebatur: & similiter demonstrandum est, si lineae b c & d e aequalium sit idem terminus, qui est c, uel si sint adinuicem declinantes, tunc enim idem accidit qd prius, totum tamen qd hic proponitur per 108. primi huius perfectius patet, remotioris enim uisui axis pyramidis radialis, est longior axe pyramidis radialis propinquioris uisui, unde anguli solidi in uerticibus illarum pyramidum diuersificantur, patet ergo propositum.

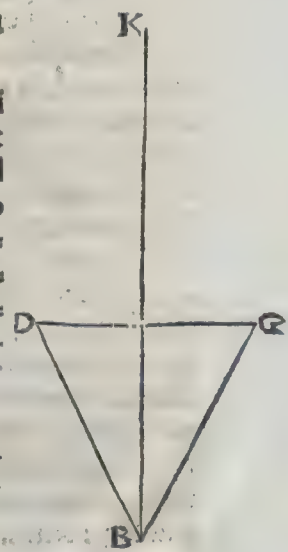
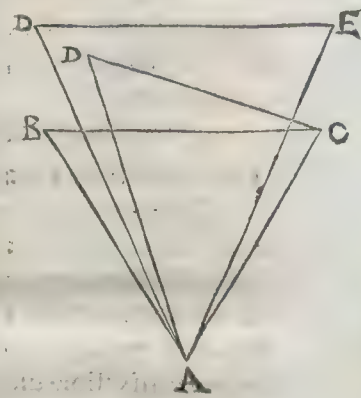
VIII.

Vnumquodq; uisorum longitudinem habet spacij, ultra quod non uidetur.

Sit centrum oculi b, res autem d g sit uisa sub minimo angulo uisui determinato, dico qd illa res quae est g d in ulteriori spacio non uidebitur: sit enim positum g d in spacio ulteriori, in quo sit punctus k, si igitur g d uidetur in puncto k, necesse est per praemissam ipsam sub minori angulo uideri qd sub illo minimo, qui est uisui determinatus; nec enim sub minori angulo uisibile potuit ad uisum multiplicari, angulus enim multiplicationis formarum ad uisum tam diu potest diminui, donec formae punctorum extremitatis rei uniantur, & fiant punctus unus, nec res uidebitur nisi punctualis, uel nullo modo uidebitur, patet ergo propositum.

IX.

Remotio rei uisae ab ipso uisu non est comprehensibilis a solo sensu uisus, sed auxilio uirtutis animae cognoscitiuae & distinctiuae.



u Intentio



Intentio enim remotionis inter duo corpora est priuatio contactus propter aliquod spacium inter illa duo corpora existens: non comprehenditur ergo remotio per se à uisu, sed auxilio uirtutis cognoscitiuæ & distinctiuæ cognoscentis utrūque extremorum corporum & distinguentis inter illa, sit tamē talis comprehensio nō in tempore, sed in instanti, qualescunt enim in anima intentiones sensibiles, per quas cōprehendit remotio, & quia illarum intentiones requieuerūt in aīa per tempora longiora, ideo, ppter nimiam frequentationē & iterationē formarum illarum pluries in uisu factā, nō indiget uirtus distinctiua nouis collationibus tēporalibus apud cōprehensionē illarum intentionū, sed statim cōprehendit remotionē simul cū rei cōprehensione, ppter cognitionem antecedentē, quia enim oculis apertis res opposita uisui statim uidetur, & statim clausis oculis uel re ablata ab oppositione non uidetur, concludit ratio qd illud quod accidit esse in uisu apud aliquem certum situm, & non manet post eius ablationem, non est fixum intra uisum, & quoniam forma ipsius per quam uidetur, non est intra uisum, est ergo ab extrinseco à corpore scilicet existente extra uisum, non contingens uisum, est ergo inter uisum & illam rem uisam remotio. Fit autem hæc argumentatio non in tempore, sed statim simul cum simplici aspectu uisionis, quoniam ex frequentia uisionis cum hac argumentatione quiescit in anima uniuersalis ppositio, quā etiā aīa nō percipit apud se quiescentē, & est qd oīa uisibilia sunt extra uisum, & qd inter quālibet rem uisam & ipsum uisum est remotio, patet ergo ppositum.

X.

Quantitas remotionis cōprehenditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuæ, cum remotio respicit corpora ordinata & continuata.

Quantitas remotionis diuersa est ab intentione remotionis in eo qd est remotio, quā intentio remotionis dicit priuationem contactus aliquorum duorum corporum, ppter spacium inter illa duo corpora existens, sed quantitas remotionis est quantitas spacij inter illa duo corpora remota existens: nulla itaq; quantitas remotionis omnium uisibiliū comprehenditur per solum sensum uisus etiam cum auxilio uirtutis distinctiuæ, nisi quantitas remotionis illorum uisibilium, quorum remotio respicit corpora ordinata & continuata, & quorum remotio est mediocris, tunc enim cum uisus comprehendit corpora ordinata & continuata respicientia remotiones aliquorum corporum, & certificatur mensuras illorum corporum, consequenter quoque certificatur remotionis mensurā per mensuras illorum corporum & per quantitates spaciorum, quæ sunt inter extremitates eorum: spacium enim qd est inter duas extremitates uisus & corporis respicit remotionē quæ est inter uisum & rem illam uisam. Vnde cū uisus apprehenderit mensurā illius spacij, comprehendit etiā mensuram remotionis rei uisæ, & hoc fit certitudinaliter per corpora ordinata & continuata in illo spacio existentia & uere cōprehensa, & cum remotio est mediocris. Dicimus uero corpora ordinata & continuata, quæ sunt in aliqua linea quasi recta disposita, inæquali quasi ab inuicem distantia, ut sunt arbores, montes, uel altæ turres, & similia: per istorum enim numerationem cū ipsorum distantia ab inuicem aliquāliter fuerit nota, & innotescit quantitas remotionis eius qd secundum illam lineam à uisibus est remotio. Mediocris uero remotio est illa, in qua non latet omnino quantitas rei sensibilis respectu quantitatis totius remotionis: solum itaq; illorum corporum remotio à uisu cōprehenditur uera comprehensione, quorum remotio respicit corpora ordinata & continuata, quorum corporum & spaciorum ipsa interiacentiū quantitas & mensura à uisu potest comprehendi uera comprehensione, & cum remotio est mediocris, unde siue deficiat cōprehensio corporum continuatorum & ordinatorum, siue deficiat mediocritas remotionis, nunquam comprehenditur remotio illorum corporum uera comprehensione, sed solum secundum æstimationē: unde uidens nubes in loco non montuoso, æstimabit nubes ualde propinquas cœlo: si autem nubes uideantur super cacumina montium, uel sub illis, tunc sciet uisus, quia nubes sunt propinquæ terræ: cum ergo uisus comprehendit uisibilia, quorum remotionum quantitates non certificantur à uisu, tunc uirtus distinctiua cognoscit mensuras remotionis eorum secundum æstimationem, non secundum remotionem.

Ætudinem, & comparat remotionem earum ad remotionem sibi similiū ex uisibilibus prius comprehensis à uisu: quando itaq; uisus comprehendit aliquam rem uisam remotam, statim uirtus distinctiua comprehendit remotionem eius & mensuram remotionis eius secundum qd poterit comprehendere, aut per certitudinem, aut per æstimationem, & statim remotio illius rei habebit in anima mensuram imaginatam. Corpora uero ordinata & continuata respicientia remotiones uisibiliū, sunt ut plurimum partes terræ & uisibilia assueta, quæ semper uel frequentius comprehendunt à uisu, ut qd sunt super terræ superficiem, & corpus terræ interiacet illa corpora, sicut etiam interiacet illa & corpus hominis aspicientis: corpus autem terræ interiacens illa corpora, mensurat à uisu per numerum pedum, quoniam pes est minima mensura consueta hominibus ad mensurandum partes terræ propinquas, per quas partes terræ propinquas mensurant partes terræ remotæ per uim distinctiuam animæ, propter frequentationē comprehensionis similium partium illi parti terræ, quæ partium mensura quiescit in anima, ita, qd etiam anima nō percipit illarum partium quietem apud se ipsam, peruenit autem hæc mensura ad animā, quoniam quantitas spaciarum quæ sunt apud pedes hominum cōprehendunt à uisu, mensurant enim etiam sine intentione per pedes hominum, quā frequenter ambulant super illa spacia, sicut etiam mensurantur per extensiones brachiorum, & uirtus distinctiua cōprehendit istam ueram mensurationē, & certificatur ex ea quantitates partium continuatarum cū corpore hominis uidentis: & hoc quiescens in anima est principium mensurationis omnium remotionum secundum æstimationē: cū enim uisus cōprehendit super quantitatem partium terræ sibi uicinarum, remanet apud animā etiam quantitas linearum protensa ab extremitatibus illarum partium terræ ad uisum, & quantitas partis superficiæ membri sentientis, ad quā peruenit forma illarum partium terræ, & per consequens quantitates angulorum peruenientium in centro uisus, quos respiciunt illæ partes superficiæ uisus per ultimā tertij huius: unde si homo erectus aspexerit terrā quæ est ante pedes eius, tunc longitudo linearum radialium erit quantitas lineæ erectionis, & superducta superiori palpebra uisui, erit quasi indiuisibilis, sicut angulus cōtingentia, ille angulus secundum quē sit uisio, & cū aspexerit ulterius, augmentantur lineæ radiales per penultimam primæ, & eleuata superiori palpebra, augebitur angulus, ita ut cum quantitas spacij uisi ad quantitatem semidiametri mundi accesserit, & quantitas anguli peruenit quasi ad rectum angulum, quoniam illi angulo subtendetur quarta circuli magni ipsius sphaeræ cœlestis uisæ. Cum itaq; hæc intentiones linearum & angulorum in anima quieuerint, sunt principia comprehensionis quantitatum remotionum quarumcunque, quoniam æquales lineæ radiales & anguli æstimaunt partibus æqualibus correspondere, & utimur ipsi uidens præter intentionē compositionis, & coadiuuat in hoc quantitas angulorum & augmentatio ipsorum in longiori quantitate respectu breuioris: & similiter est in portione linearum longitudinis radialium quā per se sentit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ, pendens qd omne totum est maius sua parte, hoc itaq; modo comprehendit uisus auxilio uirtutis distinctiuæ quantitatem remotionis rerum uisarum secundum lineas distantiarum suarum ab inuicem & à uisu, sicut etiam uisus quicquid per uirtutē distinctiuā cōprehendit quantitates altitudinum aliquorum corporum eleuatorum super superficiem terræ, sicut turrium, parietum & montium, maxime cū remotio fuerit mediocris, uel etiā altitudo. Cū autem remotio uel altitudo fuerit maxima, tunc partes paruæ, quæ sunt in ultimo spacij, nō cōprehenduntur à uisu, nec distinguuntur per uirtutē distinctiuā, quā paruæ quantitates in remotione maxima latet uisum, nō enim facit angulum sensibilem apud centrum uisus, ppter qd quantitas illarum nō certificatur per 3. huius. Nihil itaq; ex quantitatibus remotionum uisibiliū certificatur, nisi per corpora ordinata & continuata mediocris distantia ab inuicem & æqualis, nulla quoque remotio potest certificari, nisi cum uisus assimilat remotionē rei uisæ remotas certificatur à uisu, est remotio apud cuius ultimum non latet uisum pars habens portionem sensibilem ad totam remotionem, & cum uidens scit quantitatem anguli secundum quā uidet remotionem certam cognitā sibi, tunc secundum excessum uel diminutionem, uel æqualitatem, aut illum angulum notum uirtus distinctiua iudicat, remotiones

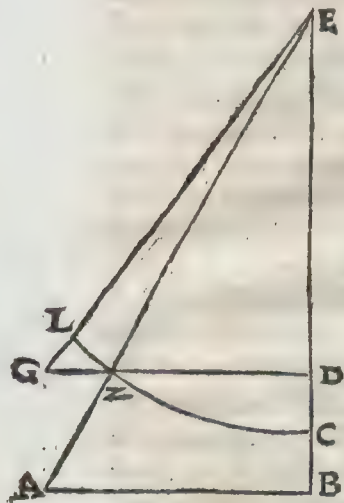


ignotas accipiendo secundū quantitātē anguli & quantitātē ipsius remotiōis, & etiam certificat remotio per motū uisus super corpus respiciens remotiōes extremos alicuius superficiē aut spaciū generaliter, aut forma rei uisæ cū forma remotiōis rei uisæ, cuius remotio est mediocris, & respiciens corpora ordinata & continuata, perueniunt cōmuniter in imaginatiōe simul apud intuitionem rei uisæ, & uirtus distinctiua illā diuis dicat modo dicto, pater ergo propositum.

XI.

Aequalibus quantitatibus ex inæquali distantia uisis, maior est proportio distantiae maioris ad minorem, q̃ maioris anguli, sub quo fit uisio, ad minorem.

Sint exempli causa data duæ æquales & æquedistantes magnitudines, quæ a b & g



d, sitq; centrum uisus punctum e, & sit g d propinquior uisui, a b uero remotior, sitq; illarum magnitudinum una remota ab altera, & utraq; ipsarum ab ipso centro uisus sensibili remotione, statuanturq; taliter, ut puncta b & d, quæ sunt extremitates illarum duarum magnitudinum, sint in uno axe pyramidis uisualis, & secundum illum axem formæ illorum punctorum perueniant ad uisum: cum itaq; puncta b & d secundum eandem lineam ad uisum se multiplicent, palam q; oportet puncta a & g secundum diuersas lineas quæ a e & g e ad uisum peruenire, & quoniam ut patet per 7. huius magnitudo a b, quæ est remotior a uisu sub minori angulo, patet q; linea e a secat angulum g d, ergo per 29. primi huius ipsa secabit basem g d, sitq; punctus, in q; linea a e intersectat lineam g d. punctus z, & centro existente puncto e, fiat arcus circuli ad quantitatem semidiametri e z, qui necessario secabit lineas e g & e b, cum linea e z, quæ est semidiameter, sit minor illis ambabus lineis, linea .i. e b

ex hypothesi, & linea e g per 21. primi, secet ergo linea e g in puncto l, & lineam e b in puncto c, sicq; ille arcus i z t, quia itaq; trigonū e g z est maior sector e z i, & trigonū e z d minus sector e z t, ergo per 9. primi huius trigonū e z g maiorem habet proportionem ad trigonū e z d, q̃ sector e z i ad sectorem e z t, ergo per 11. primi huius erit conclusum maior proportio trigonū e g d ad trigonum e z d, q̃ sectoris e i t ad sectorem e z t, Sed proportio e g d trigoni ad e z d trigonum per primam sexti est sicut proportio lineæ g d ad lineam d z, sed linea d g est æqualis lineæ a b ex hypothesi, ergo per 7. quinti linearum g d & a b ad lineam d z est eadem proportio, & quoniam per 29. primi, & ex hypothesi trigona a e b & e z d sunt æquiangula, quia ambobus ipsis angulus a e b est communis, est ergo per 4. sexti proportio lineæ a b ad lineam d z, sicut lineæ b e ad lineam e d, ergo per 11. quinti erit proportio lineæ b e ad lineam d e maior q̃ proportio sectoris e i t ad sectorem e z t; sed sicut se habet sector e i t ad sectorem e z t, ita se habet arcus i t ad arcum z t, q̃ patet per primam sexti, & nos hoc declarauimus in 35. primi huius; est autem proportio arcus i t ad arcum z t, sicut anguli i e t ad angulum z e t per ultimam sexti, est ergo maior proportio lineæ b e ad lineam d e, q̃ anguli i e t ad angulum z e t, palam ergo q̃ maior est proportio distantia maioris ad distantiam minorem, q̃ anguli maioris sub quo fit uisio ad angulum minorem, & hoc proponebatur. Illud enim q̃ in æquedistantibus magnitudinibus declaratum est, in non æquedistantibus amplius patet, quoniam tunc uisionis anguli minuuntur, ut ostendimus in 7. huius, patet ergo propositum.

XII.

Aequalitas remotionis extremorum lineæ uel superficiei rei uisæ à centro uisus directionis, comprehensionis uisuiæ est causa, sicut inæqualitas eadem eorundem est causa obliqvationis.

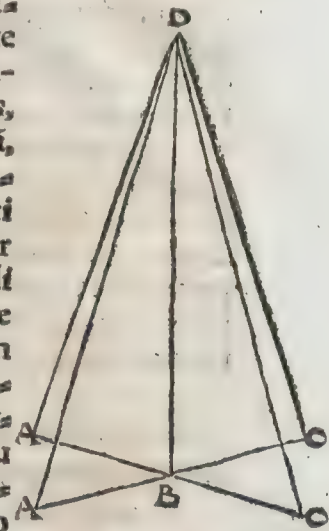
Aequia

Aequalitas enim remotionis extremorum linearum uel superficiei rei uisae causat aequalita-  
 tem angularum ipsorum axium radialium illi linearum uel superficiei incidentium secun-  
 dum media ipsorum puncta, ut si linearum  $a b c$  extrema quae sunt  $a$  &  $c$ , aequaliter distent a  
 centro uisus, qd est  $d$ , & ducatur axis radialis quae  $d b$ , & linearum radiales quae  $d a$  &  $d c$ , tunc  
 patet ex hypothese, & per 8. primi, quoniam angulus  $d b a$  &  $d b c$ , sunt aequales, Si uero  
 extrema puncta quae sunt  $a$  &  $c$ , inaequaliter distent a centro  $d$ , tunc linearum  $d a$  &  $d c$ , sunt  
 inaequales, & similiter anguli  $d b a$  &  $d b c$ , sunt inaequales & fit uisio obliqua, Si itaq; li-  
 nea uel superficies rei uisae fuerit directe opposita uisui, sentiet uisus directionem eius ex  
 sensu aequalitatis remotionum suarum partium ab axe uisuali perpendiculariter illi  
 linearum uel superficiei incidente, quoniam tunc per definitionem linearum uel superficiei di-  
 recte uisibus oppositae, & per 38.3. huius patet, quoniam ambo axes ra-  
 diales continent hinc & inde angulos aequales, & si superficies rei uisae fue-  
 rit obliqua, tunc sentiet uisus obliquationem eius ex sensu inaequalita-  
 tis quantitatum remotionum extremorum eius, & etiam angularum eius,  
 & sic incipit latere quantitas magnitudinis eius uirtutem distinctiuam,  
 quam uirtus distinctiua comprehendit ex inaequalitate remotionum dia-  
 metrorum extremorum illius obliqui spatij obliquationem pyramidis conti-  
 nentis ipsum, quasi sentit diminutionem magnitudinis basis eius, propter  
 obliquationem, & non conuenit secundum assimilationem quantitas magnitudi-  
 nis obliqui uisui oppositae quantitati magnitudinis directe uisui oppositae  
 nisi tunc quando comparatio fuerit ad angulum solum, sed si fiat comparatio ad an-  
 gulum & ad longitudines linearum radialium interficientium uisum & extre-  
 ma rei uisae, tunc nullum erit dubium in diuersitate quantitatum magnitu-  
 dinis hinc inde: remotissima enim remotionum medicorum respectu  
 rei uisae per obliquationem, est minor remotissima remotionum medio-  
 crum respectu illius eiusdem rei uisae per directionem. Remotio uero  
 mediocris respectu rei uisae est in qua non latet uisum pars rei uisae pro-  
 portionem habens sensibilem ad totam rem uisam, tota itaque res obliquata uisui latet in re-  
 motione minori sub illa remotione in qua latet illa res uisa in directione, & diminuitur  
 quantitas eius in remotioe minori illa remotione in qua minuitur quantitas eius quando fue-  
 rit directe uisui opposita, patet ergo propositum.

XIII.

XIII.  
Horizon uidetur quasi piferiæ terræ cohærere, distantiae tamē maioris  
apparet quàm cenith capitis uidentis.

Quia enim inter horizontem, qui est circulus terminator uisus ad cœli cōcauam superficiem, & inter extremā terræ periferiā, quæ est ultima pars terræ uisibilis, non cōprehenditur aliquod spacium sensibile per uisum, non potest uisus illorum certā remotionem ad inuicem discernere, quoniam ut patet per 10. huius, quātitas remotionis tūc solum comprehenditur à uisui auxilio uirtutis distinctiue, cum remotio respicit corpora continuata & ordinata, & quia inter periferiā terræ & cōcauum cœli non sunt huius corpora, uidetur ergo horizon quasi periferiæ terræ coherere. Distātia uero periferiæ horizōtis à suo centro quod est centrum uisus, apparet sensibiliter maior quā distantia cœni capitis uidentis qui est polus horizōtis. Quia licet secundum diuersitatē illā, quantitas distantiæ aut eadem sit aut insensibiliter maior, propter quod quasi in omnibus astronomicis considerationibus quæ per uisum sunt, centrum uisus ponitur centrum mundi, apparet tñ sensibiliter maior uisui uirtute etiam distinctiua sic iudicante, quod accidit propter latitudinem spacij superficie terræ quod sentit inter uisum & horizōta, cū inter cœni capitis & terram nihil percipiatur: quod enim ex corporum mediōrum sensibili distantiā quantitas remotionis cognoscitur per 10. huius, necesse est ubi maior quātitas interiacere uidetur, maior distātia iudicetur, multo ergo maior uidetur distātia periferiæ horizōtis quā distātia cœni capitis uidētis, & similiter est de qualibet parte aliā cœli uisā, ppter hoc qd' uisus in medio terræ latitudinē cōprehendit, patet et 80. ppositum.



u<sub>3</sub> Locus



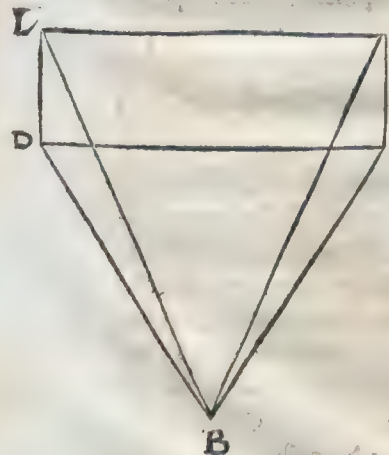
**Locus rei uisæ comprehenditur à uisu ex remotione, & ex parte uniuersi, & ex quantitate remotionis auxilio uirtutis distinctiue.**

Quia enim intentio remotionis non est ipsa quãtitas remotionis, intentio enim remotionis est priuatio contactus duorum corporum, & ex cõsequenti cõprehensio cuiusdam situs rerum ab inuicem remotarum; comprehensio uero quantitatatis remotionis est cõprehensio quantitatatis uel magnitudinis spacii illa corpora interiacentis, palam ergo quod comprehensio loci rei uisæ non est comprehensio remotionis eius. Consistit autem comprehensio loci rei uisæ ex cõprehensione lucis & coloris rei & intentionis rei & partis uniuersi, in qua est res illa uisæ respectu uidentis, & ex cõprehensione quantitatatis remotionis, quando omnia hæc simul cõprehenduntur per uiam cognitionis, & etiã quia ut patet p. 17. tertijs huius, uisio distincta sit ex peruẽtu formæ secundũ lineas perpendicularares super superficiẽ oculi incidentiũ ad ipsum uisum; cũ ergo uisus senserit formã sic aduenientẽ, æstimabit uirtus distinctiua rem uisam esse apud extremitatem illius lineæ, & secundũ directionem illius lineæ comprehendet locũ rei uisæ; locus ergo rei uisæ comprehenditur à sentiente ex comprehensioẽ situs rei uisæ apud uisionem per directionem lineæ radialis ab illo loco ad uisum; cũ itaq; forma rei uisæ peruenit ad uisum, tunc sentiet uisus partẽ membri sentientis ad quã peruenit illa forma, & uirtus distinctiua cõprehendet statim locũ rei uisæ per directionem lineæ radialis ab illo loco, & quoniã intentio remotionis est quiescens in anima ipsa, ergo cõprehendet locum & remotionẽ insimul in comprehensione formæ ab ipso uisu, patet ergo propositum.

XV.

**Aequalium uisibilium inæqualiter à uisu distantium æquali intuitu uisorum propinquioris certior est uisio.**

Sit centrũ uisus b, sintq; duo uisibilia g d & k l, inæqualiter distantia à centro uisus b quæ nunc exempli causa ponantur æquedistantia inter se, quoniam si sint se contingencia uel secantia, patet qd ipsa in puncto contactus uel sectionis æqualiter distant à puncto b, de alijs uero ipsorũ punctis eadẽ est demonstratio quæ de ipsis æquedistantibus ipso rum partibus uariatis secundum approximationem uel remotionem à uisu quantum ad



modum certitudinis uisionis; ponatur itaq; g d & k l, æquedistantia & sint g d propinquius uisui, perueniantq; ad uisum formæ punctorũ terminaliũ per lineas d b, g b, k b, l b, sientq; trigoni b g d & b k l, ducanturq; lineæ l d & k g, quæ per 33. primi, erunt æquedistantes & æquales, forma itaq; puncti l, multiplicans se ad uisum b, non transibit ad punctũ d, necq; forma puncti k ad punctum g, qm si sic, esset linea k g b, linea una, & linea l d b linea una, ergo lineæ k g & l d concurrent in puncto b, quæ sunt æquedistantes, hoc autem impossibile, sed neq; sient formarum punctorum k & l, multiplicationes ad uisum b, extra aliquod punctum lineæ g d, quia tunc cum in trigono l k b, cadat linea d g æquedistanter lineæ k l, palam per secundam 6. quoniam erit linea g d minor quàm linea k l, posita autem est æqualis illi, palam ergo quoniam lineæ k b & l b, pertranseunt aliqua puncta lineæ g d, erit ergo aliqua pars lineæ

g d, intra pyramidem uisionis quæ b k l, sub quoq; ergo angulo uidetur k l, sub eodẽ uidetur & aliquid ipsius g d, & non econuerso, quoniam ut patet per 34. primi huius, uel p. 7. huius, angulus g d b est maior angulo k b l, quidquid ergo uirtutis uisui applicatur ipsi k l, applicatur etiã ipsi g d, & non econuerso, fortius autem patet illud per 108. primi huius, sub pluribus ergo uisibus & angulis uidetur g d quàm k l, ergo perspicatius uidetur per suppositionẽ præmissam in principio libri huius, ipsius ergo certior est uisio, & hoc est propositum.

Visio

**Visioni uirtutis distinctiue error accidit in remotionis uisione ex intemperata dispositione octo circunstantiarum cuiuslibet rei uisæ.**

Accidit enim uirtuti distinctiue in uisione remotionis ex intemperata lucis dispositione error in remotione rerum uisarum; existente enim remotione temperata non multum certa & debili luce, si fiat hominum uel aliarum rerum talis dispositio, ut unus post alium sit positus, tunc de nocte uel in crepusculis, & maxime uno uisio adhibito, uidebuntur illi homines uel res aliæ sibi quasi coherere, quia propter lucis debilitatem non comprehenditur distantia inter illa, & si illi homines ad eandem partem moueantur æquali motu, semper simul moueri putabuntur, & non pendetur distantia inter illa, sed uidebuntur quasi res una. Similiter etiã ex nimia distantia uirtuti distinctiue accidit error in rerum uisarum remotione ab inuicem, tamẽ enim si quis arbores ualde remotas inspexerit, licet illi plurimũ distent inter se, uidebuntur quasi coniunctæ uel quasi propinquæ ad inuicẽ, & ita stellæ cœli aliquæ reputantur quasi coniunctæ, licet plurimũ à se distent in ueritate, propter egressum etiã distantia à temperantia stellæ uagantes æstimantur fore in eadem superficie cum stellis fixis licet plurimum distent ab illis. Ex intemperata dispositione etiã situs in oppositione rei uisibilis ad uisum error accidit in remotionis uisione, ut si uideatur duo corpora, quorum unum sit retro, alterum ita quod anterius cooperiat partem posterioris & alia pars emineat, nec inter ea sunt aliqua corpora uisa, & sic remotio temperata nõ multum certa tunc non plene æstimabitur mensura longitudinis unius ad alterum, & forte iudicabit uisus ipsa esse sibi ualde propinqua, & est hic error ex sola situs oppositionis in temperantia, quoniam si unum non occultaret partem alterius, sed utrunq; totum exponeretur uisui, ita ut esset sensibilis diuersitas inter illa, tunc discerneretur distantia uisus ab alio, & ita patet quod ille error est propter intemperantiam situs, quoniam solo situ ad temperantiam reducto nõ accideret error talis. Ex intemperantia etiã dispositionis quantitatatis error accidit in uisione remotionis, unde si sint duo corpora æqualiter à uisu distantia secundum temperatam remotionem non multũ certam, quorũ unũ sit longe maius alio, æstimabitur maius propinquius uisui, quia certius uidebitur, & sic propter quantitatem erit deceptio in remotione, quoniam æque remotorum unum uidetur remotius altero. Ex intemperata quoq; soliditate corporũ accidit error uisui in remotionis uisione, si enim corpus fuerit ualde rarum minime soliditatis, sicut est cristallus pura, & sit retro ipsum corpus ualde coloratum lucidum, tunc non plene comprehenditur cristallus, sed quasi non esset inter media comprehenditur corpus per ipsam, & accidit error in comprehensione cristalli propter remotionem cristalli à uisu. Ex intemperantia enim diafonitatis error accidit uisui remotionis uisione, si enim fuerit aer nubilosus, sicut accidit plerũq; in crepusculis, tunc res aliqua ut turris opposita uisui in longitudine temperata æstimabitur à uisui plus elongata quàm sit secundũ ueritatem, quia enim tunc propter densitatem aeris nõ comprehenditur quãtitas terræ interiacens uisum & rem uisam, per quam accipitur mensura elongationis turris, sitq; erroris causa ex ipsa intemperantia diafonitatis aeris. Ex intemperantia etiã tẽporis sit error uisui in remotione, si enim intueatur quis aliquod remotum à turre alta, qd statim uisui subiapiatur, tunc uirtus distinctiua non poterit plene discernere inter remotionem illius à turre, & iudicabit forte aut minus remotum à turre aut magis quàm fuerit in rei ueritate, quoniam in tam modico tẽpore non percipitur à uidente quantitas terræ interiacens turrem & aliam rem uisam, secundum quam per 10. huius, penditur mensura remotionis illorum ab inuicem, nec enim in tam breui tempore potuit axis uisualis quantitatem terræ inter mediam per diligentem intuitum transcurrere, unde illam nõ plene comprehendit; & sic ex breuitate tẽporis sit error in remotione. Ex intemperantia etiã debilitatis uisus error accidit uisui in remotione, si enim opponatur uisui duo corpora, quorum unum quod est remotius à uisu sit coloris fortis, & alterum quod est propinquius sit coloris debilis, tunc debilitas uisus incertam faciet collationẽ, & quia apud fortes



fortes uisus expertum est, & patet per præcedentem, quod corpus uisui propinquius est maioris certitudinis. Aestimabit uisus debilis illud quod est certius esse propinquius, & sic quia fortior color à uisu debili melius percipitur, iudicabit uisibile fortiori colore coloratum propinquius sibi, licet sit remotius secundum ueritatem: & sic fit error in remotione ex uisus debilitate, & etiā quia ab oculis grossa humiditate infectis fit reflexio forarum, sicut etiam à speculis cum ab uno uisu non facta reflexio peruenit ad alterum, propter grossitudinē aeris extrinsecam uidebit uisus debilis formam sibi propinquam, quæ est forma rei remotæ scilicet. Sic ergo uisioni uirtutis distinctiua error accidit in remotione ex intemperata dispositione circumstantiarum, quarumlibet rei uisæ, quæ sunt tantum 8. ut patuit per primam huius, quarum euentū percurramus his exemplis & experimentationibus per se notis, patet itaq; propositum.

XVII.

Magnitudo rei uisæ comprehenditur à uisu secundum magnitudinem partis superficiei uisus, ad quam peruenit forma rei & anguli solidi qui fit in centro uisus.

Pars enim superficiei uisus ad quam peruenit forma rei uisæ per angulum uirtutis pyramidis radialis, secundum quam per 18. 3. huius, fit rei obiectæ uisio, quod est apud centrum uisus semper mensuratur, quamuis uirtus sensitua comprehendat quantitatem illius anguli ex comprehensione partis superficiei uisus in qua figuratur forma rei uisæ, ut patet per ultimam 3. huius, proprie tamen angulus est per se causa mensurationis illius superficiei: est enim semper proportio illius partis superficiei oculi ad totam sphericam superficiem oculi, sicut illius anguli ad octo angulos rectos solidos per 87. primi huius, cū em pyramidis radialis basis semper sit in superficie rei uisæ per 18. tertij huius, secatur tamē ipsa pyramis quasi æquedistanter suæ basi per superficiem ipsius uisus, & sic unus angulus fit ambabus pyramidibus communis, radiali uidelicet totali & eius partis relectæ per ipsam superficiem oculi. Magnitudo itaq; partis superficiei uisus, ad quam peruenit forma rei, & angulus quem continet pyramis radialis continens illam partem superficiei uisus, sunt ambo radix comprehensionis magnitudinis rei uisæ: quamuis aut & hic angulus & hæc pars superficiei uisus diuersificentur secundum diuersitatem remotionis: quanto enim magis elongatur res, tanto magis ille angulus minorabitur per 106. primi huius, quia pyramis radialis fit strictior, & quasi una pyramidū radialium, quæ est rei uisæ remotioris, inscribitur pyramidi radiali quæ est rei uisæ propinquioris: angulus ergo in centro uisus fit acutior, & pars superficiei uisus cor respondens illi angulo fit minor, & quāto plus appropinqua res uisui, tanto plus ampliatur magnitudo: semper tñ magnitudo rei uisæ comprehenditur à uisu secundum magnitudinem partis præmissæ superficiei uisus, & anguli illius solidi qui fit in centro uisus, patet ergo propositum.

XVIII.

Magnitudines omnes comprehendæ à uisu secundum oppositionem sunt quantitates superficierum uisibilium & partium illarum superficierum, nec non suorum terminorum & spaciolorum inter uisibilia distinctorum.

Quantitas enim totius corporis rei uisæ non comprehenditur à uisu, quoniam uisus non comprehendit totam superficiem corporis, sed solum illud quod sibi opponitur ex superficie corporis aut ex superficieribus eius, quamuis corpus sit paruum, utpote illud inter quod & aliquam partem superficiei uisus duci possunt lineæ rectæ per secundam 3. huius: sic ergo uisus comprehendit solam rei superficiem, & si uisus cōprehenderit corporeitatem corporis, non propter hoc comprehendet quantitatem eius, sed tantum figuram corporeitatis: quod si fortasse corpus fuerit motum aut uisus motus, ita quod uisus comprehendet totam corporis superficiem, tūc uirtus distinctiua comprehendet quantitates corporeitatis eius alia operatione quā uisus sit apud uisionem, & similiter est de partibus corporis: quantitates ergo quas uisus comprehendit per oppositionem, nō sunt nisi quantitates superficierum & linearum terminantiū illas superficies uel ipsas mensurantiū

mensurantium secundum longum uel secundum latum, & quoniam comprehensio diuersorum corporum superficieribus diuersis & ipsarum terminis, necessario comprehenditur distantia inter illa corpora per comprehensiones partium superficiei uisus non coloratarum colore uisorum corporum, sed interiacentium partes superficiei uisus coloratas coloribus illorum corporum, nec sunt plures magnitudines quæ uisu comprehendantur, patet ergo propositum.

XIX.

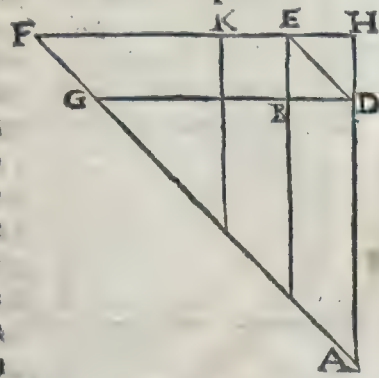
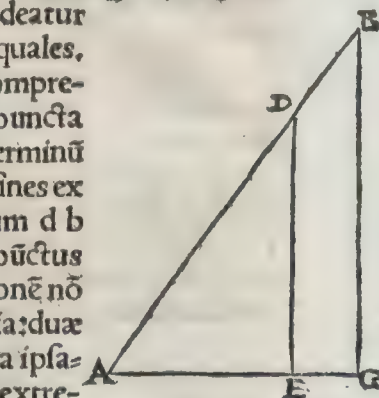
Omnia uisa sub eodem angulo, quorum distantia ab inuicem non penditur æqualia uidentur.

Sit uisus centrum punctum a, & sit res uisa linea b g, sintq; lineæ secundum quas puncta g & b, perueniunt ad uisum g a & b a, uidet itaq; linea b g sub angulo g a b, sitq; alia res quæ est d e cadens inter easdem lineas g a & b a, ita ut ipsa uideatur sub eodem angulo g a b, dico quod lineæ b g & d e, uidebuntur æquales. Si lineæ d b & e g, non perpendantur à uisu, quia enim uisus a, comprehendit duo puncta d & b, super lineam unam quæ est a b, & duo puncta e & g super lineam unam quod est a g, non ergo uidet aliquem terminū alicuius duarum quantitatum b g & d e, egredi ab alia, sed uidet fines extremorum æquales, & quia non perpendit quantitatem linearum d b & e g, esse aliquam, apparet uisui punctus d super punctum b, & punctus e super punctum g, eorum uero quorum alterum alteri suppositionē nō excedit reliquum, nec exceditur ab illo, illa sunt ad inuicē æqualia: duæ ergo lineæ d e & b g, uidentur æquales, qm secundū iudiciū uisus una ipsarum aliam cooperit, neq; extremitates unius superant alterius extremitates, & per hunc modum in noctibus aliquantiter lucidis, ut cum luna lucet de sub nubibus, uel in horis crepuscularibus, si accidat hominem uel aliud aliquid cum alta arboris uel turris sub eodem angulo uideri, iudicabitur homo uel res alia forte altitudinis ipsius arboris uel turris, & sit propter hoc multa deceptio in uisu, patet itaq; propositum.

XX.

Omne quod sub maiori angulo uidetur, maius uidet, & qd sub minori minus: ex quo patet qd idē sub maiori angulo uisum apparere maius se ipso sub minori angulo uiso, & uniuersaliter secundum proportionem anguli fit proportio quantitatis rei directe uel sub eadem obliquitate uisæ.

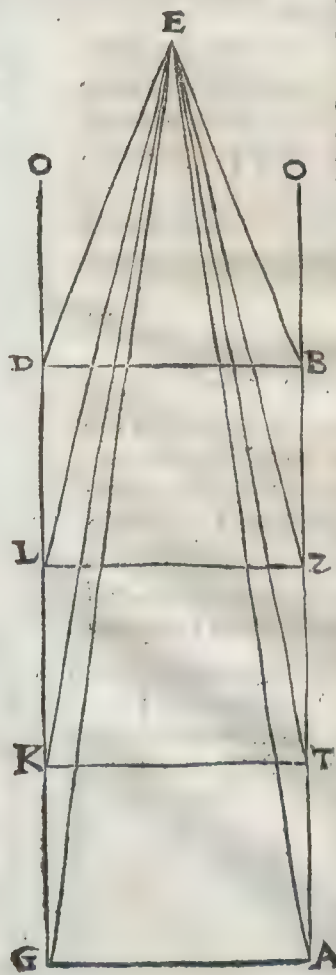
Esto centrum uisus in puncto a, & sit res quæ f e uisa sub angulo f a e, pductis quoq; lineis a f & a e, producat inter ipsas lineas g b æquedistanter lineæ f e, uidebitur ergo linea g b sub angulo f a e, quam forte accidet uideri esse æqualem lineæ f e, per præmissam, ut si lineas g f & b e, non contingat uideri, sed uisus lineis g f & b e, uidetur minor, quia est secundum ueritatem per 4. sexti, linea g b minor quā sit linea f e, cū linea a g sit minor quā linea a f, ex hypothesi: ducatur itaq; à puncto e linea æquedistans lineæ a g per 3. 1. primi, quæ secet protractam lineam g b in puncto d, erit ergo per 34. primi, linea g d æqualis lineæ f e, ducaturq; linea a d, secans protractam lineam e f in puncto h, eritq; linea h f maior quā linea e f, & angulus f a h est maior angulo f a e, per 29. primi huius, & quoniam angulus f a e est pars anguli f a h, linea uero f h uidetur maior quā linea e f, & linea d g uidetur maior quā linea b g, quia uisus partē à toto diiudicat, & ergo sub minori angulo uidetur, minus uidet, sed & quādoq; f e per præcedentem uidetur æqualis lineæ g b, ergo ut potest uideri linea e f minor quā linea g d, quæ est æqualis lineæ f e, ut patet ex præmissis: quod ergo sub maiori angulo uidetur maius uidetur, & quod uidetur sub minori, uidetur minus: conus itaq; pyramidis uisualis qui est f a e, secundum quam uidetur res remotior, quæ est f e, minor & acutior est quā conus pyramidis



x g a d, &amp;

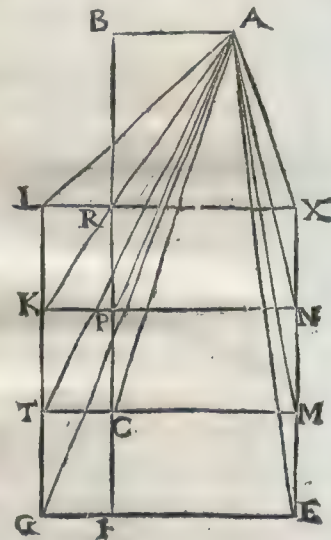


g a d, & quoniam superficies oculi secat ambas istas pyramides, cum ipsarum amborum conus sit quasi in centro oculi per 18. tertij huius, necesse est ergo basem pyramidis abscisae a pyramide f a e minorem esse base pyramidis abscisae a totali pyramide g a d, per 109. primi huius, cum illae duae abscisae pyramides aequalis sint altitudinis, quoniam linea producta a centro foraminis girationis nervi concavi ad superficiem oculi extrinsecam, est axis ambarum illarum pyramidum abscisarum, pars ergo superficiei visus ibi figurata per formam rei visae quae est g d, est maior quam pars eiusdem superficiei figurata per formam rei quae est f e, videtur ergo linea g d maior quam linea f e, & quoniam secundum quantitatem illarum partium superficiei ipsius visus virtus sensitiva comprehendet angulum quem lineae radiales continent in centro per ultimam 3. huius, patet quod rei quae videtur maior, correspondet angulus maior, & rei quae videtur minor correspondet angulus minor, quoniam secundum quod forma rei visae recipitur in superficie organi visui, secundum hoc accipitur quantitas anguli sub quo fit visio, & secundum hoc idem etiam fit iudicium quantitatis rei visae; omnis ergo res sub maiori angulo visae maior videtur se ipsa visae sub angulo minori, & universaliter in rebus directe visis secundum excrementum anguli fit excrementum quantitatis rei visae, unde sub duplo angulo visum duplum videtur, & sub triplo tripulum, & sic secundum proportionem nervorum. In oblique tamen visis, vel in his quorum unum videtur directe, & aliud oblique, non sic. Si enim trigonum a e f sit orthogonum, ita ut eius angulus a e f sit rectus, dividaturque angulus f a e per aequalia, producta linea a k, secante lineam f e in puncto k, non propter hoc dividetur linea e f per aequalia in puncto k, quoniam ut patet per 35. primi huius, minor est proportio anguli f a k ad angulum k a e, quam linea f k ad lineam k e, & sic secundum proportionem anguli ad angulum, non semper fit proportio quantitatis visae ad quantitatem visam, neque enim talia visae secundum eandem videntur dispositionem & situm respectu ipsius visus. In conformibus autem visibilibus secundum distantiam & situm & alia accidentia quae requiruntur ad conditionem & circumstantiam videndi, quae patent per primam huius, semper secundum proportionem anguli videtur proportionata quantitas rei visae, unde etiam illud quod sub minimo angulo videtur, minimum videtur, & quod sub nullo vel insensibili angulo pervenit ad visum superficiei, nullo modo videtur, ut patet per 19. primi huius, patet ergo propositum.



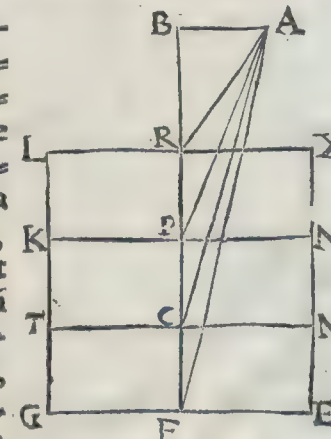
Parallelae lineae secundum remotiores a visu partes quasi concurrere videntur, nunquam tamen videbuntur concurrentes. Vniuersale est quod proponitur visui quocumque modo se habente ad illas lineas parallelas, siue enim visus sit in illarum superficie siue supra illam siue sub illa, semper eadem passio visui accidit, sit ergo primo visus in illa superficie, & sint duae parallelae lineae a b & g d, haec ergo per primam 3. huius, necessario erunt in eadem superficie, sit ergo in ipsarum superficie visus qui sit e, vel prope illam, dico quod superficiei interiacentis lineas a b & g d, inaequalis apparebit latitudo, & quod pars sui propinquior visui apparebit latior quam pars eius a visu remotior, & ita lineae a b & g d, quasi concurrere videbuntur: signetur enim puncta aequidistantia, & similiter in lineis a b & g d, quae sint in linea a b puncta z & t, & in illa linea g d & d g puncta l & k, & coniungant illa puncta & puncta terminalia ductis lineis b d, z b, t k, a g, quae omnes erunt aequidistantes ex hypothesi, & per 33. primi, & producantur lineae e b, e z, e t, & e a, e d, e l, e k, e g, & quoniam ergo angulus b e d maior est angulo z e l, sicut totum parte, quod patet per 34. primi huius, palam per praemissam, quia maior videbitur linea b d quam linea z l, & eodem modo maior videbitur linea z l quam linea t k, maiorque videbitur linea t k quam linea a g, et quia sic diminuantur in visu lineae latitudinis, palam quod superficies interiacens lineas minor videbitur

videbitur, lineae ergo a b & g d quasi concurrere videbuntur, nunquam tamen videbuntur concurrere, quia semper lineae latitudinis sub aliquo angulo videntur, cui in termino visiois sub tenditur basis cuiuscumque fuerit paruitatis, nunquam ergo videbuntur concurrentes, si nota visui quae sit a, parallelae subiacent, quae sint lineae l g & x e, ita quod visus sit erectus super superficiem horizontis, & lineae illae sint in superficie ipsius horizontis, adhuc illae lineae secundum remotiores a visu partes quasi concurrere videbuntur, dimittatur enim a visu a, perpendicularis super superficiem horizontis per 11. undecimi, quae sit a b, sintque ut prius lineae h e, k n, t m, parallelae, dico quoniam adhuc inaequalis latitudinis apparet superficies interiacens lineas l g & x e, & partes linearum remotiores a visu quasi concurrere videntur, ducatur enim linea a puncto b, perpendiculariter super lineam x l quae sint b r, eritque linea b r & l x, in eadem superficie per secundam 11. & producat lineam b r super lineam g e in punctum f, secetque lineam k n in puncto p, & lineam m in puncto t, & ducatur linea l a, k a, c a, x a, n a, m a, similiter ducantur lineae a r, a p, a t, quoniam itaque angulus a b r, est rectus, palamque superficies a b c, erecta est super superficiem l x, e g, & earum communis sectio est linea b f, per 19. primi huius, quoniam illa linea b f, est in ambabus illis superficiebus, quia ergo linea a r, praeteracta est in superficie a b c, & similiter linea a p & a t, palam per diffinitionem, quoniam angulus a r x & a p u & a c m, sunt recti, & ita illi trigoni qui sunt a b r, & a b p, & a b c, sunt orthogoni, si linea p n est aequalis lineae r x, ex hypothesi, & per 34. primi, quia uero angulus a b r est rectus, erit angulus a r b acutus per 32. ergo per 13. primi angulus a r p est obtusus, linea ergo a p maior est quam linea a r per 19. primi, angulus ergo r a x, per 34. primi huius, maior est angulo p a n, maior ergo videbitur linea r x quam linea p n, per praemissam, similiterque maior videbitur linea l r quam linea k p, quoniam eadem est demonstratio, est enim linea l r aequalis lineae k p, per principium: Si ab aequalibus etc. tota ergo linea l x videbitur maior quam tota linea k n, eodemque modo tota linea k n videbitur maior quam tota linea t m superficiei, ergo l x g e, partes remotiores visui videbuntur strictiores, lineae ergo l g & x e, videbuntur quasi concurrere, non tamen videbuntur unquam concurrentes, quia semper sub angulo aliquo videbuntur, & eodem penitus modo demonstrandum si lineae parallelae visae sint visu superiores, ut si visu inferius existente lineae ipsae parallelae sint in aliqua superficie super visum, ut accidit in tectis domuum, & similibus visu existente inferius, patet ergo propositum.



Lineis pluribus aequaliter ab inuicem aequedistantibus obiectis visui distantia remotiorum minor visui apparet.

Esto ut in praemissa visus, cuius centrum sit a, erectus in aere secundum erectionem videntis, in superficie quoque horizontis subiacent visui lineae aequales & aequedistantes, & secundum aequalitatem distantiam ab inuicem distantes, quae sint l x, k n, t m, g e, hoc ordine positae ut linea b e sit visui propinquior, aliae uero suae nominationis ordine sint remotiores a visu, dico quod linearum k n & t m, distantia minor videbitur quam linearum l x & k n, cum enim istae lineae sint aequales & aequedistantes, quae sunt l x, k n, & t m, copulatis ipsarum terminis per lineas l g & x e, erit per 39. & per 33. primi, linea l g aequalis lineae x e, & ducatur ut in proxima precedente linea a b, perpendicularis super superficiem l x, g e, & facta demonstratione ut in illa, sequatur angulum r a p esse maiorem angulo p a c, facilius tamen patet hoc per 35. primi huius, quoniam in trigono orthogonio a b f, partes aequales sunt abscisae ab uno laterum rectum angulum continentium, quae r p & p c, & e f, est ergo angulus r a p maior angulo p a c, per 10. quinti, linea ergo r p per 20. huius, videbitur maior quam linea p c, et linea p r maior quam linea e f. Remotior ergo istae distantiarum quae sunt r p, & p c, et e f, minor apparet



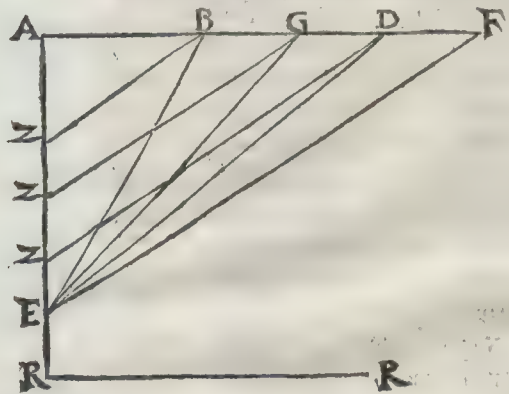


paret uisui per 20. huius, & hoc est ppositū. Et uniuersaliter in omni uisus dispositione ad datas parallelas potest hoc idem ut in præcedenti demonstrari.

XXIII.

Aequaliū partiū eiusdē uisibilis lineæ cōnectenti centra foraminū girationis neruorum cōcauorum æquedistantis remotior à uisu minor uidetur.

Sit linea r t connectens centra foraminū girationis neruorum concavorū, sintq; æquales partes eiusdē uisibilis sup lineā æquedistantē lineæ r t collocatae, quæ sint a b, b g, g d, d f, trahaturq; perpendicularis a e, in qua sit centrū oculi e, dico quod maior apparebit pars, a b q̄ b g, & b g quā g d, & g d quā d f, cū enim perpendicularis e a, sit breuior oībus lineis ductibilibus à puncto e ad lineam a d, ut oībus lineis e b, e g, e d, qd per



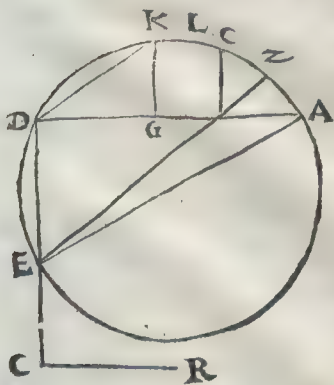
penultimā primī palā est, manifestū est ergo, qm p̄s a b, est p̄p̄inior uisui oībus illis partibus quæ sunt b g & g d, d f, ducantur em lineæ p quas accedunt for mæ puncto; ad uisum quæ sunt b e, g e, d e, f e, & ducatur p 3. primī, lineā b z æquedistās lineæ g e, quia igit in trigono a e g, lineā b z æquedistat lateri e g, palā per secundā sexti, qm est p̄portio lineæ a z ad lineā z e, sicut lineæ a b ad lineā b g, sed lineā a b æqualis est lineæ b g, ex hypothesi, ergo lineā a z est æqualis lineæ z e, sed p̄ penultimā primī lineā z b est maior quā lineā z a, ergo lineā b z est maior q̄ lineā z e, angulus ergo z e b p̄ 18. primī, maior est angulo z b e, sed angulus z b e, per 29. primī, æqualis est an-

gulo b e g, quia sunt coalterni inter lineas æquedistates, quæ sunt z b & e g, ergo angulus a e b maior est angulo b e g, ergo p̄ 20. huius, maior uidebitur a b quā b g, sub maiori em angulo uidebitur. Similiter quoq; ducta à puncto g lineā æquedistatē lineæ e d, eadē est demonstratio. Idem quoq; accidit si lineæ e a, e b, e g, e d, e f, nō sunt in una lineā naturali, dum tñ lineā mathematica inter ipsas imaginata æquedistat lineæ g e uel g t, & hoc est ppositū.

XXIII.

Aequalium diuersorū uisibiliū secundum eandem rectam lineam æquedistantem lineæ connectenti centra foraminū giratiōis neruorum concavorum uisui obiectorū, quod propinquius est uisui apparet maius.

Sint duo uisibilia discontinuata diuersa, sed æqualia a b & g d, opposita uisui secundū lineā a d, quæ sit æquedistans lineæ r t, cōnectenti cētra foraminū giratiōis neruorū cōcauorū, & sint inæqualiter distates à cētro uisus qd' sit e, ducaturq; lineæ à terminis uisibiliū ad centrū uisus, quæ sint e d & e a, & sit lineā e a maior q̄ lineā e d, dico qd' g d apparet uisui maius q̄ a b, pducantur em lineæ e g & e b, et circa trigonū a e d, describatur circulus p 5. quartī, & pducatur lineā e g ad circūferentiā in punctū l, & lineā a b in punctū z, & à puncto g ducatur perpendicularis sup a d, p 11. primī, q̄ p̄tracta ad circūferentiā sit g k, et à p̄cto b ducatur lineā b c, æquedistās lineæ g k, erit ergo p̄ 29. primī lineā b c, p̄pendicularis super lineā a d, secetq; periferiā circuli in p̄cto t, quia itaq; à terminis lineæ a d intra circūlū collocatæ æquales p̄tes sunt resectæ quæ sunt a b & g d, qm illæ sunt æquales ex hypothesi, & à p̄ctis sectionū sunt duæ lineæ p̄pendicularares sup lineā a d, pductæ ad periferiā illius circuli, q̄ sunt g k & b c, erit ergo p̄ 45. primī huius, lineā b c æqualis lineæ g k, sed & lineā a b est æq̄lis lineæ g d, ex hypothesi, & angulus a b c æqualis est angulo k g d, q̄a uterq; rectus, ergo corda k d æqualis est cordæ c a, p̄ 4. primī, ergo p̄ 27. tertij, arcus d k æqualis est



arcui c a, sed arcus c a est maior arcu z a, ergo & arcus k d maior est arcu z a, arcus uero l d maior arcu k d, ergo multo maior est arcus l d arcu z a, sed in arcū z a cadit angulus a e z,

a e z, & in arcū l d cadit angulus l e d, ergo p̄ ultimā sexti angulus l e d maior est angulo z e a, sed sub angulo a e z, uidebitur lineā a b, & sub angulo e l d uidebitur lineā g d, maior ergo apparet uisui lineā g d, quā lineā a b, per 20. huius, quod est ppositum.

XXV.

Aequaliū & æquedistantiū magnitudinū inæqualiter à uisu distantiū p̄p̄inior semp maior uidetur, nō tñ p̄portionaliter suis distantijs uidetur.

Sint duæ magnitudines uisæ a b & g d inæqualiter distantes ab oculo, cuius centrū sit e, sitq; uisui propinquior g d q̄ a b, dico q̄ maior apparebit g d q̄ a b, producantur enim lineæ e a, e b, e d, e g, uidebiturq; g d sub angulo g e d, qui est minor angulo a e b, ut parte sua per 34. primī huius, patet ergo per 20. quia lineā g d uidebitur maior q̄ lineā a b, & hoc eodem modo demonstrandum, siue centrū uisus & res uisæ sint in eadem altitudine, siue in diuersis; ut si uisus sit altior rebus uis, uel etiam econtra, non tamen uidentur hæc p̄portionaliter suis distantijs, uidelicet ut p̄portio g d maioris secundū apparentiā ad a b minorem, secundū apparentiā sit sicut b e distantia maioris ad d e distantiam minorem, qm ut patet per 11. huius maior est p̄portio b e distantia maioris ad d e distantiam minorem, q̄ anguli g e d maioris ad angulū a e b minorem. Sed quantū angulus g e d est maior angulo a e b, tanto lineā g d uidetur maior q̄ lineā a b, ut diximus in 20. huius, quoniam illa uisibilia conformiter ordinantur ad uisum. Non uidentur ergo lineæ g d & a b p̄portionaliter suis distantijs, quoniam distantiarum maior est p̄portio, & hoc est ppositum.

XXVI.

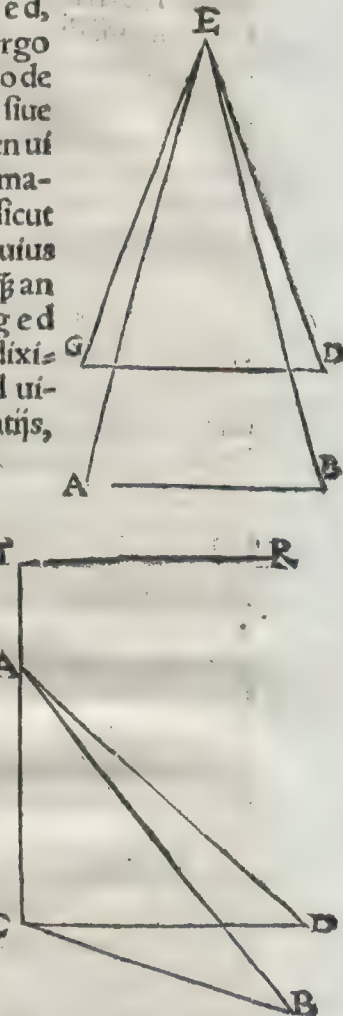
Ome uisibile obliquatū à uisu minus uidetur se ipso secundum proximum sui terminū directe uisui opposito.

Sit enim lineā connectens centra oculorū r t, sitq; centrum uisus a, & sit uisibile obliquatū à uisu b c, ducanturq; lineæ a b & a c, & à puncto c, qui sit terminus rei uisæ proximus uisui, ducatur lineā e d, æqualis lineæ c d, & æquedistans lineæ r t connectenti centra oculorū, qd' fieri potest per 39. tertij huius, illa ergo directe uisui opponetur per suppositionē, ducatur quoq; lineā a d, & quoniam per a huius lineā c d sub maiori angulo uidetur q̄ lineā c b, patet per 20. huius, quoniam minor uidetur lineā c b obliquata q̄ sua æqualis, quæ est lineā c d directe uisui opposita secundum proximū terminū ipsius lineæ c b, quo uisui plus appropinquat, qui est punctus c, & hoc est ppositum.

XXVII.

Vera rerum quantitas non comprehenditur à uisu nisi auxilio uirtutis distinctiue.

Quoniam enim, ut patet ex præmissis, anguli qui formantur in centro uisus, & partes superficiū uisus, secundū quas sit cōprehensio magnitudinis rei uisæ, semper diuersantur secundū approximationē & remotionem eiusdē rei, & secundū eandem directiōnem uel obliquationē se habentis ad uisum & ad axes radiales. Virtus ergo distinctiua distinguens quantitātē ueram rei uisæ, non considerabit solum angulū uel solum remotionem, qm neutrum illorū per se sufficit, sed considerabit angulū & remotionē simul: quātitates ergo ueræ ipsorū uisibilium nō cōprehenduntur nisi per distinctiōnē & cōparationem: hæc aut cōparatio erit simul, & erit ipsius basis pyramidis radialis, quæ per 18. tertij huius, est superficies rei uisæ ad angulū pyramidis. & ad quantitātē lōgitudinis axis pyramidis, quæ est lineā remotionis rei uisæ à uisu. Cōsideratio uero uirtutis distinctiue ipsius superficiē est semper in parte colorata superficiē uisus, angulo dicto correspondenti cum cōsideratione remotiōis ipsius rei uisæ à superficie uisus, qm quantitas illius partis coloratæ superficiē uisus semper est secundū quantitātē illius anguli per ultimā



x 3 tertij



tertijs huius. Nō est autem in illa cōsideratione uirtutis distinctiuae inter remotiōem rei uisae a superficie uisus & remotionem eius a centro uisus diuersitas sensibilis: cum itaq; uisus cōprehendit lineas pyramidis radialis perpendiculariter sibi incidentes, tunc uirtus distinctiua imaginabitur quantitatem extensiōis, secundū quantitātē extensiōis istarum linearum a centro uisus usq; ad terminos rei uisae, & quomodo cū hoc cōprehenderit quantitātē remotiōis rei uisae per 10. huius, tunc imaginabitur quantitātē lōgitudinē istarum linearum & quantitātē spaciōis, quae sunt inter ipsarū extremitates, quae spacia sunt diametri rei ipsius uisae, qm̄ ergo uirtus distinctiua imaginabitur quantitātē anguli, & quantitatem partis superficiei uisus correspondentis illi angulo, & quantitātē lōgitudinis linearum radialiū, & quantitātē situs ipsorū adinuicem, & quantitātē spaciōis quae sunt inter extremitates eorū, tunc ipsa cōprehendet quantitātē rei uisae secundū suum esse, qm̄ tunc nihil eorū, quibus cōprehenditur magnitudo rei uisae, remanet incōprehensum. Haec est itaq; qualitas cōprehensionis magnitudinis uisibilis, qui quando senserit formā & remotionem rei uisae, statim imaginabitur quantitātē loci & quantitātē remotionis, & ex ijs cōprehendet magnitudinē rei uisae, patet ergo illud quod proponebatur.

XXVIII.

In magnitudinis uisione uirtuti distinctiuae error accidit ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisae.

Ex intemperata enim lucis dispositione, ut de nocte uel in crepusculis cum lux est dubia, inspecto homine & uiso nemore aut pariete, remotis ab illo homine, cum latuerit hominē uidentem distantia inter hominē & nemus aut parietē uisum, quāuis illa distantia secundū ueritatem sit plurima, tunc uidebitur propinquitas hominis ad nemus uel ad parietem; & si accidit, ut idem radius pertingens ad caput hominis perueniat ad concutium nemoris, & tunc per 19. huius uidebitur homo & nemus aut paries eiusdē altitudinis, qm̄ sub eodem angulo uidetur, & forsitan homo uidebitur maioris altitudinis ipso nemore; ut si radius transiens caput hominis ad nemoris uel parietis altitudinē nō pertingat, & huius simile accidit iuxta ciuitatē Vratislauiā apud nemus uillae Boret, uisum sunt enim homines ibi in crepusculis altiores nemore illo alto, & uisus est lupus iuxta litignum & castrum Polontae, aequalis altitudinis ipsi nemori, sed hoc accidit in horis crepuscularibus; sed cum lux est dubia, & aestimata sunt illa uisa fuisse fantasmata a uidentibus; non accideret autē aliquid talium luce existente in temperamento, qm̄ tunc distantia hominis a nemore discerneretur, & altitudo uniuscuiusq; secundū terminū ipsius apparentem mēsuraretur. Similiter etiā ex coloris debilitate accidit error in uisione magnitudinis, qm̄ si in aliquo loco statuatur aliquod corpus fortis coloris, nō latebit uisum: qd si in eodem loco ponatur corpus aequale priori, sed coloris debilis, non uidebitur illud corpus. Sic etiam accidit error iste ex coloris identitate in corpore medio & in re uisa, unde corpus album in loco aliquo positū effusa aliqua albedine in superficie terrae interiacentis uisum & rem uisam, nō uidebitur; remota uero albedine spaciū interiacentis, statim forma illius albi corporis cōprehendetur, sit ergo tunc occultatio ex cōuenientia coloris, qm̄ si loco illius albi corporis ponatur corpus aequale sibi alterius coloris, unde uidebitur ipsum trans mediū dealbatum. Ex intemperata etiā lōgitudinis distantia fit error in magnitudinis uisione, qm̄ tunc uidebitur res multo minor qd sit in ueritate per 32. huius, tunc enim etiam partes eiusdem rei improporcionales suo toti absconduntur uisui, quia nō potest in tanta distantia uideri per 23. huius, & fit minor totalis rei apparentia, quoniam plura insensibiliter abscondita faciunt rei sensibilem ablationē, quae nō fieret distantia temperata. Intemperata etiam approximatio errorem inducit in uisione magnitudinis, qm̄ corpus approximātū oculo, uidetur maioris quantitatis qd sit reuera, quoniam ppter magnitudinē anguli corpus uidetur maius, ut prius propter paruitatem anguli corpus uisum est minus, & patet hoc per 29. huius, secundū quantitātē enim ampliore anguli pyramidalis amplior superficies uisus informat, ut patet per 87. primi huius; unde secundū quantitātē illius anguli & elongationem corporis fit aestimatio quantitatis

titatis rei uisae, ut praemissum est in precedente ppositione, nec enim lōgitudō distantiae rei ad interiora uidentis penetrat, cum pars capitis interior nō sit capax totius quantitatis radialiū linearum, nec potest certitudinaliter mēsurari, & ppter hoc rei quantitas refertur ad capacitatem & totam lōgitudinē. Vera autē remotio corporis attenditur secundum lineam a centro uisus ad superficiē rei precedentē, respectu cuius lineae semidiameter oculi incipit esse insensibilis, unde nō facit aliquā sensibilem errorem in lōgitudinis illius aestimatione. Sed corpore approximato uisui ultra illam distantia, tunc fit semidiameter oculi pportionalis distantiae corporis pportione sensibili, erit enim aliquā maior, aliquando aequalis, aliquā minor pportioe modica, nec forte sub dupla uel sub tripla, uel huiusmodi; unde in tali pportione rei uisae magnitudo anguli pyramidalis & sensibilis minoritatis lōgitudinis aestimata respectu, uere inducunt sensibilem apparentiam maioris in corpore. Ex inordinata etiā situs oppositione fit error in magnitudinis uisione, cum enim aliquis in alto existens uidet sub illa altitudine aliqua existentia inter se aequalia, quorū est unum post aliud in ordine dispositū, tunc enim per 25. huius iudicabitur postremum, qd est uidenti propinquius alterius, omnibus alijs uel maius, ut uigilans in turris alicuius eminētiae, uidēs homines uel arbores aequales, inaequaliter a se distantes, propinquiores sibi aestimat altiores. Ex intemperata etiam quantitatis rei uisae accidit error in magnitudinis uisione, propositis enim uisui duobus corporibus, quorū unum sit modicū maius alio, aut in sola lōgitudine, aut in latitudine, aut in utroq; ipso, forsitan illa iudicabuntur aequalia in omni dīensione, qm̄ paruitas illius excessus nō sentitur ppter sui paruitatem, nō enim excedit fines temperantiae respectu ipsius uisus. Ex intemperata etiam soliditate fit error in uisione magnitudinis, in cristallo enim angulata corpora angulorū, quia parum solida sunt, qnq; nō uidentur, cum corporis solidi anguli uideri possent. Ex intemperata etiam raritatis in uisione magnitudinis error accidit, quoniam in aere nubilofo obscuro, ut in horis crepuscularibus plurimum accidit, qd corpus uisum maius apparet qd in aere temperato, ut nos infra declarabimus, cū tractatū de ijs quae uidentur per medium secundi diaconi faciemus. Ex intemperantia etiam temporis fit error in uisione quantitatis, cum enim ardens ticio saepius per aliquod spaciū uelociter mouetur, apparet totum spaciū ignitū, quia nō perpenditur quantitas temporis propter uelocitātē motus ticionis, & sic ignis paruus aestimatur maior propter sui motus temporis breuitatem. Ex intemperantia & uisus debilitate in magnitudinis uisione error accidit, quia etiam res forte parua nullo modo uidetur, ut patet in senibus, qui non possunt discernere literam minutā, patet ergo propositum.

XXIX.

Uisio comprehendit omnem situm per comprehensionem debitae remotionis in ipsis rebus situatis.

Siue enim nomen situs dicat totius rei uisae, siue partiū eius oppositionem ad uisum secundū directionem uel obliuationē, siue dicat ordinationē superficierum rei uisae, uel partium eius apud superficiē ipsius uisus, ut cum res uisa est multarum superficierū apparentium uisui, siue nomen situs dicat situationem linearum, quae sunt ipsarum superficierum uisibilium, siue dicat situm spaciōrū, quae sunt inter quaelibet duo uisibilia simul cōprehēsa a uisu, semper accepto situ secundū quācunq; istorū modorū: haec omnia & singula cōprehēdit uisus, ut haec sunt disposita in corporibus lucidis uel coloratis, ut per se uisibilibus & in illis fundata, & semp cōprehendit quēlibet motū situs, cōprehēsa remotione a uisu uel inter se, quae debentur ipsis totis uel partibus situatis, patet ergo ppositū, qm̄ hos modos particulariter in sequentibus prosequemur.

XXX.

Situs oppositionis rei uisae & partium eius ad uisum comprehenditur a sensu uisus auxilio uirtutis distinctiuae.

Cum enim situs cuiuslibet habentis situm apud aliud, componatur ex remotione illorum duorum ab inuicem, palam qd oppositio rei uisae ad uisum, quae quidem situs est, cōpo



componitur ex remotione rei uisae à uisu, & ex parte uniuersi, in qua est res uisa respectu uisus: comprehensio autem remotionis rei uisae est ab ipsa uirtute distinctiua per intentionem quiescentem in anima, ut ostensum est per nonam & per 10. huius. Cum ergo uirtus distinctiua comprehendit locum rei uisae & suam remotionem, tunc uisibilis cum illis comprehendit rei oppositionem: uerus autem locus rei uisae comprehenditur ex situ ipsius uisus, & ex situ ipsius rei uisae apud uisionem, quoniam uisus non comprehendit rem uisam nisi ex oppositione. Distinguet ergo uirtus distinctiua inter locum obliquum uisui & locum propinquum ei: uirtus enim distinctiua comprehendit omnia loca rerum locatarum per comprehensionem remotionis & partis uniuersi, ad quam est illa remotio, ut patuit per 14. huius: unde etiam comprehendit locum oppositum uisui apud comprehensionem rei uisae, & quoniam uisui ablato ab illa re uisa, destruitur uisio illius rei, tunc uirtus distinctiua comprehendit quod res uisa non est nisi in parte opposita uisui apud uisionem illius rei uisae, & secundum hunc modum distinguuntur loca uisibilium, quoniam uisibilia distincta non distinguuntur à uisu nisi ex distinctione locorum distinctorum in superficie membri sentientis, ad quod perueniunt formae uisibilium distinctorum. Sicut itaque loca uocum & sonorum comprehenduntur à sensu auditus, & deinde mediante auditu à uirtute distinctiua, ita loca uisibilium comprehenduntur mediante uisu à uirtute distinctiua. Cum enim forma rei uisae peruenit in superficiem uisus, sentiet uirtus uidens locum membri sentientis ad quam peruenit illa forma, & ex rectitudine lineae perpendiculariter incidentis illi loco, comprehendit uirtus distinctiua locum rei uisae, & quia intentio remotionis est quiescens apud ipsam animam, ipsa ergo comprehendit locum rei uisae, & remotionem eius in simul apud comprehensionem formae à uisu sentiente. In peruentu ergo formae uisae ad uisum comprehendit uisus lucem & colorem rei uisae, & partem superficiei uisus, quae illuminatur & coloratur ab ista forma, & uirtus distinctiua comprehendit locum & remotionem rei uisae, & per consequens oppositionem ipsius totius rei uisae & omnium partium eius adinuicem in suo toto, & omnium istorum comprehensio fit simul: situs ergo oppositionis rei uisae & partium eius ad uisum comprehenditur à sensu uisus auxilio uirtutis distinctiuae, quod est propositum.

XXXI.

Visus comprehendit directionem & obliquationem linearum, superficierum & spaciorum ex comprehensione diuersitate remotionum suarum extremitatum auxilio uirtutis distinctiuae.

Cum enim axes radiales secant lineas uel superficies, uel spacia, ut super illa perpendiculariter erecti, tunc uisus comprehendit superficiem rei uisae, & remotiones extremitatum eius aequales ex utraque parte axis erecti, tunc comprehendit illam superficiem esse directe uisui oppositam, & iudicabit uirtus distinctiua superficiem illam directe oppositam uisui. Cum autem uisus comprehenderit remotionem extremitatis superficiei uisae diuersam, & à puncto coniunctionis axium extra lineam, in quam incidunt axes perpendiculariter, non inuenit in tota superficie sibi opposita duo puncta aequalis remotionis à superficie uisus, tunc comprehendit illam superficiem obliquatam in eius oppositione, & uirtus distinctiua iudicabit ipsam obliquatam: & similiter est de sitibus linearum & spaciorum cadentium inter res plures uisas simul, ipsorum enim directionem & obliquationem iudicabit uisus auxilio uirtutis distinctiuae, & ista aequalitas directionis & diuersitas obliquationis multoties comprehendatur à sentiente per solam aestimationem & per signa: in maxima enim distantia uel remotione comprehendetur superficies uel linea uel spacium, quod est obliquatum, quasi sit directum, quando scilicet non perfecte comprehenditur diuersitas, quae est inter remotiones extremitatum eius: unde ad hoc quod uisus bene hoc comprehendat, oportet ut talium uisibilium sit distantia mediocris, quia etiam in magna distantia, parum obliquata uidentur ut penitus directae, & licet secundum modum praedictum superficies aliqua, uel linea uel spacium uisui sint directe opposita, nulla tamen pars illius superficiei, lineae uel spacii per se directe opponitur uisui, quoniam axes

axes radiales ubicunque extra unum punctum perpendiculares incidant, semper incidunt oblique, & secundum angulos inaequales per 10. primi huius. Si autem superficies, lineae uel spacia aequidistant axibus uisualibus, nec secant ab illis, opponant autem uisui, tunc etiam situs ipsorum in directione & obliquatione comprehenditur à uisu per remotionem suarum extremitatum, & potest fieri proportio istorum ad superficies, lineas uel spacia quae secant axes radiales, quibus axibus ipsa aequidistant, patet itaque illud quod proponebatur.

XXXII.

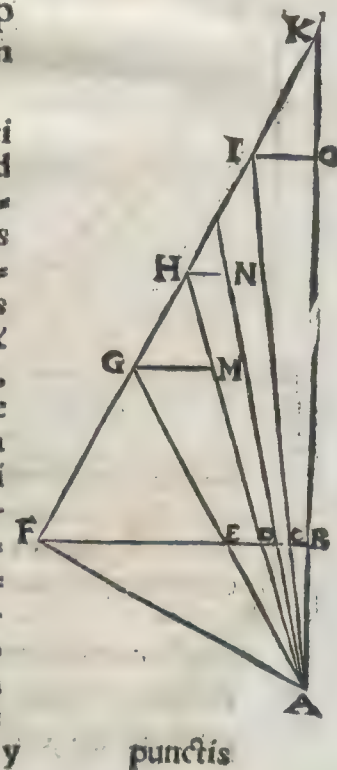
Situs partium & situs terminorum superficiei rei uisae, aut situs superficierum eius adinuicem, & situs plurium uisibilium simul uisorum ex comprehensione diuersitatis in remotione & ordinatione formarum peruenientium ad uisum, comprehenditur à uisu auxilio uirtutis distinctiuae.

Quoniam enim forma cuiuslibet partis superficiei rei uisae peruenit ad aliquam partem superficiei uisus, ad quam peruenit forma totius rei uisae: unde cum superficies rei uisae fuerit diuersae colorum distinctorum, tunc erit forma perueniens in uisum diuersae colorum, & erunt partes eius distinctae secundum directionem partium superficiei rei uisae, tunc itaque uisus sentiet quolibet partem formae uisae ex sensu colorum illarum partium & lucis quae est in eis, & sentiet loca formarum partium in superficie uisus ex sensu colorum partium illarum & lucis earum, & uirtus distinctiua comprehendit ordinationem illorum colorum ex comprehensione diuersitatis partium formarum, & ex comprehensione differentiarum ipsarum partium, & sic comprehendit aliquid contiguum & aliquid separatum, similiter etiam est de ipsis uisibilibus contiguis uel distinctis. Situs uero partium rei uisae adinuicem secundum accessionem & remotionem, uel secundum praeminentiam unius ipsarum super alteram, & profundationem unius ipsarum sub altera comprehenditur à uisu ex comprehensione quantitatis remotionis partium secundum magis & minus: termini autem superficiei rei uisae ac superficiei eius, quae sunt lineae ipsas superficies terminantes, & ordinatio ipsorum comprehenditur à uisu per comprehensionem partis superficiei eius, in qua peruenit color ipsius superficiei rei uisae per illos terminos uel lineas terminatas, & lux eius & per comprehensionem terminorum illius partis ordinationis auxilio uirtutis distinctiuae, & quoniam omnia opposita secundum hunc modum comprehenduntur, patet ergo illud quod proponebatur.

XXXIII.

Omnis linea uel superficies rei uisae directe uisibus uel uisui opposita perfectius uidetur quam obliquata, & secundum quantitatem obliquationis fit imperfectio uisionis.

Esto centrum uisus a, & sit exempli gratia superficies plana rei uisae directe uisibus opposita, in qua sit linea b c d e f, & sint b c, c d, d e, e f partes illius lineae aequales uel inaequales, sitque superficies obliquata uisibus, in qua sit linea f g h i k, & sit taliter, ut obliquatio illius superficiei incipiat à puncto f, sitque linea a d perpendicularis super lineam b f, ducanturque à centro uisus lineae a f, a e, a d, a c, a b, quae omnes producantur ad superficiem obliquatam. Incidat linea a e in punctum g, & linea a d in punctum h, & linea a c in punctum i, & linea a b in punctum k, & quia per 13. primi angulus h d f est rectus, quia angulus a d f est rectus ex hypothese, palam ergo per penultimam primi, quoniam linea f h est maior quam linea f d, & si à puncto g ducatur linea aequidistans lineae f d per 31. primi, quae sit g m, erit per 29. primi & 4. sexti, & penultimam primi linea g h maior quam linea e d, & similiter fiet de omnibus punctis inter puncta f & h datis. Item à puncto h ducatur linea aequidistans lineae d c, quae sit h n, & quoniam per 32. primi angulus a c d est acutus, erit per 13. primi angulus i c d obtusus, ergo per 29. primi angulus i n h est obtusus, ergo per 19. primi & per secundam sexti linea h i est maior quam d t, eodem quoque modo fit de omnibus



punctis



punctis lineae h k, patet ergo qd eidem angulo, qui sit in centro visus, semper subtenduntur maiores partes lineae obliquatae, qd lineae directe oppositae visui; partes itaq; superficiei rei visae directe visui uel visibus oppositae aequaliter distantes a puncto axis, uel a puncto consuetudinis, similiter visuae uirtuti offeruntur per 45. tertij huius, propter qd perfectius tota illa superficies uidetur, & omnes subtiles intentiones quae sunt in ipsa: superficies nota obliquata visibus, acquirit formam dubitabilem, siue per unum visum uideatur siue per ambos, & siue illa forma per axes perueniat ad visum siue extra axes: & etiam si distantia sit mediocri ipsius superficiei obliquatae a visui, partes enim superficiei illius aequales partibus superficiei directe visui oppositae, ut patet ex praedemonstratis, sub minori angulo uidentur, quonia si essent directe visibus oppositae, quia lineae suarum extremitatum a centro visus productae, minoribus angulis subtenduntur, sic ergo totales illae superficies instituuntur in superficieribus visus, quasi congregatae propter suam obliquationem, angulus enim quem subtendit superficies ipsius visus, quae est informata superficiei obliquatae, est paruus & sensibiliter minor, eo qd faceret eadem superficies visibus opposita directe, uel superficies aliqua alia aequalis superficiei obliquatae, quia ergo ipsa superficies visus informata ex illa obliquata superficiei est minor, & partes paruae illius superficiei obliquatae incidunt angulis quasi insensibilibus ppter maximam obliquationem, ideo de necessitate illa superficies obliquata uidetur minus perfecte: cum enim parua superficies fuerit multum obliquata, tunc enim duae lineae ex eunt a centro visus ad extremitatem illius partis, sicut quasi linea una, qua propter senties non comprehendit angulum contentum inter illas, neq; partem quam distinguunt ex superficie visus: tota ergo superficies obliquata visui multum amittit sensibilitatis, ga si in ipsa fuerint subtiles aliq; intentiones, non comprehendunt a visui ppter latitudinem suarum partium paruarum, & qm superficieribus plus obliquatis plus accedit ppositae passionis, ideo secundum quantitatem obliquationis sit imperfectio uisionis, patet ergo illud quod pponebatur.

XXXIII.

Excessu remotionis nimio existente, res a visibus obliquata quandoq; uidetur directe opposita.

Quonia enim, ut patet per 10. huius, quantitas remotionis attendit secundum quantitatem diametrorum rei visae, ideo & nimietas excessus remotionis attenditur secundum quantitatem diametrorum rei visae: quae enim magno visibili non est nimia distantia a visui, hoc minus uisibili est nimia, qm non eodem modo in eadem distantia maior & minus percipiuntur a visui, ut patet per 7. & per 20. huius. Sit itaq; centrum visus a, & res uisa obliqua quae b c, cuius alter terminorum qui sit b propinquior sit visui, sitq; illa res uisa sub angulo b a c, erit ergo argumento 26. & 20. huius angulus b a c minor qd ipsa res uisa, quae b c a proximo sui termino ad visum qui est b directe uideretur, sed per 11. huius, in omnibus uisibilibus maior est proportio distantiae maioris ad distantiam minoris, qd sit anguli maioris ad angulum minorem: in nimia autem remotione distantiarum proportio distantiae maioris unius extremorum rei visae, ut in proposito ipsius c ad distantiam minorem alterius extremorum, ut ipsius b, est differentiae insensibilis, ut lineae a c longioris ad lineam a b breuiorem, ergo multo magis insensibilis est differentia ipsorum angulorum: uidebitur ergo b c in maxima remotione quasi directe visibus opposita cum sit obliquata, & hoc est propositum.

XXXV.

Omne uisum existens extra communem axem in uno tantum axe uisuali, uel per radios propinquos axi, uel in propinquos ambobus axibus uisualibus comprehensum, uidetur axi communi approximare plus eius situ uero.

Axis

Axis enim radialis, ut patet per 37. tertij huius, semper defert punctum, cui incidit ad punctum medium nerui communis, cui semper inhaeret terminus axis communis. Cum ergo uisus comprehendit rem uisam secundum qd est, & instituitur forma in concavitate communis nerui in uno loco, & continua sibi adinuicem secundum continuationem rei visae, & punctus rei visae qui est super radialem axem, licet non fuerit super axem communem, uideatur tamen in loco propinquiori communi axi, qd sit in suo uero loco, tunc puncta residua etiam uidentur in loco propinquiori communi axi, qd sint in suo uero loco, quia sunt continuata cum parte quae est apud extremum axis: & si axes amborum uisuum concurrerint in aliqua re uisa extra axem communem, uidebitur tunc illa res in loco propinquiori communi axi, qd sit in suo loco uero, hoc tamen raro accidit, quia cum axes uisuales concurrerint in aliquo uiso, tunc ut plurimum axis communis transibit per illud uisum, quia raro axes amborum uisuum concurrunt in aliquo uiso extra axem communem, nisi per laborem aut impedimentum cogens uisum ad hoc: unde haec dispositio non est uisibus assueta, quia si esset talis dispositio uisibus multum assueta, tunc ipsa accideret in omni uisione uel pluribus, qd tamen non est uerum, patet itaq; propositum.

XXXVI.

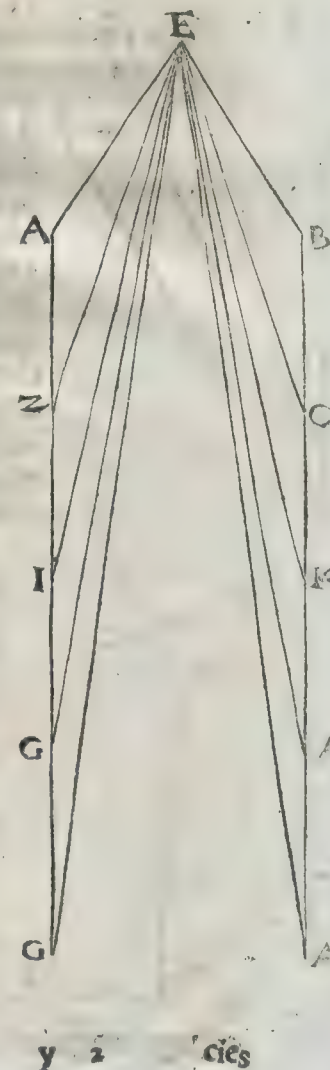
Omni uisibilium secundum sui longitudinem ante oculos extensorum, quae sunt a dextris in sinistram, & quae in sinistris ad dextram educi uidentur partem.

Sint duo uisibilia secundum sui longitudinem ante oculos extensa, quae exempli causa sint aequedistantia, & sint a b & d g, sitq; centrum visus e, ducanturq; lineae ad puncta illorum uisibilium in sinistram quidem partem quae sit a b, ducantur lineae e b, e c, e k, e a, & in dexteriori quae sit g d ducantur lineae e d, e z, e i, e g, dico qd lineae e z, e i, e g uidentur quasi in partem sinistram productae, & lineae e t, e k, e a uidentur quasi productae in partem dextram, sit eni linea e d perpendicularis super lineam a b, & linea e b perpendicularis super lineam a b, erit ergo per 19. primi lineae e d breuior oibus lineis e z, e i, e g, & linea e b breuior oibus lineis e t, e k, e a: linea ergo e d & e b minima a visu denotabunt distantiam lineae g d & a b, secundum illas ergo lineas perfectior sit uisio partium rerum uisae quibus incidunt p 23. h9. linea ergo e d apparebit dexterior oibus lineis suo uisibili incidentibus, & linea e b sinistrior, illis qd lineis propinquis incidentes mutabunt situm dispositionem secundum recessum ab illis lineis, eritq; linea e z dexterior qd illa linea e t, & linea e i dexterior qd linea e g: palam ergo, qm linea e g uidet in sinistram a linea e i, & linea e i similiter uidet in sinistram a linea e z, eodem quoq; modo uidebitur linea e a in dextram educi a linea e k, & linea e k uidetur in dextram educi a linea e t: punctum ergo z plus approximatur ad sinistram qd punctum d, & punctum i plus qd punctum z, & punctum g plus qd punctum t: tota ergo linea d g uidet sinistrari, & tota linea b a uidet dextrari, qm puncto b existente sinistro, punctum t uidet plus dextrum illo: & ite punctum k plus dextrum puncto t, & punctum a plus dextrum puncto k, patet ergo ppositum, qm similiter est in quibuslibet alijs punctis demonstrandis, qm enim sub dexterioribus radijs uidentur, dexteriora apparent, & quae sub sinistrioribus sinistriora, ut patet per suppositionem huius, haec aut omnia accidunt, qd lineae parallelae secundum remotiores sui a visu partes concurrere uidentur p 21. huius, & hoc est propositum.

XXXVII.

Superficierum sub oculo iacentium, remotiores a visu, altiores uidentur.

Sit centrum visus a in altiori situ collocatum, quoniam superficies





cies rei uisae in qua sint lineae b e, d, g, ducanturque lineae a b, a e, a d, a g, sitque causa exempli situs talis, ut linea a b sit perpendicularis super lineam b g, in qua collocantur lineae b e, e g, d g, quoniam in alijs sitibus maior est diuersitas, dico quod linea g d altior uidetur quam linea d e, & linea d e altior quam linea b e, sumatur enim in linea b e punctus, & a quo ducatur per i. primi linea z i perpendicularis super lineam b e, quae fiat altior quam linea a b, quoniam ergo punctorum formae e g d procedentes ad uisum, primo pertranseunt lineam z i, quam perueniant ad punctum a centrum uisus, sit ut linea g a secet lineam z i in puncto i, & linea d a in puncto t, & linea e a in puncto k, quia ergo punctus i eleuatur est puncto t, & punctus t puncto k, ideo quod linea a t maior est quam linea a i, & linea a k maior quam linea a t per 13. primi; & in linea in qua est punctum i est etiam punctum g, & in linea in qua est punctum t, est etiam punctum d, & in linea in qua est punctum k, est etiam punctum e: per comprehensionem uero punctorum d & g uidetur linea d g, & per puncta e & d uidetur linea e d, palam, quoniam cum linea g d eleuatur apparebit quam linea d e, & similiter d e apparebit eleuatur quam linea b e, cuius enim puncti forma multiplicando se ad uisum magis eleuatur, hoc altius apparet uisui per suppositionem huius, quia in altiori situ offertur uisui, & secundum illum modum figuratur in superficie uisus, patet ergo propositum, & patet ex hoc, quod multum exaltato uisu superficies planae iacentes longe a uisu concaue uidebuntur, tendunt enim formae talium punctorum ad uisum per modum circulerentiae circa centrum uisus propter aequalitatem uirtutis uisus, patet ergo propositum.

XXXVIII.

Superficierum uisui superiacentium remotiores a uisu decliuiores uidentur.

Sit centrum uisus punctus a in inferiori situ collocatum quam superficies rei uisae, in qua sint lineae b e, e d, d g, & ducantur sicut in praecedenti lineae a b, a e, a d, a g, quarum a b sit perpendicularis super superficiem suppositam uisui, dico quod linea d g apparebit decliuor quam linea d e, & linea d e decliuor quam linea b e, ducatur enim in praecedente linea z i aequidistans lineae a b, secans lineam g d in puncto i, & lineam e a in puncto c, & lineam d a in puncto k, ergo per ea quae in praecedenti diximus, forma puncti g decliuor uidebitur quam forma puncti d, & forma d decliuor quam forma puncti e, & forma puncti e decliuor quam forma puncti b. Sed per formas punctorum g & d forma lineae g d occurrit uisui, & per formas punctorum d & e uidebitur forma lineae d e, & per formas punctorum e & b uidebitur forma lineae e b, quoniam itaque, ut ostendimus in praemissa, linea a t est maior quam linea a i, & linea a k minor quam linea a c, & secundum harum linearum dispositionem sit forma illoque punctorum uisio, palam ergo, quoniam centro uisus & ipso uisibili sic dispositis. Remotiora igitur a uisu, decliuiora uisui occurrunt, quam propinquiora, & hoc est propositum.

XXXIX.

Aequalium magnitudinum sub eodem uisu erectarum remotiores altiores apparent.

Sit centrum uisus punctum i, & sint uisae aequales magnitudines, quae sub ipso uisu sint erectae, quae sint a b, g d, e z, sitque a b remotior a uisu, & deinde g d, & deinde e z, & sit centrum oculi punctum i, eleuatiue existens illis magnitudinibus, ducanturque lineae i a, i g, i e, dico quod magnitudinum illarum a b apparet altior quam g d, & g d altior quam e z, quoniam enim linea i a est eleuatur quam linea i g, & linea i g eleuatur quam linea i e, & in linea cui incidit linea i a, i g, i e sunt puncta a g e, & p. 37. h9 uidentur puncta remotiora uisui altiora, puncta uero a g e sunt in magnitudinibus a b, g d, e z, ergo magnitudo a b apparet eleuatur quam ipsa magnitudo g d, & magnitudo g d apparet

paret altior quam ipsa e z, quod est propositum, & quia de qualibet magnitudine longiori potest abscindi aequalis breuiori. Ideo in omnibus magnitudinibus subiacentibus uisui praesens tenet demonstratio, quoniam semper remotiores uidentur altiores, quam sint secundum ueritatem.

XL.

Aequalium magnitudinum uisui super erectarum remotiores decliuiores apparent.

Esto sicut in praecedenti centrum uisus punctum i, & sint aequales magnitudines quae a b, g d, e z, erectae superstantes uisui, sitque a b remotior uisui quam aliae, & e z propinquior uisui, dico quod magnitudo a b apparet decliuor quam g d, & magnitudo g d decliuor quam e z, ducantur enim ut in praemissa lineae i b, i d, i z, quoniam ergo sicut, patet per 38. huius, forma ueniens per lineam i b, est decliuor modo uisui incidens, quam forma ueniens per lineam i d, & forma uisui adueniens per lineam i d, decliuor modo incidet, quam forma ueniens per lineam i z, sed in linea cui incidunt lineae i z, i d, i b, sunt puncta z d b, quae puncta sunt in magnitudinibus a b, g d, e z, palam ergo quoniam istarum magnitudinum illa quae est a b decliuor apparet quam g d, & g d quam e z, & hoc est propositum, est autem uniuersale illo modo quo diximus in praecedenti.

XLI.

Altioris magnitudinis uisibilis per uerticem inferioris aspectus accedente & recedente uisui secundum lineam uertici inferioris perpendiculariter incidentem, semper idem erit excessus, non uidebitur autem idem.

Sint duae uisae magnitudines inaequales a b maior, & g d minor, quarum uertices sint a & g, & sit centrum uisus punctum e, ducanturque lineae g e perpendicularis super lineam g d, secans lineam a b in puncto z, dico quod oculo accedente & recedente secundum lineam g e, semper idem uidebitur excessus lineae b super lineam g d, qui excessus est linea z a, accedat enim uisus ad punctum i, propinquius puncto g quam punctum e, uel remoueat ad aliud punctum f, remotius quam punctum e, semper autem perpendiculariter non incidet forma alicuius punctorum lineae g d, ipsi uisui, nisi sola forma puncti, est in quam cadit perpendiculariter e z, quoniam per 20. primi huius, duas lineas eidem superficie ab eodem puncto ductas perpendiculariter insisteret est impossibile, palam ergo propositum, uidebitur tamen linea a z, minus uel augmentari secundum diuersitatem angulorum, sub quibus fiet uisio per 20. huius, & est ut patet ex praemissis, & per 21. primi, angulus a i z maior angulo a e z, & angulus a e z maior angulo a f z, secundum hoc autem diuersificatur in uisu quantitas lineae a z, semper tamen illius lineae a z, eadem est quantitas in se ipsa, & hoc est propositum.

XLII.

Altioris uisibilis per uerticem inferioris aspectus accedente uisui secundum lineam excessui altioris perpendiculariter incidentem, maior pars altioris uidetur, recedente uero uisu secundum eandem lineam minor pars altioris uidetur, secundum aliam uero lineam accedente uel recedente uisu, accidit e contrario.

Sint ut in praemissa duae inaequales magnitudines, quae a b & g d, quarum maior sit a b, & sit centrum uisus in puncto e, positum in linea e a, perpendiculariter incidente puncto a qui sit altior terminis lineae a b, ambae ergo magnitudines tam a b quam g d subiacent uisui, cum uertex altioris qui est a, sit in perpendiculari ducta a centro uisus ad magnitudinem altioris, sint enim magnitudines a b & g d, taliter erectae, ut punctum a sit altius quam punctum g, perueniatque forma alicuius punctorum lineae a b, quod sit z, per uerticem

y 3

uerticem

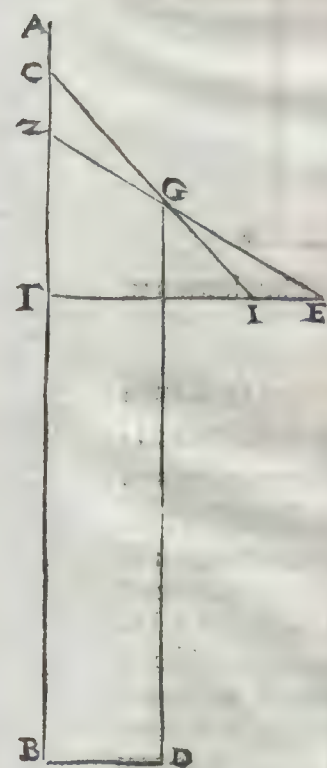


uerticem lineæ d g, qui sit g ad uisum e, & sit lineæ secundum quam aduenit illa forma lineæ z e, sub lineâ itaq; z e uidetur lineæ z a, pars magnitudinis a b & tota magnitudo d g, remanetq; pars lineæ a b, quæ non uidetur per uerticem g, & hoc est lineæ z b, accedat autem uisus propinquius ad punctum a, ut fiat in eadem lineâ puncto i, palam quoq; quia in hoc situ aliquis punctus lineæ a b inferior puncto z peruenit ad uisum, qui sit punctus t, & ducatur lineâ t per uerticem g ad uisum, sub lineâ ergo i t uidebitur pars magnitudinis a b quæ est t a, & tota magnitudo g d, remanetq; pars lineæ a b quæ est a t uisa, & quoniam lineæ a t est maior quàm lineæ z a, quæ uidebatur uisu existente remotiore, necessarium autem est lineam t a fieri maiorem quàm sit lineæ z a, ideo quod angulus a i t est maior angulo a e z, illud ergo qd uidetur sub angulo a i t, est maius illo quod uidetur sub angulo a e z, per 20. huius, lineæ ergo a t maior uidebitur, & per 19. primi, maior est quàm lineæ a z, & quando lineæ e g perpendiculariter incidente cuicunq; puncto f, excessus lineæ a b super lineam g d, eadem est demonstratio, palam ergo quod accedente uisu super apparens pars lineæ a b semper sit maior, recedente uero uisu sit minor, & hoc est propositum primum; secundum aliam uero lineam quæ sit perpendicularis super lineam a b, non tamen incidat in punctum a, uel in aliquod punctum excessus, sed in aliquod aliud punctum lineæ a b, bassius toto excessu lineæ a b super lineam g d, ut in punctum f, uisu accedente uel recedente accidit econuerso,

nam accedente uisu totius magnitudinis a b, minus uidetur per uerticem g, & recedente uisu magis, existente enim uisu in puncto e, multiplicabitur ad uisum forma lineæ z a, accedente uero p, uisu in punctum i, & ductis lineis e g & e t, i g c, patet quod illæ lineæ secabunt se in puncto g, & non perueniet ad uisum forma alicuius punctorum lineæ z t, sed solum formæ lineæ t a, quæ est necessario minor q̃ lineæ z a, patet ergo propositum.

XLIII.

Inæqualium uisibilium uerticibus in eadem lineâ æquedistate horizonti existentibus, pars inferior longioris uisa per basem breuioris accedente uisu secundum lineam excessui longioris perpendiculariter incidentem maior pars longioris uidebitur: recedente uero uisu secundum eandem lineam minor pars altioris uidebitur, secundum aliam uero lineam accidit econuerso.



Hæc non differt in hypothese à præmissa, nisi quod in illa uisibilia sunt subiacta uisui, in hoc uero sunt superstitia. Sint ergo inæquales quantitates a b & g d, quarum maior sit a b, sintq; uertices illarum quantitarum b & d, & sit lineâ b d æquedistans horizonti, sitq; centrū uisus in puncto e, multipliceturq; forma alicuius puncti lineæ a b, ut z per basem g, ad uisum e, fiatq; lineæ z g e, sub lineâ ergo z e continentur z a & g d, & b z, non apparet uisui propter interpositionem ipsius g d, inferior uero ipsius pars declinior apparet per 40. huius, remanetq; a z pars lineæ a b apparens uisui ultra lineam g d, accedat ergo uisus & sit in puncto i propinquiori ad punctum a, in eadem lineâ perpendiculari, super lineam a b quæ sit e f, hæc enim æquedistat uerticibus ipsorum uisorum quæ sunt b & d, multiplicabiturq; forma alicuius puncti lineæ a b per punctum g, ad uisum existente in puncto i, sit ille punctus t, & ducatur lineâ t g i, sub lineâ ergo t g i continentur magnitudines g d & t a, sub lineâ uero e z, continentur magnitudines a z & g d, & quoniam lineâ t z a minor est quàm lineâ t a, cum enim angulus t i f, p. 16. primi, sit maior angulo z e f, ergo per 20. huius, lineæ e f uisa sub angulo

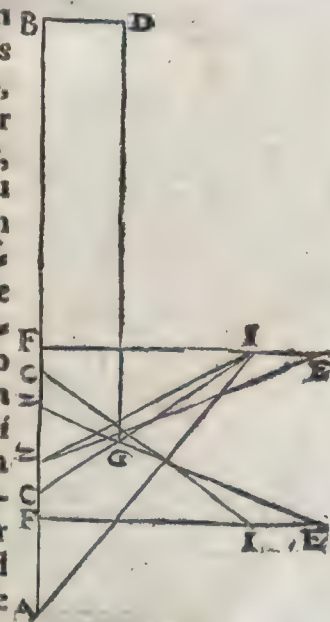
lo, t i f

lo t i f maior est quàm lineæ z f, uisa sub angulo z e f, & non solum apparebit uisui maior in uno & erit minor, quia itaq; ambabus lineis t f & z f, communis est lineæ f a, patet quod tota lineâ t a erit maior quàm lineâ z a, & hoc est primum propositum. Si uero uisus accedat non secundum lineam e f, sed fiat in puncto i, extra illam lineam e f, & in alia lineâ e f perpendiculariter incidente lineæ a b, non in aliquod punctum excessus a b super d g, dico quod accidet econuerso, erit enim lineâ t a minor quàm lineâ z a, ducatur enim lineæ t g i, & a i, & i z, palam quoq; per 32. primi, quoniam angulus a i t est minor angulo a i z, ideo quia angulus a i z minor est angulo a t i, per 21. primi, & angulus t a i communis, uisum ergo à puncto i, sub angulo a i t est minus uiso sub angulo a i z lineæ ergo z a est maior q̃ lineæ t a, & uidebitur maior, & hoc accidet cum centrum uisus collocatur super lineam primam e f, & altius quàm illa. Si uero ipsum collocetur inferius quàm lineâ primâ e f, tunc accidet econuerso, patet ergo propositum.

XLIIII.

In situs uisione uirtuti distinctiue error accidet ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperantia enim lucis uirtuti distinctiue error accidet in uisione situs, ut si in nocte non obscura aliquid modice declinet à uisu, tunc æstimabitur in eo situs rectitudo propter debilitatem lucis egressam à temperamento. Nimia etiam remotio in uisione situs errorem inducit, unde res uisibilis ualde remota à uisu & obliquata uisui uidebitur directe opposita per 34. huius. Item intemperantia etiam situs errorem facit in situs uisione, cadente enim axe uisuali in corpus secundum temperatam distantiam uisui oppositum, & sumpto alio corpore multum elongato ab axe, & declinato modicum super lineam imaginatam, super quam cadit axis radialis perpendiculariter, tunc uisus non comprehendit corporis illius declinationem propter situm à temperamento egressum, quoniam non sit plena comprehensio corporum longe ab axe positorum per 45. tertij huius, & ita propter hunc errorem res oblique uisibus opposita, iudicabitur opposita directe. Intemperantia etiam magnitudinis in uisione situs efficit errorem, quoniam granum sinapis si fuerit ab oculis declinans, uidetur tunc ac si esset directe oppositum, quia eius declinatio propter paruitatem corporis nō potest comprehendi, nec enim est sensibilis declinatio huius grani ab axe communi orthogonaliter super uisibilia cadente, secundum quam discernitur obliquatio rerum uisarum respectu uisus, quoniam non plene discernitur distantia inter hunc axem & extremitates grani quæ est quasi minima lineæ omnium linearum sensibilium. Ex intemperata etiam soliditate error accidet uisui in situ, quoniam si corporis rari situs respectu uisus fuerit declinatus, occultabitur eius declinatio, & si forte uidebitur directe opponi, una enim extremitatum illius corporis eiusdem distantie reputabitur cum alia, cum tamē sint diuersæ, & accidet hoc propter minimam raritatem non terminantem certitudinaliter uisibilem oppositionem, & inducentem incertitudinem in quantitate anguli, sub quo sit uisio. Intemperata etiam diafonitas efficit errorem uisui in situ, si enim corpus uisum sub parua obliquatione obiciatur uisui in aëre denso obscuro, sicut accidet in oris crepusculis, occultabitur declinatio quæ pateret in aëre lucido claro, sit ergo error in situ oppositionis corporis ad uisum. Ex intemperata etiam quantitate temporis sit error uisui in situ, cū aliquid occurrit uisui sub bitur obliquatum, uel econuerso. Si fuerit obliquatum uisui forte reputabitur rectum. Ex indispositione etiam uisus in sanitate sit error in oppositione uisus modicum obliquatur, tunc enim uisu existente debili, non sentietur obliquatio, cū tamen sit obliquatio secundum uerum. Sic ergo in situs uisione uirtuti distinctiue error accidet ex intemperata dispositione octo





octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ, ut proponebatur.

XLV.

Figura circularis superficiei rei uisæ comprehenditur à uisu ex circularitate formæ in superficie oculi descriptæ.

Quoniam enim formæ rerum describuntur in oculi superficie sicut sunt in rebus extra, per 17. huius, & formæ secundum figuram quæ describuntur in oculi superficie sic perueniunt ad neruum communem, & circa eius punctum medium figurantur, pro ut patet per 37. tertij huius, & ibi comprehenduntur ab anima secundum sui dispositionem, tunc patet quod forma circularis superficiei rei uisæ comprehenditur à uisu ex circularitate formæ in superficie oculi descriptæ, & similiter comprehenditur circularitas cuiuslibet partium superficiei rei uisæ, certificatur aut hæc uisio cum uidens mouerit axes radiales ambos uel saltem unum per totam circumferentiam rei uisæ aut partis eius, sic enim ex certificatione situum terminorum formæ comprehendit figuram superficiei circulem ex consimilitudine uel dissimilitudine partium, & ex comprehensione æqualitatis uel inæqualitatis remotionis partium rei uisæ ab inuicem, uel æqualitatis uel inæqualitatis elevationum partium rei uisæ super inuicem, patet ergo propositum.

XLVI.

Figura rectilinea comprehenditur à uisu ex suorum terminorum comprehensione.

Quoniam enim figura est quæ termino uel terminis continetur, termini autem figurarum sunt lineæ quæ comprehenduntur uisu non decepto secundum ipsarum situationem in superficie oculi, sicut est ipsarum situatio in superficie rei uisæ, palam ergo quoniam ipsarum comprehensio à uisu est comprehensio figuræ in ipsis contentæ, cuius sunt termini illi, & hoc est propositum, sed in his omnibus uisus requirit distantiam mediocrem & alias circumstantias uisui debitas, ne forte fiat deceptio in ipso uisu.

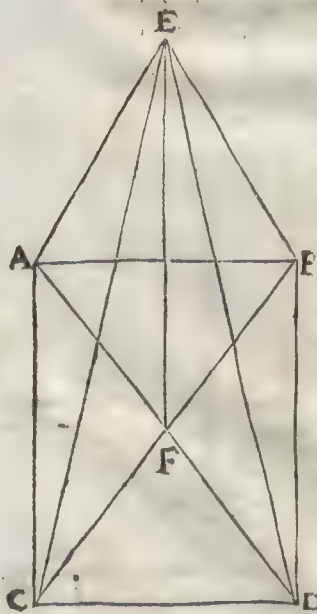
XLVII.

Planities superficiei secundum mediocrem distantiam directe uisui oppositæ comprehenditur, & ex comprehensione æqualitatis remotionis partium, & consimilitudinis ordinationis ipsarum.

Sit superficies plana a b c d, & sit centrum uisus e, à quo ducatur super datam superficiem perpendicularis e f, & quoniam superficies illa est directe uisui opposita, sic quod perpendicularis incidat in medium punctum illius superficiei, producantur quoque ad puncta æqualiter à puncto f distantia quæ sunt a b c d, lineæ e a, e b, e c, e d, & continuentur lineæ f a, f b, f c, f d, quæ omnes erunt æquales propter æqualem ipsarum distantiam à puncto f, cum ergo omnes illæ lineæ f a, f b, f c, f d, per diffinitionem lineæ super superficiem erectæ sint perpendiculares super lineam e f, patet per 4. primi, quoniam lineæ e a, e b, e c, e d sunt æquales, superficies itaque a b c d, secundum illos eius terminos æqualiter distat à uisu, sed & alijs lineis ad puncta alia æqualiter distantia à puncto f, centro uisus productis illarum omnium ad inuicem ex præmissis concluditur æqualitas, tota ergo superficies secundum omnes sui partes æqualiter distans ex omni parte à puncto f, consimiliter peruenit ad uisum, tota itaque superficies uidebitur plana ex comprehensione æqualitatis remotionis partium & consimilitudinis ordinationis ipsarum, & hoc est propositum. Sed & si axes radiales non incidant ad medium, nihilominus per eandem demonstrandum, semper enim termini cuiuslibet partium superficiei erunt lineæ rectæ, superficies ergo est plana.

XLVIII.

Conuexitas superficiei comprehenditur à uisu ex propinquitate partium mediarum & æquali remotione partium extremarum.



Cum enim superficies conuexa directe uisui opponitur secundum mediocrem distantiam, tunc cum omnis regularis superficies conuexa sit pars alicuius sphaeræ uel columnæ rotundæ uel pyramidis rotundæ per 118. primi huius, si superficies illa opposita uisui sit pars sphaericæ superficiei, si à centro uisus ad centrum sphaeræ linea recta ducatur, aliaque præter centrum lineæ plurimum producatur, patet per 73. primi huius, quod sola illa quæ centrū transit, est perpendicularis super sphaeræ superficiem; alia uero omnes lineæ à centro uisus ad illam sphaericam superficiem productæ, sunt super illam superficiem incidentes oblique, erit ergo per 8. tertij, pars perpendicularis interficiens centrū uisus & superficiem sphaericam omnium aliarum linearum breuissima, ergo secundum illam sit prima approximatō ad uisum, & omnes circuli secundum punctum cui incidit illa perpendicularis in superficie sphaeræ descripti, erunt uisui proximiores secundum illa puncta, & secundum alias lineas oblique incidentes erunt uisui remotiores, quia omnes lineæ perpendiculari lineæ propinquiores modo dicto sunt minores remotioribus, quoniam per prænominatam ergo tertij, omnes lineæ à centro uisus ad periferias maiorem circulorum productæ sunt longiores lineis propinquieribus ipsi perpendiculari, ex comprehensione ergo propinquitatis partium mediorum in illa superficie, et remotione aliarum partium quæ sunt in terminis, apparet maior eleuatio partium mediarum quam extremarum, & ex inæqualitate eleuationis partium superficiei uidetur gibbositas, quæ est causa conuexitatis, & quoniam in omni puncto superficiei sphaericæ secant se circuli magni transientes per centrū illius sphaeræ, & omnes lineæ quæ lineæ breuissimæ utrunque æque propinquant sunt æquales, ideo secundum æqualem distantiam à perpendiculari sit æqualitas omnium linearum ad sphaeræ superficiem à centro uisus productarum, & apparet de flexio gibbositatis æqualis secundum omnem differentiam positionis in sphaericis superficibus maxime cum directe uisibus opponuntur. Si uero superficies conuexa opposita uisui fuerit pars superficiei columnaris aut pyramidalis rotundarum, tunc sit eadem demonstratio productis lineis perpendicularibus à centro uisus ad centrum circuli basis, & omnium circulorum æquedistantium basi, alijs quoque lineis pluribus ab eodem centro uisus non perpendiculariter per eosdem circulos productis, complebitur demonstratio ut prius, & si illæ superficies quæcumque obliquatæ sint ad uisum, nihilominus per eandem est demonstrandum. Siue enim gibbositas sit inferius, siue superius, siue à dextris, siue à sinistris, semper partium inæqualis distantia propositum concluderet de irregularibus conuexitatibus per eandem sit comprehensio in uisu, patet ergo propositum, uniuersaliter enim conuexitas comprehenditur à uisu ex propinquitate partium mediarum, & æquali remotione partium extremarum, patet ergo quod proponebat.

XLIX.

Concauitas superficiei comprehenditur à uisu ex remotione partium mediarum & æquali appropinquatione partium extremarum.

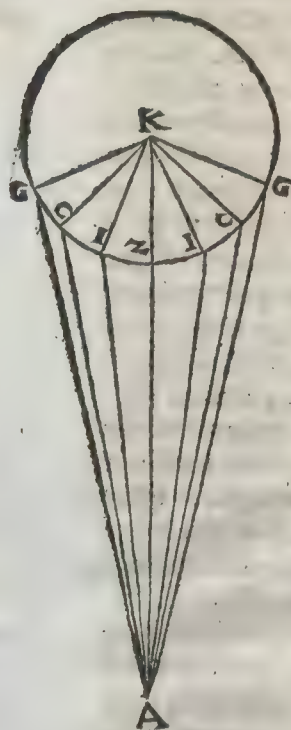
Per eandem quæ in præcedenti demonstrandum, & similiter per omnem superficiem transcurrentem semper enim per 8. tertij, linea à centro uisus ad centrū sphaeræ uel circuli producta, quia continet diametrum, est omnium longissima, & sibi propinquiores sunt cæteris remotioribus maiores, & omnes æqualiter ab illa distantes sunt æquales, ergo termini illius superficiei uidebuntur arcuales, & tota superficies uidebitur concaua, & si illæ superficies sint obliquatæ uisibus, secundum arcualitatem terminorum sit superius secundum inferius, siue à dextris, siue à sinistris, semper per eandem demonstrandum, patet ergo propositum.

Centro foraminis unæ & circumferentia circuli in eadem superficie existentes, circumferentia ad aliquam rectitudinem accedere uidetur.

Esto foraminis unæ centrū a, in eadem existens superficie, cum circumferentia circuli uisi, ita quod plana superficies circuli imaginata produci, secet sphaeram oculi trans centrum, illius quoque circumferentia circuli sit g b, & eius centrū k, & à punctis illius circumferentiæ ducantur lineæ plurimæ ad uisum a, quæ sint b a, d a, e a, z a, i a, c a, g a, secundum quas lineas formæ illoque punctorum accedunt ad uisum, dico quoniam arcus b g, apparet uisui linea recta, ducatur enim à centro illius circuli linea k b, k d, k e, k z, k i, k c, k g, quoniam ergo linea k b uidetur sub angulo k a b, & linea k d sub angulo k a d, qui minor est angulo k a b, quoniam pars

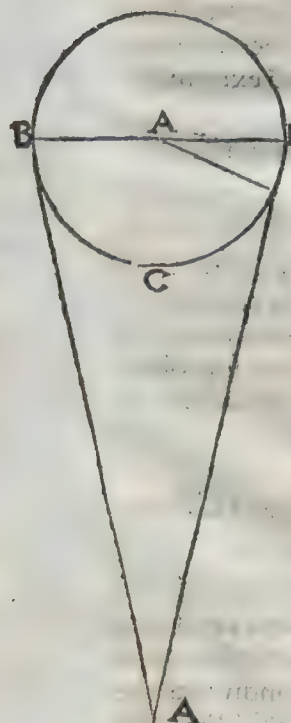


parse eius est, ergo p 20. huius, palā est, quia maior uidebitur linea k b quam k d, qm̄ sub maiori angulo uidetur, & similiter uidebitur linea k d maior quam k e, & k e maior q̄ k z, & eodem modo uidebitur k g maior quam k c, & k c maior q̄ k i, & k i maior quam k z, & punctus quoq; z inter omnes datos punctos, qm̄ cadit in perpendiculari a k, propinquior uidebitur centro k quam punctum e, & punctus e propinquior quam punctum d, & punctus d propinquior quam punctum b, in apparentia ergo uisui, alioqui tollitur de curuitate arcus z b, & similiter est de arcu z g, accedere ergo uidetur ad rectitudinem arcus g b, cum enim per 8. tertij, linea a z, sit omniū breuissima, & linea a e breuior sit quam linea a d, & a d breuior quam a b, patet qd̄ in uisu aliquid remanet curuitatis apprehensæ, & sic non uidebitur tota periferia linea recta, sed ad rectitudinē aliquantulum accedens, patet ergo propositum, & hoc idē accidit cōuexis & concavis partibus periferiæ circuli uisui oppositis, quia si a puncto z ducat aliqua perpendicularis sup̄ lineam a z, tūc nō est differentia magna uisui inter arcū & lineā cōtingentem, cū per maius spaciū uisio fiat, ppe uero existēte uisui, maior percipitur cōuexitas uel cōcavitas & magis apparet. Et si centrū oculi & circulus nō sint in eadē superficie, tūc circūferentia circuli uidebitur curua, qm̄ tūc situs partium lineæ circularis secundū suū sitū & esse propriū, peruenit ad uisum & depingitur secundū suā curuitatē in superficie illius, licet quandoq; forma sphaerica illius curuitatis secundū aliqd̄ sui uariet.



**L I.**  
Circulo centroq; foraminis unæ in eadem superficie existentibus minus semicirculo uidetur.

Sit centrum foraminis unæ qd̄ sit punctum a, & circulus b c d, cuius diameter b e, in eadem superficie plana existens, uideaturq; arcus b c d, dico quod minus semicirculo uidebitur, si enim arcus b c d qui uidetur sit semicirculus, necesse est lineas a b & a e, super terminos diametri b e incidere, aliter enim semicirculus non uidebitur, quia sola diameter est quæ diuidit circulum per æqualia, ergo lineæ a b & a e, semper contingunt circulum, quoniam a terminis diametri producuntur, palam ergo per 17. tertij, quoniam utraq; cum diametro b e, angulum rectum continebit, triangulus itaq; a b c habebit duos angulos rectos, & tertium angulum, quod est contra 32. primi, & impossibile, patet ergo propositum.



**L II.**  
Centro foraminis unæ existente in circūferentia uel in centro circuli, totalis circulus uidetur.

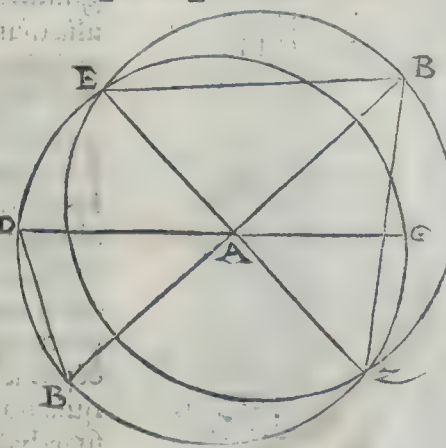
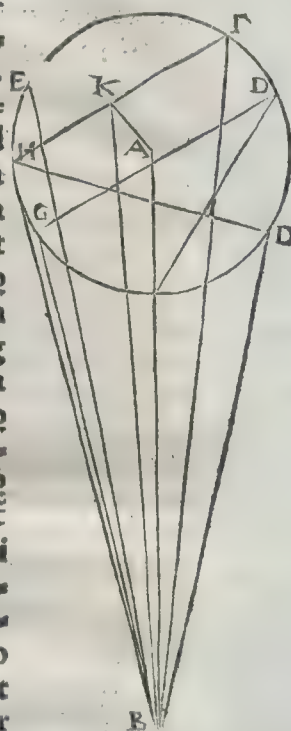
Esto centrum foraminis unæ punctum a, in circūferentia circuli d b, dico quod totus circulus d b uidebitur, nec enim est punctus in toto circulo a quo ad quēlibet punctum datum in circūferentia ducta linea recta non possit, & quia ut ostensum est per secundam tertij huius, possibile est solum illum uideri, inter cuius quodlibet punctum in aliquod punctum superficiæ uisus produci lineas rectas est possibile, formæ ergo omnium punctorum circuli pertingere possunt ad uisum nullo extrinseco corpore impediēte, talis ergo circulus secundum omnia sua puncta uideri poterit centro foraminis unæ in illius circuli circūferentia collocata, & quoniam centro foraminis unæ in centro circuli existente, ad huc omnes lineæ ducibiles a punctis circūferentiæ ad centrū ad ipsū uisum perueniunt, patet quia fiet uisio secundum lineas quæ a punctis circūferentiæ ducuntur ad centrū uisus per decimam septimam tertij huius, & hoc est propositum.

Existente

L III.

Existente centro oculi in linea a centro circuli super superficiem circuli e recta, aut in termino lineæ obliquæ superficiæ circuli insistentis æqualis semidiametro, oēs diametri in eodē circulo pducti æquales uisui apparebūt.

Esto circulus d e g z, cuius centrum sit punctus a, erigaturq; linea a b, perpendiculariter super circuli superficiem, & ducantur diametri e z & d g, ponaturq; centrū oculi in linea a b in puncto b, dico quod omnes diametri ductæ trans superficiem circuli, ut e z & d g, æquales adinuicem uidebuntur, ducantur em̄ a centro uisus lineæ b e, b z, b d, b g, quoniam ergo linea z a æqualis est lineæ a g, & linea b a communis ambobus trigonis a b g & a b z, anguli quoq; ad centrū a sunt æquales, quia recti, palam per 4. primi, quoniam linea b g est æqualis lineæ b z, & angulus a b z æqualis angulo a b g, & eodem modo erit angulus a b d æqualis angulo a b e, & omnes anguli ad centrū uisus inter se sunt æquales, ergo per 19. uel 20. huius, omnes semidiametri æquales apparēt, imō & ipsi diametri, sub æqualibus enim angulis omnia uidentur, & totales diametri & partes, sed & omnes lineæ æquedistantes alteri diametrorum uidentur maiores diametris, & remotiores minores propinquieribus, quod patet ducta linea f h æquedistante diametrorum d g, cuius medio puncto qui sit k, incidat linea b k, & copulentur lineæ b f, & b h, & a k, eritq; linea a k per 3. tertij, perpendicularis super lineam f h, quoniam ueniens a centro diuidit ipsam per æqualia in puncto k, quia itaq; in trigonis b a g & b k h, anguli b a g & b k h sint recti, ut b a g, ex hypothesi & b k h per 22. primi huius, linea uero b k est maior quam linea b a, & linea a g est maior quam linea k h, per 37. primi huius, angulus b h k est maior angulo b g a, similiter quoq; angulus b f h erit maior angulo b d a, in trigonis ergo d b g & f b k erit p 32. primi, angulus d b g minor angulo f b k, diameter ergo d g uidebitur maior quam linea f h, per 20. huius, similiter quoq; est de omnibus alijs lineis æquedistantibus diametro respectu ipsius diametri, & ad inuicē demonstrandum, quælibet ergo minor uidebitur minor, & ita totus circulus uidebitur propriæ suæ figuræ, & hoc est propositum primum. Si uero linea a b, non sit erecta super circuli superficiem, sed oblique insistent, sit tñ æqualis semidiametro circuli, ad huc diameter d g & z e uidebuntur æquales cetro uisus in puncto b, existente em̄ ex hypothesi, z a semidiameter sit æqualis lineæ a b, & semidiameter a e æqualis sit eidem, palā quoniam lineæ a b, a e, a z sunt æquales. Si ergo super punctum a, ad quantitatem semidiametri e a, circulus describatur in superficie in qua sunt lineæ a e, a z, a b, palam quia transibit per punctum b, ergo per 30. tertij, angulus e b z est rectus, similiter quoq; ostēdetur angulum g b d esse rectū, & quia omnes anguli recti sunt æquales, & sub æqualibus angulis uisa æqualia apparent p 19. uel 20. huius, palam quia oēs diametri illius circuli quocunq; ducant æquales apparebūt, sicut diametri e z ipsi diametro g d, qd̄ est propositum secundum, patet ergo totū qd̄ pponebat.



**L III.**  
Centro oculi existente in termino lineæ maioris uel minoris semidiametro circuli, cuius superficiæ in cetro oblique est insistent, æquales angulos cū diuersis semidiametris cōtinentes, illæ diametri eiusdem circuli æquales apparebunt.

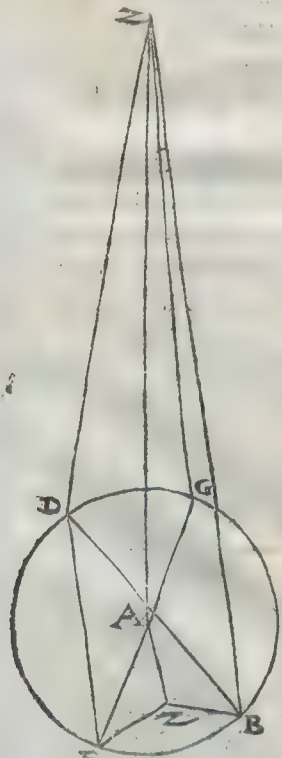
Sit circulus b g d e, cuius centrū a, & sit centrū uisus z, sitq; linea a z non erecta sed oblique incidens superficiæ circuli maior uel minor semidiametro d a, sit tñ angulus d a z æqualis angulo g a z, & angulus e a z æqualis angulo



gulo  $b a z$ , dico quod ad hoc diameter  $d g$  &  $e b$  uidebuntur æquales, quoniam enim linea  $d a$  est æqualis  $a g$ , & linea  $z a$  communis duobus trigonis  $z a g$ , &  $z a d$ , est quoque ex hypothesi angulus  $d a z$  æqualis angulo  $e a z$ , erit per 4. primi, linea  $z d$  æqualis lineæ  $z g$ , & angulus  $d z a$  æqualis angulo  $g z a$ , ergo per 19. uel 20. huius, basis  $d a$  uidebitur æqualis  $g a$  basi. Similiter quoque per eadem demonstrabitur angulus  $e z a$  æqualis angulo  $b a z$ , & per præmissa uidebitur linea  $e a$  æqualis lineæ  $b a$ , & angulus  $a z g$  æqualis est angulo  $a z d$ , & angulus  $e a z$  æqualis angulo  $a z g$ , ideo accidit ut totalis angulus  $d z b$  totali angulo  $e z g$  sit æqualis, uidebitur ergo ut supra patuit diameter  $d b$  æqualis diametro  $e g$ , quod est propositum, possibile est autem hoc in quibusdam diametris accidere, non autem in omnibus diametris circuli taliter uisui oppositi, non ergo oportet quod omnes diametri illius circuli uideantur æquales; non enim illæ diametri uidebunt æquales, cum quibuslibet linea  $z a$ , facit angulos inæquales. LV.

Si recta linea à centro circuli centro oculi incidens non erigatur super superficiem circuli, neque æquales angulos contineat cum diametris, sitque maior semidiametro, diametri illius circuli inæquales apparebunt, totusque circulus uidebitur sectio columnaris, cuius maxima est diameter illa cui perpendiculariter incidit linea radialis.

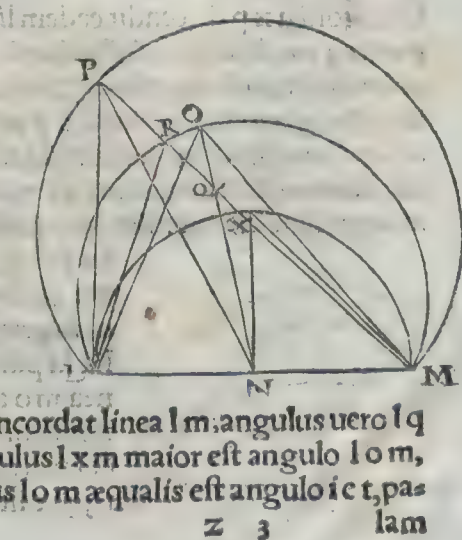
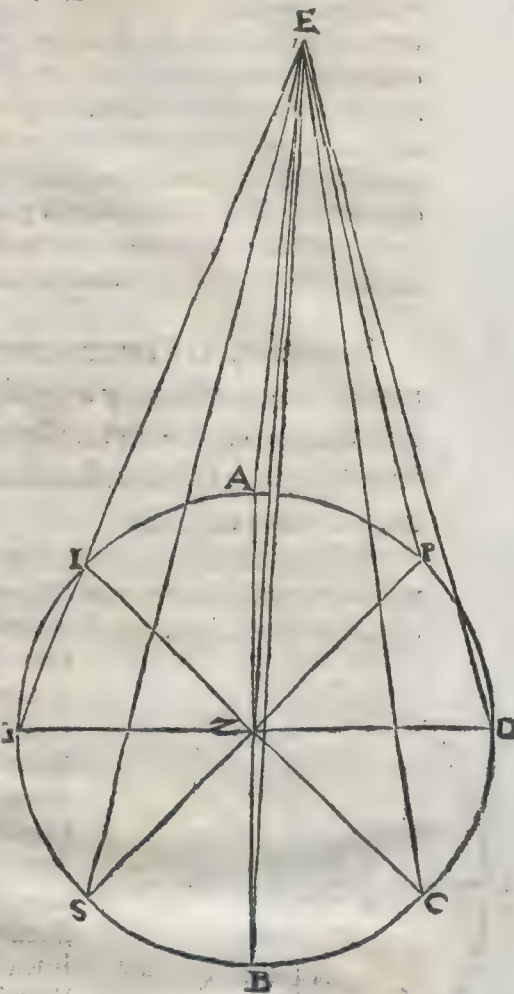
Esto circulus  $a b d$  cuius centrum  $z$ , & ducantur diametri  $a b$  &  $g d$ , se ad inuicem orthogonaliter secantes, sic quod centrum oculi  $e$ , à quo ducatur linea  $e z$  ad centrum circuli diametro quidem  $d g$  secundum angulum rectum perpendiculariter incidentes, diametro uero  $a b$  oblique ut acciderit, non erit ergo linea  $e z$  erecta super superficiem circuli, sitque linea  $e z$  maior semidiametro circuli, dico quod diametri  $a b$  &  $g d$  uidebuntur inæquales, &  $g d$  maxima quidem  $a b$  uero minima, & quod totus circulus uidebitur altera parte longior, ueluti sectio columnaris, quoniam omnis diameter circuli quæ ceciderit propior minimæ, uidebitur minor remotiore ab illa, & duæ tantum diametri apparebunt æquales, ut illæ quæ æqualiter distat ab utraque parte à minima diametro quæ est  $a b$ , quoniam enim diameter  $g d$ , est perpendicularis super diametrum  $a b$ , & super lineam



$z e$ , palam per 4. undecimi, quoniam linea  $g z$  est perpendicularis super superficiem in qua sunt lineæ  $e z$  &  $a z$ , uel  $a b$ , ergo per 18. undecimi, erit circulus propositus orthogonaliter super superficiem  $e a z$ , ergo &  $a z$ , superficies erecta erit super circulum, ducatur ergo à puncto  $e$ , super superficiem circuli  $a b g d$ , perpendicularis per 11. undecimi, hoc itaque per præmissa necessario cadet in communem sectionem illarum superficialium, quæ est  $a b$ , cadat ergo & sit  $e k$ , & ducatur lineæ  $e a$ ,  $e b$ ,  $e d$ ,  $e g$ , producanturque diametri circuli alia quæ sit  $s z p$ , constituendo cum diametro  $g z d$  angulum  $p z d$  æqualem angulo  $g z s$  per 15. primi, ducatur quoque alia diameter quæ sit  $i z d$ , ita ut anguli  $g z g$  &  $i z g$  sint æquales, quia itaque à puncto  $e$ , in aere dato super substratam planam superficiem circuli qui est  $a b g d$ , ducantur duæ lineæ, una perpendiculariter quæ est  $e k$ , & alia oblique quæ est  $e z$ , & inter puncta incidentiæ quæ sunt  $k$  &  $z$  copulatur linea  $z h$ , in ipsa superficie, patet per 39. primi huius, quoniam angulus  $e z k$  minimus est omnium angulorum sub linea  $e z$ , oblique incidente, et semidiametro  $z i$  uel  $z p$ , uel quacunque alia diametro contentorum, & omnis angulus istorum angulorum propior quior angulo  $e z k$  est minor remotiore, duo quoque anguli ex utraque parte æqualiter angulo  $e z k$  approximantes, ut sunt anguli  $i z k$  &  $p z k$  inter se sunt æquales, copulenturque lineæ  $e i$ ,  $e s$ ,  $e p$ , &  $e t$ , quia itaque ab angulis duorum trigonorum  $d e g$  &  $d e i$ , ad medietates suarum basium æqualium in trigono  $d e g$  linea  $e z$  perpendiculariter incidit, & in trigono  $d e i$  oblique est, quæ linea  $e z$  maior medietate utriusque illarum basium,  $g d$  &  $i t$ , ut patet ex hypothesi, ergo per 49. primi huius, erit angulus  $d e g$  maior angulo  $d e i$ , ergo

ergo per 20. huius, diameter  $d g$  uidebitur maior diametro  $i t$ , & quoniam ut ostensum est per 39. primi huius angulus  $e z i$  est maior angulo  $e z a$ , ambabus uero basibus trigonorum  $t e i$  &  $a e b$ , quæ sunt  $i t$  &  $a b$ , ad medium punctum quod est  $z$  linea  $e z$  incidit oblique; erit per 51. primi huius angulus  $t e i$  maior angulo  $a e b$ , ergo per 20. huius diameter  $i t$  uidebitur maior diametro  $a b$ , & sic per præmissa de qualibet aliarum diametrorum respectu diametri  $a b$  est demonstrandum. Omnia itaque diametrorum circuli propositi  $g d$  uidebitur maxima, &  $a b$  minima, & propinquiores diametro  $g d$  uidebuntur maiores, & propinquiores diametro  $a b$  uidebuntur minores; duæ quoque diametri æqualiter hinc inde distantes uidentur æquales, ut sunt  $i t$  &  $s p$  per præmissam, quoniam propter æqualitatem angulorum aliquorum qui sunt  $t e i$  &  $e z p$  per 39. primi huius anguli  $t e i$  &  $s e p$  sunt æquales per 51. primi huius, totus ergo circulus uidebitur altera parte longior, ueluti sectio columnaris.

Sed & suppositis istis quæ per 39. primi huius declarata sunt, potest reliquum aliter demonstrari. Extra hanc enim figuram, pertrahatur linea  $l m$  æqualis diametro  $d g$  per 3. primi, & diuidatur linea  $l m$  per æqualia in puncto  $n$  per 10. primi, & à puncto  $n$  ducatur linea  $n x$  perpendiculariter super lineam  $l m$  per 11. primi, & resecetur linea  $n x$  ad æqualitatem lineæ  $z e$ , quæ est ex hypothesi maior quam linea  $n m$ , æqualis semidiametro  $z g$ , ut patet ex præmissis, ductisque lineis  $l x$  &  $m x$ , compleatur trigonum  $l m x$ , & per 5. quarti circuli scribat ei portio circuli quæ sit  $l m x$ , est itaque illa portio circuli  $l m x$  maior semicirculo, ideo quia linea  $n x$  est maior utraque linearum  $n m$  &  $n l$ , & quoniam trigonorum  $g z e$  &  $l n x$  lateris  $g z$  est æquale lateri  $n l$ , & lateris  $z e$  æquale lateri  $n x$ , & angulus  $g z e$  æqualis angulo  $l n x$ , quoniam ut patet ex præmissis uterque ipsorum est rectus, erit per 4. primi basis  $g e$  æqualis basi  $l x$ , & similiter iterata demonstratio in trigonis  $d z e$  &  $d n x$ , erit linea  $d e$  æqualis lineæ  $m x$ , & erit totus angulus  $l m x$  æqualis totali angulo  $g e d$ , fiat quoque super punctum  $n$  terminum lineæ  $l n$  per 23. primi angulus æqualis angulo  $i z e$ , & sit angulus  $l n o$ , fiatque per 3. primi linea  $n o$  æqualis lineæ  $e z$ , & ducantur lineæ  $l o$  &  $m o$ , describaturque supra circa trigonum  $l o m$  portio circuli quæ sit  $l o m$ , erit quoque secundum præmissum probandi modum angulus  $l o m$  æqualis angulo  $i e t$ , ita ut prius per 23. primi constituatur super punctum  $n$  terminum lineæ  $l n$ , angulus  $l n p$  æqualis angulo  $a z e$ , & fiat linea  $n p$  æqualis lineæ  $e z$ , & ducatur linea  $l p$  &  $p m$ , & circa trigonum  $l p m$  describatur portio circuli ut prius, quæ sit  $l p m$ , erit quoque modo præmissis angulus  $l p m$  æqualis angulo  $a e b$ , ducaturque linea à puncto  $l$  ad punctum sectionis, ubi linea  $m o$  secat circumferentiam portionis circuli quæ sit  $l x m$ , quæ linea sit  $l q$ , & quia per 26. tertij angulus  $l q m$  æqualis est angulo  $l x m$ , cadunt enim in eundem arcum quæ concordat linea  $l m$ , angulus uero  $l q m$  maior est angulo  $l o m$  per 16. primi, patet, quia angulus  $l x m$  maior est angulo  $l o m$ , angulus uero  $l x m$  æqualis est angulo  $g e d$ , & angulus  $l o m$  æqualis est angulo  $i e t$ , palam



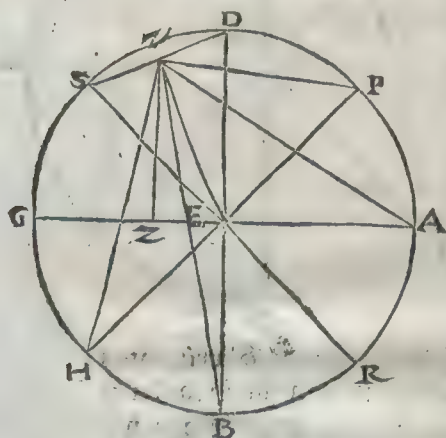


Iam ergo, quoniam angulus  $g$  est maior est angulo  $l$  et  $t$ . Similiter quoque ducta linea  $k$  ad punctum sectionis, in quo linea  $m$  p secatur arcum  $l$  o  $m$ , palam ut prius, quoniam angulus  $l$  o  $m$  maior est angulo  $l$  p  $m$ , & quoniam angulus  $l$  p  $m$  est aequalis angulo  $a$  e  $b$ , erit angulus  $i$  e  $t$  maior angulo  $a$  e  $b$ , ergo per 20. huius maior apparebit visui in puncto  $e$  posito diametro  $g$  d, quoniam diameter  $i$  t, & diameter  $i$  t maior diametro  $a$  b, & quoniam de omnibus diametris cadentibus in arcum  $i$  a eadem est demonstratio respectu diametri  $a$  b, patet quod omnibus illis maior videbitur diameter  $g$  d, & minor videbitur diameter  $a$  b: omnium itaque diameter concurrentium cum linea  $e$  z in puncto  $z$  diameter  $a$  b videtur minima, &  $g$  d maxima: diameter vero media dividens angulum  $a$  z  $g$  per aequalia, modo medio videbitur in diametris  $g$  d &  $a$  b, & quia per praemissam angulus  $i$  e  $t$  aequalis est angulo  $s$  e  $p$ , palam quia diametri  $i$  t &  $s$  p aequales videbuntur, quoniam sunt diametri  $g$  d &  $a$  b aequaliter distantes, ut patet per praemissam & per 15. primi, hoc ergo est propositum.

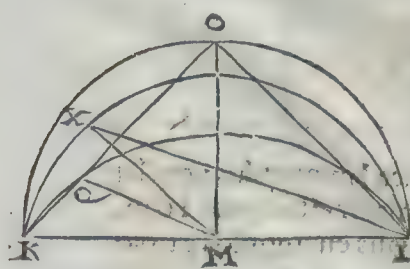
LVI.

Si linea recta a centro circuli centro visus incidens, non erigatur super superficiem circuli, neque aequales angulos contineat cum diametris, sitque minor diametro, diametri illius circuli inaequales apparebunt, totusque circulus videbitur sectio columnaris, cuius maxima diameter est illa, cui oblique incidit linea radialis.

Esto circulus  $a$  b  $g$ , cuius centrum  $e$ , & ducantur duae diametri  $a$  g &  $b$  d se invicem ad rectos angulos secantes in centro  $e$ , & ducatur linea  $e$  z, quae necque sit erecta super superficiem circuli dati, nec angulos aequales continens cum diametris  $a$  g &  $b$  d, & sit minor



semidiametro continens angulos rectos cum diametro  $a$  g, & inaequales cum diametro  $b$  d, dico quod diametri propositi circuli apparebunt inaequales, & quod totus circulus videbitur sectio columnaris, cuius diameter  $a$  g apparebit omnium minima, & diameter  $b$  d maxima: diametri vero aequaliter ab istis ambobus diametris distantes, aequales apparebunt oculo in puncto, & existet ut sunt diametri  $h$  p &  $s$  r, quia enim angulus  $z$  e  $g$  est rectus, ducantur lineae  $z$  g,  $z$  d,  $z$  a,  $z$  b, & ducantur ad diametrum  $h$  p lineae  $z$  h,  $z$  p, & ad diametrum  $s$  r lineae  $z$  g &  $z$  r, & omnibus alijs ut in praemissa dispositis, scilicet ducta linea  $z$  k super diametrum  $a$  g, cui perpendiculariter incidit linea  $e$  z per 39. itaque primi huius, patet quod angulus  $z$  e  $k$  est minimus omnium angulorum illorum, & omnis angulus illi propinquior est minor remotiore, quia vero ab angulo trianguli  $g$  z  $a$  descendit linea  $e$  z ad medium basis, quae est  $a$  g perpendiculariter, & ab angulo trianguli  $h$  z  $p$  descendit eadem linea  $e$  z oblique ad medium basis  $h$  p, est itaque linea  $e$  z minor medietate utriusque illorum basium aequalium, ut patet ex hypothesi, palam per 50. primi huius, quoniam angulus  $g$  z  $a$  est minor angulo  $h$  z  $p$ , ita per 51. primi huius, quoniam angulus  $g$  z  $a$  est angulus  $h$  z  $p$  minor angulo  $d$  z  $b$ . Similiter quoque de quibuscunque diametris medijs demonstrandum, patet ergo per 30. huius, quoniam omnium diametrorum  $a$  g videtur minima, &  $b$  d maxima, & mediae medio modo se habentes, secundum quod plana approximant hinc & inde: duae quoque diametri aequaliter distantes ab extremis videntur aequales per 54. huius, patet ergo propositum. Sed & suppositis istis, quae per 39. huius primi, potest reliquum aliter demonstrari: Assumat ut in praemissa  $k$  l aequalis diametro  $g$  d, & dividat in duo aequalia in puncto  $m$ , & producat a puncto  $m$  perpendiculariter lineam  $m$  o aequalis lineae  $e$  z, erit ergo linea  $m$  o ex hypothesi minor semidiametro  $g$  e, & minor linea  $k$  m, & ducantur lineae  $k$  o &  $l$  o: trigono quoque  $k$  n l circumscribat circuli portio per 5. quartae, quae sit  $k$  o l: est autem illa portio minor semicirculo, quia linea

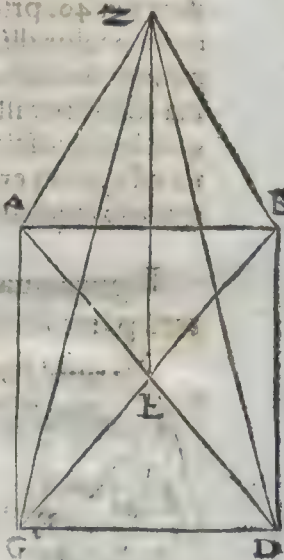


$m$  o est minor semidiametro, eritque per 4. & 8. primi angulus  $k$  o l aequalis angulo  $g$  z  $a$ . Sit iterum angulus  $p$  e  $z$  aequalis angulo  $k$  m  $x$ , & sit linea  $x$  m aequalis lineae  $e$  z, ductisque lineis  $k$  x &  $l$  x, circumscribatur trigono  $k$  x l portio circuli  $k$  x l, & erit modo praemisso angulus  $k$  x l aequalis angulo  $h$  z  $p$ . Item sit angulus  $k$  m  $q$  aequalis angulo  $a$  e  $z$ , & sit linea  $m$  q aequalis  $e$  z, ductisque lineis  $k$  q &  $l$  q, ut prius describatur portio circuli  $k$  q l, & erit angulus aequalis angulo  $d$  z  $b$ , & quia inter praemissum patuit, erit angulus  $k$  o l minor angulo  $k$  x l, & angulus  $k$  x l minor angulo  $k$  q l, erit angulus  $g$  z  $a$  minor angulo  $h$  z  $p$ , & angulus  $h$  z  $p$  minor angulo  $d$  z  $b$ , apparebit ergo diameter  $d$  b maior quam diameter  $h$  p, &  $h$  p maior quam  $g$  d, diameter vero  $h$  p &  $i$  t aequaliter distans, quae  $s$  k, a diametro  $g$  a, aequales apparebunt per 54. huius, & hoc est propositum.

LVII.

Centro visus existente in linea erecta super superficiem quadrati in puncto intersectionis duorum diagonorum, latera quadrati aequalia apparent, & diametri aequales.

Sit tetragonus  $a$  b  $g$  d, & protrahatur in ipso diagoni  $a$  g,  $b$  d, & earum intersectio sit  $e$ , erigatur  $e$  z super superficiem tetragoni per 12. undecimi, ponaturque oculus in aliquo puncto lineae  $e$  z ut  $m$  z, & ducantur lineae  $z$  a,  $z$  b,  $z$  d,  $z$  g, quia itaque per 40. primi huius medietates diagonorum inter se sunt aequales, ut  $d$  e &  $g$  e, & linea  $e$  z est communis duobus trigonis  $d$  z e &  $g$  z e, & anguli circa  $e$  sunt recti per diffinitionem lineae super superficiem erectae, erit per 4. primi basis  $z$  g aequalis basi  $z$  d, & angulus  $e$  z  $g$  aequalis angulo  $e$  z  $d$ , videbitur itaque linea  $d$  e aequalis lineae  $g$  e per 20. huius: & similiter per eandem, quia angulus  $a$  z e est aequalis angulo  $b$  z e, videbitur ergo linea  $a$  e aequalis lineae  $b$  e, tota quoque linea  $d$  b apparebit aequalis toti lineae  $a$  g, & quoniam linea  $g$  z est aequalis lineae  $b$  z, & linea  $a$  z aequalis lineae  $d$  z, & linea  $a$  b est aequalis ipsi  $g$  d, quoniam sunt latera eiusdem quadrati, & sic tria latera unius trigoni sunt aequalia tribus lateribus alterius, ergo per 8. primi anguli aequalibus lateribus contenti sunt aequales: omnia itaque latera ipsius quadrati hoc modo aequalia apparebunt, & hoc est propositum, quoniam in omni puncto lineae  $a$  z eadem est demonstratio, concludendo semper per 20. huius.



Si recta linea maior vel minor medietate diagoni quadrati a medio puncto centro visus incidens obliquata super eius superficiem aequales angulos contineat cum diversis medietatibus diagonorum, diagoni illius quadrati apparebunt aequales.

Sit quadratum  $a$  b  $c$  d, cuius medius punctus inveniat per 40. primi huius, quod sit  $e$ , & ducantur diagoni  $a$  c &  $b$  d, sitque centrum visus  $f$ , & linea  $f$  e sit maior quam linea  $e$  a medietate diagoni, vel minor illa, sit quoque linea  $f$  e obliquata super superficiem quadrati, sit tamen angulus  $f$  e  $a$  aequalis angulo  $f$  e  $c$ , dico quod adhuc diagoni ipsius quadrati aequales apparebunt: circa punctum enim  $e$  describatur circulus ad quantitatem semidiametri  $e$  a, palam ergo, cum omnes medietates diagonorum sint aequales per 40. primi huius, quoniam per 9. tertij circulus iste circumscribet toti quadrato, omnes terminos diagonorum attingens, erit ergo diagoni quadrati diametri descripti circuli. Sed manifestum est per 54. huius, quoniam diametri circulo in hac dispositione omnes videntur aequales, ergo & diagoni quadrati cum sint idem cum illis, & hoc est propositum. Idem quoque accidit in omnibus figuris polygonijs quibuscunque formae, & per eadem vel similia demonstrandum.

Linea recta ad punctum medium superficiei quadratae oblique a centro visus incidere, & inaequales angulos cum diagonis continere, siue maior siue minor semidiagono fuerit, semper diagoni quadrati inaequales apparebunt.

Remaneat



Remaneat dispositio proxima precedentis, contineatq; linea f e inaequales angulos cum diagonis, ita q; angulus f e a sit inaequalis angulo f e c, & circumducatur circulus quadrato circa centrum e ut prius, & si linea f e fuerit maior semidiagono a e, concludetur per 55. huius diametros circuli, qui sunt diagoni propositi quadrati, inaequales uideri, q; si linea f e fuerit minor semidiagono a e, tunc similiter per 56. huius conuincet diagonos quadrati inaequales uideri. Diuersitas tamen istarum inaequalitatu, sit secundum modum illarum in circulis propositis, secundum diuersitatem angulorum incidentia hinc inde, patet ergo propositum, & eodem modo potest de alijs figuris, ut de quadrangulo altera parte longiore, & de hexagonis, octogonis, & uniuersaliter de omnibus polygonis parium angulorum faciliter demonstrari, q; ipsorum diagoni quandoq; aequales uidentur, & quandoq; inaequales, nec in talibus ductus immorandum, quia quilibet huius scientiae perscrutator hoc



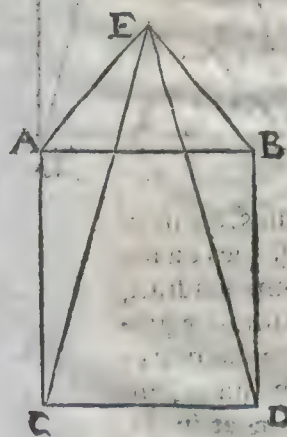
faciliter comprehendet.

Centro foraminis uncae in puncto medio superficiei cuiuscunque figurae rectilineae existente, semper figura secundum sui formam propriam uisui occurret.

Verbi gratia: Sit figura data exempli causa quadrata, & inueniatur punctus medius per 40. primi huius, in quo ponatur centrum foraminis uncae, & hoc est, ut supponatur oculus illi puncto, & quoniam ab illo puncto ad omnem punctum laterum angulorum possunt duci lineae aequales uel proportionales ijs quae in ipsa superficiei, patetq; q; forma cuiuslibet illorum punctorum uidebitur, & propter aequalitatem linearum radialium ad eas quae in superficiei lineas figurabitur figura in oculi superficiei, sicut est extra in superficiei rei uisae, patet ergo q; totalis forma & figura illius superficiei uidebitur, sicut est propria illi figuratio cuiuscunque sit figura, & hoc est propositum.

LXI.

Figura quadrata uno solo latere directe uisui opposito, distantia uisualis altera parte longior uidetur.



& aequiangulis. In alijs quoque accidit suae formae diuersitas in uisione, quae omnia relinquitur diligentiae particulariter perquirentis; sufficit enim nobis hoc uniuersaliter propositum in radice.

LXII.

Si quadratum, cuius latus non sit excedens distantiam oculorum uisibus proprijs apponatur, uidebitur altera parte longius, & latera uisibus obuiantia, ex parte uisuum concurrere uidebuntur.

Sit quadratum a b c d, cuius latus a b non sit excedens quantitatem lineae connectenti centra oculorum, hoc est distantiam oculorum, & applicetur uisibus ut prius potest, secundum latus suum a b, dico q; uidebitur altera parte longius, latera enim eius duo, scilicet a c & b d directe subijciuntur uisui, quoniam quilibet illorum laterum imaginatur extendi secundum suum continuum & directum per 1. secundi huius penetrat centrum uisus, cui directe subijciuntur, & sic forma eius directe depingitur in superficie ipsius uisus, & latus c d directe opponitur uisui, uidebitur ergo illa sua propriae quantitatis per 26. huius, latus uero a b uidetur oblique, quoniam cadit intra axes uisuales, nec super ipsum erigitur aliquis axium uisualium, uidetur ergo minus per eandem 26. huius: totum ergo quadratum a b c d uidetur altera parte longius, & lineae c a & d b, quae sunt latera illius quadrati uisibus obuiantia, uidebuntur plus distare secundum lineam c d, q; secundum lineam a b, uidentur ergo concurrere uersus partem uisus, q; est propositum, & eadem passio accidit figurae quadrangulae altera parte longiori, nec est differentia q; ad illud, q; etiam per eandem potest demonstrari, patet ergo propositum. Et quoniam figura corporalis quidam figura est, licet uisio corporeitatis sit alia a uisione figurae, quod uirtuti distinctivae error in uisione figurae accidat, duximus in posterius distendum.

Sit quadratum a b c d, cuius latus a b non sit excedens quantitatem lineae connectenti centra oculorum, hoc est distantiam oculorum, & applicetur uisibus ut prius potest, secundum latus suum a b, dico q; uidebitur altera parte longius, latera enim eius duo, scilicet a c & b d directe subijciuntur uisui, quoniam quilibet illorum laterum imaginatur extendi secundum suum continuum & directum per 1. secundi huius penetrat centrum uisus, cui directe subijciuntur, & sic forma eius directe depingitur in superficie ipsius uisus, & latus c d directe opponitur uisui, uidebitur ergo illa sua propriae quantitatis per 26. huius, latus uero a b uidetur oblique, quoniam cadit intra axes uisuales, nec super ipsum erigitur aliquis axium uisualium, uidetur ergo minus per eandem 26. huius: totum ergo quadratum a b c d uidetur altera parte longius, & lineae c a & d b, quae sunt latera illius quadrati uisibus obuiantia, uidebuntur plus distare secundum lineam c d, q; secundum lineam a b, uidentur ergo concurrere uersus partem uisus, q; est propositum, & eadem passio accidit figurae quadrangulae altera parte longiori, nec est differentia q; ad illud, q; etiam per eandem potest demonstrari, patet ergo propositum. Et quoniam figura corporalis quidam figura est, licet uisio corporeitatis sit alia a uisione figurae, quod uirtuti distinctivae error in uisione figurae accidat, duximus in posterius distendum.

LXIII.

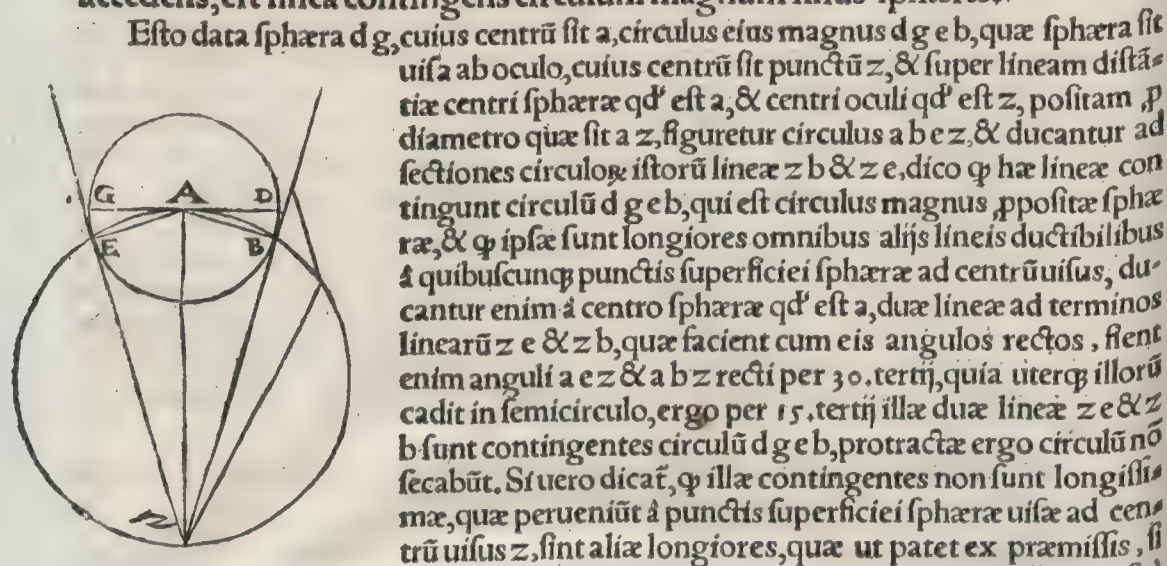
Corporeitas comprehenditur a uisu, in quibusdam corporibus per se, & in quibusdam auxilio uirtutis iudicatiuae.

Cum enim corporeitas sit extensio corporis secundum trinam dimensionem, dico q; ipsa quandoque comprehenditur in quibusdam corporibus a uisu per se, quaedam enim corpora continentur a superficiebus planis secantibus se recte uel oblique adinuicem, & quaedam a superficiebus concavis & conuexis, & quaedam a superficiebus conuexis & planis, & quaedam a superficiebus concavis & planis, & quaedam a diuersis superficiebus conuexis, concavis & planis se intersectantibus, & quaedam continentur ab una sola superficiei rotunda: corpus itaque continentur a superficiebus secantibus se, cuius una superficies est plana: quando superficies eius fuerit opposita uisui secundum directam oppositionem siue obliquatam, ita tamen, q; communis sectio duarum superficierum uideatur, & q; ambae superficies se secantes occurrant simul uisui, tunc extensio corporis secundum longitudinem & latitudinem, & secundum profunditatem a uisu comprehenditur, sic ergo corporeitas comprehenditur. Corpora quoque, quorum superficies est conuexa siue sit una siue multae, cum opponuntur uisui secundum directionem uel obliquationem, erunt remotiores partium eius a uisu inaequales, & erit medium conuexi eius propinquius extremitatibus uisus per 8. tertij. Reliquae uero partes eius erunt a uisu remotiores, quo comprehensio sentiet uisus corporeitatem, quoniam comprehendet profunditatem partium plus remotarum a se respectu partium propinquiorum sibi, & cum hoc comprehendet longitudinem & latitudinem dimensionum illorum corporum. Corporis quoque concavi concavitas percipi potest a uisu secundum mediocrem distantiam, tunc enim, quia medium eius maxime elongatur a uisu per 8. tertij, ut prius: profunditas illius corporis comprehenditur a uisu propter maiorem distantiam unius partis respectu aliarum, sed ex consequenti longitudo & latitudo patent: q; si plures sunt in ipso superficies se secantes, quorum communes sectiones se a uisu offerant, corporeitas ipsorum comprehenditur a uisu cum sentitur obliquitas illarum superficierum. In ijs autem omnibus attendenda est mediocritas distantiae, quoniam in maximis remotionibus est secus, tunc enim per uisum nudum non comprehenditur corpus propter uisionem superficiei, sed auxilio uirtutis animae superioris, est enim principium quiescens in anima ex consuetudine uisionum, & est tale, q; nihil uidetur nisi corpus. Unde quando uisus uidet aliquam uisibilem superficiem, statim uirtus iudicatiua animae dicet, q; uidens uidet corpus, quamuis non comprehendat uisus extensionem eius in profundum. Nam latitudinem & longitudinem per se comprehendet uisus per comprehensionem superficiei cuiuscunque per 17. tertij huius, non autem comprehendet semper corporum profunditatem, quae est tertia dimensio ipsorum, nisi auxilio uirtutis superioris ipsius animae, patet ergo propositum.

A Lon



Longior linea ab aliquo puncto superficiei conuexae sphaericae ad uisum accedens, est linea contingens circulum magnum illius sphaerae.

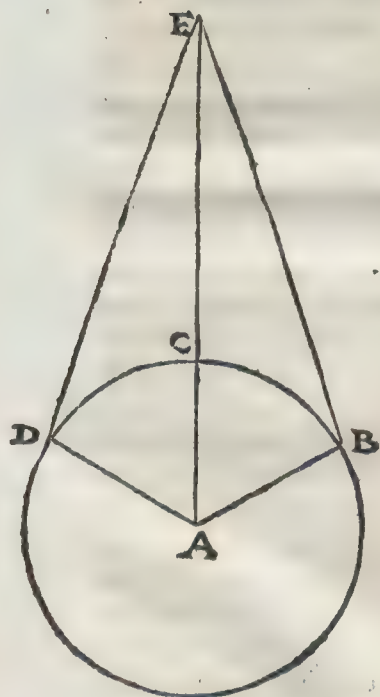


Est data sphaera d g, cuius centrū sit a, circulus eius magnus d g e b, quae sphaera sit uisa ab oculo, cuius centrū sit punctū z, & super lineam distā-  
tia centri sphaerae qd' est a, & centri oculi qd' est z, positam p  
diametro quae sit a z, figuretur circulus a b e z, & ducantur ad  
sectiones circuloz istorū lineae z b & z e, dico qd' hae lineae con-  
tingunt circulū d g e b, qui est circulus magnus ppositae sphae-  
rae, & qd' ipsae sunt longiores omnibus alijs lineis ductibilibus  
a quibuscunq; punctis superficiei sphaerae ad centrū uisus, du-  
cantur enim a centro sphaerae qd' est a, duae lineae ad terminos  
linearū z e & z b, quae facient cum eis angulos rectos, sicut  
enim anguli a e z & a b z recti per 30. tertij, quia uterq; illorū  
cadit in semicirculo, ergo per 15. tertij illae duae lineae z e & z  
b sunt contingentes circulū d g e b, protractae ergo circulū nō  
secabūt. Si uero dicat, qd' illae contingentes non sunt longissi-  
mae, quae perueniūt a punctis superficiei sphaerae uisae ad cen-  
trū uisus z, sint aliae longiores, quae ut patet ex praemissis, si

linea z b protrahatur, ipsa non secabit circulum quem contingit per 15. tertij, ergo si a  
puncto z centro uisus in superficie, in qua sunt lineae z e & z b, protrahatur linea longio-  
r qd' sit linea z b usq; ad circulum: palam ergo, quia ista recta cum linea z b superficiem  
includet, qd' est impossibile. Illae ergo duae lineae contingentes circulū sunt omnibus  
alijs lineis longiores, quod est propositum.

LXV.

Sphaera a remotissimo uisae superficies conuexa uel concava uidetur plana.



Sit sphaera, cuius centrū sit a, & in ea circulus magnus b c d, & sit centrū uisus e, du-  
canturq; lineae e a, e b, e c, e d, palamq; per 50. huius, quoniam  
forma arcus b c d ipsi uisui e a remotiori incidentiae arcus b c  
d accedit ad rectitudinem, & idem est de alijs arcubus quib-  
uscunq; uisus incidit in tota data sphaera, totalis ergo por-  
tio conuexae superficiei, cui uisus incidit, uidetur plana, ut si-  
cut arcus circuloz in superficie ipsius descriptibilium accedūt  
ad rectitudinem linearū, sic totalis sphaerae superficies ad pla-  
niciem accedat, & per eadem potest fieri demonstratio de co-  
uexa superficie ipsius sphaerae, cū enim in illa partiū rei uisae  
plus altera distare uidetur, necesse est unius dispositionis ap-  
parere totam superficiē rei uisae. Cum itaq; totum conuexū  
corpus uel concavū in remotione maxima fuerit a uisui, tūc  
uisus nō comprehendit concauitatē uel conuexitatē, sed cō-  
prehēdet ipsum quasi planū, quia situs partiū superficiei suae  
ad uisum nō comprehendit a uisui in aliqua diuersitate, sed  
secundū concauitatē aequalem perueniunt ad uisum, & in  
ipsius uisus superficie secundū diuersitatem situs figurat, unde  
plana iudicant, & plana uidebit totalis superficies rei uisae,  
& ob hoc figurae superficierū solis & lunae uidentur planae, se-  
midiametri enim ipsorū ad lineam suae distantiae, quae a cen-  
tro uisus ad ipsorum solis & lunae centra ducitur, non habet  
aliquā sensibilem pportionē, unde nihil aufert a quantitate linearū a centro uisus productae  
contingente sphaeras illas per praemissam. Longior enim linea ab aliquo puncto su-  
perficiei conuexae ipsius sphaerae ad uisum accedens, est linea circulū magnū illius sphae-  
rae cō-

ra contingens, & illae lineae omnes sunt aequales inter se per 58. primi huius, & qm sen-  
sibiliter nō excedunt lineam a centro uisus super superficies illarū sphaerae pductas, ideo  
omnes illae lineae uidentur quasi aequales ipsis ppendicularibus, quae transeunt centra il-  
lorum corporū a centro uisus productae, & arcus interiacentes rectitudinī accedunt: un-  
de totales superficies uidentur planae, & hoc idem propter eandem causam accidit in  
omnibus alijs stellis, quae propter remotiōem maximam quasi quaedam superficies par-  
uorum circulorū uidentur, patet ergo propositum.

LXVI.

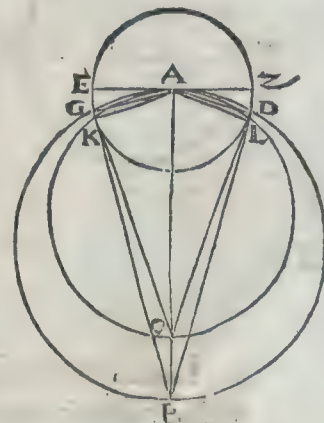
Sphaericae superficiei conuexae illuminatae uno oculo uisae, semper minus  
hemisphaerio apparet, & pars eius uisa circulo continetur.

Sit sphaera uisae centrū a, & sit centrum uisus b, producatursq; linea a b, sitq; ut super-  
ficies plana transiens punctū b, secet sphaeram, erit ergo per 69.  
primi huius communis sectio illius superficiei & sphaerae circuli  
sit ille circulus g d, & super diametrū a b, quae interiacet cen-  
trum uisus & centrū sphaerae uisae, describatur circulus qui sit a g  
d b, & producantur lineae g b, d b, a g, a d, quia ergo arcus a g b  
est semicirculus, palā per 30. tertij, quia angulus a g b est rectus.  
Similiter autē & angulus a d b est rectus, ergo lineae b g & b d  
sunt contingentes circulū per 15. tertij, copuletur itaq; linea g d  
ducta per puncta contactū, quā secabit linea b a per aequalia p  
58. primi huius, sit ergo punctus sectionis k, erūtq; per 4. primi  
trigona g k b & d k b aequiangula, patet & hoc p 3. tertij, ducat q  
q p centrū a linea i t aequidistantē lineae g d per 31. primi: erit er-  
go per 29. primi linea a b ppendicularis super lineā i t, cum ipsa  
sit ppendicularis super lineam g d aequidistantē lineae i t, ergo p  
15. tertij erit linea i a contingens circulū a g b d, & ipsa est diameter circuli d g, arcus er-  
go d g qui uidetur, minor est semicirculo, put etiam patet per 51. huius, trigonus itaq;  
b g k manēte fixo latere b k, intelligatur circūduci quousq; redeat ad locum unde coepit,  
& palam, quoniam linea b g contingens circulū d g, unūquodq; punctū superficiei sphae-  
rae, cui ipsa circūducitur, continget, & linea k g motu suo faciet circuli sectionem, fietq;  
pyramis, cuius uertex erit punctū b, qd' est centrum uisus, basisq; eius erit circulus per  
motum linearū k g factus: pars ergo uisa sub circulo continetur, palam quoq; quoniam  
uidetur minus hemisphaerio: est enim, ut praemissum est, sphaerae uisae diameter i t, & li-  
nea g d illi aequidistās minor diametro, est autē linea g d diameter basis pyramidis uisi-  
onis, minus ergo hemisphaerio uidetur, quod est propositum.

LXVII.

Visu sphaerae illuminatae conuexae approximāte, minus superficiei sphae-  
rae uidetur, apparet autem quasi magis uideatur.

Est ut in praemissa sphaera, cuius centrum a, sit quoq; centrū  
uisus b, & ducatur linea a b, & circa diametrū a b describatur cir-  
culus g b d, & ducatur a puncto a linea e a z perpendiculariter su-  
per lineam a b per 11. primi, & quia lineae a b & e z sunt in una su-  
perficie per 2. undecimi. Intelligat hanc superficies plana secare  
sphaeram, ipsa aut per 69. primi huius secabit sphaerā secundū cir-  
culū qui sit g e z d, eruntq; puncta sectionis duorū ppositorū cir-  
culorū quae g & d, ducantur lineae g a, d a, b g, b d, & patet per mo-  
dū proximae praecedentis, qm lineae b g & b d contingūt sphaeram,  
& uidet ab oculo existente in puncto b pars sphaerae g d: sit ergo  
ut appropinquet oculus sphaerae, & fiat in puncto c, ducaturq; c a  
circa quā ut diametrū describat circulus a k d l, ducanturq; lineae  
c k, c l, a k, a l, ergo propter praemissam uidebitur sub circulo exis-



A 2 stente



stente in puncto c pars sphaerae, quae est k l, quae minor est parte sphaerae g d uisae ab oculo  
lo existente in puncto b, qm arcus cadens inter puncta contingit lineae linearu c k & c l,  
quae per 64. huius attingunt sphaeram, minor est arcus g d, quae cadit inter puncta contingen-  
tia lineae b g & b d, qd patet per 60. huius, palam ergo, qm appropinquante oculo ipsi  
sphaerae, minus superficiei sphaericae uidetur, quia uero, ut patet per eandem 60. primi huius,  
lineae g b & c k concurrunt si producantur uersus punctu g, palam per 16. primi, quoniam  
am angulus k c a minor est angulo g b a, similiter angulus a c l maior est angulo a b d,  
totus ergo angulus k c l est maior toto angulo g b d: pars ergo sphaerae, in qua est arcus  
k l, sub maiori angulo uidebitur, qm pars sphaerae in qua est arcus g d, apparet ergo p 20.  
huius maior uisui pars sphaerae quae est k l, qm pars eius quae est g d, & hoc est propositum.

LXVIII.

Diametro sphaerae illuminatae conuexae lineae connectenti centra ambo-  
rū oculorū æquali existente, hemisphaeriū est qd' ambobus uisibus uidet.

Sphæræ datæ sit centrū a, sitq; circulus eius maior, cuius diameter sit b g, quæ ex hypothesi erit æqualis distantia oculorum, hoc est lineæ connectenti centrū utrumq; amborū, quæ sunt e & d, ducantur quoq; à punctis b & g perpendiculares b d & g e, quæ fiant æquales per 3. primi, & copuletur linea d e, quæ per 33. primi & ex hypothesi erit æqualis & æquedistans lineæ g b, ducat quoq; perpendicularis à puncto a centro sphæræ super lineam g b per 11. primi, quæ producta ad lineam d e secet ipsam in puncto z: palam ergo per 29. primi, quoniā linea a z est perpendicularis super lineam e d, & per 27. primi erit linea a z æquedistans lineæ g e, ergo per 33. primi patet qd linea e d diuiditur per æqualia in puncto z, & quia, ut patet ex hypothesi, erunt oculi in punctis d & e, dico qd hemisphæriū est qd uidetur, manente enim fixa linea a z, circūuoluat per parallellū a b z d, donec redeat ad locum unde incepit; linea ergo a b mota describet circulū æqualē circulo g b, cuius ipsa est semidiameter, erit aut circulus magnus sphæræ datæ circulus g d, ergo per motū lineæ a b describitur circulus magnus, hic aut sphæra diuidit in duo æqualia, patet ergo propositum.

LXIX.

Linea connectēs centra amborū oculorū, si maior diametro sphaeræ illu-  
minatæ cōuexæ fuerit, plus hemisphaerio est qd' ambobus uisibus uidet.

Sit sphaera data, cuius centrum a, & eius circulus magnus sit e d i, sintq; centra am-  
 borum oculorum b & g, sitq; linea b g producta maior dia-  
 metro datae sphaerae & eius circuli magni, dico qd a b ambor-  
 bus uisibus maius hemisphaerio uidebitur, ducantur enim a  
 centrīs oculorum linea b e & g d contingentes circulum e d  
 c i per 16. tertij, contingantq; in punctis e & d, & ducatur a  
 puncto a diameter sphaerae aequidistans linea b g per 31. pri-  
 mi, & quia diameter sphaerae ex hypothesi est maior qd linea  
 b g, palam, qm linea b e & g d ultra diametrum f h concu-  
 runt per 15. primi huius, concurrant ergo in puncto z, quia  
 ergo ab uno puncto z ducuntur duae linea contingentes cir-  
 culū scilicet e z & z d, palā, qd portio circuli quae est e c d est  
 minor semicirculo per 59. primi huius, ergo portio eiusdē cir-  
 culi reliqua, q̄ est e i d est maior semicirculo : haec aut portio  
 est illa q̄ uidet, & qd idē est de oībus circulis magnis in tota  
 sphaera signatis, palā, qd maius hemisphaerio est, qd' superfi-  
 cie sphaericae hypothesi tali existēte uidet, & hoc est ppositū.

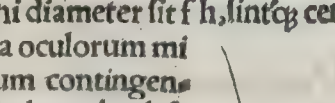
LXX.

Linea connectens centra amborū uisuum, si diametro sphaeræ convexæ minor fuerit, minus hemisphaerio est quod uidetur.

**Sid**

LIBER QVARTVS. 95

Sit sphaera data cuius centrum a, & circuli eius magni diameter sit f h, sintq; centra oculorum d & e, & producatnr linea d e, cōnectens centra oculorum minor existens diametro f h, ducanturq; lineæ illum circulum contingentes, quæ sint d b & e g, dico quod min⁹ hemisphaerio est illud quod uidet. protrahantur enim lineæ b d & g e, & quoniam lineæ d e, est minor diametro f h, palam per 15. primi huius, quoniam lineæ b d & g e, concurrunt ultra ambos uisus, sit ergo concursus punctus z, palam per 58. primi huius, quoniam cum à puncto z ducantur duæ lineæ unum circulum contingentes, quæ sunt z b & z g, quod arcus b i g est minor semicirculo, minus ergo semicirculo b g uidetur sub oculis d & e, ergo ut prius min⁹ hemisphaerio uidebitur sub oculis d & e, & hoc est qd̃ pponebatur.



LXXI.

LXXI.

Centro foraminis unæ in superficie sphæræ concavæ illuminatæ existente tota sphæræ intrinseca superficies uidetur.

b a g. Esto centrum foraminis unæ punctus a, & sit sphaera data, cuius maior circulus sit  
 uisū disposito totus circulus b a g, poterit uideri, & q̃a plurimi cir-  
 culi magni sphaeræ se secant super polos sphaeræ, quilibet autem pun-  
 ctus sphaeræ est polus sphaeræ, palā quia omnes circuli magni sphae-  
 ræ datae, qui per omnia puncta superficiei sphaeræ imaginari pos-  
 sunt, transeunt se interfecabunt super punctū a, erit ergo punctū  
 a, quod est centrum foraminis ipsius unæ in quolibet illorum ma-  
 gnorum circulorum, omnes autem illi circuli magni sphaeræ totam  
 sphaeræ superficiem euacuant, quia non est dare punctum in sphae-  
 ræ superficie, quem aliquis circulus magnus nō transeat, uisū ergo  
 taliter disposito tota cōcaua sphaeræ superficies uidebitur, & hoc est  
 propositum.

LXXIII.

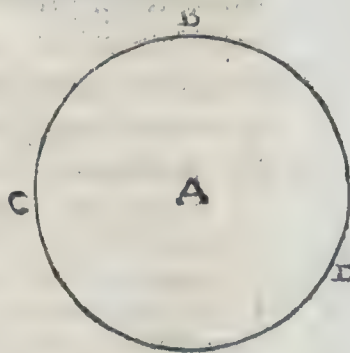
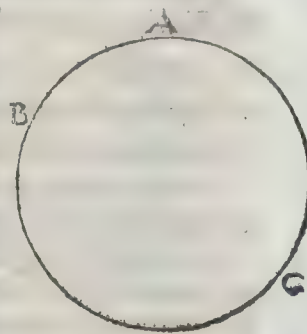
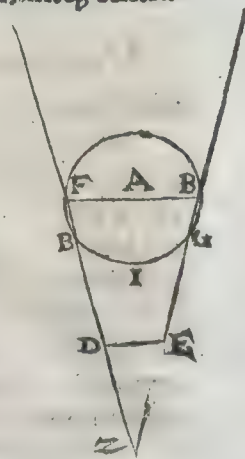
LXXII.

Centro foraminis unæ intra sphaeræ cõcauæ illuminatæ superficiem uel extra illam existente portio circularis sphaeræ uidebitur, cui incidunt æquales lineæ à centro uisus ductæ, eritq; uisum quandoq; hemisphaeriũ, quãdoque maior portio quandoq; minor.

Est

Est centrum foraminis unæ punctum a, & sit sphaera concaua, cuius circulus ma-  
 gnus sit b c d, & centrum sphaeræ sit punctum e. Si ergo centrum uisus fuerit in puncto  
 e, centrum sphaeræ quod est etiam centrum circuli magni, qui est b c d, per diffinitione  
 circuli magni, tunc manifestum est per 52. huius, quod totus circulus b c d uidebitur, sed  
 & per eandem 52. huius, omnes alij circuli subiecti hemisphaerij æquedistantes circulo b c d  
 uidebuntur, quoniam omnium illorum polus erit ceterum uisus,  
 omnes quoque lineæ directe ductæ à polo ad periferiam sui circu-  
 li sunt æquales per 65. primi huius, & quoniam hi omnes circu-  
 li totum hemisphaerium exhauriunt, patet quod in hoc situ existen-  
 te uisu totum hemisphaerium uidebitur, quod si punctum a, cen-  
 trum foraminis unæ sit sub centro sphaeræ, quod est punctum e,  
 tunc per eadem minus hemisphaerio uidebitur. Si sit supra centrū  
 e, siue sit intra sphaeram siue extra, tunc similiter per secundam  
 tertij huius, omnes circuli ad quorum circumferentias possunt p-  
 duci lineæ rectæ uidebuntur, maius ergo hemisphaerio uidebitur,  
 & si lineæ à centro uisus ad superficiem sphaeræ ductæ, oblique in-  
 cidat superfici ei ipsius sphaeræ, tunc palam, quod etiam superfi-  
 ciebus multorum circulorū oblique incidet, & potest accidere quod tota figura sphaeræ  
 uidebitur inæqualis, suorum circulorum periferijs quibusdam tendentibus ad figuram se-  
 ctionis

A 3 - ctionis





tionis columnaris per 55. & 56. huius, patet ergo propositum.

LXXIII.

Visu hemisphaerio cōcauo appropinquante minus superficiei sphaerae uidebitur, apparet autem plus uideri.

Hac potest demonstrari sicut & 67. huius, de sphaera conuexa est demonstrata, est enim per omnia idem hinc inde demonstrandi modus, unde hac sphaera concaua figuretur ut illic conuexa, & sub eisdem literis consignetur figuratio totalis, & per eadem concludetur, & hoc quidem de uisione superficierum dicta sunt superficibus ipsarum oppositis uisui totaliter existentibus luminosis per se, uel illuminatis aliunde, quoniam hoc non existente licet in sphaerarum superficibus permaneat dictorum modorum uisibilitas, non tamen actu uidebuntur, nisi lineis interuentu, ut patet per primam tertij huius, & secundum diuersitatem luminositatis in partibus superficiei sphaerarum quae uidentur, nonne passionibus uisibus generantur, aequales sunt haec, quas nunc intendimus exemplificare.

LXXIII.

Diametro sphaerae uisae illuminatae maiore distantia oculorum existente, & diametro sphaerae illuminantis eidem aequali uel maiore, circuloque basis pyramidis uisionis aequedistante, circulo basis pyramidis illuminationis uel ipsum intrinsecus contingente, tota superficies basis pyramidis uisionis illuminata uisibus occurrit, uidetur autem in maiori distantia quasi plana.

Patet enim per 26. uel 27. secundi huius, quoniam tanta existente quantitate diameterum istorum corporum ut proponitur, tunc basis pyramidis illuminationis aut est circulus magnus sphaerae illuminatae, aut aequedistans ei. Circulus autem qui est basis pyramidis uisionis, ut patet per 70. huius, semper est minor circulo magno sphaerae uisae, quoniam ut ex hypothesi diameter sphaerae uisae est maior quam distantia oculorum. Si ergo circumferentia circuli minoris sit aequedistans circumferentiae circuli maioris, tunc per 68. primi huius, centra duorum illorum circulorum in eodem sphaerae diametro constunt, & tota basis pyramidis uisionis occurrit uisibus, quia tota est illuminata, uidetur autem superficies plana per 65. huius, & hoc proponitur. Sed etiam si centra istorum circulorum usque ad punctum contactus circumferentiarum immutentur, quandiu unus circulus alium non fecat, semper tota basis pyramidis uisionis uidetur illuminata, & lumen in sphaerae uisae superficie uidetur semper circulare, & tota basis pyramidis illuminata, plus tamen tenebre scit basis pyramidis uisionis ad illam partem, nisi sit contactus illorum circulorum per 21. tertij huius, patet ergo propositum, & quod hoc de duobus oculis ostensum est, euidentius patet, si uisio tantum uno fiat oculo per 66. huius.

LXXV.

Si diametro sphaerae uisae illuminatae maiore distantia oculorum existente, diametroque sphaerae illuminantis eidem aequali uel maiore basis pyramidis uisionis interfecet basem pyramidis illuminationis ita ut ambo centra basium sint sub superficie communis sectionis, erit illa communis sectio pars superficiei sphaericae irregularis, uidebiturque superficies plana gibborosa, ut duabus curuis lineis inaequalis quantitatis & curuitatis contenta.

Imaginetur enim centra basium, quae per praecedentem in eadem diametro sphaerae uisae fore disponuntur, tantum ab inuicem elongari, ut circuli basium se secant quantumcunque, dum tamen centra ambarum basium sub sphaerae quae est communis ambabus illis basibus remaneant, tunc illa communis sectio erit pars superficiei sphaericae figurae irregularis, quoniam ut patet per 26. uel per 27. secundi huius, & 70. huius, et ut ostensum est in praemissa proxima, arcus circuli basis pyramidis illuminationis est maior arcu circuli basis pyramidis uisionis, & si illius superficiei acciperetur punctus medius lineae ab illo puncto ad periferias arcuum ductae essent inaequales, uidetur autem superficies illa esse plana per 65. huius, & erit gibborosa, ut duabus praemissis curuis lineis inaequalis quantitatis

titatis & curuitatis contenta, quoniam arcus circuli pyramidis uisionis est curuior & maior portio suae circumferentiae, quam arcus circuli basis pyramidis illuminationis sit portio suae circumferentiae, quod accidit per inaequalitatem circuloꝝ, patet ergo propositum.

LXXVI.

Base pyramidis uisionis sphaerae interfecante basem pyramidis illuminationis, ita quod ipsorum axes angulum rectum contineant, communis earum sectio est quarta superficiei sphaericae, uidetur autem in maiori distantia plana superficies una recta linea & semicirculo contenta.

Quod illuminatio cuiuslibet sphaerae fiat secundum pyramidem, cuius basis in superficie sphaerae illuminatae est circulus, hoc patet per 26. & 27. & 28. secundi huius, quod etiam basis pyramidis uisionis omnis sphaerae sit circulus, patet per 66. & 68. & 69. & 70. huius, quoniam axes istarum pyramidum ex hypothesi productae ad inuicem angulum rectum continent, tunc patet per ultimam sexti, quod ab illorum axium concursus puncto secundum quantitatem semidiametri sphaerae uisae circūducto circulo interiacebit quarta circuli inter axes, & quoniam uterque axium est perpendicularis super superficie sphaerae illuminatae uisae, palam per 111. primi huius, quod uterque axium transibit per centrum illius sphaerae; punctus itaque intersectionis axium est in centro illius sphaerae, & solus ille punctus qui est centrum sphaerae ambobus axibus erit communis, axibus itaque interiacet quarta magni circuli sphaerae aequaliter distantis a duobus punctis duarum intersectionum circulorum basis pyramidis illuminationis & basis pyramidis uisionis; communis itaque sectio istarum duarum basium est quarta superficiei sphaericae, & quoniam tota superficies sphaerica in maiori distantia uidetur plana superficies per 65. huius, palam & hanc superficiem sphaericam planam a maiori distantia uideri, axis enim pyramidis uisionis cadit in superficie circuli basis pyramidis illuminationis propter erectionem sui super axem illius pyramidis, quod patet per 4. undecimi, palam ergo cum centrum uisus sit in uertice axis pyramidis uisionis, quoniam circulus basis pyramidis illuminationis est in eadem superficie cum centro uisus, palam ergo per 50. huius, quoniam ipse uidetur linea recta. Semicirculus uero basis illuminationis quia non est in eadem superficie cum centro uisus uidetur circularis. Sic ergo illa superficies communis sectionis, uidetur superficies plana, una linea recta, & alia curua contenta, quod est propositum.

LXXVII.

Base pyramidis uisionis sphaerae interfecante basem pyramidis illuminationis, earum communis sectio cui neutrius axis incidit, est portio minor quarta parte superficiei sphaericae, uidetur autem plana superficies duobus quasi aequalibus circumferentiarum basium arcubus contenta.

Quia enim ut in proxima praemissum est, omnis illuminatio sphaerae sit secundum pyramidem cuius basis est circulus, ut patet per plures propositiones secundi huius, & similiter basis pyramidis uisionis est circulus per 66. huius, palam si isti circuli qui sunt bases pyramidis se non fecerint, ut quia ipsi siti sunt in oppositis quasi partibus superficiei sphaerae, cuius una pars est illuminata uel alius uisa, nec incidentia luminis quae sic superficiei sphaerae aliquantulum a uisu perpenditur, utpote si globum ligneum uel ceruicem, cuius diameter sit maior distantia oculorum, oculis & lumen directe interponas, reuoluto autem globo ita ut lumen superficiei sphaericae ipsius globi incidens aliquantulum appareat, tunc uidebitur ipsius superficiei globi illuminata pars, quam recepit circumferentia basis pyramidis uisionis, & quoniam illa pars uisa ut illuminata est, terminatur per circumferentiam basis pyramidis illuminationis, patet quod illa uisa portio sphaerae est minor quarta parte superficiei sphaerae; cum enim neutrius pyramidis axis incidet superficiei communis sectionis, ut patet ex hypothesi, palam per ultimam sexti, quia arcus diuidens illam superficiem aequaliter distans a duobus punctis intersectionum circulorum dictarum basium diuidens totam sphaeram & illam communem sectionis superficiem per aequalia, est minor quarta circuli, quoniam enim angulus ei subtenus est minor recto, patet quod arcus



cus ille est minor quarta circuli, & ipsa uisa superficies uidetur plana per 65. huius, & ga-  
nullus illorum circulorum uel arcuum directe uisibus opponitur, quilibet illorum in sua  
uidetur curuitate, quoniam forma punctorum cuiuslibet illorum arcuum secundum si-  
tum suum peruenit ad uisum. Illa ergo portio communis sectionis basium ductarum pyra-  
midum uidetur quasi duobus aequalibus arcibus contenta propter insensibilitatem inae-  
qualitatis, maxime cum à remotiori spacio sit uisio per 50. huius, certum tamē est per  
27. secundi huius, & per septuagesimam huius, quia arcus basis pyramidis illuminationis  
onis est pars maioris circuli quam arcus basis pyramidis uisionis, quoniam diameter  
sphaerae corporis illuminantis est maior diametro sphaerae illuminatae, & distantia  
oculorum minor illa, patet ergo propositum. Ex his itaq; quatuor theorematibus pa-  
tet, quare forma lunae sit in recessu à coniunctione nouacularis: in tempore enim cōiun-  
ctionis luna non uidetur, nisi fiat eclipsis solis, ita quod radij solis penetrantes diafoni-  
tatem corporis lunae propter differentiam densitatis corporis lunaris ad diafinitatem  
partium suae sphaerae uicinarum, & peruenientes ad uisum, faciant corpus sphaericum lu-  
nae uisibile: tunc enim uidetur luna secundum sui figuram distincte, sed propterea lumine  
privata. In alijs autem coniunctionibus quia radij perpendiculariter incidentes corpo-  
ri lunae, aut ualde oblique aut nullo modo perueniunt ad uisum. Corpus tunc lunae non  
uidetur, eo quod basis pyramidis uisionis incidit in partem oppositam basi pyramidis il-  
luminacionis, nec secut una illarum basium aliam. Cum autem luna recedet à sole, istae  
bases se incipiunt interfecare, tunc ipsorum communis sectio quae est portio superficiei  
sphaerici corporis lunae uidetur, & propter magnitudinem distantiae uidetur illa portio  
sphaerae quasi plana superficies duabus curuis lineis secundum eius conuexum & conca-  
uum contenta, quae uidentur aequales propter remotionem, non sunt autem aequales, sed  
semper illa quae est in conuexo, quia itaq; arcus circuli basis pyramidis illuminationis  
est pars maioris circuli quam illa quae est in concauo, quae est arcus circuli basis pyrami-  
dis uisionis, & quoniam axis pyramidis illuminationis semper est perpendicularis super  
corpus solis, ut patet per 3. primi huius, ideo semper conuexum lunae est auersum soli &  
cornua uidentur semper respicere ad solem. Vnde illorum situs semper uariatur secun-  
dum situm solis, & secundum latitudinem motus lunae, Et durat semper in luna haec fi-  
gura, quousq; axes pyramidum secant se ad angulos rectos per 76. huius, tunc enim lu-  
na uidebitur in quadratura, quoniam quarta pars suae sphaerae interiaces periferias ducta-  
rum basium uidebitur, & in prima quadratura & secunda semper arcus illuminationis, quia  
directe uisibus opponitur, uidebitur linea recta, & arcus pyramidis illuminationis sem-  
per curuus. Mutato autem hoc situ, tunc centra basium ambarum pyramidum sunt in  
superficie communis sectionis, uidebitur ergo luna gibberosa & planae superficiei per 75.  
huius, & hoc durabit quousq; circuli basium intrinsecus se contingant, tunc enim luna  
uidetur plena. Et quando centra circulorum ductarum basium sibi ad inuicem suppo-  
nentur, ita ut ambo fiant in linea una, ut quando illi circuli sunt aequedistantes in eadem  
superficie sphaerae lunae, ut patet per 68. primi huius, tunc erit uera lunae impletio, & lumen  
ex omni parte circumferetur aequale. Et deinde luna mota usq; ad cōcauum circulorum  
ipsarum basium, uidetur semper plena, tñ aliquantum obscuratur lumen approximans  
tenebrositati, & sic procedit luna in figuris eidem distantiae competentibus ab opposi-  
tione ad coniunctionem, sicut à cōiunctione ad oppositionem, & hoc quidem in luna pro-  
pter eius propinquitatem ad uisus nostros euidentius apparet. In alijs tamen omnibus  
stellis suum lumen & acualitatem sui luminis à sole uel ab alijs stellis accipientibus,  
necesse est easdem figuras ex praemissis tribus theorematibus prouenire. Et secundū hoc  
coelestium influentium aspectus & modi diuersificantur: non apparet autem hoc uisi-  
bilitate in stellis alijs à luna, propter ipsarum magnam remotionem à uisu, ratione cuius  
accidit error uisui, ut patet per 16. huius. Videntur itaq; omnes aliae stellae praeter lunam  
semper rotundae, propter sui remotionem à uisibus, propter quod etiam ignis remotus à  
uisibus uidetur rotundus. Videntur autem stellae eadem maxime plenae quandoq; maio-  
res quandoq; minores, quod nos eidem causa paucitati scilicet suae illuminationis uel  
multitudi-

multitudini credimus ex praemissis ascribendum. De his tamen suo loco sermo erit, ad  
praesens uero nobis sufficiat ex praemissis propositionibus demonstrationē praesentibus  
attulisse, secundum enim stellarum diametri sunt omnes ad inuicem aequales, cum tamē  
una ipsarum sit maior altera, semper tñ patet, qd' omnis diameter cuiuscūq; stellae est ma-  
ior q' sit distantia oculorum cuiuscūq; uidētis, & sic hanc passionem uisibus in ipsarū  
illuminatione accidere est necesse, quamuis illā distincte non cōprehendat uisus, & hoc  
quidem & ante nos dixit Arabs Messala, Sed super hoc nullā attulit demonstrationē.

LXXVIII.

Columnae rotundae uel chilindri conuexi sub uno oculo uisi minus me-  
diatate curuae superficiei uidentur.

Esto columna rotunda, cuius una basis sit circulus g b, & eius diameter f h, & centrū  
a, sitq; in superficie illius circuli centrum oculi punctum d, & producat lineam d a, co-  
pans centrum uisus cum centro circuli basis columnae, & ducatur linea d b & d g, quae  
contingant circulum g b per 16. tertij, & producantur à punctis g & d, duae lineae longi-  
tudinis columnae per 10. 1. primi huius, quae sunt b e & g z, & erunt illae lineae orthogo-  
naliter super basem g b erectae, per 92. primi huius, sitq; ut per lineas b e & b d, una tran-  
seat superficies plana, & per lineas g d & g z, alia superficies plana, neutra ergo istarum  
superficierum secut columnam, quoniam lineae d b & d g, sunt contingentes circulum  
basis, & lineae b e & g z sunt lineae longitudinis in superficie columnae non secantes illam:  
sunt ergo illae superficies ipsam columnam contingentes, istarum quoq; superficierum  
contingentium columnam, quia ambae transeunt centra uisus, ut patet ex praemissis, &  
ipsarum communis sectio est linea recta per 3. undecimi, intersectio fit in quadam linea  
transiente centrum uisus aequedistans axi columnae & hoc quod inter ipsas de super-  
ficie columnae

intercipitur, hoc  
solum uidetur,  
quia uero lineae  
longitudinis b e  
& g z, sunt a-  
equedistantes p-  
6. undecimi, pa-  
lam per 33. pri-  
mi, quoniam cor-  
dae arcuum basi-  
um inter ipsas cadentes, quae sunt g b & z e, sunt aequales, ergo per 27. tertij, ar-  
cus illis cordis correspondentes erunt aequales, portiones itaq; circulorum ipsarum  
basium interceptae inter has lineas longitudinis columnae b e & g z, & omnium circulo-  
rum aequedistantium basibus sunt aequales portioni circuli g b, est autem hoc mi-  
nor semicirculo per 5. 1. huius, ergo & omnes portiones aliorum circulorum sunt mino-  
res suis semicirculis, uidebit ergo minus medietate columnae, quod est propositum. Idem  
quoq; accideret in columnis lateratis, nisi quod anguli quandoq; impediunt quando-  
que iuuant uisionis quantitatem, quorum uisionis modum propter infinitatem numero-  
rum obmittimus, quia radice praesenti supposita diligens inuestigator multa particu-  
laria concludet.

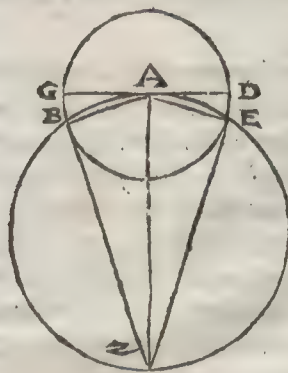
LXXIX.

Linea connectens centra amborum uisuum si aequalis diametro basis chi-  
lindri fuerit, semichilindri conuexum uidebitur, si maior magis, si minor  
minus.

Esto circulus basis chilindri, cuius centrum sit punctum a, punctus uero extra  
signatus sit z, & ducatur linea a z, & producat a puncto a, diameter g d orthogona-  
lis super lineam a z, per 1. 1. primi, & describatur super lineam a z, ut super diametrum  
B circu-



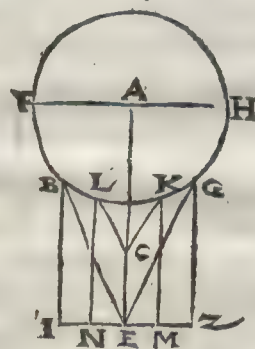
circulus  $abze$ , & producantur lineae  $ab, bz, ae, ez$ , duae itaq; lineae quae  $z$  &  $z$  b, con-  
tingunt circulum  $b, d, g$  per 30. & per 15. tertij, producantur ergo a punctis  $b$  &  $e$ , per  
10. huius duae lineae longitudinis, quae erunt perpendiculares super lineas  $a, e, a, b$ , p. 92.  
primi huius, ideo quod sint erectae super basem, superficies quoq; ductae super lineas  $z, e$   
&  $z, b$ , & per lineas longitudinū sibi conterminales secabūt se in linea per centrum com-  
mune amborum uisuum, quod est in medio puncto intersectionis nerui concavi, ducta  
aequedistanter axi columnae, quando linea connectens centra amborum uisuum fuerit  
minor diametro basis columnae, quae si maior fuerit, illae diametri concurrent ad partem



oppositam in aliqua linea superficiei ductae per lineam ductam  
per centrum commune aequedistanter axi, & per ipsam axem.  
Si uero fuerint diametri basis columnae uisae & linea connectens  
centra oculorum aequales, tunc lineae longitudinis ductae ca-  
dunt super terminos diametri aequedistantis centris oculorum,  
& superficies productae nunquam concurrent. Superficies autē  
columnae inter has superficies columnam contingentes inter-  
cepta est portio superficiei columnae quae uidetur, sunt autem o-  
mnes portiones circulorum interceptae inter eas aequales portio-  
ni basis interceptae. Si ergo illa fuerit semicirculus, medietas chi-  
lindri uidebitur. Si minor semicirculo, ut est in proposito ar-  
cus  $b, e$ , tunc minus semichilindro uidebitur, si maior maius, ho-  
rum autem omnium deductio est euident ex praemissis pluries repetitis, patet ergo pro-  
positum. LXXX.

Visu appropinquante chilindro conuexo minus curuae superficiei uide-  
bitur, apparet autem ac si magis uideatur.

Sit chilindri basis circulus  $bg$  cuius centrum sit  $a$ , & diameter  $fh$ , oculi uero cen-  
trum sit in puncto  $e$ , & ducatur linea  $e, a$  inter illa centra, & ducantur lineae  $eb$  &  $eg$ , cir-  
culum contingentes per 16. tertij, & ducantur a punctis  $b$  &  $g$ , per 10. primi huius, li-  
neae longitudinis chilindri, quae sint  $b, i$  &  $g, z$ , uidetur itaq; p.



modum praemissarum sub oculo existente in puncto  $e$ , super-  
ficies chilindri  $i, b$  &  $g, z$ , quae minor est semichilindro per 78.  
huius, appropinquet ergo uisus columnae & sit in puncto  $e$ ,  
& ducant lineae contingentes basem columnae, quae sint  $t, k$  &  
 $t, l$ , & a punctis  $k$  &  $l$  ducantur lineae longitudinis chilindri,  
quae sint  $b, a$  &  $k, n$ , uidebitur ergo sub visu existente in puncto  
 $e$ , superficies chilindri, quae est  $b, a$  &  $k, m$ , quae minor est super-  
ficie  $i, b$  &  $g, z$  uisa in puncto  $e$ , cuius declaratio est similis de-  
clarationi factae in 67. huius, appropinquante ergo visu ad  
chilindrum minus ipsius superficiei uidetur, apparet autē ac  
si magis uideatur, quoniam per 60. primi huius, & per 21. pri-  
mi, angulus  $l, t, k$  maior est angulo  $b, e, g$ , concurrant enim lineae  $t, k$  &  $e, g$ , uersus pun-  
ctum  $g$ , patet ergo propositum per 20. huius. LXXXI.

Axe unius tantum uisus centro basis columnae rotundae uel lateratae cu-  
iuscunq; incidente, uel si distantia oculorum aequalis uel minor fuerit dia-  
metro basis chilindri obiectae directe uisui, sola basis uidetur, quae si maior  
base fuerit, totum uidebitur chilindrum, base remotiore duntaxat excepta.

Cum enim uno oculo sit uisio, & axis incidat centro circuli basis columnae ro-  
tundae uel lateratae, tunc quia omnes lineae longitudinis sunt perpendiculares super bas-  
sem, ut patet per 92. primi huius, non uidebitur forma puncti altius illarum linearum  
nisi solus punctus communis lineae longitudinis & periferiae superficiei basis, uidebitur  
ergo sola basis, & idem est si uisio fiat ambobus uisibus, distantia tamen oculorum  
est li-

est linea connectens centra oculorum fuerit aequalis uel minor diametro basis, tunc em-  
m patet per 4. huius, nulla linearum longitudinis columnae peruenient ad ambos uisus  
nisi solum ut prius ostensum est, punctus qui est communis sectio alicuius illarum linea-  
rum & periferiae ipsius basis. Si uero maior fuerit distantia oculorum ipsa diametro  
basis, tunc omnes lineae longitudinis columnae peruenient ad ambos uisus, & uidebitur  
tota conuexitas uisae columnae, & basis superior uicinior uisibus, inferior uero basis non  
uidebitur, quia nullus eius punctus peruenit ad uisum, nisi periferiae suae cum lineis longi-  
tudinis columnae, quae ad illam periferiam terminantur, quod si uno tantum oculo uisio  
ne facta axis ceciderit extra centrum basis, uidebitur aliqua pars linearum longitudinis  
totius columnae, quoniam tunc periferia basis secat pyramidem uisionis, patet ergo il-  
lud quod proponebatur. Est autē possibile ut uisu oblique basi columnae incidente, tota  
columna, & si regularis sit, uideatur eius basis altera parte longior, & tota columna si-  
gura irregularis per 55. huius, & hoc est nota dignum.

LXXXII.

Vnius tantum uisus axe centro columnaris sectionis, quae est basis absi-  
dis columnaris rotundae incidente, tota illa basis & pars linearum longitu-  
dinis absidis uidentur.

Sit enim aliqua columna rotunda taliter abscisa, ut absis non sit perpendiculariter e-  
rectus super basem, palam ergo per 103. primi huius quod basis haec est sectio q̄ dicitur  
columnaris uel sectio oxigonia, & ipsa pars columnae abscisa dicitur absis, dico quod  
si axis uisualis incidat centro illius basis, quod pars linearum longitudinis absidis, illa  
scilicet q̄ in decliniori parte appropinquat, uidebitur uno tm visu. Huius autem causa est  
obliquatio basis quae sub minori angulo uidetur, per 26. huius, propter quod etiam ui-  
dentur formae punctorum linearum longitudinis illius obliquitatis remotiori parti ad-  
iacentium, cū residui anguli perueniūt ad uisum, quod nō accideret si illa basis posset di-  
recte uisui opponi; hoc autem impossibile sine linearum longitudinis absidis uisione, pa-  
tet ergo propositum.

LXXXIII.

Centro foraminis unae in superficie illuminata concava columnae cuius-  
cunq; existente, semper columnae tota concauitas uidetur; in alijs autem par-  
tium columnarū concavarū uisionibus, idē accidit qd sphaerarū cōcauitati.

Disposito enim visu secundum propositū modum respectu cuiuslibet columnae cō-  
cauae formae omnium punctorum linearum longitudinis quas secat superficies foraminis  
unae, tunc omnes perueniunt ad uisum, ideo quod ad centrum foraminis illius secundū  
lineas rectas pertingunt, & superficiem oculi contingit tantū una in illo centro, aliae ue-  
ro ipsam contingunt in punctis diuersis circuli foraminis; uidebuntur ergo omnes p se-  
cundam tertij, huius, & quoniam formae omnium aliarum linearum longitudinū, & omnes  
puncti basium directe uel oblique perueniunt ad uisum, palam quia tota columnae cōcaui-  
tas uidet secundū omnia puncta suae superficiei. Sed forte accidet figura uisae irregula-  
ritas, ppter aliquarum suarū partium obliquationē ad uisum p 55. uel 56. huius. In alijs  
quoq; uisionibus partium columnarū concavarum idem accidit quod in sphaeris cōca-  
uis, quoniam visu positae in puncto medio quadranguli terminantis semichilindrū illū  
totaliter uidebitur per 60. huius. Sed & quodlibet punctorū superficiei concavae & ba-  
sium uisibus occurrit. Et recedente visu ab illo puncto, semper uidebitur portio columnae  
minor uel maior semichilindro, patet ergo propositum.

LXXXIII.

Pyramidis rotundae basi in eadem superficie cū centro unius oculorum  
existente, minus medietate superficiei conuexae pyramidis uidetur.

Sit pyramis rotunda cuius basis sit circulus qui  $b, g$ , cuius diametrum  $f, h$ , cētrum  
 $k$ , uertex uero illius pyramidis sit punctum  $a$ , & sit centrum uisus  $d$ , & ducantur lineae  
 $ab$  &  $dh$ , contingentes circulum  $b, g$ , per 16. tertij, est ergo per 58. primi huius, ar-



cus b g minor semicirculo, ducantur quoque à uertice a pyramis per 10. primi huius, lineæ longitudinis, quæ sint a b & a g, palam itaque ad modum eorum quæ demonstraui in columnis, quoniam superficies intercepta lineis a b & a g sola uidetur. Et quoniam hæ lineæ ex omnibus circulis æquedistantibus basi pyramidis partes similes ressecant & intra se illas continent, eum per 58. huius, arcus b g sit minor semicirculo. Erunt necessario arcus omnium aliorum circulorum minores semicirculis suis, ergo portio uisa minor erit hemiconio. Quoniam sicut tota conuexa superficies pyramidis toti basi respondet, sic pars proportionalis ad totum conuexam superficiem parti proportionali basis ad totam basem; quoniam lineæ longitudinis productæ à uertice ad periferiam basis, sicut diuidunt conicam superficiem, sic lineæ à terminis illarum linearum ad centrum basis pyramidis productæ diuidunt ipsam, & potest hoc conuinci argumento quintæ duodecimi Euclidis, patet ergo ppositum.

LXXXV.

Centris amborum uisuum in eadem superficie cū base coni existentibus, si linea connectens centra uisuum æqualis fuerit diametro basis, hemiconiū uidebitur, si maior maius, si minor minus.

Dispositiōe ordinata ad conum, quæ in 79. huius, ad columnam, hoc solo adiecto quod centra uisuum sint solū in eadē superficie cū base pyramidis, & non eleuentur secundum lineam axi coni æquedistantem, sicut potest fieri in columna. Si enim uisus in linea æquedistante axi columnæ eleuetur, idem accidit quod eo in basi existente, quia in columna sufficit, etiam si sint in superficie basi æquedistanti.

ei, patet ergo quod hic pponitur, & est idē demonstrandi modus, unde frustra est membranas denuo occupare.

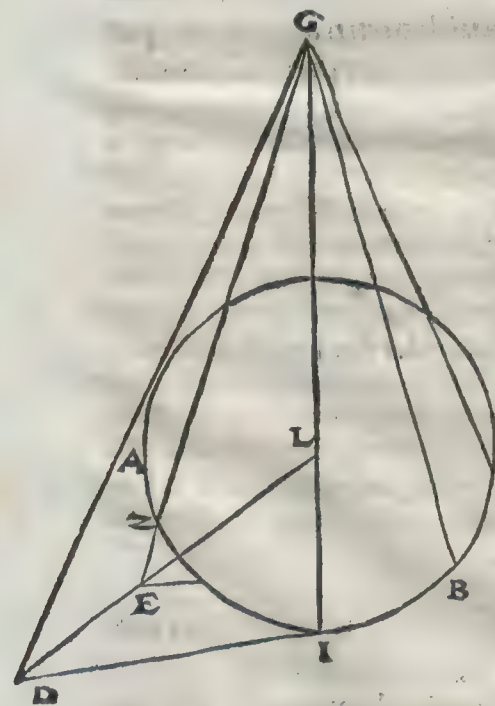
LXXXVI.

Appropinquante centro uisus in superficie basis coni, minus conicæ superficiē uidebitur, apparet autem plus uideri.

Sit circulus a b, basis coni, cuius centrū l, & sit uertex coni punctū g, centrum quoque oculi sit d, ducatur linea d l, ad centrum uisus à centro basis pyramidis, & ducantur lineæ d b & d a, contingentes circulū, qui est basis coni, in punctis b & a, & ducant à uertice pyramidis lineæ longitudinis coni, quæ sint g a & g b, ergo p ea q̄ prius in præcedentibus dicta sunt, superficies g a b uidet sub oculo d, & est minor hemiconio, appropinquet autē oculus, & fiat in puncto e, ducaturq; lineæ e z, e i, contingentes circulū qui est basis coni, & à uertice coni cōtinuent lineæ g z & g i, uidebitur itaq; ab uno oculo existente in puncto e, portio superficiē conicæ, q̄ est g z i minor portione g a b, uidetur autem apparere maior portione g a b, ppter maioritatem anguli z e i, super angulum a d b, & hoc est ppositum.

LXXXVII.

Lineis à cetro uisus ad basem coni cōtingenter ductis, & à punctis cōtactuū ductis lineis longitudinis coni, si in cōmuni sectiōe superficiū p easdē lineas & per centrum oculi



oculi productarum uisus cono appropinquet, eadem portio superficiē coni uidebitur quæ prius, & eiusdem quantitatis apparebit.

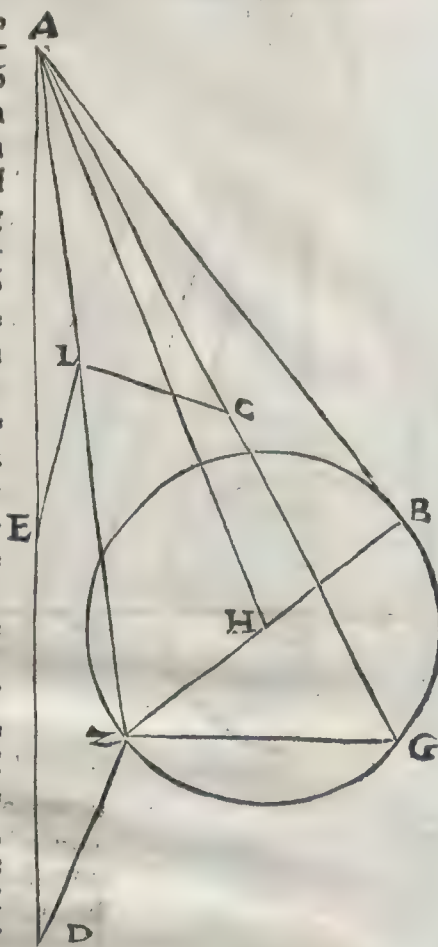
Esto conus, cuius basis sit circulus b z g, & uertex eius punctū a, axis quoque sit a h, centrumque oculi sit d, & ducantur per 16. tertij lineæ à centro uisus d contingentes circulum b z g, quæ sint d z & d g, & qm hoc sit ex hypothesi, tunc patet per 15. tertij & 2. undecimi, quoniam centrum uisus est in superficie basis coni uisi, & ducantur à punctis cōtactuū z & g duæ lineæ longitudinis per coni uerticē punctum a, quæ sint z a & g a, qd̄ fiet 10. primi huius, & à centro uisus puncto d, & ad uerticē punctū coni a ducatur linea da, & ducantur duæ superficies, una per lineas d g & g a, alia uero per lineas d z & z a, & qm eæ superficies concurrunt in centro uisus d, & in uertice coni a, erit ipsarū cōmunis sectiō linea a d per 1. undecimi & per 19. primi huius, dico q̄ si oculus appropinquet cono secundū lineam d a, non uidebitur maior conicæ superficiē portio nūc q̄ prius oculo in puncto d existente. Sit enim ut appropinquo ipso cono perueniat in punctū e lineæ d a, & ducantur à puncto e lineæ æquedistantes lineis d b & d z ad superficiem coni uisam, hæ erunt ergo necessarij contingentes aliquā circuli coni æquedistantē basi b z g, ergo necessario cadent in aliqua puncta lineæ a z & a g, ideo q̄ illæ secant pportionaliter basem coni, & omnes circulos ei æquedistantes, qm secundū lineas illas terminatur uisus, & secundū illas superficies contingentes terminatur uisio circulorū. Si ergo dicatur q̄ illæ lineæ contingentes aliq̄ dictorū circulorū ductæ à puncto e, cadant extra lineas a z & a g, cum lineæ à puncto e in lineas a z & a g ductæ terminent uisum; & similiter illæ contingentes terminēt uisum, sequitur uel lineas radiales esse refractas in medio unius diaphani, qd̄ est contra ea quæ demonstrata sunt per 44. & sequentes secundi huius, uel sequitur lineas radiales esse curuas, qd̄ est contra 1. secundi huius, uel sequitur duas rectas lineas superficiem includere, quod est impossibile; cadent ergo dictæ lineæ pertingentes ad superficiem conicam ductæ à puncto e in lineas a z & a g; cadant itaq; in ipsarū duo puncta quæ sint l & c, & sint lineæ e i & e c, quia ergo angulus d e i est æqualis angulo g d z per 10. undecimi, sicut & anguli contenti sub lineis c i & g z, quoniam omnes illi anguli continentur sub lineis æquedistantibus angulariter coniunctis, patet per 20. huius uerum esse quod proponitur. Et quia ubicunq; uisus in linea d a ponitur, semper anguli ad uisum sunt æquales per 10. undecimi, palam ergo est ppositum, & hoc idem suo modo in ambobus potest uisibus demonstrari.

LXXXVIII.

Elevato uisu respectu superficiē conicæ, maius erit quod uidetur, uidebitur autem minus uideri, depresso uero uisu minus erit qd̄ uidebitur, sed apparebit maius prius uiso.

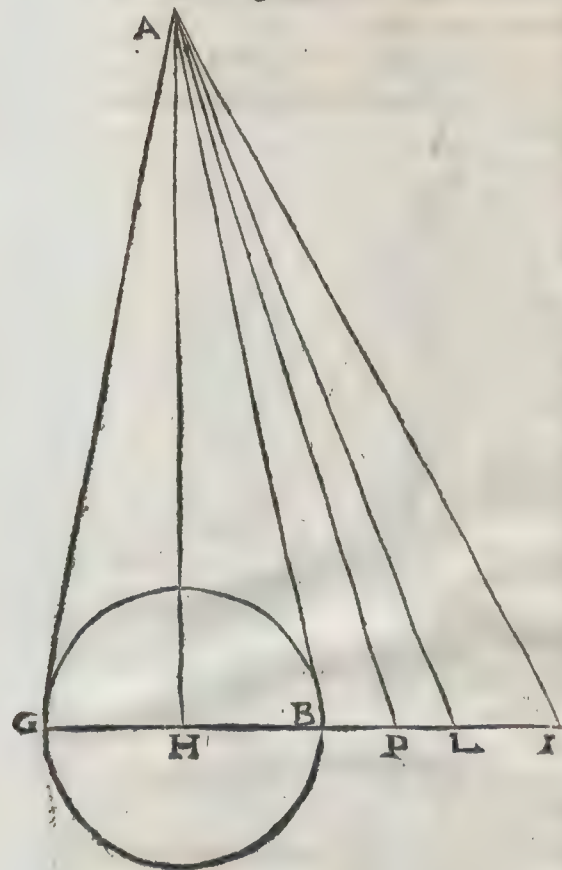
Esto conus, cuius basis circulus b g, & uertex punctus a, & ducantur lineæ longitudinis quæ sint a b & a g, & ducatur linea b g, & producaturs usq; ad punctum l, & à puncto t, qd̄ sit inferius puncto a uertice coni, ducatur linea æquedistans lineæ a b per 31. primi, quæ producta uersus lineam b l, secet illam in puncto p, & sit aliquis punctus eius inferior puncto t punctus k, & sit illa linea t k p, dico q̄ oculo posito super punctum t, qui est eleuatio puncto k, pars superficiē conicæ uisa, maior quidem erit, minor autem

B 3 uidebi





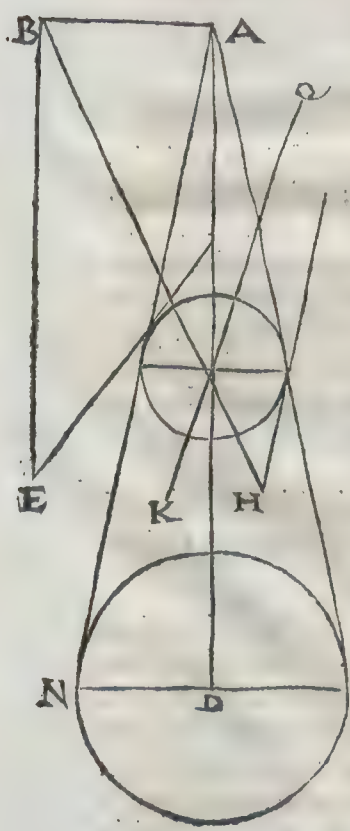
uidebitur, & uideatur oculo existente in puncto k, ducantur enim lineae a k & a t, & pro-



ducatur linea a t, donec concurrant cum linea b l: cōcurrant autem per eouersam secundae 6. quoniam enim linea t p est minor q̄ linea a b, ut patet ex prae-  
missis, & illae lineae aequedistant, patet q̄ lineae a t & b l concurrent, sit ergo punctū concursus i, & simi-  
liter lineae a k & b l concurrent, sitq̄ punctus con-  
cursus l: palam itaq̄, quia magis uidebitur de cono  
super punctū i, q̄ super punctum l per 36. huius, p-  
pinq̄ior enim est ipsi cono punctus l, quā pun-  
ctus i: qd̄ autem de superficie conica uidetur oculo  
existente in puncto i, idem per praecedentē proxi-  
mam uidetur centro uisus existente per totam line-  
am i a, utpote in puncto t, & illud quod uidetur ui-  
su existente in puncto l, uidetur in quolibet puncto  
lineae l a existente uisu, ergo & in puncto k. Sed qd̄  
uidetur a puncto i maius est eo qd̄ uidetur a puncto l  
& minus esse uidetur per 36. huius, ergo illud quod  
uidetur a puncto t maius est illo qd̄ uidetur a puncto  
k, & minus uidetur esse, & hoc est quod proponi-  
tur, & hoc idem etiam suo modo de ambobus uisib-  
us potest demonstrari, patet ergo propositum.

LXXXIX.

Linea à centro uisus ad uerticem conī du-  
cta perpendiculariter existente super axem  
superficie conicae medietas uidetur.



Verbi gratia sit pyramis a c n, cuius axis a d, &  
vertex a, palam ergo per 39. primi huius, q̄ punctū d est centrū cir-  
culi basis ipsius conī, sitq̄ centrū uisus b, & ducatur linea b a faciens  
angulum b a d rectū, dico q̄ conicae superficie a c n medietas uide-  
bitur, secet enim aliqua superficies conum a c n aequedistanter ba-  
si c n: haec ergo per 100. primi huius secabit ipsam secundū circulū  
qui sit f g, & eius centrū, qd̄ sit punctū l, erit in aliquo puncto axis  
a d, secetq̄ superficies plana pyramidis per axem a d, & per cen-  
trum uisus b: illa ergo superficies secabit circulum f g, linea quoq̄  
cōmunis huic superficie & circulo f g erit orthogonalis super  
axem, quoniam axis est erectus super superficiem circuli, & transibit  
centrū circuli. Sit quoq̄ illa linea k l, quae erit per 23. primi aequedi-  
stans lineae b a, & est cum illa in eadem superficie: ducatur quoq̄  
per centrū circuli diametri f l g orthogonalis super lineam k l per  
11. primi, & à terminis huius diametri protrahantur duae lineae cō-  
tingentes circulū per 16. primi, quae sint f e & g h, & ab eisdē pun-  
ctis g & h ducantur duae lineae longitudinis ad uerticem conī per  
101. primi huius, quae sint f a & g a: duae ergo superficies planae, in  
quarū una sint lineae f e & f a, & in quarū altera sint lineae g h & g  
a: palam, qm̄ contingunt pyramidem secundū lineas longitudinis,  
quae sunt f a & g a, per 95. primi huius, & qm̄ linea k l aequedistat li-  
neae b a, & lineis contingentibus circulū, quae sunt f e & g h, ut pa-  
tet per 15. tertij, & per 29. primi, erunt per 9. undecimi lineae f e &  
g h aequedistantes lineae b a: quaelibet ergo ipsarū est in eadem sup-  
ficie cum illa per 1. primi huius, illae ergo duae superficies necessa-  
rio se-

rio secabunt se super lineam b a per 19. primi huius, utraq̄ ergo superficierū pyramidū  
ppositae in terminis diametri unius suorū circuloꝝ contingentū transit per centrū ui-  
sus: q̄ ergo superficierū conicae inter illas superficies cadit, apparet uisui, est aut̄ haec me-  
dieta pyramidis, qm̄ illas lineas contingentes interiacet medietas circuli. In hoc ergo  
situ medietas superficierū conicae uidetur, quod est propositum.

XC.

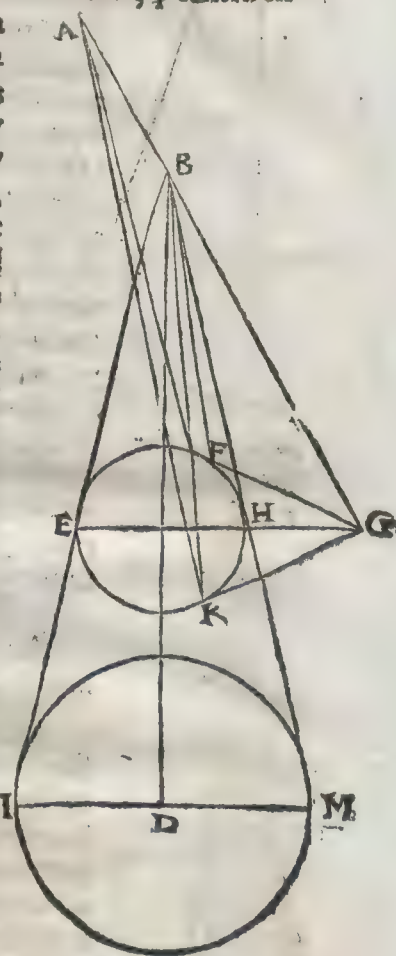
Linea à centro uisus ad uerticem conī ducta angulum obtusum cum axe  
tenente, nec tamen cum aliqua linearum longitudinis conī unita, uidetur su-  
perficierū conicae pars maior medietate.

Sit pyramis b i m, cuius axis b d, uertex b, palamq̄ per 39. primi huius, q̄ centrū cir-  
culi basis est punctū d, sitq̄ punctū a centrū uisus, & ducta linea  
a b, fiat angulus a b d obtusus, ita tamen, ut linea a b nō fiat una  
linea cū aliqua linearū longitudinis conī, sed secet eas utcunq̄  
possibile est productas omnes, eritq̄ tunc uisus altior uertice py-  
ramidis. Sitq̄ ut in praecedente circulus e h aequedistans basi py-  
ramidis quae est i m, & linea cōmunis huic superficie & circulo,  
in quo est centrū uisus punctū a, & axis conī qui est b d sit linea e  
h, eritq̄ linea e h ppendicularis super axem b d, & producatu-  
r ultra punctū b, concurret aut̄ per 14. primi huius, ideo, quia  
angulus a b d est obtusus ex hypothesi, & angulus d b h est acu-  
tus per 32. primi, & linea e h est ppendicularis super axem b d. Sit  
ergo concursus punctus g, & à puncto g producatur duae lineae  
g f & g k, circulū e h contingentes per 16. tertij, contingant q̄q̄  
circulū in duobus punctis f & k, & ab ijs punctis per 101. primi  
huius, producantur lineae longitudinis ad uerticem conī punctū b  
quae sint f b & a b: superficies ergo illae in quibus sunt lineae g f &  
f b, & lineae g r & r b contingūt pyramidem, & in utraq̄ istarū  
superficierū erit uertex pyramidis punctus b, & punctus g, in q̄  
concurrunt linea a b cum linea e h, ergo linea a b g per 1. undeci-  
mi est in utraq̄ illarū superficierū, ergo utraq̄ superficies transit  
per punctū a centrū uisus, & quoniam per 58. primi huius duae li-  
neae g f & g r includūt minorem partem circuli, qm̄ arcus circū-  
li interiacens puncta contingentiae duarū linearū ab eodem pun-  
cto productarū, est minor semicirculo, tunc patet, q̄ illae duae su-  
perficies includūt minorem partem superficierū conicae q̄ sit me-  
dieta: residuū ergo illius superficierū est maius medietate, hoc au-  
tem uidetur à uisu taliter ut pponitur collocato, pars ergo super-  
ficiei conicae maior medietate taliter uidetur, & hoc est ppositū,  
ambobus uero uisibus adhuc uidetur magis.

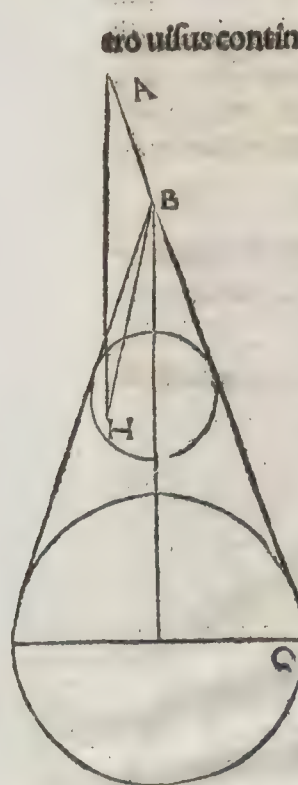
XCI.

Cum linea longitudinis conī producta ultra uerticem cum centro uisus  
concurrerit, nihil uisum totius superficierū conicae latebit, nisi linea longitu-  
dinis illa sola.

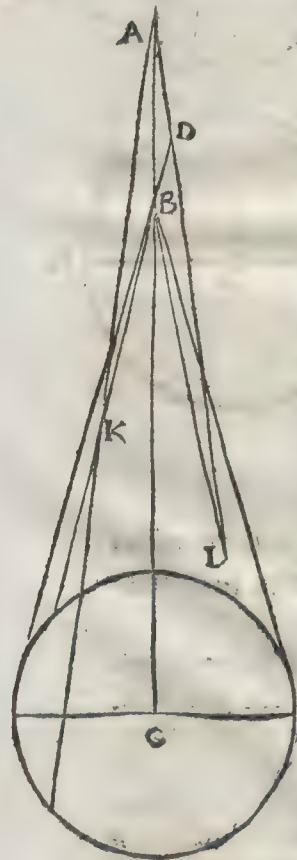
Sit pyramis, cuius uertex sit punctū b, & linea longitudinis sit c b, sitq̄ centrum ui-  
sus punctū a, & linea c b producta ultra punctū b, concurret cum centro uisus puncto a,  
dico q̄ non latebit uisum totius huius superficierū conicae pars aliqua, praeter quandā li-  
neam intellectualem, quae est ipsa linea longitudinis b c. Omnis enim superficies in quo  
est linea à centro uisus ad aliquod punctū axis ducta, secabit pyramidē, excepta tātum  
illa superficie in qua est linea a b, haec enim contingit pyramidem secundū lineā b c p-  
35. primi huius, & qm̄ illud qd̄ sub superficie contingente pyramidem, & transeunte cen-  
tro ui-







ergo, ppositū. Patet itaq; ex his, qm̄ in hoc situ nulla superficies pyramidis contingit, tūc peruenit ad centrū uisus, præter illam quæ in linea b c longitudinis centrum uisus transeuntis pyramidē contingit, & omnes superficies aliæ conū contingentes, secant lineam productam a centro ad ipsam pyramidem inter uerticem conū & centrū uisus.



**XCII.**  
Axe pyramidis cum centrū uisus uersus uerticem concurrente, tota conica superficies uno oculo uidetur.

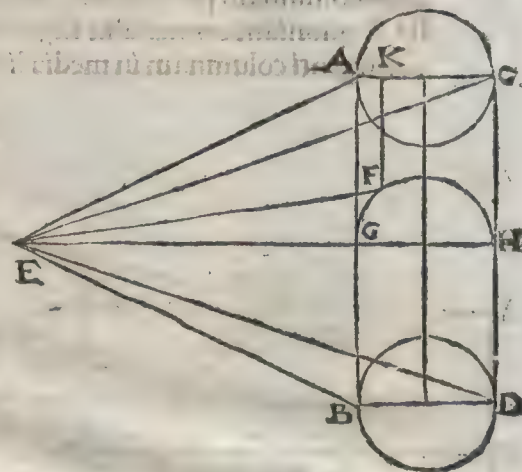
Esto data pyramis, cuius axis b c, uertex quoq; punctus b, & sit uisus centrū punctū a, sitq; ut axis b c, producta currat in punctū a, dico qd in hoc situ oculi tota conica superficies pyramidis occurrit uni uisui. nullo enim punctus superficiei conicæ totius pyramidis uisui occultatur. dato enim quocunq; puncto sit ille l, & ducatur ad ipsū a centro uisus a linea a b, & ab ipso puncto l ducatur per 101. primi huius linea longitudinis pyramidis, quæ sit l b, fietq; trigonū l b a, quod necessario erit in superficie pyramidis secante, ideo qd linea a c ducta a centro uisus intrat in ipsam pyramidē secans ipsam, & ipsa est in dicta superficie per 1. undecimi, qm̄ linea a b est in linea superficie; linea uero a l secat lineā b l in puncto l, ex lineis uero superficiei, in qua sunt duæ lineæ a l & b l, nō sunt nisi duæ tantū lineæ in superficie pyramidis, s. linea longitudinis quæ est b l, & linea alia longitudinis illi opposita quæ sit b k, ut patet per 90. primi huius; hæc ergo linea a b k producta ultra punctū b, cū sit in eadem superficie cū lineis a b & b l, necessario secabit angulū a b l, ergo per 49. primi huius ipsa secabit & basem a l; sit ergo ut secet illam in puncto d, & quia linea a l secat duas lineas k b & l b, quæ solæ ex lineis superficiei pyramidis secantis sunt in pyramidis superficie, secat enim linea a l lineam k b extra pyramidē in puncto d, & lineam l b in superficie pyramidis in puncto l; producta ergo linea a k in infinitū, non concurret cum aliqua illarū linearū; nō interponat ergo solidum punctum qd

quod est k inter uisum & punctum l, sed nullum aliquod aliorum punctorum ipsius pyramidis, quoniam nullum ipsorum cadit in illa superficie, non occultabitur ergo tunc uisui existenti in puncto a datum punctum l, tunc inter ipsum & centrū uisus non accidet aliqua solidi corporis interpositio; & eadem est demonstratio de quolibet dato puncto in tota superficie pyramidis, patet ergo propositum: palam itaq; ex his, quoniam in hoc situ nulla superficierum contingentium pyramidum transit per centrū uisus, sed quælibet ipsarum secabit lineam a centro uisus super uerticem conum intrantem inter centrū uisus & pyramidem, quā in uertice ipsius axis, ut patet intuitu.

**XCIII.**

Omnes lineæ uel superficies inter lineas uel superficies contingentes columnam uel pyramidem rotundam superficiem uisam terminantis a centro uisus productæ, columnam uel pyramidem necessario secabunt.

Verbi gratia, sint duæ lineæ longitudinis columnæ uel pyramidis terminantes uisam superficiē quæ sit a b & c d, dico quod si a centro uisus, quod est e ducatur linea e f, inter lineas illas a b & c d, quoniam linea e f secabit ppositam columnam uel pyramidem, transeat enim superficies plana columnam uel pyramidē secans ipsam in puncto f æquedistans basi, eritq; per 100. primi huius, communis sectio circulus qui sit g h, qui secet lineas longitudinis columnæ uel pyramidis, eam scilicet quæ a b in puncto g, & eam quæ est c d in puncto h & ducantur a puncto e, per 16. tertij, duæ lineæ contingentes illum circulum quæ sint e g & e h, palam autem per 57. primi huius, quoniam linea e f, in eadē superficie cum lineis illis existens secat circulum g h, ergo secabit columnam uel pyramidem quæ per eundem circulum secatur. Idem quoq; accidit si per sectionem lineæ longitudinis hoc placuerit demonstrari, & in idem redijt, patet ergo propositum.



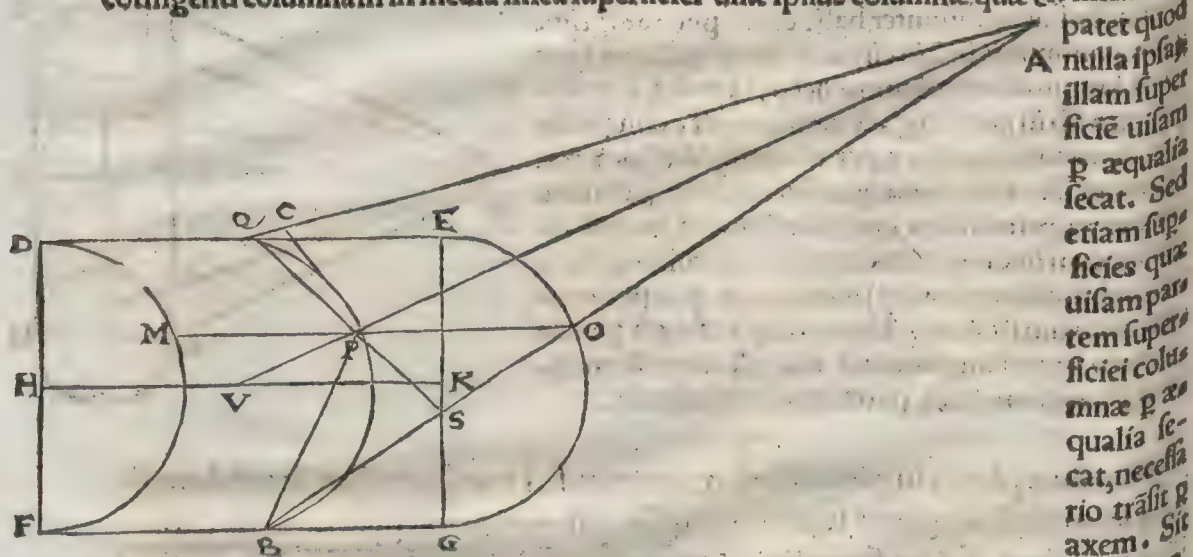
**XCIII.**

Pluribus planis superficiebus centrū uisus transeuntibus secundum lineas longitudinis partis superficiei uisæ columnam uel pyramidem conuexam secantibus, solam superficiem axem columnæ transeuntem, superficiem columnarem uel pyramidalem uisam per æqualia diuidere; & eōuerso superficiem per æqualia illā uisam superficiē diuidentē axem transire est necesse.

Sit columna conuexa cuius superficies uisā sit e d f g, & axis eius sit h i, sit centrū uisus punctum a, sintq; lineæ longitudinis columnæ contingentes uisam superficiem quæ e d & f g, imaginentur quoq; multæ planæ superficies transeuntes centrū uisus a, & secantes e d f g, uisam superficiem columnæ, dico quod sola illa quæ pertransit axem h i, ipsam uisam superficiem per æqualia diuidit & nulla aliarū, sola enim hæc erecta est super conuexam superficiem columnæ, quoniam communis sectio illius superficiei secantis, & superficiei columnæ est rectangulū super duabus lineis longitudinis columnæ & duabus diametris basium cōtentum, ut patet per 93. primi huius, ergo communis sectio illius superficiei & uisæ superficiei conuexæ ipsius columnæ sit linea longitudinis columnæ, quæ m o, & imaginetur superficies plana contingens columnam secundum lineam longitudinis m o, per 95. primi huius, erunt ergo illa contingens superficies & superficies secans per axem erectæ ad inuicem per 97. primi huius. Si itaq; in linea m o signetur punctum p, & in superficie contingente ducatur linea t p, tunc palam quod linea t p s cōtinget quendam circulum superficiei columnæ æquedistantem basibus qui sit b q & eius centrū sit u, ducaturq; per 36. tertij, lineæ a b & a q, a centro uisus circuli b q contin-



b q contingentes, erunt ergo illæ lineæ æquales per 58. primi huius, secantq; lineæ illam  
circulum contingentem quæ est t p s in punctis t & s, & ducatur lineæ a p, quæ produ-  
cta, ut patet per 17. tertij, pertinet ad axem in punctum b centrum circuli, & ducatur  
intra columnā lineæ bu & quæ semidiametri circuli b q, trigona itaq; a b u & a q u sunt  
æquilatera, ergo per 8. primi, sunt æquiangula, angulus ergo u a b est æqualis angulo  
u a q. Sed in trigono a t p angulus a p t, est æqualis angulo a p s trigoni t p s, per definiti-  
tionem lineæ super superficiem erectæ, ergo per 32. primi, angulus a t p est æqualis an-  
gulo a s p, ergo per 6. primi, est lineæ a t æqualis lineæ a s, & quia lineæ a b & a q sunt æ-  
quales, ut supra patet; ablatis ergo hinc inde lineis a t & a s, remaneat lineæ t q æqualis li-  
næ s b, sed lineæ t q est æqualis lineæ t p, per 58. primi huius, quoniam à puncto t, du-  
ctæ sunt duæ lineæ circulum contingentes, quæ sunt lineæ t q & t p. Similiter quoq; sit  
lineæ s b æqualis lineæ s p, cum ergo per 13. primi, anguli b s p & q t p sint æquales, erit  
per 4. primi, corda p b æqualis cordæ p q, ergo per 27. tertij, erit arcus p b æqualis arcui  
p t i, & quoniam idem accidet in basibus columnæ, & in quolibet aliorum circulorum  
æquedistante basibus, patet ergo propositum primum, scilicet quod superficies plana se-  
cans columnam per axem & transiens centrum uisus secat superficiem uisam per æqua-  
lia, & quoniam omnes aliæ superficies declinantes ab axe oblique incidunt superficiei  
cōtingenti columnam in media lineæ superficiei uisæ ipsius columnæ quæ est lineæ m o,



enim dispositio quæ prius, & ducantur omnes lineæ priores, erit ergo etiam lineæ  $m o$ , cui illa superficies incidit, diuidens superficiem uisam per æqualia, & ipsa est communis sectio superficialium secantis & contingentis, erit itaque per 61. primi huius, lineæ  $p t$  æqualis lineæ  $p s$ , sed lineæ  $p t$  æqualis lineæ  $t a$ , per 58. primi huius, & similiter lineæ  $p s$  æqualis ipsi lineæ  $s b$ , relinquitur ergo lineæ  $t a$  æqualis esse lineæ  $a s$ , & quoniam in illis triangulis  $a p s$  &  $a p t$ , lineæ  $a p$  est communis ambobus ipsis, erit ergo per 8. primi, angulus  $a p t$  æqualis angulo  $a p s$ , uterque ergo illorum angulorum est rectus, lineæ  $a p$  est perpendicularis super lineam  $t p s$ , lineæ ergo  $a p$ , cum æquales angulos contineat cum lineâ  $m o$ , palam per definitionem, quoniam ipsa est erecta super superficiem contingentem columnam in lineâ  $m o$ , ergo per 18. undecimi, superficies in qua est lineæ  $a p$  secans columnam, erecta est super superficiem ipsam contingentem columnam secundum lineam  $m o$ , ergo per 27. primi huius, patet quod ipsa transit per illius columnæ axem, & penitus eodem modo est in rotundis pyramidibus demonstrandū, & hoc pponebatur.

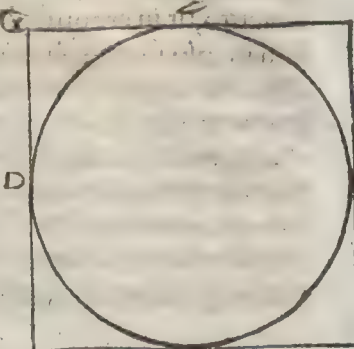

XCV.

XCV.

Rectangulæ magnitudines à maiori distantia uisæ circulares apparent.  
 Sit magnitudo rectangula uisa ex magna distantia, quæ sit  $b g, d z$ , quoniam ergo unumquodq; uisorum habet longitudinem distantia qua facta non fiet uisio, ut patet per  $s$ , huius. Corpus uero angulare circa angulū est minus quàm circa alias sui partes.

LIBER QVARTVS. 102

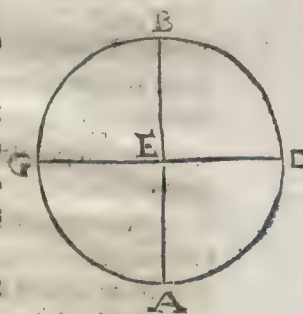
tes, est ergo necesse prius deficere uisui corpus circa angulū g quā circa puncta remo-  
tiora quæ sunt d z, & similiter accidet in unoquoq; aliorum angulorum, tota ergo po-  
riferia corporis quantum ad prominentiam angulorum propter sui distantiam à uisu  
non apparebit, uidetur itaq; uisui corpus rectangulū esse figuræ circularis, ut turris qua  
drata uidebitur rotunda: quando itaq; uisus comprehendit quadratum aut polygonum  
à remoto, comprehendet illud rotundum si fuerit æqualium diametrorum, aut compre-  
hendet ipsum oblongum figuræ teretis. Si fuerit inæqualium diametrorum, ut est figu-  
ra altera parte longior, ut plurimum sunt quadrangulæ turres, quæ cum à remoto uiden-  
tur, apparent teretis figuræ, nec enim excessus radiorum ab angulis superficiei quadra-  
tæ prodeuntium ad uisum super longitudinem radiorum prodeuntium à lateribus pla-  
nis est proportionalis, respectu distantiæ totius corporis à uisui aliqua proportionē sensi-  
bili, unde propter insensibilitatem excessus omnes radij æsti-  
mantur esse æquales, magis autem hoc solet accidere in alijs G  
polygonis figuris. Oxigona enim corpora plurimū ex aliqua  
magna distantia uisa uidentur rotunda, & est hoc quasi per  
eandem præmissis demonstrandum, & hoc est propositum.



XCVI.

Curruum rotæ uellapidum molarium figuræ quâ  
doq; circulares, quandoq; oblongæ apparent.

Quod supra per 55. & 56. huius conclusum est de figuris  
superficialibus, hic proponimus similiter de corporalibus fi-  
guris: passiones proprias ipsarum superficiem illis corpo-  
ribus, quorum sunt ipsae superficies applicabiles: sit itaq; ro-  
ta a b g d, cuius diametri sint b a & g d, secantes se orthogonaliter super centrum e, sitq;  
oculus in superficie circuli uel circa, si ergo linea quae cadit à centro oculi super centrum  
rotæ, quod est punctum e, oblique incidat superficiem ipsius rotæ, illa ut non sit perpendi-  
cularis super rotæ superficiem, nec æqualis semidiametro, dico quod dia-  
metri rotæ inæquales apparebunt, & una quidem maxima, alia uero  
minima, alia uero omnes quæ sunt mediæ inter maximam & minimam,  
propinquoires minimæ sunt minores remotioribus ab illa, qualibet aut  
duæ æqualiter distantes ab altera diametrorum æquales apparebunt. Ro-  
ta ergo oblonga ut sectio columnaris uel conica oxigonia uidentur.  
Et idem accidit in figuris lapideum molarium & omnibus alijs quibuscumq; figuris  
& hoc est propositum.



In figuræ uisioe uirtuti distinctiue error accidit ex intēpe  
rata dispositione octo circūstanciarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex intemperata em̄ lucis dispositione figura polygonia æquilatera uidebit̄ de nocte circularis uel sphaerica, quoniam lux nimis debilis occultat angulos, & etiā sphaera sub luce ualde debili uisa æstimat̄ superficie planæ, quia propter lucis debilitatem occultatur uisui partium prominentia in superficie ipsius sphaeræ. Ex intemperata etiā lōgitudine distantie figura quadrata quandoq; uidetur rotunda sphaerica, & etiā figura quadrata quandoq; apparet uisui altera parte longior, ut patet p̄ 59. huius, qñ etiā propter remotionē nimiam obliquatio alterius lateris quadrati nō sentitur. Tunc ppter ipsam remotionem quadratū altera parte longius uidetur, ut patet p̄ 62. huius. Accidit etiā error ut si in figura ex longitudinis immoderatione, figura enim multorū laterū æqualiū opposita uisui directe, in magna distantia uidetur circularis rotunda, quia anguli eius sunt uisui imperceptibiles, quod patet p̄ 95. huius, & linea curua æstimatur recta per 90. huius, & figura sphaerica uidetur plana p̄ 65. huius. Ex inordinatione etiā situs error accidit in figuræ uisione. Si enim corpus circulare ut scutella ab axe elongetur, & modicū super lineam cui axis perpendiculariter incidit obliquatur, uidebuntur eius diametri inæquales per 96. huius, & figura circularis per 55. & 56. huius, uidebitur sectionis oxigonia uel

C 2 nia uel



nix uel columnaris figura, & similiter propter aequalitatem oppositionis unius laterum ad uisum figura quadrata aestimabitur altera parte longior per 61. huius. Ex interperantia etiam quantitatis uel magnitudinis accedit error uisioni figurarum, cum enim superficies uisa fuerit multum parua, si fuerint in ea anguli occultabuntur uisui, unde forte forma eius angularis aestimabitur rotunda, sphaerica, aut columnaris. Et si fuerint in eius superficie aliquae prominentiae latebunt uisum, & aestimabitur eorum superficies plana, ut haec patere possunt in athomis solis, quorum certa figura non comprehenditur, quoniam anguli ipsorum uisui a minori distantia occultantur, ut patet per 8. huius. Ex in temperata etiam soliditate accedit error uisioni figurarum. Si enim corpus fuerit minus solidum in quo fuerint anguli, illi forte occultabunt uidenti, & angularis forma putabitur sphaerica, forte et sphaericitas illorum corporum uidebitur plana. Intemperata quoque diafonitas in uisione figurarum errorem inducit, quoniam existente aere nubiloso obscuro, ut in crepusculis, si in corpore illo fuerint anguli, forte apparebit sphaericitas, & si in ipso fuerit sphaericitas apparebit forte planities, quoniam medium non est taliter dispositum ut per ipsum possit fieri completa uisio, ad quam requiritur lumen, ut patet per primam tertij huius. Breuitas etiam temporis errorem uisibus in uisione figurarum adducit, modica enim gibbositas in re subito uisa latet uisum, & aestimatur planities. Et si fuerint res figurae angularis subito uisae, forte sphaericae apparebunt. Visus quoque debilitas errorem causat in figurarum uisione, modicus enim gibbus, & multiplex angulus debilem latent uisum, & uidetur res sphaerica plana & angularis sphaerica, sic ergo patet propositum in omnibus circumstantiis uisibilium, & hoc proponebatur.

XCVIII.

In uisione corporeitatis errores accidentes uirtuti distinctiuae ex interperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisae, sunt idem illis qui in situs & figurae accidunt uisione.

Corporeitas enim ut patet in 63. huius, a uisu comprehenditur ex comprehensione figurarum quas faciunt superficies corpus continentes, est ergo eadem hinc inde erroris causa, & omnis error qui potest accidere uisui in uera comprehensione uerae corporeitatis, uel in erronea comprehensione, accedit ex errore proveniente circa species figurarum, ut si superficies sphaerica conuexa uel concava aestimetur plana per 65. huius, quia in corporibus maximae remotiois a uisu non comprehendit uisus corporeitatem, quando non comprehendit obliuationem superficialium, & hoc totum accedit propter deceptionem circa figuras factam, non enim comprehendit tunc uisus situs partium illarum superficialium ad inuicem, qui situs efficit figuram, unde cum certitudinaliter comprehenditur figura, certitudinaliter comprehenditur corporeitas, & cum comprehenditur figura indistincte, comprehenditur etiam corporeitas indistincte, & hoc accedit in omnibus modis quibus error accedit in uisionibus figurarum, & quia situs est causa figurarum, ideo etiam errores accidentes situi, accidunt & corporeitati, quia enim corporeitas includit sub figura & situ, ideo errorem corporeitatis gerit error in se situs & figurae.

XCIX.

Distinctio uisibilium comprehenditur a uisu ex distinctione formarum ipsarum uisibilium in diuersis superficie uisus partibus impressarum.

Distinctio quae est inter quaelibet duo corpora, aut est ex luce, aut ex colore actum lucidi habente, aut ex obscuritate, haec enim sunt principia distinctionis formarum in superficie uisus, quoniam haec per se perueniunt in partem superficiali uisus, quandoque autem lux & color uel obscuritas sunt in ipsis formis quae distinguuntur, quandoque uero lux & color uel obscuritas distinguuntur formas in ipsa superficie uisus sunt in corporibus medijs secundum situm distinguuntur corpora, quorum formae distinguuntur in uisu, non est si uisus non senserit quod lux, color aut obscuritas, quae est in loco distinctionis, non est in corpore continuato cum utroque corporum quae sunt in eius lateribus, tunc non sentiet distinctionem duorum corporum, & etiam quandoque sit distinctio uisibilium ex hoc, quia

quia non est possibile plura uisibilia aequaliter uideri per 49. tertij huius, aut enim superficies cuiuslibet illorum corporum est obliqua ad superficiem uisus, in loco indistinctio nis, sed est inaequalis obliquitatis, aut unius ipsorum forma est obliquata, alterius uero forma est uisui directe opposita, manifestior uisui, quam alia, quae non est uisui oblique opposita, uel quae sibi opponitur plus oblique, & secundum hoc comprehendet uisus distinctionem uisibilium formarum, si ipsorum distinctio secundum spatium interiacens sit am pla siue stricta, dum tamen sit sensibilis respectu remotiois corporum uisorum & respectu quantitatis corporum distinctorum, quia forte quandoque distinctio formarum est quantitatis unius capilli, & illud diminutum non aufert distantiam sensibilem in uisu, patet ergo propositum.

C.

Continuitas uisibilium comprehenditur a uisu ex distantiae priuatione.

Cum enim uisus non senserit in corpore aliquam distantiam, comprehendit ipsum esse continuum, & si in corpore fuerit distantia occulta non comprehensa a uisu, comprehendit uisus illud corpus esse continuum, & discernet inter continuationem & contiguationem ex comprehensione aggregationis duorum terminorum duorum corporum. Si ergo sentiens non senserit, quod utrumque duorum corporum contiguum est diuersum ab altero & distinctum ab eo, tunc non sentiet contiguationem, sed iudicabit esse inter illa uisa perfectam continuationem & totius superficiei uisae perfectam unitatem quae est continuitas, patet ergo propositum.

CI.

Numerus comprehenditur a uisu per hoc, quod unum uisibilem comprehenditur ab altero distinctum.

Quia enim uisus comprehendit in una hora multa uisibilia in simul distincta, & in illorum distinctione comprehendit quod quodlibet ipsorum est ab altero diuisum, comprehendit ergo multitudinem, et tunc uirtus distinctiua comprehendit numerum ex multitudine illorum, & si est par uel impar, & medietatem paris numeri & quamlibet ipsorum unitatem, & per hunc modum omnium rerum uisarum numerum comprehendit & mathematicum & naturalem, patet ergo propositum.

CII.

Omnis forma uisibus oblique incidens semper apparet ultra locum formae directe incidentis, ex quo patet quod formae ambobus uisibus secundum aequalitatem angulorum obliquius incidentes plurimum a se distant.

Quod hic proponitur satis patet, quando enim linea radialis superficiei uisus oblique incidit, tunc ipsa per 47. secundi huius, refringitur a superficie oculi, & ad concavum nerui peruenit plus oblique, quoniam tunc secundum angulum incidentiae formatur quantitas anguli refractionis per 36. tertij huius, palam ergo quoniam illa linea oblique superficiei ipsius uisus incidens propter suae incidentiae obliquitatem & anguli acuitatem facit angulum suae refractionis acutum, unde tunc linea refractionis intersecat lineam directe incidentem, & a superficie oculi aequaliter refractam, & sic forma obliqua uidetur ultra formam rectae uisam, & si ambae formae oblique incident secundum eundem suae obliquitatis modum, ita ut utrobique sit aequalitas angulorum incidentiae & refractionis, tunc forma oculo dextro incidens, secans lineam per quam directe incidens ad medium punctum concavitatis nerui peruenisset, sit sinistra ab illa, & forma oculo sinistro oblique incidens, respectu illius medijs puncti concavitatis nerui, sit dextra, & sic quandoque accedit illas formas a se plurimum distare, & quoniam quaelibet ipsarum offertur uirtuti sensitiuae, quoniam secundum locos & colores quae sunt in ipsa forma, quae est extra, depingitur ipsa forma in superficie organum membri sentientis in duobus locis secundum neruum oculorum quibus incidit & a quorum superficie refringitur, quia uero forma directe incidens ad unum secundum omnes eius partes ordinatur locum consimiliter, ut patet per 37. tertij huius, forma ergo oblique incidens semper apparet ultra locum formae directe incidentis, patet ergo propositum, & eius correlatum.

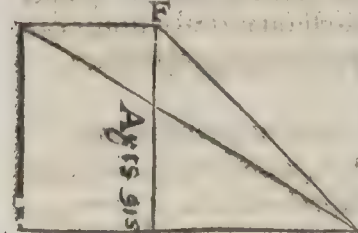
C 3

Omne



Omne uisum quod directe opponitur medio unius uisus, & in respectu ad reliquum uisum est obliquum, semper uidetur duo.

Nam forma puncti, quae directe incidit medio alterius uisus, peruenit ad punctum medium concavitatis nerui, ut patet per 39. tertij huius, quoniam forma illius puncti incidit uisum sui secundum axem pyramidis radialis: forma uero puncti oblique incidentis in medio

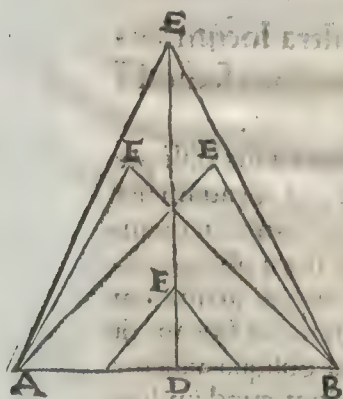


superficie alterius uisus uenit ad punctum aliud quod ad medium punctum concavitatis ipsius nerui secundum obliquationem puncti superficie uisus, & sic non concurrunt illae formae in eodem puncto medio concavitatis nerui. Verbi gratia, sint centra duorum uisuum a & b, sit linea e f, quod uisum directe oppositum centro uisus a. sit autem ipsa linea e f oblique opposita uisui, cuius centrum est punctum b, quia ergo forma linea e f directe peruenit ad medium

concauitatis nerui communis per 29. tertij huius, palam, quod forma eius circa illum punctum medium concavitatis nerui secundum omnes situs suarum partium ordinatur per 3. tertij huius, quia uero forma eiusdem linea e f tota oblique incidit superficie uisus b, palam per ea quae declarata sunt in eadem 3. tertij huius, quod forma eius non peruenit ad punctum medium concavitatis nerui, sed ad aliquod ipsius punctum aliud: non supponetur ergo priori formae, sed remanebit distincta ab illa, apparebunt ergo duae formae, quoniam in duobus locis ipsius membri sentientis offertur forma ipsius uisibilis ipsi uirtuti sentienti, & sic iudicat illas esse duas, & non unam, patet ergo propositum.

Omnis forma rei uisae intra axes radiales constitutae, oblique ambobus uisibus occurrit, unde semper uidetur duo.

Verbi gratia, sit centrum duorum uisuum a & b, & concurrant axes uisuales in puncto c, sitque axis d e, & sit res intra axes uisa, quae e, dico quod forma rei uisae, quae est e, semper oblique occurrit ambobus uisibus, unde semper uidetur esse dua, quod autem oblique semper incidat ambobus uisibus, patet, cum enim a puncto c



ducta sit linea c a perpendiculariter super centrum foraminis unius oculi, cuius centrum est punctum a, ut patet per 24. tertij huius, & cum linea c b ducta sit perpendiculariter super centrum foraminis unius oculi, cuius centrum est punctum b, palam per 13. undecimi, quoniam ab aliquo puncto superficie rei uisae, quae est e, ad dicta centra foraminum perpendiculares aliae duci non possunt, omnes ergo lineae a superficie corporis e ad superficiem uisuum productae, sunt obliquae per 24. tertij huius, non ergo per refractionem concurrent in puncto medio concavitatis nerui, sed ultra, & plurimum a se distabunt per 102. huius, uidebuntur ergo semper duae per praecedentem.

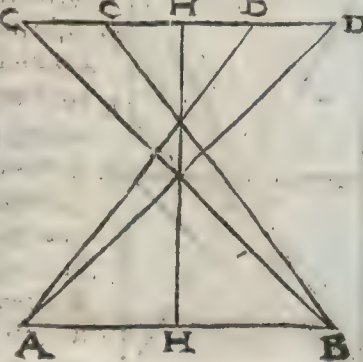
Cum itaque axes duarum pyramidum uisualium concurrant in aliquo puncto rei uisae, & duo alij radij obliqui comprehendant aliud, uisum propinquius duobus uisibus aut remotius intra axes, tunc positio eius apud duos uisus erit diuersa in parte, nam illud uisum erit dextrum uni axi uisualium & sinistrum alteri ipsorum. Radij quoque exeuntes ab ipsa re taliter uisa ad alterum uisum, erunt dextri ab axe, & ad reliquum uisum exeuntes erunt sinistri ab illius axe, & sic positio eius apud uisus erit diuersa in parte, & forma unius uisus incidit duobus uisibus, in duobus locis diuersis positis, & peruenit ad loca diuersa concavitatis communis nerui a duobus lateribus sui puncti medij, & partes illius formae non superponuntur sibi, erunt ergo duae formae, & ita semper forma rei taliter ad uisum disposita uidentur duae formae, & res ipsa uisa uidentur semper duo, quod est propositum.

Lineae rectae uicinae uisibus in superficie axis communis erectae super trigonum

gonum axium radialium puncto coniunctionis incidente, solum illud punctum uidebitur unum, omnia uero alia dictae lineae puncta uidebuntur duo, & aequaliter a puncto coniunctionis declinantia, ac si duae lineae se intersectent in puncto coniunctionis.

Sit centum uisus sinistri punctum a, dextri uero punctum b, & sit linea recta h z, quae secundum medium punctum nasi ambobus uisibus interpositis, extendatur taliter, ut in aliquo puncto suo signato quod sit q, concurrant axes uisuales, erit ergo q punctum coniunctionis amborum axium uisualium, & quoniam ipsum punctum, quod est in linea h z, quae sic extenditur inter ambos axes radiales, tunc palam est quod ipsa est in superficie in qua est axis communis erecta super basem trigonum b q a, per 33. tertij huius. Dico ergo quod ubicumque punctus coniunctionis qui est q, linea h z, oblique incidit uisibus, hoc est ambobus axibus b q, & a q, uel eorum altero angulos rectos non continentibus cum linea h z, solus punctus q uidebitur unus, ut est, quoniam forma eius solius per ambos axes radiales peruenit ad medium punctum concavitatis nerui, & sic forma una

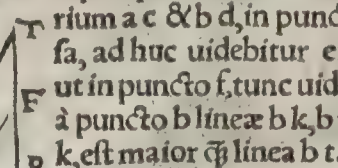
uidebitur rei unius, ut hoc patere potest per 46. & 47. quarti huius, reliqua uero puncta omnia linea h z uidentur aequaliter a puncto coniunctionis declinantia, ac si duae lineae se intersectent in puncto coniunctionis quod est q, quia radij diuersi ab illis punctis peruenientes ad ambos uisus & sinistrantur & dextrantur, omnes enim radij exeuntes ab illis punctis linea h q, ad uisum dextrum ex parte axis h q, sunt sinistri ab axe a q, & peruenientes ad sinistrum uisum ex parte axis h q, sunt dextri ab axe b q, perueniunt enim ad superficiem uisus ex una parte semidiametri foraminis, quae a centro unius respicit axem communem & radij peruenientes a punctis linea q z, ad uisum dextrum, sunt



unt item sinistri ab axe a q, & peruenientes ad uisum sinistrum sunt dextri, perueniunt enim utriusque radij ad superficiem uisus ex parte semidiametri cum priori semidiametro, diametrum totam illius foraminis unius complente, & quoniam ambo oculi sunt in omnibus dispositionibus aequales per 4. tertij huius, palam quod utriusque oculi foraminis, anguli quoque c q z, & d q c, propter eandem sint aequales, ducta itaque linea a puncto, & aequidistante linea a b per 31. primi, quae sit e z d, producatu linea a q in punctum d, & linea b q in punctum c, patet quod secundum illas lineas sit uisio illarum formarum, quoniam enim anguli secundum quod sit obliquatio uisionis, qui sunt t q z, & d q z, sunt aequales, ergo per 13. decimi quinti, & 14. primi linea uisuales, quae exempli causa sint linea b q, & q c, coniunctae sunt linea una, & similiter de lineis a q, & q d, uidetur autem linea una radialis duae lineae propter diuersitatem incidentiae formae illius puncti ambobus uisibus, quae obliquatio sit quasi per modum duarum linearum se secantium circa punctum q, forma enim secundum axes radiales uisibus incidens ad medium punctum concavitatis nerui pertingit, & formae oblique incidentes, circa ipsum se secantes figurantur. Remotiones enim duarum quarumlibet linearum radialium ab aliquo puncto linea h z, ad ambas axes peruenientium, semper erunt in duabus partibus diuersis, quapropter duae formae cuiuslibet puncti eius incident duobus punctis concavitatis nerui communis a duobus lateribus puncti medij, ut ostendimus in praemissis, patet ergo propositum, patet etiam quod mutato puncto coniunctionis linearum intersectarum quantitas mutatur. Semper tamen ex utraque parte sectionis partes linearum sunt aequales, & secundum approximationem ad uisus anguli medij, ut sunt a q b, & c q d, sunt maiores, & secundum elongationem a uisu sunt minores, quousque circa axes radiales pyramides describuntur, quarum basis est tota superficies rei uisae, & horum probatio experimentalis accidit, si uisibus modo dicto dispositis unus ipsorum claudatur, alterque apertus referuetur, sic uices mutando quantum placet.



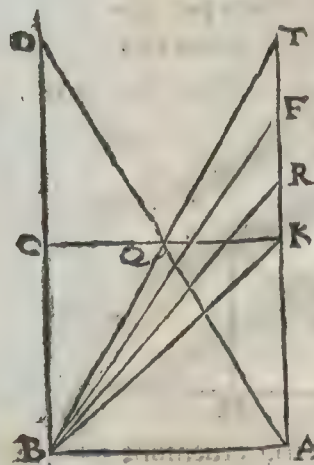
Sint centra duorum uisuum a & b, linea ergo connectens centra est a b, & ab illius terminis erigantur perpendicularares a c & b d per 11. primi, et sit punctus coniunctionis q, erunt ergo axes uisuales a q & b q a puncto uero q per 31. primi ducatur linea k q c, æque distans lineæ a b, dico q formæ cuiuslibet puncti lineæ k c, aut rei super ipsam exeuntis semper uidebitur una, & si in aliqua perpendiculara



aque distans lineæ a b, dico q̄ formæ cuiuslibet puncti lineæ k c, aut res  
super ipsam exeuntis semper uidebitur una, & si in aliqua perpendiculari  
rium a c & b d, in puncto propinquo lineæ k t, ut in puncto r, sit res ui-  
sa, ad huc uidebitur eius forma una, q̄ si fuerit in puncto ualde remoto  
ut in puncto f, tunc uidebitur una res ibi existens esse duæ. Ducantur em̄  
a puncto b lineæ b k, b r, f b, palam ergo per 19. primi, quoniam lineæ b  
k, est maior q̄ lineæ b t. Sed lineæ k q, est æqualis lineæ q c, ex hypothesi  
ergo p 35. primi huius angulus c b q, est maior angulo q b k, est em̄ in tri-  
gono orthogonio quod est c b k, producta lineæ b q, ab angulo c b k, er-  
go proportio anguli q b k, ad angulum c b q, minor q̄ portio basis,  
quæ est q k, ad partem basis quæ est q c, Sed partes illæ basis ad inuicem  
sunt æquales, ergo angulus c b q, est maior angulo q b k, per 10. quinti  
Sed per 4. primi angulus c b q, est æqualis angulo k a q, angulus ergo k  
a q, est maior angulo k b q, ergo per argumentum petitionis factæ in  
principio primi libri huius remotio lineæ a k, ab axe a q, est maior q̄ re-  
motio lineæ b k ab axe b q. Differentia tamen inter has duas remotio-

CVII.

ti centra

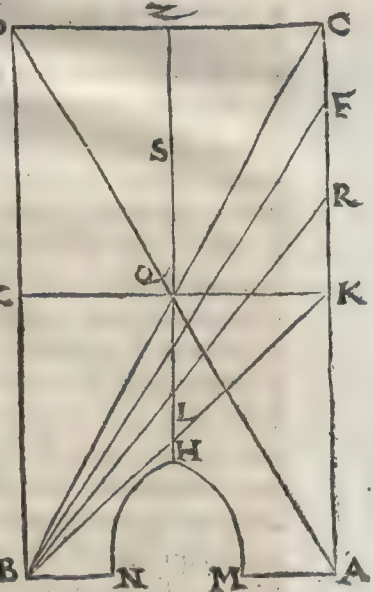
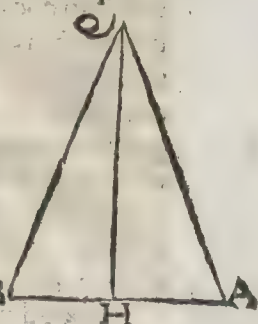


Sint centra amborum uisuum a & b, sitq; trigonum a b q applicatum uisibus taliter ut pponitur, uel si ita ut trigoni a b q, basis a b, sit bassior centrīs oculorū, incidantq; axes uisuales in punctum q, qui sit punctus coniunctionis, & axis communis sit h q, dico q; laterum trigoni, quæ sunt a q & b q, unumquodq; duas formas uisui præsentabit, quoniam enim utraq; formarum linearum a q & b q, uterq; uisui se offert directe & oblique, ut linea dextra quæ est a q, dextro uisui quæ est a, se offert directe, quoniam omnes radij à quolibet suorum punctorum exeuntes incidunt in centrum foraminis unæ per 24. tertijs huius, & linea sinistra quæ est b q, incidit oblique uisui dextro, quæ est a, et econuerso linea b q sinistro uisui qui est b directe incidit, & linea a q eidem uisui sinistro qui est b incidit oblique, ut hæc omnia patent per 24. tertijs huius, forma itaq; oblique incidens dextro uisui declinat ultra latus sinist. B. strum, cuius ipsa est forma, & sic sinistra ab axe & forma oblique incidens sinistro uisui, declinat ad latus dextrum, cuius ipsa est forma, & sit dextra ab axe, eruntq; laterum trigoni omnia puncta in apparentia uisuum duplicata, præter solum punctū q, qui est punctus coniunctionis, & est ratio huius apparitionis eadem illi in præcedenti theoremate declarata, patet ergo propositum.

CVIII.

Assumatur tabula lignea planæ superficiæ, cuius lineæ longitudinis æquedistantes & æquales sint a h, & b d, & sint unius cubiti, latitudinis uero ipsius lineæ æquales & æquedistantes, sintq; a b, & c d, & sint quatuor digitorum orthogonaliter super lineas longitudinis erectæ, ducenturq; duæ diagoni quæ sint a d, & b c secantes se in puncto q. & à puncto q, qd per 40. primi huius est d medius punctus superficiæ totius tabulæ a b c d, ducatur ad uerumq; latus longitudinis linea æquidistans lineis latitudinis per 31. primi, quæ sit k q c, & ab eodem puncto q ducatur linea h q z, æquidistans lineis longitudinis a c, & b d, & intingantur omnes istæ lineæ b c, a d, t k, h z, tincturis lucidis diuersorum colorum, ut bene appareant. Sed tñ duo diagoni qui sunt a d, & b c, sint unius coloris, & super punctum h interiorē terminum lineæ z h in medio latitudinis ipsius tabulæ, cauetur tabula quasi pyramidaliter, ut ita possit intrare cornu nasi, ita ut cum tabula supponitur superiori parti ipsius nasi, tangent duo anguli tabulæ fere duo media superficierum duorum uisui, & sit huius concauitas m h n, siant itaq; de cæra tria corpuscula columnaria, et sint diuersorum colorum, quæ sint e g p, & erigantur istæ columnæ super superficiem tabulæ in linea k q c, ita q; corpus g sit super punctū q, & corpus p super punctū k, & corpus e super punctū c, & applicent illa corpora firmiter ipsi tabulæ, ita q; nō cadant, & tūc applicet tabula uisibus ut supra pmissum est, deinde experimentator inspiciet fortiter.

D bc84





b c & a d, apparebit duplicatus ita ut uideantur 4. diagoni, angulus uero a q b appareat amplior q̄ sit secundum ueritatem, & si alter uisuum claudatur, uidebuntur duo tantum diagoni, & diagonus remotus à medio sequitur uisum coopertum, ex quo patet, q̄ duo diagoni qui uidentur remoti, sunt illi quorum uterq̄ uidetur uisui obliquo, & propter hoc comprehenditur per radios remotos ab axe dextros & sinistros, unde instituntur in cōcauitate nerui cōmunis ab inuicē remotæ, in figuntur em̄ in duabus partib⁹ contrarijs respectu puncti medi⁹ nerui cōmunis, & in partibus remotis ab illo puncto, unde illi duo diagoni habent duas formas propinquas sibi, & duas remotas à se inuicem. Deinde experimentator figat axes uisuales super aliquod corporum, quæ sunt e et p, quæ sint super puncta t & k extrema lineæ t q k, tunc enim apparebunt omnia numero quo prius, q̄ si corpora e & p auferantur à locis suis, & ponantur in lineæ h z, æquedistanter à puncto q, & sit corpus e uicini⁹ uisibus in puncto l circa punctum q, & corpus p sit remotius à uisu in puncto s, ultra punctum q, & applicata tabula iplis uisibus figantur axes uisuales super corpus g, quod est in puncto q medio, tunc unumquodque corporum e & p apparebit duo, & apparebunt ambo illa corpora, quatuor corpora oblique à medio corpore g, duo. s. in dextro, & duo in sinistro, & uidebuntur super duas lineas, quæ secundum ueritatem sint super lineam unam, & apparebunt quælibet duorum illorum 4. corporum super alteram illarū duarū linearum. Idē q̄ accidit si corpora e & p, ponantur super alterum duorum diagonorum secundum omnem modum quo posita fuerint super lineam h z, taliter ut æquedistant corpori g, & unum sit propinquius uisui q̄ alterum, quia enim tunc uterq̄ diagonorum apparebit duo, unde super utramq̄ linearum quæ sunt unius diagoni duo apparebunt corpora, unum in parte ipsius uisus, & aliud ultra corpus g positum in medio illorum duorum corporum. Et similiter si corpora e & p, ponantur super ambos diagonos, unum super unum, & aliud super alium, & ambo in parte uisus, tunc enim apparebunt 4. corpora, duo propinqua & duo remota. Deinde auferantur duo corpora e & p à tabula, & ponantur alterum ipsorum super marginem tabulæ in lineæ a c, ultra punctum k, & tamen ualde uicine illi puncto k, & sit supra punctum r, & tunc applicata tabula uisibus dirigantur ad hoc axes ad corpus g positum in medio, & tunc apparebit forma puncti e, tantum una, q̄ si corpus e in eadem lineæ a t, ponatur super punctum f, remotius à puncto k, quàm sit punctus r, sitq̄ puncti f, à puncto k distantia sensibilis, & sit directis axibus uisualibus ad corpus g medium, apparebit forma corporis e duplicata. Idem quoq̄ accidit si ambo axes uisuales secundum istam dispositionē dirigantur ad quodcūq̄ punctum lineæ c k, semper enim tunc corpus e positum in puncto f uidebitur esse duo, hæc uero quæ præmissa sunt omnia per 105. huius & propositiones sequentes declarata, ut patet intuenti. Quod si experimentator direxerit axes uisuales ad punctū aliquem tabulæ extra lineam k t, tunc ipsum corpus g, positum in medio superficiē tabulæ in puncto q uidebitur duo, & si corpus e ponatur in puncto t, & corpus p in puncto k, tunc utraq̄ ipsorum uidetur duo. Sed redeuntibus axibus uisualibus super punctum q, aut super aliquo punctū lineæ t k, tunc reuertet prior dispositio. Deinde accipiat experimentator tres cedulas pergamenī paruas & æquales, & inscribat omēs ipsas una scriptura manifesta & qualis quātitatē, & ponat unam ipsarum in medio præmissæ tabulæ in puncto q, & alteram ipsarum super punctum k, figendo cum cera ut stent erecte, & applicata tabula iplis uisibus ut prius, intueatur cedulam positam super punctum q, & cōprehendet eius scripturam certa comprehensione, & similiter scripturam cedulæ positæ in puncto k, cōprehendet, sed non ita perfecte ut scripturam cedulæ positæ in puncto q, licet sint illæ scripturæ consimiles in figura, forma & quantitate. Deinde assumatur tertia cedula, & ponatur quasi in medio puncto lineæ e z, & manu protracta secundum rectitudinem lineæ k c, teneatur ultra tabulam in situ & positione duarum aliarum cedularum, tunc enim fixis ambobus axibus uisuum in cedula posita in puncto q, & tunc uisa tertia cedula uidebitur forma scripturæ suæ dubitabilis & indistincta, & si cedula puncti k reposita

110  
sit tertia cedula ponatur penes primam, quæ est in puncto q, tunc ambæ cedulæ comprehenduntur in suis scripturis æqualiter dispositæ, nec erit differentia sensibilis inter illas: & si tertia cedula moueatur plane super lineam q k, axibus illorum uisuum cadēte in punctum q, uidebitur tunc diminui distinctio scripturæ cedulæ motæ secundum distantiam quæ sit per motum donec perueniat ad punctum k, & tunc paulatim à puncto k, extra tabulam moueatur secundum lineam latitudinis a k protensam, tunc semper minuetur scripturæ distinctio, ita quod tandem nulla erit discretio ipsius. Peractisq̄ circa lineam c d, eisdem quæ cum his cedulis facta sunt circa lineam k c, eadem tunc uisibus apparent quæ prius seruata distantia proportionē, & etiam si elongetur ultra longitudinem tabulæ, quæ itaq̄ ex his passionibus ambobus uisibus accidunt, plus accident uni uisuum si alter fuerit coopertus. Deinde assumatur schedula 4. digitorum quadrata, in qua punctus medius signetur per 40. primi huius, & alia schedula scribatur scriptura aliqua distincte, & erigatur hæc schedula super lineam k t, & dirigatur uisus ad medium illius schedulæ, tunc enim uidebitur scriptura bene distincta, sed scriptura quæ est circa medium schedulæ uidebitur distinctior, quàm quæ in extremis. Deinde parum obliquetur schedula super lineam t k, in puncto q, & tunc axibus uisuum cadentibus super medium punctum schedulæ, inuenietur schedula minus distincta q̄ prius, cum schedula fuerit super lineam k t, & si schedula plus obliquatur, indistinctior uidebitur scriptura, & quanto magis obliquabitur schedula, tanto magis latebit utrumq̄ uisum uel alterum ipsa scriptura. Et si schedula secundum alterum suorum extremorum ponatur in puncto q, & erigatur super superficiem tabulæ secundum lineam k q, tunc patet quod medietas schedulæ cadet extra tabulam; uisui itaq̄ cadente in punctum q, tunc uidebitur scriptura circa punctum q distinctior, minus autem secundum partes remotiores ab illo, & si obliquetur schedula super lineam q k, apparebit latentior scriptura secundum quantitatem obliuationis & distantia à puncto q, & si schedula ponatur super lineam c d, tunc uisibus directis ad medium punctum schedulæ erūt litera legibiliter distincta, & si obliquetur schedula super punctum z, & tunc erit scriptura latentior quàm prius, & taliter peracto circa lineam c d, quod prius actum est circa lineam t k, idem accidet in distinctione scripturæ proportionaliter illi spacio distantia, etiam si elongetur schedula ultra longitudinem tabulæ; quod autem accidit ambobus uisibus in hac experimentatione, etiam accidit uni uisuum altero cooperto. Patet ergo ex his experimentationibus exemplum eorū quæ p plura theoremata proponuntur, & patet manifeste, quod pluribus modis accidit unam rem uideri duas, patet ergo propositum.

## CIX.

In uisione diuisionis, cōtinationis & numeri error accidit uirtuti distinctionis ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex lucis enim debilitate error accidit in præmissorum uisione, quia si de nocte uideatur tabula, in qua sint linearum obscurarum protractiones, uidens illas putabit fortē diuisiones esse uel scissuras, & ita cōtinuum etiam putabitur diuisum, & partes eiusdem cōtinui plura putabuntur ut diuisa, cum tamen tabula sit continua & tantum una. Similiter existente uisu in forti luce reflexa, si ipsi uisui adhibeantur corpora modicum distantia apparebunt cōtinua unum, propter reflexionem lucis factæ ab illis corporibus, quæ non permittit eorum distantiam discerni. Ex intemperata etiam distantia



stantia sit error in praeiudiciorum uisione. Pariete enim aliquo à longe uiso, si in parte eius fuerit color tenebrosus, forte putabitur facta esse diuisio illius parietis secundum spacium illius coloris. Similiter etiam si prope parietem illum crescat altitudo herbarum, ut consuevit in talibus crescere haedera, uidebitur forte paries secundum haedera spacium diuisus. Et similiter luce solis super uisum album parietem splendente, si fortis umbra aliqua lucem parietis diuiserit, aestimabitur paries diuisus: & ita his modis omnibus & etiam pluribus alijs hoc potest accidere, ut continuum aestimetur diuisum, & ex consequenti unum plura. Sed & quandoq; ipsa secundum ueritatem diuisa aestimantur continua, & plura aestimantur unum, corpora enim à longe uisa in colore similia, & adinuicem propinqua creduntur continua, & propter hoc tabulae parietis uel scamni apparere quicquid continua, cum modica diuisione ad inuicem sunt diuisae, & sic diuisa aestimantur propter remotiorem à uisu esse continua, & plura aestimantur unum. Ex inordinato etiam situ oppositionis oritur error in praeiudiciorum uisione, si enim alicuius corporis magna fuerit à uisu obliquatio, in quo fuerint puncta sensibilia, nigra uel ualde tenebrosa, illa quod diuisiones putabuntur, inter partes illis punctis confines, iudicabitur diuisio & pluralitas, licet in eis sit continuuatis unio, & si in hoc corpore fuerint lineae tenebrosae sensibiles, iudicabuntur partes eius continuales diuisae, cum sint continuae, & plures, cum sint unum. Similiter etiam ex obliquatione situs plurium parietum ad uisum, quorum unus est ordinate post alium modicum distans ab illo, ita quod uno aspectu uideri ualeant, forte occultabitur uidenti spacium quod est inter illos parietes, & putabuntur continui & unus cum sint diuersi & plures: qualiter autem propter situm eius erret in numero, satis patet per propositionem praemissam. Ex intemperata etiam magnitudine error accidit in uisione praeiudiciorum: adhuc enim capillo uasi uitreo, apparebit uitrum fissum, quod ideo accidit, quia capilli paruitas non sentitur esse corpus. Si enim lateret super uas uitreum calamus aut corpus aliud sensibile, non propter hoc sentiretur uitrum esse fissum. Similiter etiam accidit error in continuitate, si enim folia pergameni tenuis aequalis altitudinis, ita quod in eadem plana superficie constituta, & bene compressa, & uidens ignoret esse folia, iudicabit ipsa esse continua, & unam superficiem ipsorum: huius autem error causa est paruitas quantitatis spacij & aeris, secundum quod se illa folia contingunt, & sic etiam numerus inducit errorem. Ex intemperantia quoque soliditatis sit error in praeiudiciorum uisione, in corpore enim magnae raritatis ut in crisallo pura, si in aliqua parte superficiei suae fuerit linea magna, apparebit totum corpus fissum secundum locum in quem cadit illa linea, & ita aestimatur uitrum discontinuum & plura, & hoc accidit propter perspicuitatem quae accidit ex defectu soliditatis. Et si duo corpora talia fuerint modicum à se distantia reputabuntur continua & unum. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in praeiudiciorum uisione idem, qui ex defectu soliditatis, augmentatus tamen propter excessum raritatis. Ex paucitate etiam temporis accidit error in praeiudiciorum uisione. Si enim corpus in quo sit linea nigra subito à uisu diuertatur, putabitur illa linea esse partium diuisio: & si corpora contigua aut ualde propinqua subito uidentur, aestimabuntur continua, sicut accidit in tabulis scamnorum subito inspectis, & sit error in continuitate & numero. Ex intemperantia & debilitatis uisus error accidit in uisione praeiudiciorum, & secundum modos temporis breuitate accidentis, quod enim sano uisui accidit in temporis breuitate, debili accidit in maiori tempore, & forte semper durante uisus debilitate, & etiam strabo uel debilis in uno oculo unum quandoq; iudicat duo, tunc enim res uisa habet diuersitatem situs respectu talium duorum oculorum, quae diuersitas facit ut unum uideatur duo, etiam per duos oculos sanos & aequalis ordinationis, ut satis demonstratum est ex praemissis, patet ergo propositum.

Motus

CX.

Motus comprehenditur à uisu ex comprehensione rei motae secundum diuersos sui situs in instantibus diuersis, inter quae sensibile cadit tempus.

Quoniam enim moueri est aliter se habere nunc quam prius, palam quod facilitas huius comprehensionis motus sit ex comparatione rei motae uisae ad aliud uisibile quiescens non motum, quando enim comprehenditur situs unius rei mobilis respectu alterius rei uisibilis, tunc etiam comprehenditur diuersitas situs eius respectu illius uisibilis, & tunc comprehenditur motus, semper itaque motus comprehenditur à uisu aut ex comprehensione diuersitatis & mutationis situs rei uisae motae respectu alterius uisibilis quod est remotius aut propinquius uisui, ipso tamen uisu in parte altera existente in suo loco, aut comprehenditur motus experimentatione situs alicuius partis, uel partium rei uisae motae respectu illius uisibilis non secundum se totum motum, & hoc modo comprehenditur uisus motum circulem. Similiter etiam accidit motum à uisu comprehendi, si res uisa mota ad multa immota uisibilia comparatur. Cum enim uisus fuerit quietus, & res uisa mota ad ipsum uisum uel à uisu, tunc uisus sentiens diuersam locationem corporis moti, sentiet motum, aut enim mobile, tunc elongabitur aut appropinquabit uisui per motum, quia ut patet p. 9. huius, elongatio aut appropinquatio à uisu sentitur, palam quia motus tunc sentitur, quod si mobile mouet tantum circa uisum circulariter, tunc enim superficies uisus oculi non sit tota sphaerica, ut patet per 4. tertij huius, quoniam sola superficies foraminis unae est uisua, & non aliae partes superficiei oculi: aliqua itaque re mota circa uisum, necessario mutabitur situs partis oppositae uisui, & cum illa pars rei uisae motae fuerit mutata, sentiet uisus mutationem eius, & sic uisu existente in suo loco sentiet uisus motum rei uisae. Et si ipse uisus moueatur, comprehendet tamen motum secundum quolibet istorum modorum, ut cum uisus sentit diuersitatem situs rei uisae motae, sentiendo quod illa diuersitas non est propter motum ipsius uisus: sed tamen quando ipse uisus & etiam res uisa ambo mouentur, adhuc discernit uisus motum, quoniam distinguit inter diuersitatem illi uisus quae accidit rei uisae motae propter motum ipsius rei, uel propter motum ipsius uisus, quoniam moto uisu sentiuntur etiam formae corporum existentium non motae, nec semper iudicat uisus rem uisam moueri propter sui ipsius motum, nisi forte perueniat in uisum forma rei uisae motae, & quoniam motus omnis est in tempore, non comprehendit uisus motum nisi in tempore, diuersitas enim situs partium rei uisae non potest comprehendi nisi ad minus in duobus instantibus, & quia inter quolibet duo instantia cadit tempus medium, palam quod inter illa duo instantia cadit tempus medium, & quoniam uirtus uisua est uirtus sensitua, oportet tempus ab ipsa comprehensum esse sensibile, & hoc proponebatur.

CXI.

Qualitas motus comprehenditur à uisu ex comprehensione spacij super quod mouetur res ipsa uisa.

Sive enim motus sit sursum uel deorsum, uel etiam super ipsam superficiem horizontalis uel aequedistantem illi, siue etiam non sit motus rectus, sed sit tortuosus uel circularis, semper qualitas motus comprehenditur à uisu ex comprehensione spacij super quod mouetur res ipsa: qualitas enim motus recti comprehenditur ex comprehensione spacij situm per quod mouetur res uisa secundum se totum motu recto, & tunc uisus certificatur qualitate motus per certificationem figurae spacij directi, super quod sit motus in superficiei horizontalis, aut in superficiei aequedistante ei, aut in linea perpendiculari uel obliqua super superficiem horizontalis. Similiter quoque qualitas aliorum motuum ut tortuosi & circularis comprehenditur à uisu ex comprehensione spacij tortuosi uel etiam circularis, in superficiei horizontalis, aut aequedistante ipsi aut erecta super ipsam, motum enim comprehendit ex circulari & recto uisus comprehendet ex comprehensione spacij tortuosi situm per quod sit motus. Comprehendit etiam uisus diuersitatem & aequalitatem motuum secundum uelocitatem & tarditatem ex comprehensione spaciorum super quae mouentur uisibilia mota, & cognitione temporis in quo sunt illi motus, cum enim uisus sentit quod

D 3 unum



unum spatium pertransitum ab uno mobili in aliquo tempore, est maius alio spacio pertransito ab alio mobili in eodem tempore, uel cum uisus senserit aequalitatem duorum spaci-  
 ciorum cum inaequalitate temporum duorum motuum, tunc enim stante auxilio, uirtutis  
 animae distinctiuae & cognoscitiuae sentiet uelocitatem unius mobilis super alterum, duo-  
 rum motuum inaequalitatem, patet ergo propositum.

CXII.

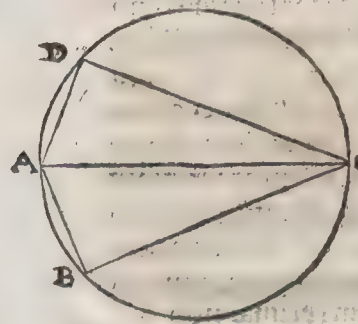
Quies comprehenditur a uisu ex comprehensione rei uisae in eodem loco  
 & situ tempore sensibili permanente.

Cum enim uisus comprehendit rem uisam in eodem loco, & secundum eandem situm  
 in duobus instantibus diuersis, inter quae cadit medium tempus sensibile, tunc compre-  
 hendet rem in illo tempore non fuisse motam, per 110. huius, quoniam si illa res in illo tem-  
 pore fuit mota, mutatus est situs eius, comprehendet ergo illam rem quiescentem: com-  
 prehenditur autem situs rei uisae quiescentis non mutatus respectu alterius rei uel aliarum  
 rerum uisarum, & etiam respectu ipsius uisus, secundum hunc ergo modum fit compre-  
 hensio quietis uisorum corporum a uisu, & hoc proponebatur.

CXIII.

Est locus in quo oculo manente & transposita re uisa, res semper aequalis  
 apparet.

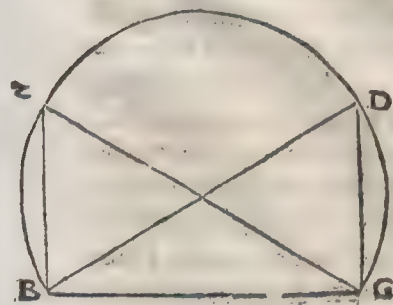
Sit res uisa b g, & sit centrum uisus in puncto a, & accedant ad uisum formae puncto  
 rum b & g ad uisum a, secundum lineas b a & g a, fiatque trigonum a b g, dico quod est lo-  
 cus in quo non mutato centro uisus a puncto a, & transposita magnitudine b g, semper  
 eiusdem quantitatis uidebitur magnitudo b g: trigono enim a b g,  
 circumscribatur circulus per 5. quarti, & super punctum g, terminus  
 num lineae a g, constituatur angulus aequalis angulo a b, per 23.  
 primi, qui sit a g d, & producta linea g d, ad periferiam circuli con-  
 pulentur lineae a b & a d, eritque per 25. tertij, arcus a d aequalis arcui  
 cui b a, ergo per 28. tertij, est corda a b aequalis cordae a d, & arcus  
 g d, qui est residuus semicirculi, est aequalis arcui b g, corda quoque  
 g d erit aequalis cordae b g, per 28. tertij, ergo per 8. primi, uel per  
 26. tertij, erit angulus b a g aequalis angulo d a g, quoniam illi an-  
 guli cadunt in aequales arcus qui sunt d g & b g, quia itaque lineae



b g & d g, aequales sub aequalibus angulis qui sunt d a g & b a g, hinc & inde uidentur,  
 palam quoniam illae lineae aequales uisui apparent per 20. huius, patet ergo proposi-  
 tum. Idem quoque contingeret si centro oculi in centro circuli manente fixo res uisa super  
 circuli periferiam moueatur, tunc enim uisibili transmutato res uisa semper uidebitur  
 aequalis uisui non transmutato, quoniam sub eodem semper angulo uidebitur, ut potest  
 patere secundum praemissum modum, patet ergo propositum.

CXIII.

Est locus in quo oculo transmutato re uisa non mota semper res uisa a-  
 qualis apparet.



Sit res uisa b g, & sit oculus in puncto z, dato in aere, ut  
 contingit, & ducantur a terminis rei uisae lineae b z & g z, &  
 circumscribatur trigono b z g, circulus per 5. quarti, ut in  
 praemissa, sitque ille circulus z d g b, & mutetur centrum oculi  
 a puncto z in puncto d, & ducantur lineae b d & g d, eritque per  
 26. tertij, angulus b z g aequalis angulo b d g, ergo per 20. ho-  
 ius, in utroque situ magnitudo b g, semper uidebitur aequalis.  
 Idem quoque accidit uisui per omnia puncta arcus b z g, trans-  
 mutato, & hoc est propositum.

CXV.

Quantitas erecta super aliquam planam superficiem  
 in qua

in qua sit centrum uisus mota sui circuli periferiam pro centro habentis cen-  
 trum oculi, semper aequalis uidetur. Idemque accidit secundum lineam a cen-  
 tro circuli erectam centro oculi super circuli superficiem eleuato.

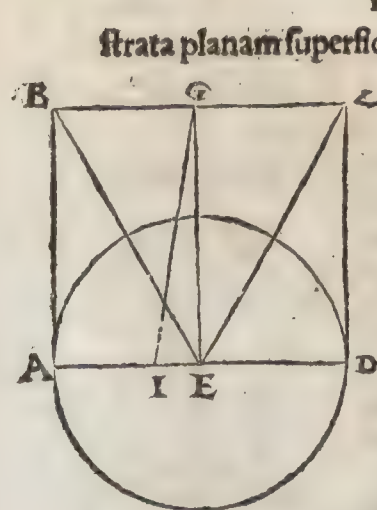
Est a b aliqua magnitudo uisa erecta super quamcunque superficiem planam datam,  
 in qua sit centrum uisus quod sit g, & ducatur ab altero terminorum  
 rei uisae ad centrum uisus linea g b, & secundum quantitatem lineae  
 g b, centro existente puncto g, describatur circulus, dico quod si super  
 illius circuli periferiam moueatur magnitudo erecta, quae est a b, quod  
 semper uidebitur aequalis oculo ipso in puncto g existente, quia enim  
 linea a b, est erecta super superficiem planam p diffinitionem, quia  
 semper facit angulum a b g rectum, & semper angulum aequalē cum  
 linea g b, utcumque contingit ducta linea a b, sed & linea g b semper  
 est aequalis sibi ipsi, cum sit diameter circuli, & linea a b semper est aequa-  
 lis sibi ipsi: ducatur itaque linea a g, palamque quod p totam circuli perife-  
 riam angulo a b g est aequalis sibi ipsi, ergo per 20. huius, magnitudo  
 a b, semper uidebitur aequalis quod est primum propositorum, du-  
 catur itemque linea g e a centro oculi erecta super superficiem circuli  
 si erit ergo linea g e aequedistans lineae a b, per 6. undecimi, & cen-  
 trum uisus eleuetur super superficiem circuli secundum aliquod pun-  
 ctum lineae g e quod sit e, in quo figatur uisus, dico quod ad huc ma-  
 gnitudo a b, mota super circuli periferiam aequedistanter lineae g e,  
 semper uidebitur aequalis. Productis enim lineis a e & b e, patet p  
 4. primi, quoniam angulus a e b semper est aequalis sibi ipsi, cum enim angulus b g e, sit  
 semper aequalis sibi ipsi, erit basis b e sibi ipsi semper aequalis, & angulus e b g aequalis sibi ipsi  
 ergo etiam angulus a e b est semper aequalis sibi ipsi, ergo & basis a e, & angulus a e b, erit  
 semper aequalis sibi ipsi, ergo per 20. huius, linea a b, semper uidebitur aequalis sibi ipsi, pa-  
 tet ergo secundum propositum, & hoc est totum quod proponebatur.

CXVI.

Quantitas oblique incidens superficiei planae, in qua est centrum uisus,  
 uniformiter mota secundum circuli periferiam, cuius centrum est centrum ui-  
 sus, semper aequalis uidebitur: ipsa uero existente aequali semidiametro il-  
 lius circuli mota quoque secundum sui situs aequedistantiam per illius circu-  
 li periferiam quandoque aequalis quicquid minor quandoque maior uisu apparebit.

Sit circulus a d, cuius centrum sit punctum e, & in eius periferia sumatur punctum  
 d, sit quoque linea d z, oblique incidens superficiei circuli, & sic centrum oculi in puncto  
 e, centro circuli. Dico quod si linea d z, in circuli periferia transponatur uniformiter, ita  
 ut cum semidiametris illius circuli semper aequalem contineat angulum, quod ipsa sem-  
 per aequalis apparet, hoc autem potest euinci per 4. primi, ut in praecedenti. Est enim  
 angulus d e z, semper aequalis sibi ipsi, ergo & res semper uidetur aequalis per 20. huius,  
 & hoc est propositum primum. Rursum sit centrum uisus in puncto e, centro circuli a d,  
 cuius superficiei oblique incidat linea d z, quae sit aequalis semidiametro d e, moueaturque  
 per circuli illius periferiam secundum sui primi situs aequedistantiam, sitque exempli cau-  
 sa angulus z d e acutus. Dico quod aliquando apparebit linea mota quae d z aequalis  
 suae propriae quantitati, utpote semidiametro circuli aliquando maior aliquando minor,  
 ducatur enim a centro circuli e, linea e g aequedistans lineae d z, p 31. primi, quae fiat a-  
 qualis eidem per 11. undecimi, quae sit g i, & ducatur a centro circuli linea e i, quae producat  
 ficiem per 11. undecimi, quae sit g i, & ducatur a centro circuli linea e i, quae producat  
 ad periferiam circuli in punctum a, & a puncto a ducatur linea aequedistans lineae e g,  
 per 31. primi, quae sit a b, quae resecetur per 3. primi, aequalis lineae d z, eritque linea a b  
 aequedistans lineae d z per 30. primi, uel per 9. undecimi, & quoniam linea g e, ut patet  
 ex hypothesi est obliqua super superficiem circuli a d & a puncto g, in aere dato ad sub-  
 strata



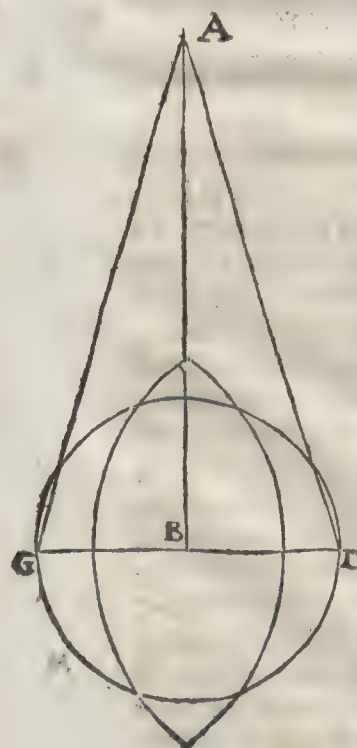


strata planam superficiem incidit linea g i, perpendiculariter, & linea g e oblique, tunc patet per 39. primi huius, quoniam angulus g e a minimus est omnium angulorum sub illa linea obliqua g e, & quaecumque linea in substrata superficie circuli a d, protrahatur contento, & omnis angulus illi propinquior est minor remotiore, & duo anguli ex utraque parte illi aequaliter approximantes sunt inter se aequales, dico itaque quoniam linea a b omnium linearum aequalium linea d z transpositarum secundum periferiam circuli minima apparebit, ducantur enim linea g z, g b, e b, z e, e d, quia itaque linea g e est aequidistans linea a b & aequalis, patet per 34. primi, quoniam linea g b est aequalis linea e a & aequidistans eidem, sunt ergo duae superficies parallelogrammae q e g b a & e d z g, quia uero angulus g e a est acutus, ut patet ex praemissis propter obliquationem linea g e, super superficiem circuli a d, erit ergo angulus g e d obtusus per 13. primi, quoniam enim ut patet per 39. primi huius,

angulus g e a est minimus omnium angulorum contentorum sub quacumque linea in superficie circuli ducta ad punctum e, & sub linea g e, est ergo angulus g e a minor quam angulus g e d, sed tamen linea e z sit diagonus parallelogrammae e d z g, palam quod angulus d e z est medietas g e d anguli per 4. primi, & similiter angulus b e a est medietas anguli g e a, angulus itaque d e z est maior angulo b e a, ergo per 20. huius, quantitas linea b a minor uidebitur quam quantitas linea z d, & per praemissa cum angulus g e a, sit minimus omnium angulorum qui continentur sub linea g e, & aliqua linea in superficie circuli a d producta, palam quia medietas anguli g e a est minor medietate cuiuslibet aliorum angulorum, quantitas ergo linea a b, uidebitur omnium aliarum sibi aequalium quantitate minima, & quoniam angulus z e d est maximus omnium illorum aliorum angulorum, uidebitur ergo quantitas z d maxima, mediae uero modo medio uidebuntur, & quantitates in circuli periferia aequaliter aequidistantes ab utraque quantitas, quae a b & d z, ad inuicem uidebuntur aequales, & hoc est propositum.

CXVII.

Re uisa super superficiem planam erecta fixa manente, & centro oculi secundum circuli periferiam moto circa punctum in quo res uisa superficie coniungitur, res semper aequalis uisui apparebit, quod non accidit centro uisus moto super periferia oxigoniae sectionis.



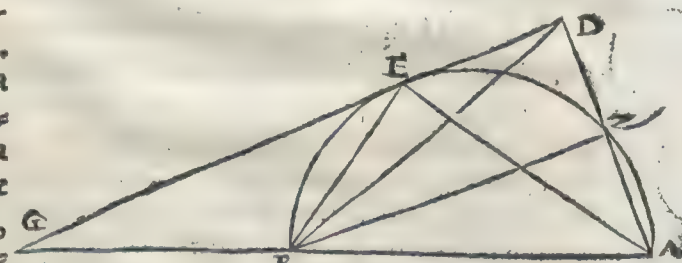
Sit a b, magnitudo erecta super superficiem planam, tangens ipsam in puncto b, sitque centrum oculi in puncto g, in eadem superficie, & centro quidem existente puncto b secundum spacium b g linea, describatur circulus qui sit g d, dico quod si transponatur centrum oculi a puncto g, super totum circuli g d periferiam, apparebit uisui linea a b semper aequalis, quoniam enim angulus a b g est semper rectus per definitionem linea super superficiem erecta, palam quia omnes anguli a b g, per 4. primi, sunt ubique aequales, ergo per 20. huius, res uisa, quae a b, semper uidebitur aequalis, & hoc est propositum primum, non accidit autem hoc centro uisus moto super periferiam oxigoniae sectionis, quoniam tunc quantitas rei apparet inaequalis, quae super ipsius sectionis punctum medium est erecta, quoniam sectio oxigonica habet semidiametros inaequales, & omnes linea a centro usque ad circumferentiam ductae sunt inaequales, appropinquantes enim semidiametro maiori sunt maiores, & approximantes semidiametro minori sunt minores, contrarium ergo necessario accidit eis, quod oculo moto secundum circuli periferiam

feriam accidebat, quod patet per 7. & per 20. huius, patet ergo totum quod proponebatur.

CXVIII.

Re uisa fixa manente oculo uero moto secundum lineam rectam oblique incidentem quantitati rei uisae, illa quantitas quandoque aequalis quandoque inaequalis uisui apparet.

Sit res uisa quae a b, & sit centrum uisus punctum e, incidatque linea e g, oblique linea a b, producatu enim linea a b in punctum g, donec concurrat cum linea e g, & ita rem producatu linea e g, in continuum & directum ultra punctum e ad punctum d, sit illa linea indefinita d e g, dico quod oculo transmutato secundum lineam d g, quoniam linea a b uidetur minor, quandoque maior, quandoque aequalis, Sumatur enim per 9. sexti, inter duas lineas b g & a g, linea medio loco proportionalis, quae sit exempli causa linea e g, hoc autem est possibile per reflectionem linea d g per 3. primi, ponaturque centrum oculi in puncto e, producatuque linea e b, & producatu in superficie trigoni b e g, a puncto b, linea perpendicularis super lineam b a, quae sit b d, quae per 14. primi huius, concurret cum linea e g, ideo quod angulus e g b est acutus, & angulus g b d rectus, concurrat itaque in puncto d, dico quod moto uisu per totam lineam e d, semper uisum b a inaequale apparet, ducantur enim linea a e, a d, & describatur per 5. quarti, circa a e b trigonum portio circuli quae similiter sit a e b, & quoniam illud quod sit ex ductu linea b g in lineam a g, ut patet per 16. sexti, & ex praemissis, est aequale quadrato linea e g, patet per ultimas tertii, quoniam linea g e est contingens circulo b e a in puncto e, & a termino quoque a, linea g a ducatur linea a z per 23. primi, ita ut fiat angulus g a z aequalis angulo g d b, cadatque punctum z in lineam d g, inter puncta e & g, per 29. primi huius, eritque b a z d, quadrilaterum inscriptibile circulo per 21. tertii, quilibet enim duo anguli ex aduerso collocati ualent duos rectos, angulus enim d z a, per 32. primi, ualeat angulum z g a, & angulum z a g, sed angulus z a g, ut patet ex praemissis est aequalis angulo g d b, sed angulus d b g, rectus cum angulis b d g & d g b, ualeat duos rectos per 32. primi, angulus itaque d z a cum angulo d b g, ualeat duos rectos, sed omnes anguli quadranguli cuiuscumque ualent quatuor rectos, quia quodlibet illorum est diuisibile in duos triangulos, quorum cuiuslibet anguli ualent duos rectos, ergo anguli z d b & z a b, ualent duos rectos, est ergo quadrilaterum z d b a circulo inscriptibile, circumscribantur ergo ei circulus per 31. tertii, & per 9. quarti, & sit circumscripta portio circuli quae sit b d z a, ducaturque linea b z, secans arcum e a in puncto t, secabit enim ipsam ideo, quia ut patet ex praemissis punctum z, cadit inter puncta e & g, & ducatur linea t a, erit per 16. primi, angulus a t b extrinsecus maior angulo a z b intrinseco, sed angulus a t b est aequalis angulo a e b per 36. tertii, quoniam cadunt in eundem arcum qui est b a, portio circuli minoris qui b e a, angulus itaque a e b maior est angulo a z b, angulus uero a z b aequalis est angulo a d b, per eandem 36. tertii, quoniam ambo illi anguli cadunt in eundem arcum qui est a b circuli maioris qui est b d z a, angulus itaque a e b maior est angulo a d b, centro uero uisus existente in puncto d, uidetur linea a b sub angulo a d b. Ipso autem existente in puncto e uidetur sub angulo a e b, maior itaque uidetur in puncto e quam in puncto d per 20. huius, mutato ergo oculo secundum puncta linea e d, semper inaequalis uidetur magnitudo b a, quoniam semper minor se ipsa, & quanto plus accedit ad punctum d, tanto uidetur minor, & quanto plus appropinquat puncto e, tanto apparet maior, eodemque modo uisu mutato super puncta linea e g, inaequalis uidetur linea a b, & minor est super punctum e, quoniam linea ducta super punctum aliquod linea e z, a terminis linea a b, semper angulus erit minor angulo b e a, quoniam angulus a lineis ad circumferentiam arcus e a ductis per 21. primi, maior erit illo constituto super aliquod punctum linea e g, per lineam trans idem punctum arcus ab altero termino linea a b productam, et per lineam a reliquo



E cius



eius termino copulatā, quilibet aut angulorū constitutorū super aliquod punctorū arcus e a, per lineas a terminis lineae a b productis est æqualis angulo b e a, p 26. tertij, ergo p 20. huius, linea a b maior uidebitur centro uisus existente in puncto e quā ipso existente in aliquo puncto g, semper quocq; minor apparebit secundū quod plus appropinquat puncto g, ita quod centro uisus existente in puncto g, nō uidebitur nisi unicus eius punctus qui est a, ut patet per 4. huius, maior aut semper apparebit secundū quod appropinquat ad punctū e, & ad punctū uero z apparebit sicut ad punctū d æqualis sibi, ideo quod anguli b d a & b z a, per 26. tertij, ut supra patuit sunt æquales, & qm̄ ut iam ostendimus uisus existente in puncto g, nō uidebitur linea a b, imō tota linea g b, nisi punctus, palā quod inter puncta g & z modica sit additio, semper ergo uidebitur linea a b inæqualis, in æquedistantia uero a punctis d & z, uidebitur etiam æqualitas ppter æqualitatē angulorum provenientū hinc inde, quod si linea e g nō ex parte puncti a, sed ex parte puncti b, cōcurrat cū linea a b, eadē est demonstratio. Sit em̄ ut fiat cōcursus sicut prius in puncto g, & sit linea g e medio loco, pportionalis inter lineas a g & g b, & copulatis lineis e a & e b trigono a e b, circumscribat portio circuli quæ sit ut prius b e a, & ducant lineas d b & d a, sitq; centrū oculi super punctū d, & ad punctū in quo linea a d interfecat circū ferentiam circuli b e a qui sit z, ducatur linea b z, & quia angulus b z a est maior angulo b d a, p 16. primi, & angulus b e a æqualis est angulo b z a, per 26. tertij, qm̄ cadunt in eūdē arcum a b, palā quia angulus b e a maior est angulo b d a, uisus itaq; centro existente sup punctū e maior apparebit linea b a, per 20. huius, quoniam ipso existente in puncto d, in punctis uero d & z apparebit linea a b, æq



lis, & omnia alia accidunt, ut prius declaratum est, patet ergo propositum.

CXIX.

Re uisa fixa manente, uisu autem moto secundum lineam æquedistantē rei uisæ, eius quantitas quandoq; æqualis quandoq; inæqualis uidetur.

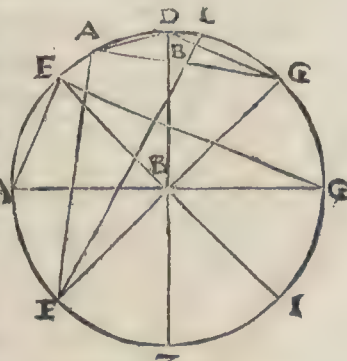
Esto uisa magnitudo quæ fixa & immota pmanens sit a b, diuidaturq; p æqualia in puncto e, & erigatur super ipsam ppendiculariter linea e z, per 11. primi, sitq; centrū oculi in puncto z, ducaturq; linea z a & z b, ita ut cōpleatur trigonū a z b, & describatur circa a z b, trigonū portio circuli a z b, p 5. quarti, ducaturq; linea z d, parallela lineæ b a, per 31. primi, moueaturq; centrū oculi in punctū d, & ducant lineas d a & d b, & ad punctum in quo linea d b, secet circulū quod sit l, ducatur linea a l; palā ergo p 16. primi, qm̄ angulus a l b maior est angulo a d b, sed p 26. tertij, angulus a z b est æqualis a l b, est ergo angulus a z b maior angulo a d b, maior ergo uidebitur magnitudo a b, in centro oculi existente in puncto z quā in puncto d, ut patet per 20. huius, & si linea z g sit æqualis lineæ z o, æqualis uidebitur linea a b in punctis d & g, hoc em̄ cōcluditur p 34. & p 4. primi, ductis lineis g b & g a, angulus em̄ b g a æqualis est angulo b d a, & similiter patet hoc in alijs punctis æqualiter distantibus a punctis d & g, ergo p 20. huius, in talibus punctis uidebitur linea b a, semper sibi ipsi æqualis. Si uero linea z h sit minor quā linea z d, tūc ducatur lineæ b h & a h, & pducatur linea a b ultra punctum b ad punctū q, qm̄ itaq; angulus z e b est rectus, patet per 32. primi, quoniam angulus z b e est acutus, erit ergo p 13. primi, angulus q b z obtusus, ergo p 29. primi, angulus h z b est obtusus, ergo p 19. primi, angulus g h b est obtusus, linea ergo b g est maior quā linea b h, per 19. primi, quia uero per 4. primi, & ex hypothesi patet, qd angulus z b a est æqualis angulo z h a, angulus ergo b a h est maior angulo h b a, ergo p 19. primi, linea b h est maior q; linea a h, ergo & linea b g est maior quā linea a h, & quoniam lineæ b g & a h se interfecant, sit pun

sit punctus sectionis p, & quoniam per 37. primi trigonū b g a est æquale trigono b h a ablato ab ambobus cōmuni trigono b p a, remanebit trigonum b h p æquale trigono a p g, sed per 15. primi, angulus a p g est æqualis angulo b p h, ergo per 14. sexti, erit p portio lineæ a p ad lineam b p, sicut lineæ h p ad lineam g p, ergo per 13. quinti, erit pro portio totius lineæ a h, ad totam lineam b g, sicut lineæ a p ad lineam b p, sed linea a h est minor quā linea b g, ut patet ex præmissis, ergo linea a p est minor q; linea b p, lineæ ergo b p est maior quā linea a p, quæ est ergo proportio lineæ b p ad lineam a p, eadem sit lineæ a p ad lineam p o, per 3. primi huius, erit ergo ex præmissis lineæ p o mī nor quā linea p b, abscindatur ergo linea p o a lineæ p b, per 3. primi, & ducat lineæ h o, quia itaq; p 3. undecimi quinti, & ex præmissis est pportio lineæ a p ad lineam p o, sicut lineæ h p ad lineam p g, & angulus h p o est æqualis angulo a p g, per 15. primi, palam per 6. sexti, quoniam trigono h p o & g p a sunt ad inuicem æquiangula, est ergo angulus o h p æqualis angulo a g p, & quoniam linea h o diuidit basem b p trigoni b h p, patet per 29. primi huius, quoniam ipsa linea h o diuidit etiam angulū b h p, est ergo angulus b h a maior angulo o h p, ergo & eius æquali, scilicet angulo b g a, quātitas ergo lineæ b a per 20. huius, maior uidebitur centro uisus existente in puncto h quā in puncto g, minor aut quā in puncto z. Sit enim punctus in quo linea b h secet circulum b z a, punctus x, & ducatur linea a x, patet quoq; per 16. primi, & per 26. tertij, qm̄ angulus b z a est maior angulo b h a, & quoniam quibuscūq; punctis lineæ d z uel lineæ z g datis, siue linea d z sit maior quā linea z g, siue minor, semper eodem modo potest demonstrari, patet ergo propositū, angulus em̄ b z a, sit maximus omnium illorū angulorū, & ei pproquiores sunt remotioribus maiores, & æqualiter ab illo distantes sūt æquales, & secundū illos angulos quātitates p 20. huius, mutat quantitas rei uisæ.

CXX.

Sunt loca in quibus oculo transposito æquales magnitudines cōmuniter loca quædā directe occupantes, qn̄q; æquales, quādoq; inæquales apparer.

Communitē r dicuntur magnitudines occupare loca sua, quando una applicatur alteri taliter, quod nihil cadit medium inter ipsas, neq; secundum rectam lineam æqualiter utriq; magnitudinum cōiunctum, neq; secundum lineam alteri illarum magnitudinū angulariter incidentem. Sit itaq; centrum oculi in puncto d, & sint uisæ magnitudines æquales quæ a b & b g, communiter occupantes locum b, & a puncto b super ambas illas magnitudines ducatur linea perpendicularis, quæ sit b z, sitq; oculus dispositus in tali situ, ut linea z b protracta ultra punctum b, concurrat cum puncto in quo est centrū uisus, & quoniam in quocūq; puncto lineæ d z, posito cētro uisus erunt semper per 4. primi, anguli b d g & b d a in centro uisus æquales, manifestum ergo p 20. huius, quoniam secundum quemcūq; punctū lineæ d z posito centro uisus d, semper magnitudines b g & a b æquales apparebunt, transponatur autem oculus, & sit extra lineam d z in puncto e dico quoniam magnitudines a b & b g inæquales apparent, producantur enim lineæ e a, e b, e g, & describatur circa a e g, trigonum circulus qui sit a e d g, per 5. quarti, & adijciant lineæ e b, linea recta b i, attingens in parte opposita puncti e circumferentiam, quia itaq; arcus a z est æqualis arcui z g, p ultimam sexti, propter rectitudinem angulorum ad punctum b, siue punctum sit centrum descripti circuli siue non, semper enim ex hypothesi, & per 3. tertij, & per 4. primi, & per 27. tertij, erit arcus d q maior arcui i g, palam





palam ergo, item per ultimam sexti, quoniam angulus a e i maior est angulo i e g, sed sub angulo a e i videtur magnitudo a b, ab oculo existente centraliter in puncto e, & sub angulo i e g videtur magnitudo b g, apparet ergo a b maior quam b g, oculo taliter disposito, ut patet per 20. huius, palam etiam per 118. huius, quod si oculus transmutetur secundum lineam e i illis magnitudinibus oblique incidentem, semper uisae magnitudines a b & b g apparent inaequales, & quanto propinquius ad punctum b, tanto apparent maiores per 16. primi, & per 20. huius, quoniam semper angulus extrinsecus maior sit angulo intrinseco sibi opposito. Si ergo super circuli circumferentiam centrum uisus moueri intelligatur, semper inaequales apparent magnitudines a b & b d, & si oculus extra circulum ponatur non existens in directo lineae d z, adhuc inaequales apparent magnitudines a b & b g, quod est propositum.

CXXI.

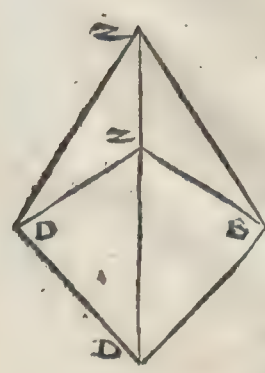
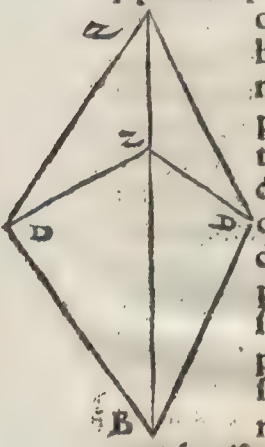
Sunt loca in quibus posito uisu aequales magnitudines communiter loca quaedam oblique occupantes, quandoque aequales, quandoque inaequales apparent.

Esto centrum uisus in puncto z, & sint duae magnitudines aequales uisae, quae g d & b g, quae communiter locum unum occupent nullo medio corpore interposito, oblique tamen coniungantur secundum angulum qui sit d g b, hunc ergo angulum per aequalia diuidat linea g z, per 9. primi, dico quod in quocumque puncto linea z g cadat oculus, semper aequales uidebuntur magnitudines b g & g d, potest autem hoc conuinci per 4. primi, & per 20. huius, semper enim angulus g z b est aequalis angulo g z d. Idem quoque accidit si super utramque illarum linearum b g & g d semicirculus describatur, & a puncto sectionis illorum semicirculorum qui sit z, ducantur lineae z b & z d, z g, tunc enim quia uterque angulorum b z g & d z g, erit rectus per 30. tertij, patet ergo per 20. huius, propositum. Idem quoque accidit si ultra punctum sectionis semicirculorum linea g z producat, & in eius puncto z centrum oculi ponatur, Sed est etiam locus in quo illae magnitudines datae aequales quae sunt b g & g d, uisui inaequales apparent, ad quam inueniendum, circa lineam g b semicirculus describatur, qui sit b z g, & circa lineam g d portio maior semicirculo quae sit g d z, possibile quoque est hoc super g d, describere portionem circuli capientem angulum dato acuto angulo aequalem per 32. tertij, Sed illa portio maior est semicirculo per 30. tertij, sic ergo descripta, & sit g z d, & ducantur lineae b z & g z & d z, angulus itaque b z g, est rectus per 30. tertij, & angulus g z d, acutus per eandem 30. sed sub maiori angulo uisa maiora apparent per 20. huius. Est itaque locus in quo magnitudines aequales inaequales apparent, ut punctus sectionis portionis maioris semicirculo constituta super unam magnitudinum, & semicirculi super alteram constituti, & hoc est quod proponitur.

CXXII.

Est locus in quo inaequales magnitudines communiter loca quaedam oblique occupantes, quandoque inaequales, quandoque aequales apparent.

Sit ut in praecedente centrum uisus in puncto z, & sint duae magnitudines quarum maior b g, minor uero g d, coniunctae secundum angulum d g b, qui diuidatur per 9. primi, per aequalia, ducta linea g z, dico quod oculo existente super quodcumque punctum lineae z g, semper magnitudines b g & g d uidebuntur inaequales, & b g maior: ductis enim lineis b z & d z, anguli ad punctum z sunt inaequales, & maior cui maior basis subtenditur, per 26. primi, quoniam si detur quod illi anguli sint aequales, erunt trigoni b z g & g z d aequilateri, & aequilateri, quod est contra hypothesein, palam ergo quod illi anguli erunt inaequales, uidebuntur itaque per 20. huius, illae magnitudines inaequales, & maior uidebitur ipsa b g, quoniam sub maiori angulo uidebitur. Sed & quandoque illae magnitudines uidentur aequales, describatur enim sicut in praemissa circa lineam b g maiorem ipsarum portio maior



maior semicirculo quae sit b z g, & ducantur lineae b z & z g, & circumscribantur lineae g d, minori portio similis portioni b z g, hoc est angulum aequalem angulo b z g, capientem, sit quoque communis punctus istarum sectionum punctus z, & ducantur lineae z b, & z g, z d, quia itaque angulus d z g, est aequalis angulo b z g, quoniam in similes cadunt portiones, oculi itaque centro posito in puncto z, qui est punctus communis sectionis istarum portionum, magnitudines b g & g d aequales apparent, quod est propositum.

CXXIII.

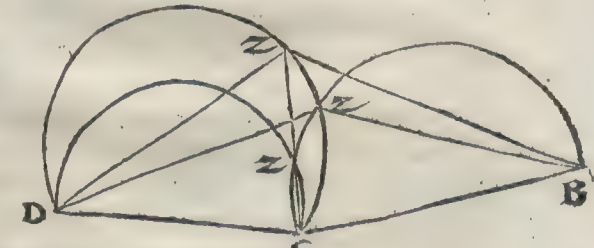
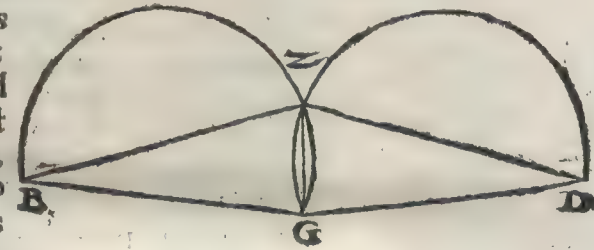
Sunt loca in quibus centro uisus posito aequales magnitudines erectae super subiacentem planam superficiem, quandoque aequales, quandoque inaequales apparent.

Sint duae magnitudines a b, & g d, aequales & erectae super subiacentem ipsis planam superficiem, dico quod est locus ubi posito centro uisus magnitudines a b & g d, apparent aequales. Ducatur enim inter ipsas in subiecta plana superficie linea recta, quae sit b d, quae diuidatur in duo aequalia in puncto e, per 10. primi, & a puncto e protrahatur perpendiculariter linea e z, super lineam b d, in eadem superficie per 11. primi, dico quod super lineam e z, perpendicularem super lineam b d existente centro uisus super magnitudines a b, & g d, aequales apparebunt. Sit enim oculus in puncto z, & ducantur lineae z a, z b, z g, z d, quoniam ergo illorum trigonorum b e z, & d e z, latus b e, est aequale lateri d e, & latus e z est commune, anguli uero z e b, & z e d, sunt aequales, quia recti, palam per 4. primi, quoniam linea z b est aequalis lineae z d. Sed & linea a b, est aequalis lineae d b per hypothesein, & anguli g d z, & a b z, sunt recti per definitionem lineae super superficiem erectae, erit ergo per 4. primi linea z a, aequalis lineae z g, & reliqui anguli reliquis angulis, angulus ergo a z b, aequalis est angulo g z d, ergo per 20. huius aequales apparent magnitudines a b, & g d, dico etiam quod quandoque inaequales apparent ipsae magnitudines a b, & g d, remanente enim praemissa dispositione in eadem subiecta superficie transmutatur centrum oculi extra lineam e z, & fiat in puncto i, & ducatur linea i e, ad medium punctum lineae b d, & ducantur lineae i a, i b, i g, i d, eritque per 24. primi linea i b, maior quam linea i d, ideo quod angulus b e i, est maior angulo d e i, aequis inter se lateribus contento, abscindatur ergo a linea i b, aequalis lineae i d, per 3. primi, sitque linea b t, aequalis lineae i d, & ducatur linea a t, quia itaque per definitionem lineae super superficiem erectae anguli i b a, & i d g sunt aequales, quia recti, erit per 4. primi angulus b t a, aequalis angulo g i d, Sed angulus b t a, per 16. primi, est maior angulo b i a, quia est extrinsecus trigono a t i, angulus ergo g i d, maior est angulo b i a, ergo per 20. huius, uisu existente in puncto i maior apparet linea d g, quam linea a b, & eodem modo de quolibet puncto extra lineam z e dato, demonstrandum: uariantur autem magnitudines in uisu secundum approximationem uel elongationem ab altero uisibilium, patet ergo propositum.

CXXIII.

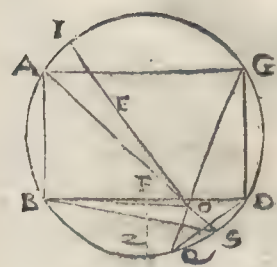
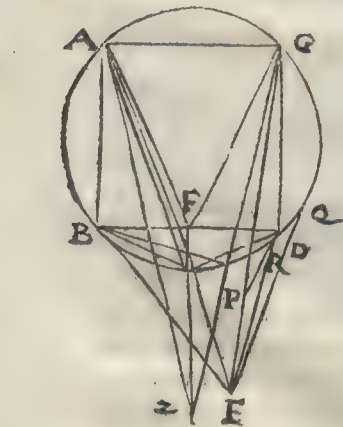
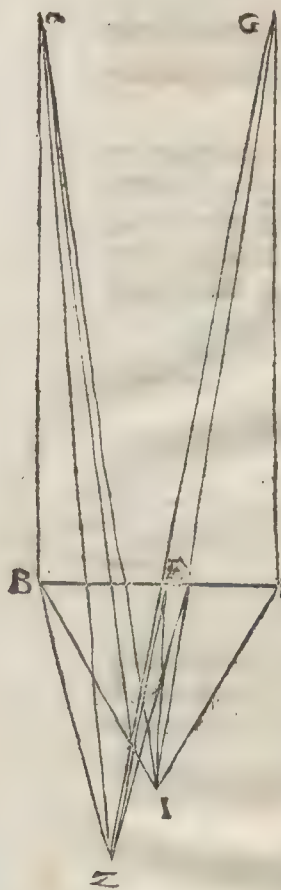
Sunt loca in quibus centro uisus posito in eadem superficie aequalia latera rectanguli quandoque aequalia, quandoque inaequalia uidentur.

Sit rectangulum a b d g, cuius duo latera a b & g d, sint aequalia, dico quod sint loca in quibus centro uisus posito, illa duo latera uidebuntur aequalia, circumscribatur enim illi rectangulo per 40. primi huius, & per 9. tertij circulus uicinus alterius arcum qui





sunt b d, & a g, in quocumq; puncto ponatur centrū uisus. Sit autem exempli causa pos-  
tus in puncto medio arcus b d, qui sit o, & copulentur lineæ quæ o a, o g, o b, o d, quia itaq;  
latera a b, & d g, sunt æqualia, erunt per 27. tertij arcus a b, & d g æquales, ergo per 26.  
tertij, erunt anguli a o b, & g o d æquales, ergo per 20. huius latera a b, & d g uiden-  
tur æqualia uisu existente in puncto o. Similiter quoq; demonstrandum de quolibet  
puncto amborum arcuum b d, & a g, semper enim centro uisus in quorumcunq; illorū



punctorum existente uidentur a b, & g d, magnitudines æquales. Si-  
militer quoq; si linea b d diuidatur per æqualia in puncto f, per 10. pri-  
mi, & in puncto f ponatur centrum uisus, tunc item per 4. primi, & 20.  
huius lineæ a b & g d uidebuntur æquales, & si a puncto f, ducatur per  
11. primi linea perpendicularis super lineam b d, quæ sit f, & secans per  
riferiam circuli in puncto o, tunc ad huc secundum præmissa in quocumq;  
puncto lineæ f z, ponatur centrum uisus, semper per 4. primi, & 20. hu-  
ius dictæ lineæ a b, & g d, apparebunt æquales, quod si centrum oculi  
sit extra circulum a b g d, ut in puncto e, q; sit exempli causa propinqu-  
us lineæ d g, q; ipsa b a, dico q; uidebitur linea a b, maior q; linea g d, p-  
trahantur enim lineæ e a, e g, e b, e d, secetq; linea e a, periferiam circuli  
in puncto t, & linea e g, in puncto r, & copuletur lineæ b t, & d r, & quo-  
niam, ut supra patuit lineæ a b, & g d, sunt æquales ex hypothesi, ergo p-  
27. tertij, erit arcus a b, æqualis arcui g d, erunt ergo per 26. tertij angu-  
li a b t, & g d r, æquales propter duorum arcuū æqualitatem, ergo per  
13. primi anguli b t e & d r e sunt æquales, quia uero arcus b t, est maior  
arcu d r, propter maiorem propinquitatem puncti e ad lineam d g, erit er-  
go p 28. tertij latus b t, maius latere r d, linea uero e t est minor q; linea  
e, q; patet ex penultima tertij, & 15. sexti, protracta prius a puncto e, p-  
16. tertij, linea e q, circulum contingentem in puncto q, tunc ergo cum  
linea a e, sit maior q; linea e g, ex hypothesi, patet etiā per 8. tertij, lineā  
a r, esse maiorem lineā e t, quia uero linea b t, est maior q; linea r d, & li-  
nea e t, est minor q; linea e r, fiat per 3. primi huius, ut quæ est propor-  
tio lineæ b t, ad lineam t e, eadem sit lineæ r d, ad aliquā lineam quartā,  
quæ necessario, ut patet ex præmissis, erit minor q; linea r e, abscindat  
ergo per 3. primi æqualis illi a linea r e, quæ sit r p; copuletur quoq; li-  
nea p d, ergo per 6. sexti trigona b t e, & r d p, æquiangula erunt, eritq;  
angulus r p d, æqualis angulo b e t. Sed per 16. primi angulus r p  
d, maior est angulo p e d; angulus ergo a e b, est maior angulo g e  
d, ergo per 20. huius, uidebitur linea a b, maior q; linea g d. Si autē  
centrum oculi consistat intra circulū, tunc immutetur figura, sicut  
ut prius circulus a b d g, circūscriptus rectangulo a b g d, cuius la-  
tus b d, diuidatur per æqualia in puncto f, & ducatur a puncto f, ad  
periferiam circuli perpendicularis super lineam b d, quæ sit z f, cō-  
sistatq; centrum uisus intra portionem z f d, ut in puncto o, dico q;  
linea g d, apparebit maior q; linea a b. Sit enim centrum illius cir-  
culi punctum e, ducaturq; lineæ o a, o b, o g, o d, producatu r linea  
a o, usq; in punctū circumferentiæ, q; sit g, & linea g o, usq; in pun-  
ctum q, & linea e o, usq; in punctum i, & copulentur lineæ q d, & g  
b, cum itaq; linea a s, sit maior q; linea g q, per 7. tertij, propter hoc  
q; punctus o, in q; est centrū uisus, datus est in portione z f d, propinquior  
lineæ d g q; lineæ q b, & propinquior puncto g, q; puncto a, linea q; a s, est  
propinquior centro e, q; linea g q, est ergo portio circuli & arcus a s ma-  
ior portioe circuli & arcu q g. Sed ut patet ex præmissis arcus a b, æqua-  
lis est arcu g d, per 27. tertij, & ex hypothesi. Ablatis ergo hinc & inde ar-  
cibus æqualibus, remanebit arcus b s, maior arcu q d, ergo per 28. tertij  
erit

erit corda b s, maior q; corda q d. Sed per 7. tertij linea o s, est minor q; linea o q, cum li-  
nea o s, sit propinquior diametro e i, q; linea o q, ut patet ex præmissis, quoniam ergo an-  
guli b s a, & g q d, per 26. tertij sunt æquales, quoniam cadunt in arcus æquales, in trigo-  
nis quoq; b o s, & d o q, latus b s, est maius latere q d, & latus q o, maius latere s o, ut pa-  
ter ex præmissis, & hæc latera hinc & inde continent angulos æquales, tunc per modum  
quo in præmissis superius uisum sumus, patet q; angulus b o s, maior est angulo q o d, ergo  
per 13. primi angulus b o a est minor angulo g o d, ergo per 20. huius, uidebitur linea g  
d, maior q; linea a b, centro oculi existente in puncto o, qd' est propositū. Similiter q;  
si centrum uisus fuerit in portione z o b, uidebitur linea a b, maior q; linea d g, hæc ergo  
latera trianguli qñq; uidentur æqualia, qñq; inæqualia in diuersis locis cētro uisus posi-  
to, quod est propositū.

CXXV.

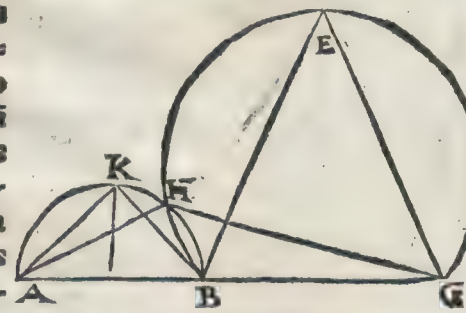
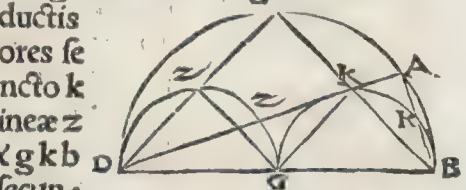
Sunt loca in quibus oculo posito inæquales magnitudines in idem cō-  
positæ æquales, utriq; inæqualium apparent.

Si duæ magnitudines datae b g maior, & d g minor, & circa utrāq; semicirculus  
describat, ut circa lineā d g semicirculus d z g, & circa lineā b g, semicirculus g k & ter-  
tius semicirculus describat circa totā lineā d b, q; sit d a b, ductis  
itaq; lineis d a & b a, pal, æquā pductæ lineæ secant minores se-  
micirculos, secet ergo linea a b, semicirculum g k b, in puncto k  
& linea d a, semicirculum d z g in puncto z, & ducantur lineæ z  
g & k g; palam itaq; per 30. tertij, quoniam anguli d z p, & g k b  
& d a b, omnes sunt æquales quia recti, oculi itaq; centro secun-  
dum puncta k a z transmutato, uidebitur linea b g, æqualis lineæ g d, & linea d b æquā  
lis alteri datarum, & linea d g æqualis ambabus lineis d g & b g, & idem accidit centro  
oculi secundum puncta formarum semicirculorum transmutato, patet ergo propositū.

CXXVI.

Possibile est inueniri loca a quibus æqualis magnitudo apparet medie-  
tas, uel quarta pars, & uniuersaliter in ea proportionem secundum quam pro-  
positus angulus diuidetur.

Sint duæ magnitudines a b & g b æquales, & circa a b describatur semicirculus qui  
sit a k b, qui per 29. tertij diuidatur per æqualia in puncto k, ductis lineis a k & b k, pa-  
lam quoq; per 30. tertij, quoniam angulus a k b est rectus, diuidaturq; angulus a k b,  
per æqualia per 9. primi, ducta linea k f, quæ per ultimam sexti necessario erit perpen-  
dicularis super diametrum a b, & incidet centro semicircu-  
li, ideo quia arcus semicirculi diuisus est per æqualia in pū-  
cto k, & per 32. tertij, supra lineam b g describatur portio  
circuli capiens angulum æqualem angulo a k f, & quoniam  
angulus a k f, est acutus, angulus enim a k b, qui est rectus  
est duplus angulo a k f, erit ergo illa descripta portio ma-  
ior semicirculo per 30. tertij, quæ sit b e g, eritq; angulus a  
k b, duplus angulo b e g, cadatq; punctus e in medio arcus  
b e g, quia itaq; lineæ a b & b g, uidentur directæ uisui op-  
positæ, cum uisus centrum est in punctis k & e, uidebitur ergo per 20. huius linea b a  
in puncto k, dupla lineæ b g, uisæ in puncto e, & quoniam omnes anguli in una portio-  
ne circuli super arcum consistentes sunt æquales, per 26. tertij, palam q; accidit similiter  
super omnia puncta illorum arcuum semicirculi, s. præmissi, qui a b k, & portioe b e g  
a quibus ductæ lineæ continent æquales angulos cū diametro, ita ut obliquitas uisionis  
hinc inde sit super eadem, uisu itaq; existente in pūcto communis sectionis ipsarū, q; sit  
punctus h, tunc eodem intuitu uidebitur linea a b, quasi dupla lineæ b g, & eodem ergo  
modo diuersificatur rerum æqualiū apparētia diuiso angulo per aliū numerū quēcūq;  
Generale enim est hoc, data magnitudine & angulo diuidere angulum secundum aliquā  
proportionem per 27. primi huius, & circa magnitudinem describere portioe circuli  
capientem

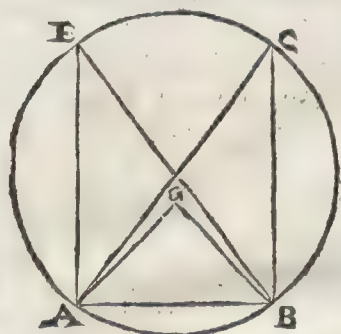




capientem angulum alicui diuidentium æqualem, & superposito centro uisus ad illum angulum, debetur apparentia magnitudinis uariari secundum illud, hoc est ergo propositum. In hoc tamen non modicum effectum habet longitudo distantie secundum rectam lineam protensa a puncto cōcursum linearū illū angulū cōtinentiū, qm̄ in omnibus uisus ex inæquali distantia, maior est proportio distantie maioris ad minorem, q̄ anguli ad angulum, ut patet per 1. huius, idem quoq; accidit, si angulus a k b, secundū aliam proportionem fuerit diuisus, & ei æqualis in portione circuli, super lineam b g, constitutur angulus, & eadem est demonstratio, patet itaq; propositum.

CXXVII.

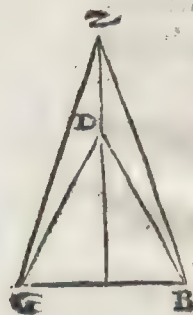
Sunt loca in quibus posito uisu eadē magnitudo q̄nc̄ totius suæ quantitatē, q̄nc̄ medietatis, q̄nc̄ quartæ, uel secundū datam proportionem uidetur.



puncta a b ductis sunt æquales per 26. tertij, & cuilibet illorū duplex est angulus qui ad centrum g, per 19. tertij, patet ergo propositum.

CXXVIII.

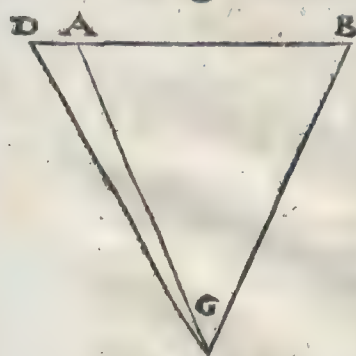
Oculo ei quod uidetur propius accedente uidebitur rei uisæ, quantitas augmentari.



B eius, quod fuit existente centro uisus in puncto 3, & hoc est propositum.

CXXIX.

Augmentatæ magnitudines uidebuntur oculo appropinquare.



lum sub quo fit uisio augmentari & æstimans rem eandem, iudicat se illam appropinquari uidere, omnes ergo auctæ magnitudines uidentur oculo appropinquare, & hoc est propositum.

CXXX.

Omnes magnitudines in eadem superficie iacentes extremis suis non in directo

in directo suo medio existentibus, totalem suam figuram quādoq; concuam, quandoq; uero faciunt conuexam.

Verbi gratia, uideat magnitudo g b d, iacens in aliqua superficie, & eius punctum mediū qd' est b, nō sit in directo suorū extremorū, sed extra illa. Sitq; oculus in pūcto k, & ducantur lineæ k g & k b, & k d, uidebitur itaq; tota figura g b d cōcaua, si eius mediū punctus sit remotior a uisu, accedat uero mediū punctus rei uisæ, qd' est b, ad uisum, & fiat p̄p̄inquier oculo, dico q̄ uidebitur tota magnitudo conuexa, uidet enim uisus simul puncta media & extrema, quorū formæ secundū ipsorū sitū & distantia describunt in superficie uisus, & accidit uisui passio quæ accidit ex superficiebus concuuis & cōuexis, apparent ergo illa concua & conuexa secundū diuersitatem situs sui puncti mediij, & hoc est propositum.

CXXXI.

Omniū mobilium æque uelociū secundum eandem lineam motum ultra punctum coniunctionis axiū uisualium, proximum uisui existentium remotiora uidentur tardius moueri.

Sint duo mobilia b & c, quæ moueantur æqualiter, & sit centrum uisus a, & sit ut mobilia b & c, sint super lineā a g, & sit b remotius a uisu q̄ c, q̄a ergo linea a b, est maior q̄ linea a c, palam per 7. huius, qm̄ secundū lineam a b sub minori angulo fit uisio q̄ secundū lineā a c, uisio ergo quæ fit in puncto b, minus erit certa, q̄ quæ fit in puncto c, & similiter per eandē 7. huius, sub minori angulo uidetur spaciū qd' in aliquo tempore pertransit mobile b, q̄ illud spaciū qd' in eodem tempore pertransit mobile c, motus ergo mobilis b, non cōprehenditur tam perfecte, ut motus mobilis c, uidebitur ergo b tardius moueri qd' sub maiori angulo uidetur mobile b, q̄ mobile c, & similiter spaciū qd' pertransit mobile b, sub minori angulo uidebitur q̄ spaciū, per quod in eodem tempore pertransit mobile c, minus ergo uidebitur spaciū per quod motū est mobile b, spacio qd' pertransit mobile c, per 20. huius, & si hæc mobilia ambo sint in linea obliqua ad uisum extra axem, ut linea a d, tunc ambo minus uidebuntur moueri suis ueris motibus, minus autem ad huc uidebitur moueri b, qd' est remotius a uisu q̄ ipsum c, quod si ambobus ipsi existentibus in una axe uisuali, & aliquid ipsorū fuerit intra concursum axiū propinquissimū uisui, illud propinquius penitus oblique uidebitur, ut per multas præcedentiū patuit, unde æstimabit tardius moueri, licet ipsum sit propinquius uisui, patet ergo propositum.

CXXXII.

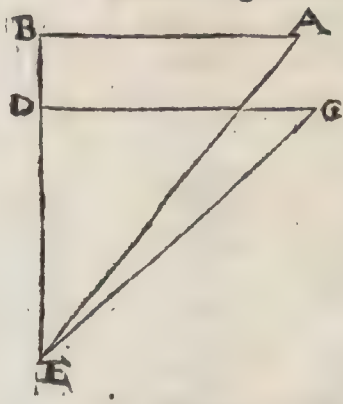
Omniū mobilium æque uelociū super lineas æquedistantes, non proximas uisui motorum remotiora uidentur tardius moueri.

Sint duo mobilia a & b, æque uelociter mota super duas lineas æquedistantes & æquales, quæ sint a d & b e, quarū remotior a uisu sit a d, sitq; centrum uisus punctum z, a quo ducantur lineæ z a, z b, z d, z e, dico q̄ mobile a, q̄ est uisui remotius, uidebitur fieri tardius q̄ mobile b, quod est propinquius, quia per 7. & 20. huius linea a d, uidebitur minor q̄ linea b e, cum tamen sint æquales, mobile ergo a, quod inæquali tempore æquales partes lineæ a d, abscindit, uidetur tardius moueri q̄ mobile b, q̄ in eodē tēpore proportionaliter diuisioni lineæ a d, maiores partes lineæ b e, abscindere uidetur, quous ut patet ex hypothese illæ partes hinc & inde sunt æquales, apparet ergo uelocius moueri mobile b, q̄ mobile a, remotius uisui: quādo em̄ mobile b peruenit ad punctū e, tunc mobile a, peruenit ad punctum d, qui uidetur esse retro punctum e, & ita uidetur mobile a, præpostera tum mobili b, quia linea b e, uidetur maior q̄ linea a d, mobile ergo a, æstimatur tardius moueri q̄ mobile b, quod est propositum.

F Oculo



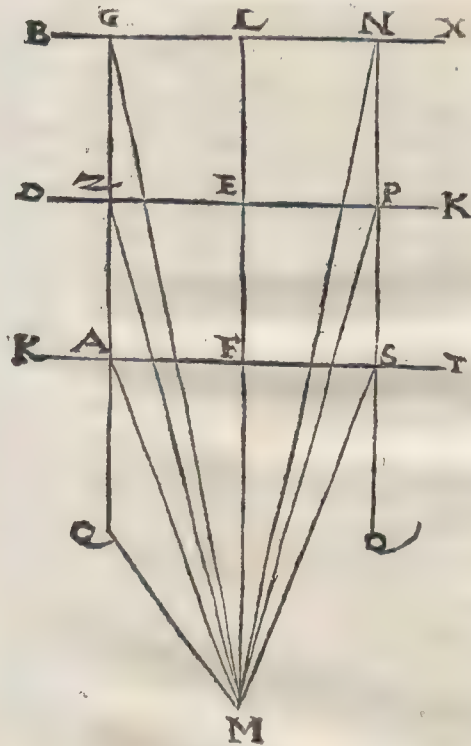
Oculo fixo existente & axe uisuali æqualiter transmutata, remotiora uisuum æqualiter distantium à priori situ axis, posteriorari uidentur.



Sint duo uisibilia a & g, exiffetia in duabus lineis æqualibus, quæ sint a b & g d, fitq; centrū uisus e, & fit ut axis uisualis trāseat ex puncto d, ad punctū b, erit ergo punctū b remotius à uisu, q̃ si punctū d, palā itaq; per 7. huius, qm̃ linea a b remotior à uisu sub minori angulo uidet, q̃ sua æqualis, quæ est g d, propinquior uisui, angulus ergo d e g, est maior angulo b e a, ergo per 20. huius lineæ g d, uidet maior q̃ linea a b, manente itaq; oculo fixo in puncto e, & axe uisuali mota per spacium totum, in quo sunt uisibilia a & g, pertransit axis propter minoritatē anguli b e a, respectu anguli d e g, citius uisibile a, q̃ uisibile g uidetur, ergo uisibile a fiet posterior uisibili g, qm̃ uiso g uidebit a retro illud, quod est propositum.

CXXXIII.

Mobilium secundū lineā cui perpendiculariter insistant æquedistantē  
lineæ ab oculo ductæ, æqualiter ad ductā ab oculo lineam motorū, illud  
quod remotius à centro uisus est antecedere, propinquius uero sequi ui-  
detur, transitu uero factō ad aliam partem lineæ ab oculo ductæ, remotius  
quidem subsequi, propinquius uero antecedere uidetur.



durabit quousq; linea g a, supponatur linea m l, tunc secundū lineā rectā m l, mobile k a  
ppinquius uisui uideb̄ q̄ alia, & maius per 7. & 20. huius, facto aut̄ transitu ultra lineam  
m l, ita ut mobilia quae fuerint prius dextra uisui, fiant sinistra, uel ecōtrario, tūc mobile  
remotius uisui uideb̄ se q̄, & ppinquius praeccedere ppter eandē causā quā prēmisi-  
mus, & ut hoc exemplariter pateat, sit ut mobile b g, qd est remotius ā centro uisus m,  
pertrāsita linea m l, perueniat ad locū lineae n x, & mobile d 3, ad locū lineae p r, et mobile  
k a, qd est ppinquius uisui perueniat ad locū lineae s t, ducatur quoq; ā centro uisus ad  
puncta n p, s, lineae m n, m p, m s, uidebitur ergo mobile n x, sublequi duo alia mobilia,  
ideo

LIBER QVARTVS. 114  
Ideo quod sicut præmissum est, linea  $nx$  magis approximat ad punctū  $l$ , q̃ linea  $pr$  ad punctū  $e$ , uel q̃ linea  $st$ , ad punctū  $f$ , igitur mobile  $bg$ , quod fuerit prius præcedens, cū peruenit ad lineā  $lx$ , uidebit̃ sequi, & linea  $ak$ , quæ fuerit prius subsequens sup̃ lineam  $st$ , uidebitur præcedere, & sic istorum mobilium mutato situ motus uidebitur diuersus, quod est propositum.

Pluribus mobilibus non æque uelociter ad eandem partem motis, ad quam mouetur & uisus, æquelocia uisui quiescere, tardiora uero contra moueri, & celeriora antecedere uidebuntur.

Sint tria mobilia b c d, & sit centrū oculi punctū a, sit autē inter hæc mobilia b, tar-  
dissimū, & c æqueuelox uisui, d uero sit uelocius q̃ c, et om̃ia moveantur ad eandem  
partē uniuersi, à centro quoq; uisus a, ducantur lineæ a b, a c, a d, cū itaq; motus fue-  
rit oculus a, tunc mobile c, quod est æqueuelox oculo æqualiter motū est cum oculo,  
nō ergo mutat sitū respectu oculi, ergo per 112. huius, ipsum quiescere uidebī 2, mo-  
bile uero b, quia est tardissimū, patet quod moto uisu ipsum est pertransitū per motū  
uelociorē ipsius uisus, & quia mobile c uidetur quiescere, & mobile b semp magis &  
magis remouetur à mobili c, propter excessum uelocitatis mobilis c, super mobile b,  
uidetur ergo mobile b ad partē contrariā moueri, mobile uero d, quia uelocissimū est  
præcedit mobile c, & ipsum uisum, & semp sit plus distans à uisu, uidet ergo præce-  
dere, patet itaq; ppositū.

C X X X V I.

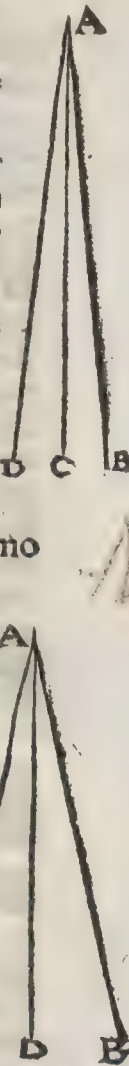
Si aliquibus mobilibus æque uelociter motis uisus apparet aliquid immo-  
tum, illud uidebitur ad partem contrariam alijs mobilibus moueri.

Sint em duo mobilia b & d, quæ moueantur æque uelociter ad unam partē contrariā, & sit c, aliquid nō motū. Sitq; centrū uifus a, ducantur à centro uifus lineæ a, b, a, c, a, d, quæ itaq; mobile b, mouet ad aliquē terminū, palā qm̄ ipſum fit p̄pinquius ad illū q; corpus c, quia nō mouetur, ſed & mobile d, æque uelociter motū eſt mobili b, uidetur ergo mobilia b & d, nō mutare ſitū adinuicē, corpus uero c mutat ſitū reſpectu illoꝝ amboꝝ mobiliū, uidetur ergo c, ad partē illius contrariā moueri, quod patet per 110. huius, & hoc eſt, ppoſitū, & ex hoc apparet quare motū uelociter nubibus luna uifā uidetur ad partem contrariā moueri, quia em̄ partes nubiū æque uelociter mouentur, ut b & d, lunæ uero motus propius à uifu ppter remotionē in paruo tpe nō percipit, ideo uidetur luna ut mobile c, ad partem contrariā moueri.

C X X X V I I.

Puncta signata in re circulariter mota, videntur circuli & lineæ superficies rotundæ.

Cū em talia mobilia sic signata mouent circulariter, qđlibet suor punctore motu suo describit circulū, qm qđlibet pñctū nō figitur in eodē loco tpe sensibili, sed in paruo tēpore circumgīrat totā circūferentiā super quā uoluitur, peruenit ergo tunc forma puncti signati in superficie uisus per modū circūferentiæ circuli, qm em motus circularis est totus unus, nō diuidens tempus, nō potest uisus cōprehendere formā puncti signati nisi secundū circūferentiā circuli, in minimo. n. tpe cōprehendit colorē illius pñcti cū circumgīratū, & si plura sunt pñcta secundū ordinē unius sub altero signata, plures uidebunt circuli subalternatim & ordinatē cōtenti, & hoc est ludus puerorū in trochis super planas superficies circulariter exagitatis, qm qñ trochus fuerit circūgīratus motu forti, & aspexerit qs ipsum, si unus est punctus in ipso signatus, uidebitur circulus, & si plura sunt pñcta ab inuicē distātia, uidebunt plures circuli æquidistātes, & circa idē centrū, & uidebit uisus differentiā colorū cuiuslibet illoꝝ circuloꝝ, & si plura pñcta diuersoꝝ colorū sibi adinuicē approximātur, cōprehendet uisus oēs illoꝝ pñctoꝝ colores quasi unū colorē, diuersum ab oībus colorib. q sunt in illis pñctis, qsi sit color cōpositus ex oīb. coloribus illoꝝ pñctoꝝ, & nō cōprehēdet lineationē neq; diuersitatē colorū, & si motus fuerit ualde fortis, cōprehendet uisus illud corpus motū, quasi gescēs & circulariter figuratū, ideo q nullū illius corporis pñctū figit in loco tpe sensibili, sed in minimo tpe gīratur tota circūferētia sup quā reuoluit, & similiter mota linea uidebit secundū lineæ longitudinē latitudo cuiusdā superficie rotundæ descripta in superficie ipsius uisus, & si linea illa





fuerit colorata, tunc propter motus uelocitatem, motus facit totam superficiem rotundam appare-  
re coloratam. & hoc est propositum. CXXXVIII.

In motus & quietis uisione error accidit uirtuti distinctiue ex intempe-  
rata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisae.

Ex intemperata enim luce accidit error in uisione motus & quietis, si enim de nocte com-  
prehendit uisus hominem aut aliquid nemus, forte occultabit ei distantia hominis ad nemus. Si itaque ui-  
dens moueat uersus hominem uisum, quanto magis ad illum accesserit, tanto distantiam illam certi-  
us uidebit, unde cum prius simul una cum nemore appareret ei homo uisus. & quanto ad eum plus  
accedit, plus uideat a nemore remotus, & certum est ei nemus immotum remanere, aestimabit  
ergo hominem ad partem contrariam nemoris incedere, licet ueritas sit ipsum hominem uisum im-  
motum & quietum esse, & etiam si homo de nocte uisus non plene comprehendit, quod modicum moueat  
non discernet motus eius, & uidebit quietes, hi autem errores non acciderent in temperata luce.  
Et intemperata etiam remotione error accidit in uisione motus & quietis. Si quis, non ad partem  
in qua luna aut sol aut stella aliquam uiderit moueri, cum post plurimum motum luna aut se ui-  
derit elongatam non minus quam in principio sui motus, aestimat ipsam lunam ad eandem partem secum  
moueri, & ab eo recedere, & ob hoc elongationes durare, & euenit hoc etiam in luna ad partem  
contrariam per rationem, acciditque hic error ideo, quia notum est homini, quod in his naturis inferioribus  
existentibus duobus corporibus, quod unum moueat in partem aliquam, si tunc permanserit identitas  
situs respectu alterius corporis, tunc necesse est etiam aliud corpus in eandem partem aequali motu fu-  
isse motum, hoc tamen non oportet sic aestimari in luna uel stellis, quoniam magnitudo uiae quam pagit quis  
motu suo, non est proportionalis magnitudini corporis lunae uel alterius stellae, ergo neque ex-  
cessus postremae proportionis ad stellam super primam, proportionate est sensibilis respectu totalis  
remotionis. Idem etiam error accidit in motu nubium, creditur enim, uelocissimus esse motus lunae, quia  
partes nubium, per quas uideat luna, subito mutantur, et luna nec cum his partibus nubium, nec cum il-  
lis uideat esse sita, & quia luna est corpus luminosum uisibilis quam nubes, aestimat luna moue-  
ri motu, quod secundum ueritatem non mouet. Similiter etiam accidit error in quiete, aliquis enim, non lo-  
ge uisus non ueloci motu motus, quiescere uideat, & propter hoc planetas credimus immotos  
licet uelociter moueantur, uiae enim quae incedunt in tempore paruo, non sunt perceptibiles uisui a tanta  
remotione, unde durante situ ipsarum, respectu uidentis identitate quiescere putant. Similiter  
etiam accidit hic error, si in eadem linea uisuali uel axe corpus aliquod uisum uel a uisu moueat  
Tunc enim ubi motus eius fuerit ualde fortis, putabit immotum, quia non percipit ante partes uel ipsum  
totum se aliter habeat nunc quam prius, uia enim quae incedit, est imperceptibilis a tanta remotione. Ex in-  
temperata etiam situs oppositiouis obligate accidit error uirtuti distinctiue in praemissis uisio-  
ne, unde aliquod uelociter nauigante in flumine, & oblique inspiciente arbores in ripa fluminis,  
tunc arbores ab axe uisuali multum elongatas aestimabit moueri, illae uero arbores quibus  
axis uisualis incidet quiescere uidebunt. Similiter rota aliquam mota, ut molendini oblique uisa ui-  
deat quiescere. Est autem hic error, propter solam obliquam rationem situs rei ad uisum, quoniam talis rota di-  
recte intuita moueri uideat. Ex intemperata etiam magnitudine accidit error in uisione praem-  
issarum. Si enim moueantur duo, quod unum sit paululum uelocius alio, putabit uidens esse aequaliter  
ipsorum motum, cum insensibile sit uisui unius motus super alium excrementum, & similiter quantitas  
excessus uiae quam transsit alius, imperceptibilis est uisui, unde iudicatur aequaliter motum & uiae  
& similiter res quae mota forte aestimabit non moueri, etiam si distantia a uisu fuerit terna. Ex  
intemperata etiam raritate accidit error in praemissis. Si enim in aere nubiloso obscuro duo cor-  
pora moueantur, quod unum alio paululum uelocius moueat, iudicabunt forsitan aequales ipsorum  
motus, cum propter intemperatam diafonitatem aeris discerni non possit motus unius ad motum al-  
terius excessus, uideat enim tunc perpendiculariter a uisu excessus uiae praeterita ab uno a uia per  
transita ab alio. Similiter etiam in tali aere a longitudine media non tamen parua si quis uideat a-  
quam fluentem, aut iudicabit eam immotam, aut si fuerit fortis eius fluxus, aestimabit minus mo-  
ta quam moueat. Ex intemperata etiam tempore fit maximus error in uisione motus & quietis, quod per  
se tempore modico comprehendi aequales iudicabunt, quia non est tam subito comprehensibilis ipsorum ex-  
cessus, & si aliquod tarde moueat hoc in tempore modico in respectu non uidebit moueri, quoniam uia per  
quam mouet in modico tempore, est imperceptibilis uisui, propter sui paruitatem, sed & uelocissime  
motum

motum circulariter, & in eodem loco manens, ut trochus, non aestimat moueri, locus enim tro-  
chi non mutat, & partes uelocissime redeunt ad priorem situm. Ex intemperantia etiam dispositio-  
nis uisus accidit error uisioni praemissis. Cum enim quis sapius in circuitu fuerit reuolutus &  
post quiescit, tunc putat quod uicini parietes moueantur, ideo quia spiritus uisibiles iterius moti  
discurrunt ex motu corporis ipsius facto, nec statim quiescente corpe exteriorum spiritus intrinse-  
cus moti quiescunt, eo quod leuior corpe grosso sunt illo mobiliore, & minor uirtus ani-  
mae mouet illos, illi autem moti formas motas uirtuti distinctiue representant, uident enim omnia  
moueri, quoniam formae motis spiritibus uirtuti aiae offerunt etiam post quietem ipsius uidentis, &  
huius simile est etiam in alijs motis, trochus enim diu post quietem manus motricis mouet, & non quod  
eiecit quoscumque uirtus influxa sibi desinit mouere. Est etiam quidam corporis & oculorum infirmitas, in  
qua uident omnia circuuolui. Si etiam corpus similitudinem prius uoluat tarde, ut accidit in quibusdam rotis  
horologiorum, tunc uisus debilis non percipiet motum eius, neque etiam sanus uisus percipiet motum per  
ui tempore. Si uero sit corpus dissimilius prius, ut in rotis molendini, tunc forte etiam uisus debilis com-  
prehendit motum, nisi ualde festina fuerit rotae reuolutio, quia propter uelocitatem motus forte  
dissimilitudo prius rotae non poterit comprehendere, patet itaque illud quod proponebatur.

CXXXIX.

Asperitas comprehendit a uisu ex comprehensione lucis superficie corporis.  
asperit incidentis, per quam comprehendit diuersitas situum partium superficie corporis.

Cum asperitas sit diuersitas situs partium superficie corporis, palam per se secundi  
huius, quod partes praeminentes umbram faciunt quando lux incidit superficie illius  
corporis, partes ergo praeminentes erunt manifestae luci & discooperatae, & in partes per-  
fundas perueniunt umbrae permiscuentes lucem illis partibus incidentem, diuersificabitur  
ergo forma lucis in superficie illius corporis, quod non accidit in superficie plana, eius  
enim partes sunt consimilis situs, & sit forma lucis in omnibus suis partibus consimilis,  
uisus itaque cognoscit formam lucis in superficiebus asperis & planis diuersam propter fre-  
quentationem uisionis superficieum asperum & planarum, & secundum hoc diuisio  
cata asperitatem superficieum uel planiciem in corporibus asperis quibuscumque, sed si su-  
perficie asperae partes fuerint ualde praeminentes, potest etiam uisus comprehendere  
praeminentiam illarum partium ex comprehensione distantiae quae est inter partes, & sic ex  
comprehensione diuersitatis situs partium superficie corporis asperi comprehendit etiam  
asperitatem illius, & erit etiam lux in illa asperitate maximae diuersitatis, quoniam ma-  
ioribus umbris distincti permiscetur, & ex diuersitate formae lucis uidebitur distantia  
partium, & diuersitas situs earum, & ex hoc uidebitur corporis asperitas, quod si praemi-  
nentiae partium superficie rei uisae fuerint paruae ualde, non comprehendit uisus illam  
asperitatem corporis nisi cum multa appropinquatione intuitus, sit ergo per diuersita-  
tem lucis superficiebus corporum asperorum incidentis, & ex consequenti per compre-  
hensionem diuersitatis situum partium superficie corporis, asperitas comprehenditur  
a uisu, patet ergo propositum.

CXL.

Lenitas siue planicies comprehendit a uisu ex comprehensione lucis superficie  
lenis corporis incidentis illis per suam partium omnimodam aequalitatem.

Quia enim lenitas est aequalitas situs partium superficie, patet quod partes cor-  
poris lenis sunt consimilis situs, lux ergo illis corporibus incidens sit consimilis & in illis  
umbris permixta, unde etiam corporis tersitudo siue politio, quae est quaedam lenitas  
uel planicies, comprehenditur a uisu ex scintillatione lucis in superficie illius corporis, &  
ex situ secundum quam reflectitur lux ad uisum, uel ad aliud corpus obiectum, compre-  
hendit etiam uisus quandoque planiciem per intuitum diligentem, per quem compren-  
dit partium superficie uisae aequalitatem, quandoque etiam comprehendit ipsam planiciem  
superposito uisu in una parte illius superficie uisae, & cum formae partium extremarum  
illius superficie quae sunt remotiores a uisu secundum lineas rectas perueniunt ad uisum  
in ipsa superficie productas, tunc uisus sic ipsius superficie planiciem comprehendit, patet  
ergo propositum.

CXLI.

In asperitatis & lenitatis uisione error accidit uirtuti distinctiue ex intem-  
perata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisae.



Ex debilitate enim lucis error accedit uisioni asperitatis et lenitatis, quia de nocte uisa asperitas forte iudicabitur lenitas, aut econuerso secundum qualitatem rei uisæ, et etiam cum a capillis nigris lotis sit lucis reflexio, æstimantur illi capilli summæ plani, cum sint secundum ueritatem asperi, eo quod est in eis diuersitas & distantia innumerosa. Superflua etiam longitudo distantie errorem ingerit uisioni asperitatis & lenitatis, unde in pictis capillis uel uestibus alicuius pictæ imaginis propter longitudinem distantie æstimatur asperitas, ideo quia sensus consueuit accipere asperitatem in capillis ueris, & idem accidit in rugis uestium depictarum, quæ propter distantiam uidentur replata, cum sint in una superficie constitutæ. Similiter etiam si magna distantia opponatur uisui corpus, in quo est modica asperitas, putabitur lenitas, quia à tali distantia non potest discerni diuersitas partium aut projectio umbræ partium eminentium super depressas, unde iudicatur in eo lenitas. Ex intemperantia etiam situs sit error in uisione asperitatis & lenitatis. Si enim a capillis depictis alicuius pictæ imaginis fiat obliqua reflexio lucis, utpote uisui non existente in loco reflexionis fiet comprehensio asperitatis capillorum, cum non sit nisi lenitas in illis; hoc autem non accideret uisui directe lucem reflexam excipienti, quia tunc uera lenitas appareret, cum etiam corpus aliquod in quo est modica asperitas obliquatum fuerit ab axe uisuali, tunc apparebit lene, quod si directe uisui opponeretur, sua asperitas uisui se offert. Ex intemperantia etiam magnitudinis error accedit uisioni præmissorum, cum enim occurrerit uisui res multum parua, uidebitur forte lenitas ubi est asperitas, aut econuerso, non enim comprehenditur prominentia partium aliarum super alias propter minimam corporis paruitatem. Ex soliditatis etiam intemperantia error accedit uisioni præmissorum. Si enim in corpore multum raro fuerit asperitas non magna, putabitur forte lenitas, & si totum fuerit lene, & trans ipsum uideatur corpus asperum aut diuersorum colorum, æstimabitur hoc corpus quod est rarum & lene esse asperum, & erit error in asperitate & lenitate. Ex intemperantia etiam raritatis error accedit uisioni præmissorum, quia in aëre nubilofo obscuro uidebitur corpus asperum esse lene propter latentes asperitatis causas, & uisa reposita cum non discernitur reflexio ab ea, æstimabitur forte aspera. Ex paruitate etiam temporis sit error in uisione præmissorum, cum enim subito uidetur aliquod asperum æstimabitur lene, & si lene uisum fuerit subito non poterit discerni lenitas aut asperitas, unde sub dubio sit error. Ex uisus etiā debilitate sit error in uisione præmissorum, quia forte uisus debilis reputabit corpus modice asperum fore lene, uel econuerso, si in formis corporis asperi & leni fuerit dissimilitudo, patet ergo propositum. CXLI.

Diafonitas comprehenditur à uisu ex comprehensione formæ corporis ultra corpus diafonum existentis.

Quod diafonitas comprehendatur modo proposito satis patet, dicimus enim ut in principio secundi huius præmissimus, illa corpora diafona, quæ sunt per uia uisui ad alia corpora uidenda, corpus itaque diafonum per se non uidetur, ut patet per 14. tertij huius, nisi in ipso sit aliqua spissitudo respectu diafonitatis aëris interiacentis uisum, ut est cristallus & berillus, & similia densa diafona, sed etiam illorum diafonitas à uisu non comprehenditur, nisi ex comprehensione formæ corporis existentis ultra illa uel in circuitu ipsorum, quorum lux uel color per media illa diafona peruenit ad uisum, cum ergo uisus comprehendit, quod forma lucis uel coloris comprehendi à se est solum corporis ultra corpus diafonum existentis, tunc sentiet diafonitatem corporis diafoni; quod si corpus diafonum fuerit debilis diafonitatis, utpote maioris spissitudinis quam alia diafona, & corpora ultra ipsum existentia fuerint debilis lucis uel coloris, tunc diafonitas eius uix comprehenditur à uisu, ubi apponatur forti luci, tunc enim potest eius diafonitas melius comprehenditur: propter applicationem aut proximam corpore ualeat spissior talibus corporibus diafonis, ipsorum comprehensio à uisu quantum ad partem applicationis penitus impeditur, ut patet de hyaspide in auro, patet ergo propositum. CXLI.

Spissitudo siue densitas comprehenditur à uisu ex priuatione diafonitatis.

Cum enim uisus comprehendit corpus aliquod, & non sentiet in ipso aliquam diafonitatem, statim arguet ipsius spissitudinem, quia cum statim ad illud corpus terminatur operatio

uio uisura, nec aliquid penetrat, per illud uero uisus exercetur ad uidendum ultra ipsum formas aliorum corporum, tunc iudicat uisus ipsum esse spissum siue densum & partium compactarum, & sic comprehenditur spissitudo uel densitas à uisu ex priuatione diafonitatis, quod proponebatur. CXLI.

In raritatis & soliditatis uisione error accedit uirtuti distinctiue ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ.

Ex lucis enim debilitate ut de nocte uidebitur corporis multum rari minor esse raritatis, quia tamen trans ipsum non plena sit comprehensio formæ corporis solidi, æstimabitur remissio raritatis uiam transitus formarum prohibere, & corpus modice rarum etiam tunc iudicabitur solidum. Ex intemperantia etiam remotionis sit error in uisione præmissorum, cum enim circa oculum erigitur acus, aut aliquid aliud multum subtile, licet illud appareat uisui maius quam sit, tamen nihil occultatur ei de opposito pariete aut alio corpore, unde quia raritas non perpenditur, non quod retro corpora rara alia corpora uidentur, ut patet per 142. huius, æstimabitur diafonitas esse in acu, aut in alio corpore, cum retro ipsum totus paries uideatur, quod tamen accidit ideo, quia remotio tam modica respectu occultationis acus est immoderata. Similiter etiam si quis à longe intueatur corpus rarum retro, quod non sit aliquod corpus coloratum aut tenebrosum, non reputabitur illud corpus rarum sed solidum, quia retro ipsum non percipitur aliud corpus quod est proprietas corporum rarorum. Ex intemperata etiam situs dispositione accidit error in prædictorum uisione. Si enim descenderit lux declinata in uitrum plenum uino, & lateat uisum transitus lucis per uitrum, & sit magna declinatio lucis illius à radijs incidentibus, lateat quoque uidentem uinum esse in uase uitreo, tunc æstimabitur à uidente uinum esse corpus solidum, scilicet uinum cum uase uitreo, & non accidet hic error in transitu lucis per uas uitreum directe oppositum. Ex intemperata etiam magnitudine accidit error in uisione præmissorum. Si quis enim intueatur corpus ualde purum politum, ut ab eo lux possit reflecti, & sit simile margaritæ, iudicabit ipsum uisus esse rarum cum sit densum, simul uiso corpore raro multum paru, quia post ipsum non sit corporis solidi comprehensio, simulabitur solido. Ex intemperata etiam soliditate sit error in uisione præmissorum, si enim retro corpus ualde rarum sit aliquod corpus non multum rarum & colore forti coloratum, tunc apparebit primum non multum rarum, sed assimilabitur eius raritas posterioris corporis raritati, ut uitrum alij uitro suppositum non apparet ita rarum sicut apparet adhibito uisu si bi soli, unde sit error in raritate. Si autem post corpus rarum ponatur ualde propinque corpus solidum, tunc primum iudicabitur solidum, & sit error in soliditate. Si etiam uas uitreum ualde rarum contineat uinum, cum post illud non percipiatur lux aut corpus aliud, iudicabitur forte uinum ipsum cum uitreo esse unum corpus solidum. Item etiam accidit error in uisione præmissorum ex paucitate raritatis. In aëre enim nubilofo obscuro corpus rarum apparebit minus rarum, & forte putabitur solidum, & ita sit error in soliditate & raritate. Ex paruitate etiam temporis sit error in uisione præmissorum, luce enim declinata super corpus remisse rarum, ipso quoque descendente subito per uisum, cum non percipiatur declinatio lucis, putabitur forsitan quod illud sit rarum in finem raritatis, cui si in tempore maiori fiat intuitus, percipientur ab ipso uisu declinationem lucis esse causam apparentiæ maioris raritatis in corpore remisse raro. Si quis etiam instanter intueatur corpus rarum, & post ipsum non discernat lucis transitum, putabit ipsum esse solidum. Debilitas etiam uisus errorem inuehit uisioni præmissorum, cum enim fuerit in corpore raro soliditas pauca, æstimabitur à uisu debili illa soliditas maior quam uera, & cum fuerint in corpore raro color fortis aut post ipsum, aut raritas modica, putabitur illud corpus uisui debili esse solidum, patet ergo uniuersaliter in omnibus illud quod proponebatur. CXLV.

Umbra comprehenditur à uisu ex priuatione alicuius lucis luce altera præsentem.

Est enim umbra priuatio cuiusdam lucis existente à se præsentia lucis alterius in loco umbroso: cum itaque senserit uisus corpus uicinum umbræ maioris illuminationis, & fortioris quam corpus existens in loco umbroso, tunc sentiet obumbrationem illius loci & priuatio



privationem lucis incidentis corporibus vicinis ipsi, cum itaque visus senserit aliquam lucem in aliquo loco, qui careat luce solis prima, quæ projicitur secundum directionem radii, percipiet tamen secundam quæ fit ex diffusione lucis primæ, ut cum in domum unicam habentem fenestram radius solis incidit, totam domum sui diffusionis illuminatis, tunc visus extra locum radii existens sentiet umbrationem loci, & privationem à prima luce solis quæ est in radio vel in alia luce forti, & forte visus quandoque statim sentiet corpus umbrosum, quandoque non nisi per diligentem intuitionem, & quandoque videbit umbram multiplicatam secundum diversarum lucium privationem, semper aliqua luce remanente, ex cuius actualitate visus possit suam actionem ad alia exercere: uniuersaliter itaque secundum omnes modos umbrarum quos præmissimus possunt uideri umbræ, & hoc est propositum.

## CXLVI.

**Obscuritas comprehenditur à visu ex omnimoda privatione lucis.**

Cum visus comprehendit aliquem locum & nullam lucem in illa, tunc sentiet eius obscuritatem, licet forte illa obscuritas ab umbris causetur, ut in carcere cæco de die propter umbras denorum parietum uidetur obscuritas, & nox obscura est ex umbra terræ, est ergo obscuritas umbra magna, cuius terminus ad aliquid lucidum pertingere non sentitur, sicut etiam umbra est obscuritas parua habens aliquam actum lucis, & ad alia quod lucidum terminata, patet ergo propositum.

## CXLVII.

**In umbræ & obscuritatis uisione error accidit uirtuti distinctiue ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ.**

Ex intemperata luce dispositione error accidit in uisione umbræ & obscuritatis. Si enim in pariete albo fuerint partes obscuræ, & cadat super parietem albus lux candelæ, potest accidere quod uidens illam obscuritatem iudicabit ipsam esse umbram, & forsitan uidebitur quod procedat apparens umbra à pariete uicino, & si fuerit in parte parietis nigredo multum intensa, æstimabitur forte uacuitas foraminis præbens iter egredientibus tenebris, & si tota superficies parietis sit denigrata intensa nigredine, forsitan totus paries æstimabitur quædam obscuritas tenebrarum, sicut accidit in pariete cooperato fuligine fumorum uiso sub debili luce. Ex superfluitate etiam remotionis error accidit in uisione umbræ & obscuritatis. Si enim à maxima distantia opponatur uisui corpus album, in quo sit aliqua pars tenebrosa luce solis super corpus illud descendente, apparebit umbra in parte corporis tenebrosa, & si tunc uideatur corpus aliud iuxta illud primum, æstimabitur quod umbra apparens projiciatur ab illo alio corpore super primum. Sic ergo propter excessum distantie fit error in uisione umbræ, si etiam à longe uideatur corpus album in quo sint partes multe nigre, æstimabuntur fortassis in parte illa tenebræ, credetur enim aliqd corpus album secundum sui partes nigras perforatum, per quos fiat egressio tenebrarum existentium retro corpus album: hoc autem non accideret in temperata remotione. Ex inordinatione etiam situs oppositiōis accidit error in uisione præmissorum, sicut & ex intemperata remotione: corpore enim aliquo elongato si fuerit in eo pars tenebrosa, putabitur fortassis umbra, & si corpus aliquod fuerit circa illud primum positum, æstimabitur umbra projici ab illo secundo corpore super primum, & si in corpore illo fuerit pars multum nigra, æstimabitur forte in loco illo cuiusdam foraminis perforatio per quam egrediatur tenebra existens retro corpus album, hoc autem non accideret in corpore approximanti directioni opposita. Ex paruitate etiam quantitatatis rei uisæ accidit error in uisione præmissorum. Si enim in pariete albo uisui opposito fuerit punctorum non ualde nigrorum distinctio, adhibita luce solis directe in pariete cadente uel prope, æstimabuntur à uidente singula puncta illa singula esse foramina in quibus sit umbra, cum lux non penetret ea, sicut solet accidere luce super superficiem foraminum multorum cadente, & fit error umbræ ex sola punctorum paruitate: quod si illa puncta sunt maximæ nigritudinis, tunc æstimabuntur esse foramina parua per quæ transeant tenebræ, & sic etiam sola illorum punctorum paruitas est causa apparitionis tenebrarum.

**brarum.** Ex intemperata etiam soliditate, utpote propter defectum soliditatis fit error in umbræ & obscuritatis uisione, luce enim solis in domum per foramen aliquod descendente, & super fenestram uitream cadente, si domus illa fuerit umbrosa, apparebit super fenestram illam umbra, licet in ueritate lux super ipsam inciderit, quæ quidem lux comprehendetur si solidum esset fenestræ corpus, quam tunc lux non penetrat, & ita super solidum corpus lux apparet, fit ergo error in umbra propter defectum soliditatis. Si militer etiam fit error in uisione tenebrarum secundum obscuritates ex indispositione soliditatis, quia luce solis in aqua fluminis directe non descendente aut in mare, sicut accidit in hora matutina & uespertina, si fuerit magna claritas in qua apparebit tenebrosa, & quanto fuerit clarior tanto apparebit tenebrosior, & accidit hoc, quoniam pars aquæ superior umbram projicit super proximam partem aquæ inferioris, & illa proxima super aliam proximam inferiorem, & ita per singulas partes semper superior projicit umbram super inferiorem usque ad fundum aquæ, & licet singularum partium umbra in se sit modica, plures tamen umbræ coniunctæ unam faciunt maximam umbram, sicut palam est in colore uini accidere. In modica enim quantitate uini color est debilis, & in multa quantitate uini licet totum uinum sit homogeneum in substantia & colore, fit fortior idem color. Cum autem querit in mari umbra suis partibus superioribus super inferiores facientibus, uideantur esse tenebræ in maris claritate, hoc est quoniam intensa ipsius claritas est signum intense raritatis, quæ formis uisibilibus maiorem concedit penetrationem, unde fit maior diffusio formarum plurium maris partium umbram facientium, quarum umbrarum aggregatarum perceptio inducit similitudinem tenebrarum. Si uero mare fuerit turbulentum propter diminutam raritatem, penetrabunt formæ partium paucae peruenientes ad uisum, & comprehendetur modica aquæ pars, quæ liceat facit umbram, tamen cum ipsa sit modica erit umbra remissa, & uincet color illius partis umbræ. In turbida enim aqua aliquis color partium aquæ apparet, & in clara nullus, unde & propter apparitionem turbidum colorem, & propter umbræ partis apparentis remissionem non comprehenditur in aqua tenebræ, & inde est cum fuerit turbida apparebit colorata, & cum est clara apparebit tenebrosa. Solis autem radio cadente directe super maris superficiem, cum ei propter raritatem eius pateat transitus, abijcitur omnis tenebra & umbra apparentia. Ex defectu itaque soliditatis causatur & umbra & tenebræ, quia per corpus perfectæ solidum non fit transitus luminis, & per corpus perfectæ raritatis fit transitus luminis sine umbra. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uisione præmissorum. Si ultra aërem nubilosum uel tenebrosum ut in crepusculis uideatur corpus album, in quo sint particule rotundæ nigre, tunc luce ignis in corpus illud cadente, ita ut non mutetur tota dispositio aëris illius, apparebit in locis illis umbræ, aut forte reputabuntur foramina præstata uiam tenebris, quæ sunt retro illud corpus ad uisum pertingentes, sic ergo propter corporis intemperatam raritatem accidit error in uisione umbræ & obscuritatis. Ex paruitate etiam temporis accidit error in uisione præmissorum. Si enim in albo pariete sint partes subnigre descendentes super ipsum parietem luce ignis, illæ partes nigre subito uisæ putabuntur esse umbræ. Si uero nigredine illarum partium fuerit intensa, tunc æstimabuntur foramina tenebris plena. Ex uisus etiam debilitate error accidit uisioni præmissorum. In pariete enim albo maculæ sub nigre descendente luce super ipsas apparent debili uisui esse umbræ, & si fuerint multæ nigre apparebunt esse foramina, per quæ tenebræ ex locis quæ sunt retro illum album parietem perueniant ad uisum. In omnibus ergo præmissis octo uisibilibus circumstantiis patet quod proponebatur.

## CXLVIII.

**Pulchritudo comprehendit à visu ex comprehensione simplici formarum uisibilibus placentium animæ, uel cōiunctione plurium uisibilibus intentio num habentium ad inuicem proportionem debitam formæ uisæ.**

Fit enim placencia animæ, quæ pulchritudo dicitur, quandoque ex cōprehensione simplici uisibiliū formarum, ut patet per omnes species uisibiliū discurrendo, ut em̄ exemplar



placiter dicamus, & alia per hoc accipiantur. Lux quæ est primum uisibile facit pulchritudinem, unde uidentur pulchra sol & luna & stellæ propter lucem solâ. Color etiâ facit pulchritudinē, sicut color uiridis & roseus, & alij colores scintillantes formâ sibi appropriati luminis uisui diffundentes. Remotio quoq; & approximatō faciūt pulchritudinem in uisu, in quibusdā em formis pulchris sunt maculæ turpes parvæ & rugiosæ, displicentes animæ uidenti, quæ ppter remotiōnem latent uisum, & forma placita animæ ex illa remotiōne peruenit ad uisum. In multis quoq; formis pulchris sunt intentiones parvæ subtiles cooperantes pulchritudini formarum, sicut est lineatio decens & ordinatio partium uenusta, quæ tantum in p̄pinitate ad uisum apparent, & faciūt formâ uisui pulchram apparere. Magnitudo etiâ facit pulchritudinem in uisu, & ppter hoc luna apparet pulchrior alijs stellis, quia uidetur maior, & stellæ maiores pulchriores minoribus, ut maxime patet in illis stellis quæ sunt magnitudinis primæ uel secundæ. Situs quoq; facit pulchritudinē in uisu, quoniâ plures intentiōes pulchræ nō uidentur pulchræ nisi per ordinatiōem partium, unde scriptura & pictura, omnes quoq; intentiones uisibiles ordinatæ & permutatæ nō apparent pulchræ nisi p̄ cōpetentem sibi sitū, quamuis enim figuræ linearū sint oēs p̄ se bene dispositæ & pulchræ, si tamen una ipsarū est magna & alia parua, nō iudicabit uisus pulchras scripturas, quæ sunt ex illis. Figura etiâ facit pulchritudinem, unde artificiatæ bene figuratæ uidentur pulchræ, magis aut opera naturæ, unde oculi hominis cū sint figuræ amigdalæ & oblongæ uidetur pulchri, rotundi uero oculi uidentur penitus deformes. Corporeitas etiâ facit pulchritudinē in uisu, unde uidetur pulchrū corpus sphaera & columna rotunda & bene quadratum corpus. Continuatio quoq; facit pulchritudinem in uisu, unde spatia uiridia cōtinua placent uisui, & planities spissæ uirides, quia quæ accedunt continuati sunt pulchriores eisdem dispersis. Diuisio etiâ facit pulchritudinem in uisu, unde stellæ separatæ & distinctæ sunt pulchriores stellis approximatis nimis ad inuicem, ut stellæ galaxiæ & candelæ distinctæ sunt pulchriores magno adunato igne. Numerus etiâ facit pulchritudinem in uisu, & propter hoc loca cœli multarum stellarū distinctarum sunt pulchriora locis paucarū stellarum, & plures candelæ sunt pulchriores paucis. Motus quoq; & quies faciūt in uisu pulchritudinem, motus em hoīs in sermone & separatione eius facit pulchritudinē, & ppter hoc apparet pulchra grauitas in loquendo & taciturnitas distinguens ordinate uerba. Asperitas etiâ facit pulchritudinem, uillositas enim pannorū cathenatorū & aliorū placet uisui. Planities quoq; uisui pulchritudinem facit, quia planities pannorum sericorum & si ad positionem siue tensionē accedunt placet animæ, & est pulchrum uisui. Diafonitas etiâ facit pulchritudinem apparere, quia per ipsam uidentur de nocte res micantes, ut patet de aëre sereno per quem nocte uidentur stellæ, qd non accidit in aëre condensato ppter uapores. Spissitudo etiâ facit pulchritudinem, quoniam lux & color & figuræ & lineatio & omne pulchrum uisibile comprehenduntur à uisu propter terminationem corporum quibus insunt, quæ terminatio à spissitudine causatur. Et umbra facit apparere pulchritudinem, quoniâ in multis formis uisibile sunt maculæ subtiles reddentes ipsas turpes cū fuerint in luce, quæ in umbra uel luce debili uisum sunt lateantes. Tortuositas quoq; quæ est in plumis auisū, ut pauonum & aliarū, quia facit umbras, facit apparere pulchritudinē uisui propter umbrā, quæ uisui admixtione cū lumine causat uarios colores, qui tñ non apparent in umbra uel in luce debili. Obscuritas etiâ facit pulchritudinem apparere uisui, quoniam stellæ nō uidentur nisi in obscuro. Similitudo etiâ facit pulchritudinē, quoniam membra eiusdē aialis ut Socratis non apparent pulchra, nisi quādo fuerint consimilia, unde oculi quoq; unus est rotundus et alter oblongus non sunt pulchri, uel si unus maior fuerit altero, uel unus niger & alter uiridis, uel si una gena fuerit profunda & altera prominens, erit em tota facies nō pulchra, qm̄ enim partes congenæ nō fuerint cōsimiles. Diuersitas etiâ facit pulchritudinem, quoniâ diuersæ p̄tes uniuersi ornāt & pulchrū faciūt uniuersum, & diuersæ partes aialiū aialia; eandem quoq; manum ornat diuersitas digitorum, omnis enim pulchritudo membrorum est ex diuersitate figurarum partium ipsarum, sic ergo pulchritudo comprehenditur à uisu.

uisu ex comprehensione simplici formarum uisibilium placentium animæ, quodlibet tamen istarum uisibilium intentionum nō facit pulchritudinem in qualibet forma in qua uenit illa intentio ad uisum; quælibet enim figura nō facit pulchritudinē in qualibet forma, & similiter de alijs omnibus intentionibus particularibus uisibilium quorumcunq;. Ex coniunctione quoq; plurium intentionum formarū uisibilium ad inuicem, & nō solum ex ipsis intentionibus uisibilium fit pulchritudo in uisu, ut quoniam colores scintillantes & pictura similiter proportionata sunt pulchriora coloribus & picturis carentibus ordinatione consimili, & similiter est in uultu humano. Rotunditas enim faciei cū tenuitate & subtilitate coloris est pulchrior quàm unum sine altero, & mediocris paruitas oris cum gracilitate labiorum proportionali est pulchrior paruitate oris cum grossitudine labiorum. In multis itaq; formis uisibilium cōiunctio, quæ est in formis diuersis, facit modum pulchritudinis, quem nō facit una illarum intentionum per se; facit autē proportionalitas partium debita alicui formæ naturali uel artificiali in cōiunctione intentionum sensibilibus pulchritudinem magis, quàm aliqua intentionum particulariū; omnes enim pulchritudines quas faciūt intentiones sensibiles ex ipsarum coniunctione ad inuicem consistūt in proportionalitate debita formis quas perficiunt sub modo illius coniunctionis: cū itaq; comprehendit aliquam rem uisam in qua est aliqua intentio particularis faciens per se pulchritudinē, tunc peruenit forma illius intentionis post intuitum ad uirtutē sentientē, & cōprehendet uirtus distinctiua pulchritudinē rei uisæ in qua est illa intentio, & sic cōiunctio diuersarum intentionū fit causans pulchritudinē, cū peruenit illa coniunctio ad sentientē, tūc uirtus distinctiua cōparabit illas intentiōes ad inuicem, & tunc comprehendet pulchritudinē rei uisæ cōpositæ ex illarū intentionū cōiunctione quæ sunt in ea, & hi sunt modi penes quos accipitur à uisu omnium formarum sensibilibus pulchritudo; in pluribus tamen istorū consuetudo facit pulchritudinē, unde unaquæq; gens hominum approbat suæ cōsuetudinis formā, sicut illud quod per se æstima pulchrum in fine pulchritudinis; alios enim colores & p̄portiones partium corporis humani & picturarū approbat Maurus & alios Danus, & inter hæc extrema & ipsis p̄xtima Germanus approbat medios colores & corporis proceritates & mores; & sicut unicuique suus p̄prius mos est, sic & p̄pria æstimatio pulchritudinis accidit unicuique; de his ergo topice & figuraliter sit dictum, & patet quod proponebatur.

## CXLIX.

Turpitudine comprehenditur à uisu, cū intentiōes sensibiles neq; per se neq; ex cōiunctione ipsarum ad inuicē aliquā pulchritudinē sunt causantes. Turpitudine formarum est priuatio pulchritudinis in eis; iam autem præmissum est, quod intentiones nō faciunt pulchritudinem in omnibus formis, sed in quibusdam tantum, formæ itaq; in quibus non faciunt intentiones particulares aliquam pulchritudinē neq; per se neq; per suam coniunctionem, ut illa in quibus non est aliqua consuetudo proportionalitas inter ipsorum partes, carent omni pulchritudine, & sic sunt turpes, & si quandoq; accidat in eadem forma congregari intentiones pulchras & turpes, tunc uisus comprehendit pulchritudinem ex pulchro, & turpitudinem ex turpi auxilio uirtutis distinctiue, quando fuerit intuens intentiones quæ sunt in illa forma, patet ergo quomodo à uisu comprehenditur turpitudine, sed etiam in hoc plurimum coadiuuat consuetudo, ppter quā nonnunquā accidit unū uideri turpe, quod uidetur alteri p pulchrū.

## CL.

In pulchritudinis & deformitatis uisione uirtuti distinctiue error accidit ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisæ. Ex paruitate enim lucis error accidit uisioni pulchritudinis & deformitatis, de nocte enim uidetur facies formosa, licet in ea sint maculæ, sicut lentigines uel sicut cicatrices pustularum. Et si fuerint in re uisâ picturæ subtiles rem perfectius informant, cum illæ in nocte uisum lateant, uidetur res deformis. Remotio etiam excedens modum, est causa erroris uisionis præmissorum. Cum enim à longe respicitur res aliqua, si fuerint in ea



in ea maculae paruae ipsam deformantes, illas ex distantia accidit occultari, & iudicabitur res formosa, & si a magna distantia videatur res in qua sunt picturae minutae, in quibus consistit pulchritudo illius rei, illa res iudicabitur deformis, quoniam uirtus distinctiua iudicat res secundum quod apparent. Ex inordinatione etiam situs oppositionis accidit error uisioni praemissorum. Cum enim corpus aliquod remotum fuerit ab axe uisuali, in qua sunt maculae minutae deformantes rem, tunc nonnunquam maculae illae occultabuntur propter obliquationem respectu axis uisualis, & ob hoc facies lentiginosa oblique uisa uidetur pulchra, unde etiam accidit, quod cum luna oblique aspicitur latent umbrosae maculae ipsius, & tunc pulchrior uidetur: si autem in corpore aliquo ut so fuerint picturae subtiles rem decorantes, illae picturae obliquatae ad uisum latebunt ipsam, & adiudicabitur pulchritudo deformitati. Ex paruitate etiam magnitudinis accidit error uisioni praemissorum in exemplis praemissis, cum propter solam sui paruitatem aliqua minuta ipsas res uisibiles deformantia uel decorantia non uidentur. Ex defectu etiam soliditatis fit error in uisione praemissorum. Si enim in uase uitreo multum raro sint aliquae paruae particulae uel mensurationes ipsi decorem inferentes, & imponatur uasi illi uinum turbidum & turpe uel seculentum, tunc occultabuntur illae decoris causae, & iudicabitur uas deforme, & si uas tale deformant aliquae particulae, & si imponatur ei uinum clarum lucidum coloris formosi placidi, occultabuntur illae causae turpitudinis & apparet uas pulchrum. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uisioni praemissorum, cum propter aerem obscurum nubilosum causae pulchritudinis uel deformitatis non uidentur. Ex temporis quoque breuitate error accidit uisioni praemissorum, quoniam in paruo tempore non sunt comprehensibiles minutae causae pulchritudinis & deformitatis, sicut accidit cum aliquis inspiciens per foramen uiderit aliquam faciem, tunc enim aliquando deformem iudicat esse pulchram, & aliquando e contra uerso, & idem accidit mota re uisa subito remanente oculo non moto. Ex uisus etiam debilitate error accidit uisioni praemissorum, minuta enim quae sunt circa pulchritudinis uel deformitatis uisus debilis non uidet, unde modo contrario iudicat unumquodque istorum, patet ergo propositum.

CL I.

**Consimilitudo comprehenditur a uisu ex conuenientia formarum comprehensarum ad inuicem.**

Est enim consimilitudo aequalitas duarum formarum aut duarum intentionum in re in qua sunt consimiles. Cum itaque uisus comprehenderit duas formas aut duas intentiones consimiles in simul, comprehendet consimilitudinem illarum ex comprehensione cuiuslibet illarum duarum formarum & suarum intentionum ex comparatione alterius illarum ad alteram, uisus itaque comprehendet consimilitudinem in formis & intentionibus consimilibus ex comprehensione cuiuslibet formarum intentionum secundum suum esse & ex comprehensione illarum ad inuicem.

CL II.

**Diueritas comprehenditur a uisu ex priuatione consimilitudinis in formis sensibilibus comprehensis.**

Cum enim diueritas ut hic accipitur non sit aliud quam differentia formarum sensibilium comprehensarum a uisu, haec diueritas comprehenditur a uisu in formis diuersis ex comprehensione cuiuslibet illarum formarum diuersarum, & ex comparatione alterius illarum ad alteram, & ex comprehensione priuationis consimilitudinis in eis: diueritas ergo comprehenditur per sensum uisus ex comprehensione cuiuslibet formarum & intentionum per se, & ex comparatione ipsarum ad inuicem, & ex sensu priuationis consimilitudinis ab ipso sentiente.

CL III.

**In similitudinis & diuersitatis uisione error accidit uirtuti distinctiuae ex intemperata dispositione octo circumstantiarum cuiuslibet rei uisae.**

Ex paucitate enim lucis error accidit in uisione consimilitudinis & diuersitatis corporum eiusdem coloris secundum speciem, uel eiusdem figurae secundum speciem in quibus partialis diueritas per latentia signa distincta est, tunc enim illa in luce debili non uidentur, & ob

& ob hoc iter illa corpora omnimoda iudicabitur similitudo: & si aliquae corpora solent propter aliquam minutam signa ipsis communia participent similitudinem, tunc propter lucis debilitatem illis causis consimilitudinis non perceptis iudicabitur diuersitas totalis, quod non accideret in luce temperata. Ex superflua etiam elongatione accidit error in praemissorum uisione, ut patet in praemissis exemplis. Minutae enim causae similitudinis uel dissimilitudinis a magna remotione non uidentur per octauam huius. Et similiter etiam eiusdem error accidit ex situs nimia obliquatione, quae res paruas non sinit comprehendi a uisu per 26. huius. Accidit etiam error in praemissorum uisione propter causarum consimilitudinis uel dissimilitudinis paruitatem, propter quam ceteris existentibus conuenienter uisui dispositis non uidentur. Ex defectu etiam soliditatis error accidit uisioni praemissorum. Si enim duo uasa multum rara conueniant in specie, figura & raritate, sed discrepent in aliqua suarum partium dispositione, tunc uino eiusdem coloris & claritatis ambo repleta latebunt causae diuersitatis, & reputabuntur omnino similia, qui error accidit propter defectum ipsorum soliditatis, quia cum sint peruia, ideo res per ipsa uisa similitudinis uel dissimilitudinis aufert causas. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uisione praemissorum, in aere enim nubiloso & obscuro minutae causae similitudinis uel dissimilitudinis non uidentur. Ex temporis etiam breuitate praemissorum uisioni error accidit, quoniam particulares similitudinis uel dissimilitudinis causae paruum tempore inspectae latent uisum. Debilitas etiam uisus errorem illorum uisioni adducit, quia minutas ipsorum, scilicet similitudinis uel dissimilitudinis causas uisus debilis perspicere non potest, patet ergo propositum.

CL IIII.

**Virtuti distinctiuae error, quandoque accidit ex causarum plurium aggregatione, quarum nulla per se ad errorem sufficit causandum.**

Quandoque enim duae intemperantiae circumstantiarum octo omnium uisibilium concurrunt in uno uisibili, & faciunt errorem in uisu, licet neutra ipsarum per se sufficeret ad causandum errorem, si enim moveatur aliquid a magna distantia motu tardo, illud subito uisum uidebitur non motum, & motus ille posset percipi in distantia temperata etiam subito uisu, uel etiam posset percipi in illa remota distantia per intuitum diligentem tempore conuenienti. Sed illis duabus causis erroris concurrentibus, tunc errabit uirtus distinctiua, & uidebitur res immota. Sed etiam quandoque concurrunt intemperantiae plures ad unum errorem causandum, quam nulla illarum per se causaret, si enim a magna distantia sub debili luce in tempore modico opponatur uisui debili corpus diuersorum colorum motu tardo, tunc forte uidebitur quiescere. Sed motus eius qualibet illarum causarum aliquo deficiente percipi forte posset, & forte quandoque intemperantiae omnium circumstantiarum corporum uisibilium concurrunt ad unum errorem causandum, uel quandoque plurium illarum, & secundum diuersas combinationes quae plus experientiam rationem respiciunt secundum omnem sui diuersitatem, unde de his sic esse sufficit exemplariter.

CL V.

**Error accidit uisui uia scientiae per inconuenientem applicationem formarum, quae est in anima alicui rei uisae in intemperantia cuiuslibet octo circumstantiarum rei uisae.**

Cum enim res alia aut alterius speciei uisui apparet quam sit in rei ueritate, tunc fit error uia scientiae in uisu, quoniam forma quiescens in anima inconuenienter alteri rei applicatur cui non conuenit, & hoc accidit propter intemperantiam cuiuslibet octo circumstantiarum rerum uisibilium. Propter defectum enim lucis fit plurimus error in re: fert formae uisae, ut hoc euidenter per se patet. Debilitas enim lucis nimia, errorem in ea uidentur lucere in tenebris, quorum forma non est lumen, nec etiam scintillans color, quae omnia non acciderent in luce temperata. Et propter distantiam etiam nimiam uisibilis a uisu accidit hominem notum quandoque pro extraneo reputari, & e contrario, uel etiam notum unum pro alio noto, ut Socratem pro Platone, aut e contrario, & quae



doq; aliquis uidens equum, putat se uidere asinum. Et uniuersaliter fit error scientiæ, uel à specie ad speciem, uel ab indiuiduo ad indiuiduum eiusdem speciei; uel ab indiuiduo speciei unius ad indiuiduum speciei alterius, ut equus Petri æstimatur mulus Martini. Et quandoq; quis uidens ignem remotum longe in aere, putat stellam uidere, hæc enim omnia si prope essent uiderentur sine errore. Situs etiam oppositionis errorem inducit, quandoq; enim Petrus remotus ab axe uisuali, putabitur Martinus, & quandoq; equus uisus, putabitur esse asinus, quæ si directe uisui opponantur error penitus cessabit. Quantitas etiam extra temperantiam existens errorem facit uisui & scientiæ, ut cum granum sinapis creditur esse granum nasturtij. Soliditas etiam est causa huius erroris, unde cristallus, quia parum est solida, creditur color eius esse color rubri, supposito sibi tali colore & uisu in opposito existente. Diafonitas etiam nimis diminuta huius erroris est causa, uitro enim colorato uisui & rei uisæ coloratæ interpositæ æstimabitur color corporis oppositi mixtus ex colore proprio & colore uitri; & si oculis & rebus uisui interponatur pannus multum rarus, apparebit color corporis mixtus, non quod secundum ueritatem partes coloris rei per foramina panni transeuntes concoloribus sibi lorum misceantur, sed quia puncta coloris rei uisæ & filorum sine distantia sensibili prope adinuicem coniuncti, propter quod apparet uisui unus color ex illis ambobus coloribus mixtus, ut si magna sint panni foramina discernentur colores & panni & rei uisæ sine aliqua mixtura. Et ex hoc accidit quod uiso colore alicuius corporis per pannum laneum, uidebitur mixtura colorum plurimum consonans colori filorum, quia foramina panni lanei sunt stricta, quæ pilis multis coloratis conteguntur, & etiam cum ioculatores faciunt sub pannis se circumstantibus imagines ligneas pictas moueri, tunc similitudines illarum imaginum insipienti per pannum lineum subtilem, sicut solet fieri, apparebunt aues uel alia animalia illis formis conuenientia, & hoc propter defectum diafonitatis mediæ, quia in aere præter pannum aliud uidetur. Tempus etiam intemperantia huius erroris est causa. Si quis enim per foramen respiciat aliquod corpus transiens ueloci motu, & non plene acquirat formam corporis, etiam si quis subito aliquid uideat quod statim à uisu recedat, errabit in indiuiduo illius formæ, unde forsitan est error in specie uel in indiuiduo uel utroque, forsitan enim æstimabit equum fuisse mulum, uel Petrum Martinum, uel equum Petri fuisse mulum Martini. Debilitas quoque uisus huius erroris est causa, læsus enim uisus à colore forti cui incidit lumen forte, iudicat omnem colorem uisum illius coloris, uel alterius coloris ex illis duobus mixti, & etiam propter oculorum aegritudinem aliquando equus apparet asinus, & Socrates uidetur Plato. Et similiter in alijs uisibilibus errabit uisus propter solam intemperantiam suæ æqualis dispositionis nullo alio impedimento accedente. Si ergo errores scientiæ accidunt uisui secundum singulas intemperantias & circumstantiarum rei uisæ, ut patet, his autem & eorum similibus non duximus multum insistendum, quia hæc quæ diximus, sufficiunt pro talium omnium radice, et hoc est propositum.

## CLVI.

In solo uisu error quandoque accidit propter intemperantiam cuiuslibet octo circumstantiarum rerum per ipsum proprie uisarum.

Quia enim, ut patet per principium tertij huius, lux & color sunt per se obiectum uisus, palam quod ei soli non potest error accidere nisi in luce & colore, accidit autem uisui in illis error propter ipsorum intemperantiam in fortitudine, ut lux fortis non permittit alia uisibilia uideri, & color fortis facit res alias quascunque in colore sibi similes uideri, cum tamen illorum color sit diuersus. Et similiter est in lucis & coloris debilitate. Si enim corpus in quo sit multa colorum diuersitas, occurrat uisui sub luce multum debili, ut uestis diuersi coloris apparebit unius coloris. Et si color sit ualde debilis, etiam in luce temperata non uidebitur, & sic lux extra temperantiam facit uisui deceptionem secundum utrumque extremum. Distantia etiam uisibili error inducit uisui, quia propter impropor-

portionatam distantiam res colorum diuersorum minutatim ipsis aspera uidebitur unius coloris. Situs etiam oppositionis sensum errare facit, quia cum corpus uisum fuerit multum obliquatum, occultabuntur propter sui obliquationem ipsi uisui minutæ eius partitulae. & si fuerit in partibus minutis colorum diuersitas, apparebit in totali corpore, & si corpus redierit ad directam oppositionem, illorum colorum diuersitas apparebit, nisi forte elongatio partium colorati corporis ab axe uisuali fuerit nimis magna. Magnitudo etiam uisui errorem inducit, quia etiam luce & distantia, & situ uisioni conuenientibus, colores paruarum partium corporis diuersi coloris euadunt uisum, & uidetur res unius coloris, quod non fieret si paruitas partium temperamentum non exiret. Soliditas etiam est causa deceptionis uisus, si nimis remissa fuerit, unde cristallus uidetur colorata colore rei sibi suppositæ propter suæ soliditatis paruitatem, quod non accideret si cristallus plus solida esset. Ex diafonitate etiam error accidit uisui, quia propter interpositionem flammæ inter uisum & rem uisam, etiam si illa res uisæ fortis sit coloris, uidebitur illud corpus tenebrosum propter solam carentiam diafonitatis in medio. Temperamentum etiam est causa erroris, quia si subito super corpus diuersorum colorum fiat uisus directio, apparebit illud corpus coloris unius, donec per diligentem intuitum discernatur. Debilitas etiam uisus errorem præterdit in uisione præmissorum, luce enim forti in uisum agente leditur uisus statim, & ad colorem alicuius corporis conuersus ipsum colorem tenebrosum recipit, donec post aliquod tempus lesio recesserit. Similiter etiam cum adest oculis infirmitas, occultabitur uisui colorum uarietas, & sic fit error in talibus ex sola uisus qualitate à temperamento recedente, patet ergo quod secundum omnes circumstantias rerum uisibilibum in solo uisu fieri deceptionem est possibile, & hoc proponebat.

## CLVII.

Fulgidum mixtum nigro, siue per nigrum medium uisui colorem præsentat puniceum.

Huius declaratio est ex sensibilibus naturalibus experientijs, uidemus enim quod in speculis bene tersis fulgidis res fulgida uisui præsentatur in sui fulgore, quod si speculum fulgidum non fuerit, tunc forma fulgidi permixta nigro colore speculi præsentatur uisui, non intentione sui fulgoris, sed quasi aliquantulum denigrata, & ita rubea siue punicea apparet. Vniuersale enim est, ut in principio secundi huius suppositum est, quod rerum ualde coloratarum colores, quo ipsius mediæ coloris speculi commixti firmanur ad uisum, ut si per uitrum coloratum aliqua res uideatur, quod color rei uisæ ex colore proprio & colore uitri permixtus uisui præsentetur, & hoc multis experientias plane poterit quis uidere. Euenit etiam humidos oculos habentibus quod forma albi fulgidi per infectos humores & tunicas oculi ad centrum oculi pertueniens, in medium colorem uisus iudicio permutatur, & apparet oculo coloris puniceæ fantasia. Et etiam uidemus uiridium lignorum flammam rubeam appropinquare puniceo colori, quia ignis fulgidus & albus existens per fumum nigrum propter grossiciem materiæ, & humiditatem aquæ, quæ illi fumo miscetur, puniceus uidetur. Per caliginem quoque & fumum nigrum uidetur sol non fulgidus sed puniceus, quando talem fumum uel caliginem soli & uisibus accidit interponi, & hoc idem in alijs stellis poterit perpendi. Item circuli qui circa cædelas uidentur, propter grossitiem aeris & nigredinem purpurei uidentur, quoniam aer ingrossatus à natura lucidi aqualiter impeditur, & propter admixtionem umbræ nigredine permisceri uidetur, uel alio medio colore secundum dispositionem luminis & admixtæ umbræ, & hoc etiam plenius declarandum diligens inquisitor plures experientias poterit applicare, patet ergo propositum.

## CLVIII.

Uisum protensum longe debiliorem fieri patens est.

Non enim uisus uidet similiter de longe posita quemadmodum prope existentia. Si enim uideatur de longe corpus foraminosum, cuius sint parua foramina, totum uidetur continuum, unde si aliquis uaporem roridum de longe uideat, totum ipsum fore unum corpus



corpus continuum uisus iudicabit, quia etiā uisus recta curua, rotunda quadrata ex re  
motione iudicat, sicut est in praemissis huius libri theorematibus declaratum. Et si uisus  
pannū coloratū, in quo est minuta colorū diuersorū cōpersio, ad quos pportionata par  
tium elongatio sit intemperata ipsi uisui, diutius etiā aspexerit, apparebit pannus il  
le unius coloris tantum, qm̄ extra temperantiā est longitudo respectu partialium colo  
rum, licet omnia alia cōueniant in debita temperantiā respectu uisus, quia ergo uisibilē  
rei circūstantiā uisus ptenus nō perspicit, palā quia debilitatur ex ptenione sui ad ui  
sibile siue ex remotione uisibilis ab ipso, & hoc est quod proponebatur.

CLIX.

**Nigredinis in re non nigra apparitio ex uisus prouenit defectione.**

Experientia similiter comprobāt quod hic pponitur auxilio praecedentis, quia  
enim uisum ptenum longe debiliorem fieri patens est, ut praemissum est, ideo accidit  
q̄ ea quae longe uidentur ppter uisus debilitatiōem omnia nigriora apparent, sicut etiā  
corpora remotiora & minora & planiora q̄ sint, uisibus apparent, qm̄ eminentiae suae  
partium asperitates & tumores in ipsis faciētes non uidentur. Similiter etiā quae in spe  
culis uidentur, quia propter reflexionem ipsorū distantia augetur, ideo propter remotio  
nem quae accidit uisui talia nigriora uidentur experimentanti: quanto em̄ magis ex re  
motione etiā rei albae immoto speculo distantia a superficie speculi augmentatur, tanto  
magis color ille albus uisui ad nigredinē accedit, unde etiā nubes apparentes in aqua ni  
griores uident q̄ in loco suo uisui in eodē loco existēte, qm̄ reflexio facta in aqua auget  
distantiā: nihil aut differt aliquid multum distans uisui apparere, in uisu per multam dis  
tantiā uisionē rei cōplere: semper em̄ sit iudicium uirtutis uisus secundum quod for  
ma est in uisus organo recepta: neq̄ latebit hic experimentantē, quia quando clara nu  
bes fuerit uicina soli, tunc alicui aspicienti ad nubem, nubes nō uidebit nisi alba. Sed si  
reflectatur ab aqua, & eam uisus in aqua uideat, tunc illa nubes alba aliquē colorem ex  
medijs coloribus uisui praesentabit, ut puniceum, purpureum, uiridem, & lazuriū: unde  
sicut uisus colorē nigrum per reflexionem uidet esse nigriorem, sic & colorem albū ui  
det minus album, ppter reflexionem. Nubem itaq̄ albā existentem uidet uisus propter  
distantiā ampliōrē, quae sit per reflexionem in suo colore nigram, & similem priuatio  
ni & negationi propter uisus protensi debilitatem, & qm̄ coloratio nubis sit ex impressio  
ne luminis ab aliquo corpore luminoso, potest concludi ex praemissis, quod in omni  
corpore cui lumen uel color ex corpore luminoso imprimitur, eandem causam & esse  
etum participem habebit, & hoc est quod proponebatur.

## LIBER QVINTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

**E**xpeditis aliquantulum his quae simplici & directae uisioni necessaria existere,  
& eius deceptionibus accidere uisa sunt, restat nunc ut conuenienter eum  
modum uisionis, qui sit per reflexionem a politis corporibus, quae specula  
dicimus, prosequentes, de omni reflexionis modo a quibuscūq̄ speculis ex  
quisitijs pertractemus. Primo itaq̄ in praesenti quinto huius scientiae li  
bro praemitemus, qualibet illoꝝ quae aestimamus communia omnibus speculis, & de  
inde adiungemus passiones quae accidunt rebus & uisui a solis speculis planis, quorum  
speculorum forma simplicior est formis omnium aliorum speculorum, propter quod &  
speculorū planorū passiones quibusdam alijs speculis sunt communes, ut patebit in li  
bris sequentibus, quibus alijs speculorum passiones proprias reseruamus. Verumtē  
sicut in principio huius scientiae diximus, non intelligimus in hoc tractatu per specula  
corpora tantum formata & polita per artificium, sed etiam ipsa corpora naturalia, a quae  
rum

tum superficiebus sit eadem reflexio, quae & a corporum artificialium superficiebus ac  
cidunt. Nec intelligimus quod solum haec reflexio fiat ad uisus animalium, sed etiā ipsis  
uisibus non praesentibus sit reflexio formarum, & accidit uisibus, si in locis reflexarum  
formarum disponantur, quod fiat reflexio ad ipsos, quod manifeste patet per haec, quia  
nō in loco sit reflexio ad quodcūq̄ uisum a speculo quocūq̄, est tñ in receptione hae for  
marum reflexarum in uisibus aliqua proprietas, & maxime in illis reflexionū modis, in  
quibus sit aliqua deceptio in uisu, quā aut ut in prooemio huius scientiae diximus, idem  
imittatur in cōtrarium & in sensum, qm̄ unius rei una & eadem forma semper diffundi  
tur per mediū, propter quod eadē forma reflectitur a superficiebus speculorū, quae etiam  
in modo simplicis uisionis directe uisibus occurrit, nō potest tñ in reflexione facta a su  
perficiebus speculorū quocūq̄ cōprehendi ueritas formae, sicut cōprehendit in uisione  
simplici directa. In reflexionibus em̄ a quibuscūq̄ speculis factis apparet forma rei, ut plu  
rimum pra oculis ipsis uisibus quasi opposita, cū tñ secundum ueritatē illis nō oppona  
tur. Lux quoq̄ & color corporis nisi semper miscentur cū colore speculi, a quo sit refle  
xio, quā mixturam, in reflexionibus uisus perficit, & nō uerā lucē uel uerū rei uisae colorē.  
Omnis quoq̄ reflexio, ut nos inferius perfectius declarabimus, debilitat lucē & colo  
res, unde in omni reflexione latet uisum ueritas lucis & coloris, plus q̄ in directa simplici  
uisione, quae uero ad hunc uisionis modū, quae sit per reflexionē a quibuscūq̄, & a planis  
maxime speculis praemittimus, sunt ista. Politio corporis, est cōtinuitas partiū superfi  
ciei politi corporis sine sensibilitate pororū uel diuisionis. Speculū dicūt omne corpus  
politi opere artis uel naturae. Linea incidentiae dicitur illa, secundū quā forma rei inci  
dit superficie speculi. Linea reflexionis dicitur illa secundū quā forma reuerberata pro  
pter soliditatē speculi quā penetrare nō potest reflectitur ad uisum. Punctus inciden  
tiae dicitur ille punctus in quo linea incidentiae incidit superficie speculi, & idem est pun  
ctus reflexionis, qm̄ formae reflexio ad uisum semper fit a puncto incidentiae. Per  
pendicularis super superficie speculi, a quo sit reflexio, dicitur linea orthongoaliter erecta  
a puncto incidentiae super superficie speculi illius, a quo sit reflexio, si illa superficies sit  
plana: quod si illa superficies sit conuexa uel concaua, tunc dicitur perpendicularis super  
ipsam, quae est perpendicularis super superficiem planam illam superficiem conuexam  
uel concauam in puncto incidentiae cōtingentem. Superficies reflexionis dicitur su  
perficies cōtinens lineam incidentiae & reflexionis, & perpendicularē a puncto contin  
gentiae pductam super ipsam speculi superficiem, uel super superficiem ipsam contin  
gentem. Kathetus incidentiae dicitur linea perpendiculariter erecta super superficiē  
planam speculi, aut super lineam rectā cōtingentem cōmunem sectionem superficiei  
reflexionis, & superficiei speculi conuexi uel concaui ducta a puncto, a quo incipit inci  
dentia, ut a centro uisus, uel ab alio puncto quocūq̄, cuius forma a speculo reflectitur ad  
uisum. Kathetus reflexionis dicitur linea erecta super illam eandem superficiem uel  
lineam a puncto ad quā terminat ipsa linea reflexionis, ut a centro uisus uel ab alio pun  
cto ad quā reflexio terminatur. Superficies incidentiae dicitur superficies contena  
ta a linea rei uisae, & a kathetis incidentiae terminorū illius lineae. Angulus inciden  
tiae dicitur angulus quem in superficie reflexionis continet linea incidentiae, cum linea  
quae est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei ipsius speculi, & super  
ficiei speculi in puncto reflexionis contingentis. Angulus reflexionis, dicitur  
angulus quem in superficie reflexionis continet linea reflexionis cū dicta cōmuni se  
ctione. Imago dicitur forma in speculo cōprehensa. Locus imaginis dicitur locus  
uisionis illius formae, s. locus in quo uidetur forma. Supponimus autem haec. Rei  
elongatae & approximatae speculo, extrema quāquidē. Item quod uniformis situatio  
puncti rei uisae respectu superficiei cuiuscūq̄ speculi a qua eius forma reflectitur, sit so  
lum secundum kathetum suae incidentiae.

THEOREMA I.

Corporum terforū politorū cuiuscūq̄ figurae sint, superficies a quolibet  
suorum punctorum luces colores & formae rerum oppositarum reflectun  
tur secundum rectitudinem linearum.

H

Quoniam



Quoniam enim, ut patuit per primam secundi huius, forma lucis à corpore luminoso semper secundum lineam rectam diffunditur in omne corpus ei oppositum, & similiter forma colorata habentis actum luminis. Cum itaque hæc incidunt allicui corpori tereso polito, quia in tali corpore non patet transitus luminis uel coloris, propter talis corporis densitatem & priuationem diafonitatis, cum sint planæ superficierum, in quibus nulla est asperitas, semper ab illis fit luminis & coloris & formæ reflexio, & ob hoc opposito speculo luminis forti oblique incidenti, manifeste fit ad parietem uicinum luminis reflexio & coloris, si color fuerit coniunctus luminis, & uidebitur lumen reflexum incidens parietem cum colore: & moto speculo radius reflexus mouebitur mutans locum, & ablato speculo lumen reflexum aufertur: et si à loco cui incidit radius luminosus manus uel aliud corpus mundum uel politum secundum lineam rectam ducatur ad superficiem corporis à qua fit reflexio, patens erit quoniam secundum rectitudinem lineæ reflexio est facta, quoniam ipsi experimentanti secundum lineam rectam ad corpus à quo fit reflexio redeunt super reflexionem luminis accidit uideri: in omni itaque polita superficie cuiuscunque sit figura, à quolibet suo puncto fit reflexio secundum rectitudinem lineæ, cadit enim in quodlibet punctum corporis politis lux à quolibet puncto corporis luminosi. Vnde sicut ostensum est in 20. secundi huius, super quodlibet punctum corporis politis fit pyramis, cuius uertex est in puncto corporis politis, & basis in superficie corporis luminosi, & à quolibet puncto luminosi corporis procedit pyramis, cuius uertex est in puncto corporis politis, & basis in superficie corporis politis: & si à corpore luminoso procedit lux ad corpus politum secundum lineas æquedistantes, si illæ lineæ quasi columnam continentes terminantur ad bases pyramidum præmissarum, per quasque autem lineas lumen corpori polito incidit, secundum illarum proprietatem reflectitur, siue sint perpendiculares siue oblique, patet ergo propositum, fit autem à corporibus politis reflexio lucis, non autem à corporibus non politis asperis, quoniam in illis sunt pori & foueæ, quas subintrat lumen, & redit in se permixtum cum umbra illorum corporum, unde non fit reflexio sensibilis ab illis.

III.

Ab omni corpore colorato præsentente luce color ad corpus oppositum politum mixtum cum lumine mittitur, & quandoque totaliter, quandoque partim reflectitur ab illo, sicut & ipsum lumen.

Quod hic proponitur experimentaliter declaratur. Sit enim ut intra domum unius tamen fenestræ descendat lux solis super corpus multum coloratum forti colore, & ponatur in oppositione contra ipsum speculum argenteum, & item contra speculum ponatur uas concauum ad modum scyphi, quod sit interius album, uel in quo ponatur corpus album, & aptetur taliter ut lux reflexa incidat super illud corpus album, apparebit itaque super faciem albi corporis color illius corporis in quod primo fit descensus lucis, color itaque mixtum cum luce reflectitur, ergo etiam mixtum cum lumine incidit corpori polito, quod corpus politum si densum & durum fuerit, color cum luce totaliter ab ipso reflectitur, ita ut non coloret corpus politum. Si uero corpus politum sit rarum & lucidum actu, sicut sunt aqua & uitrum, & similia, tunc reflectunt ab illo colores & luces, & penetrant in illud, quod patet per hoc, quod forma reflexionis ab his corporibus & debilitatis lucis & coloris, quæ ab his corporibus densioribus quæ sint illa, & etiam circa aliquod punctum sub istis corporibus, uel in istis uidentur formæ lucis & coloris incidentes superiori superficie istorum corporum, patet ergo illud quod proponebatur.

III.

Omnis reflexio debilitat luces & colores, & uniuersaliter omnes formas.

Quoniam enim lux continua fortior est luce disgregata per petitionem principii secundi huius, & quanto lux ab ortu suo plus elongatur, tanto plus debilitatur, per 24. secundi huius, patet quod cum secundum aliquid corpus corporis luminosi, procedit lux ad superficiem corporis politis in modum pyramidis, quod quanto magis elongatur à puncto illo, tanto maior est eius debilitatio, & propter elongationem ab ortu lucis, & propter disgregationem lux

lux uero reflexa ab aliquo polito corpore plus debilitatur, tum propter elongationem à loco reflexionis & disgregationem, tum propter ipsam reflexionem. Luces quoque secundum lineas æquedistantes politis corporibus incidentes sunt debiliores quæ luces oblique incidentes, quoniam minus aggregantur. Colorum quoque reflexio quæ fiat ab omni corpore polito, sicut & lucis, ut patet per primam huius, non tamen est multum sensibilis propter debilitationem quæ fit ex reflexione, & propter admixtionem coloris ipsius speculi conformis ipsorum colorum reflexorum, nisi forte à speculo argenteo fiat reflexio. In ferreo enim speculo color apparet debiliior quæ color ferri mixtus cum luce reflexa, & ipso colore reflexo debilitat ipsum colorem reflexum. Omnes itaque reflexiones colorum optime experiri possunt in domo unici foraminis, cui foramini albus paries opponitur. Tunc enim in radio solis posito speculo argenteo, & ipsi speculo & parieti interposita re aliqua colorata, erit reflexio coloris ad parietem album sensibilis. Idem quoque accidit si in radio incidentis ipsius speculi ponatur corpus diafonum coloratum, per quod transeat radius incidens ipsi speculo, utpote si ante fenestram ponatur uitrum coloratum, uel si modo simili ut experimentanti uidebitur, disponatur. Cadente itaque luce forti super speculum argenteum & ipsa reflexa super parietem album, notabiliter uidebitur lux parietis debiliior quæ speculi, reflexio ergo lucem debilitat. Et eodem modo color reflexus est debiliior colore à quo fit reflexio. Palam ergo, quod reflexio debilitat luces & colores, sed colores magis quæ luces. Colores, nam debiliiori modo incidunt quæ luces, unde etiam in reflexione facilius debilitantur. Color enim debilis cum ad speculum peruenerit, miscetur colori speculi & immutatur, propter illius admixtionem, quare color reflexus apparet debilis & tenebrosus, & uniuersaliter formæ reflexæ sunt debiliores quæ sint in loco à quo reflectuntur. Sic ergo patet quod omnis reflexio est causa debilitatis, nam & hoc patet sensibilibiter in luce, licet enim lux directa & lux reflexa æqualiter distent ab ortu suo, tum debiliior est lux reflexa. Opponatur enim in aere rarissime solis intranti per fenestram domus aliqua, in qua unica est fenestra, speculum minus foramine, ita ut lux residua foraminis quæ non incidit in speculo cadat in terram super corpus album, & lux à speculo reflexa cadat similiter super corpus album eleuatum à terra, hoc obseruato, ut sit eadem distantia corporis eleuati & iacentis à centro foraminis fenestræ, uidebitur itaque super corpus album eleuatum, ad quod fit reflexio lux minor, quæ super corpus iacens, cuius minoritatis sola reflexio est causa, & idem potest in colorum reflexione facilius demonstrari, & eodem modo, patet ergo propositum.

IIII.

Omnis lux reflexa, & si debiliior sit luce prima, est tamen fortior quam lux secunda æqualiter ab origine distantibus ambabus, & idem est in colore.

Luce enim reflexa cadente in aliquod corpus, si aliud simile corpus ponatur extra locum reflexionis, & sit cum illo eiusdem elongationis à speculo, uidebitur super ipsum corpus secunda lux minor quæ in illo quod est positum in loco reflexionis, sit enim quod in directo foraminis per quod radius domus aliquam ingreditur, ponatur speculum in terra aspiciens totam lucem radij incidentis per illam fenestram, quæ lucem superius in principio secundi libri huius scientiæ diximus lucem primam, tunc enim fiet palam, quod erit lux fortior super corpus in loco reflexionis positum, quæ super aliud corpus simile positum extra illum locum eundem à speculo elongatum. Et idem accidit si superficies speculi non suscipiat radium directe sed oblique. Idem etiam patet in coloribus, quoniam facta reflexione coloris à speculo argenteo corpus album positum in loco reflexionis plurimum recipit coloris, aliud uero corpus æque album existens extra locum reflexionis, & in eadem distantia à speculo, apparet quidem coloratum, sed debilius ualde quæ corpus positum in loco reflexionis, & si ferreum fuerit speculum forte in corpore quod est in loco reflexionis modicus uidebitur color, extra uero locum reflexionis in corpore æque albo, quasi nullus apparebit color, patet ergo propositum.

V.

Natura agit in omnibus secundum lineas breuiiores.

H

Hoc



Hoc uniuersaliter patet in omnibus operibus naturæ, omnes enim motus naturales sic fiunt, descendunt enim grauiâ perpendiculariter super superficiem horizontis. Sagittæ etiam emissæ uiolenter ab arcubus feruntur in lineâ breuiori secundum angulum sive emissionis; per breuiorem enim lineam ab eodem termino in eundem terminum ueloci-

**A** **B** **C** ter est motus; et quia ut in principio secundi libri huius scientiæ suppositum est, natura nihil agit frustra, neque deficit in necessarijs, palam quod necessario agit secundum lineas breuiiores. Si enim possit operationem intentam complere per motum uel actionem per lineam a b, & agat per lineam a b c, omnis actio quam facit in lineâ b c est frustra, quoniam consecuta est finem in puncto b, non ergo agit secundum aliquod punctum lineæ b c, & hoc idem per multa naturalia exempla patere potest. Vnde & animalia quorum motrix est anima secundum breuiorem lineam mouentur ad terminum, ut patet in rectitudine filorum araneorum, ex quibus texunt telas suas, quæ telæ & si non nunquam inueniantur circulares, sunt tamen ex rectis filis & instamine, & in subtelari contextæ propter lineæ breuitatem. Idem quoque patet in canibus, qui obmissis duobus lateribus trigoni, concurrunt per tertium, ac si naturaliter informati nouerint, quia duo latera trigoni maiora sunt tertio, quod homines geometras edocet 20. primi Maximi Euclidis, patet itaque propositum prout possibile nobis fuit.

VII.

Omnis reflexio luminis & coloris fit secundum lineas sensibiles latitudinem habentes.

Secundum enim tales lineas fit lucis incidentiæ etiâ lucis minimæ super corpus politum, ut patet per 3. secundi huius, latitudo itaque lineæ reflexionis est æqualis latitudo lineæ incidentiæ; & lineâ mathematica, quæ est lineâ mediâ totius lineæ reflexionis, eundem habet situm in loco reflexionis, quæ habet lineâ mathematica, quæ est lineâ mediâ lineæ incidentiæ sensibilis in loco incidentiæ, & similiter quælibet aliarum linearum mathematicarum in lineâ sensibili reflexionis eundem retinet situm, quâ sua compar in lineâ incidentiæ sensibili, & ob hoc lineis mathematicis pro ipsis sensibilibus non inconueniens est uti in tractatibus reflexionum, patet ergo propositum.

VII.

In reflexionibus factis à quibuscunque speculis, fit deceptio propter intemperantiam lucis, uel propter diuersitatem situs, uel propter remotionem puncti cuius forma reflectitur, uel etiam centri ipsius uisus à superficie cuiuslibet speculorum.

Vniuersaliter enim quibuscunque modis contigit decipi uisum circa intentiones uisibilibus per simplicem uisionem uisarum, eisdem etiam modis contingit uisum decipi in uisione quæ fit per reflexionem, quoniam & hæc uisio est quædam uisio in qua forma lucis & colorum & aliarum intentionum uisibilibus ipsi uirtuti distinctiue præsentantur, & hoc, ut patuit per primam quarti huius, et multis illius theorematibus, accidit octo modis, plurimum tamen manifestius fit hoc in speculis, uel propter debilitatem lucis uel propter diuersitatem situs, propter quam lineas reflexionum remoueri accidit ab axibus uisualibus, uel propter remotionem puncti rei uisæ, cuius forma reflectitur à superficie ipsius speculi, uel etiam propter remotionem ipsius centri uisus, ad quod remota sit reflexio à superficie ipsius speculi. In alijs uero quibuscunque modis licet similiter cause error in uisione formarum reflexarum à quibuscunque speculis ad uisum, non est ille error tam sensibilis, ut in istis modis positus, nec tamen fit totalis excusatio ab illis, patet ergo propositum.

VIII.

Specula à quibus regularis fit reflexio, sunt tantum septem.

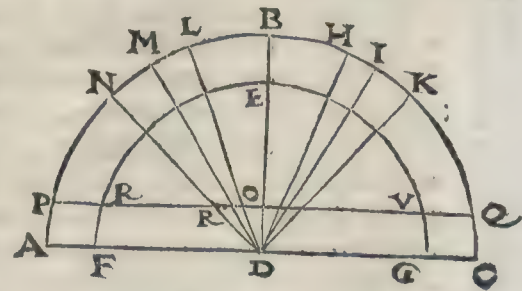
Quoniam

Quoniam enim regularis reflexio non potest fieri nisi à corporibus regularibus: corpora uero regularia non possunt esse nisi corpora plurimum planarum superficialium uel unius superficiali concuæ uel conuexæ: sicut autem patet sensui, licet corporum planarum species secundum figuras & numeri angulorum uariantur, quantum tamen ad naturam reflexionis in omnibus illis est identitas superficiali planæ, cum nec enim in ipsis quo ad hæc uariatio inuenitur, ut aut patet per 118. primi huius, omnis superficies conuexa uel concuua regularis aut est pars superficiali sphaeræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ. Sic ergo habentur in uniuerso septem specula, quorum unum est planum cuiuscunque figuræ, & tria sunt conuexa, sphaerica, columnaria uel pyramidalia, & tria sunt concuua, sphaerica, columnaria uel pyramidalia, nec est possibile plura esse specula à quibus regularis fiat reflexio, patet ergo propositum.

IX.

Instrumentum constituimus, in quo modi omnium reflexionum à quibuscunque regularibus speculis instrumentaliter declarantur.

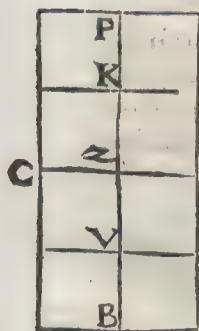
Assumatur semicirculus æneus conuenientis spissitudinis, utpote medietatis grandioris uel circa illud, & conuenientis quantitatis, qui sit a b c, cuius diameter sit a c, & eius centrum d, producatursque lineâ d b perpendiculariter supra diametrum a c, per 5. primi, est ergo d b semidiameter circuli diuidens semicirculum per æqualia per ultimam sexti: abscindatur itaque ex lineâ d b superius sexta pars ipsius per undecimam sexti, quæ sit b e, & secundum quantitatem lineæ e d à centro d, fiat semicirculus qui sit f e g: arcus itaque b c diuidatur in partes quot libuerit secundum puncta h i k, & arcus b a in totidem partes diuidatur secundum puncta l m n: itaque arcus l b fiat æqualis arcui b h, & arcus m l arcui h i, & arcus n m arcui i k, per 23. primi, & 25. tertij, productis lineis d h, d i, d k, d l, d m, d n, deinde iterum à semidiametro b d, inferius abscindatur sexta pars ipsius, quæ sit d o, & à puncto o ducatur lineâ æquedistans diametro semicirculi quæ est a c, per 31. primi, quæ sit p q, hæc itaque interfecabunt omnes lineas ad partes diuisionis à centro d productas, punctus ergo in quo lineâ d n ipsam interfecat sit r, & in quo lineâ d k sit s, & puncta in quibus interfecat semicirculus f e g sint t & u, deinde à totali semicirculo abscindatur pars d a, p r, ex una parte & ex alia pars a c, q s, & planentur optime superficies, & acutur d, centrum assumpti semicirculi quasi punctus, ita ut ipsum punctum d maneat in eadem superficie semicirculi cum lineis productis: nos autem quantitatem lineæ b e, quæ est sexta pars semidiametri d b, deinceps digitum appellamus, est ergo diameter a c, duodecim digitorum. Deinde assumatur tabula lignea quadrata plana, cuius latus sit 14. præmissorum digitorum, excedens diametrum a c, duobus digitis, & spissitudo eius sit 7. digitorum, & in hac tabula signetur punctus medius per 40. primi huius, & super ipsum fiat circulus secundum quantitatem lateris tabulæ, hic ergo excedit circulum a b c, quantitate unius digiti ex omni parte, quoniam eius diameter in duobus digitis excedit diametrum a c, fiat iterum super idem centrum tabulæ lignæ circulus æqualis circulo f e g, diuidaturque circulus tabulæ lignæ proportionaliter semicirculo æneo, qui est a b c, ita ut prima pars circuli lignei respondeat primæ, & secunda secundæ & sic deinceps, & à centro tabulæ lignæ ducantur ad puncta diuisionis lineæ rectæ, & rotundetur tabula lignea ex trinfecus secundum circulum maiorem, & excidatur pars interior tabulæ minori circulo contenta, remanebitque quædam armilla lignea cuius latitudo est duorum digitorum, diameter exterioris circuli 14. intus erit 7. digitorum, cuius superficies curuæ optimæ planentur ad modum columnæ rotundæ: remanebuntque in superficie plana illius armillæ lineæ diuidentes circulum secundum diuisionem semicirculi a b c, à capitibus itaque illarum linearum producantur lineæ in superficie conuexa altitudinis armillæ perpendicularis super planam superficiem



H 3 lat



latitudinis ipsius: ponatur enim pes circini super terminū lineae diuidētis circulū, & fiat semicirculus in superficie conuexa armillae, qui diuidatur per aequalia per 19. tertij, & pducatur à puncto ad punctum lineae, palam per 105. primi huius, quoniam illa linea est perpendicularis sup superficiē latitudinis, quae pars est basis columnae, & eodē modo à terminis illarum diuidentium producantur perpendiculares in superficie armillae concauae. In qua etiā superficie ex parte planae superficiei nō diuisae sumatur altitudo duorū digitorum, & in perpendicularibus lineis omnibus in illa superficie productis, fiant signa, & secundum signa illa fiat circulus aequidistans planae superficiei armillae, immissa tabella aenea, secundum signa illa fiat circulus aequidistans planae superficiei armillae immissa tabella aenea quantitatis circuli f e g, uel alio modo prout cōuenientius possit fieri, & secundum quantitatem medietatis grani ordeī fiant alia signa intra illos duos digitos, & circunducatur circulus aequidistans priori circulo secundū quantitatem pmissam medietatis grani ordeī, & sub hoc secundo circulo intra altitudinem duorum illorum digitorum, secundū profunditatem semicirculi aenei a b c, signentur alia puncta in praedictis perpendicularibus, & iterū fiat circulus secundū illa puncta, & excepto per aliqua instrumenta illo corpore ligneo inter hos duos secūdos circulos existente, fiat concauitas unius digiti profunda, & coaptetur huic cōcauitati aenea semicirculi portio, quae est p b q, quae intrabit concauitatē usq; ad portione minoris circuli quae est t e u, ideo quod distantia istorum duorum arcuū est unius digiti, & eadem est profunditas cōcauitatis factae in tabula lignea, fiat autē taliter ut superficies circuli f e g, diuisa per lineam à centro d, ad circumferentiam producta, sit ad partem superficiei armillae, diuisae: lineae itaq; perpendiculares ductae in concaua superficie armillae, tangent lineas diuisionis circuli f e g, & cadent perpendiculariter super superficiem circuli f e g. Item in conuexa superficie armillae ex parte superficiei non diuisae signetur punctus in qualibet perpendicularium productarum secundum distantiam duorum digitorū ab ipsa plana superficie nō diuisa, & posito pede circini super quodlibet punctorum signatorū, fiant circuli, quorum cuiuslibet diameter sit aequalis quantitati grani ordeī, & secundum illorum circulorum quantitatem fiant foramina columnaria rotunda, & inde aliquo ipsorum coaptetur baculus ligneus, qui cum transierit ad interiorem concauitatem armillae, tanget semicirculi f e g superficiem, quoniam ut patet ex praemissis centrū cuiuslibet illorū circulorum paruorū, erit in circumferentia circuli prius signati in superficie concaua armillae, à quo distat superficies circuli aenei qui est f e g, secundum quantitatem medietatis grani ordeī. Deinde firmatur alia tabula lignea quadrata, cuius diameter sit aequalis diametro armillae lignae, & perquisito puncto medio ipsius p 40. primi huius, ab illo puncto medio circūducatur circulus ad quantitatem semidiametri d e, & hic circulus erit aequalis circulo f e g, & basi concauitatis armillae. Item super centrum huius circuli fiat quadratum, cuius latera sint quatuor digitorum lateribus suis aequaliter distantibus à lateribus tabulae huius lignae, quod potest fieri per 41. primi huius, & fodiatur hic quadratum ad profunditatem unius digiti, & planentur omnes superficies concauitatis suae, ut fiant rectangula, & fundus eius fiat planus. Deinde huic tabulae coaptetur immobiliter basis armillae, ita ut circulus minor huius tabulae applicetur concauitati armillae. Deinde fiat columna ferrea concaua aliquantum spissa, cuius basis diameter sit aequalis quantitati grani ordeī, sicut diametri foraminis, & ponatur illa columna in prius factis foraminibus, quae cū peruenerint ad concauum armillae, continget lineas in circulo f e g productas, fiat autē in capite columnae quodcūq; artificium, non permittens columnam intrare nisi ad locum determinatum, & ut firmius stare possit, modicum cerae sibi circumponatur, etiā tantae longitudinis columna, ut procedens super superficiem circuli f e g, contingere possit latus quadrati concaui in tabula lignea, quod est aequidistans lineae r s, ductae in superficie circuli aenei. Deinde fiant septem regulae lignae planae aequidistantiū superficialiū orthogonalium, aequales & penitus similes, quarum longitudo sit digitorum sex, latitudo quatuor, & spissitudo com-



munis, ut inferius necessitas ipsius finis edocebit, & una ipsarū adaptetur quadrato concauo, ita ut orthogonaliter cadat super fundū quadrati concaui, & ut faciliter intingat unam superficierum latitudinis regulae, & in puncto contactus fiat signum in regula quod sit x, & à puncto signato x, producat in extremitatē regulae linea aequidistans longioribus lateribus regulae, quae sit b x p, & palam quoniam illa erit linea longitudinis regulae, deinde in longiori parte illius lineae à puncto x signato, sumatur altitudo medij grani ordeī, & fiat ibi punctum z, erit itaq; z medius punctus longitudinis regulae, centrūq; foraminum oppositus directē, centra enim foraminum altiora sunt superficie circuli a b c, in quantitate medij grani ordeī, & distant à base armillae per duos digitos: punctus ergo z distat ab eadē base per duos digitos, & regula in quadrato concauo per digitum unū, & quia ab extremitate regulae usq; ad punctum z, sunt digiti tres, longitudo quoq; regulae est tantum sex digitorum, patet quod punctum z, est medium longitudinis regulae, ducatur itaq; per punctum z, linea aequidistans lineis extremitatum latitudinis regulae, quae sit t q, est itaq; linea longitudinis regulae quae est b p, diuisa per aequales k & y, semper ductis lineis latitudinis à punctis sectionis k & y, perpendiculariter super lineam longitudinis b p, aequidistanter lineae c q, sic ergo erit linea b p, & communiter tota regula diuisa in quatuor partes aequales, & hoc modo omnes aliae sex lineae diuidantur, et factum est quod proponebatur.

In speculis planis radij oblique incidentis sit ad aliam partē reflexio: semperq; angulum incidentiae aequale esse angulo reflexionis experimentaliter comprobatur.

Fiat itaq; ex ferro mundo speculum planum circularis figurae, cuius diameter modo praemisso sit trium digitorum, & concauetur regula praemissa secundum centrum z, qui est medius punctus regulae circulariter ad quantitatē diametri speculi, & profundetur secundum spissitudinem ipsius speculi, apteturq; taliter, ut una fiat superficies speculi & regula, & ut centrum circuli rotunditatis speculi directē superponatur puncto z, linea itaq; c q diuidens latiore superficiem regulae per duo aequalia, diuidet etiam superficiē speculi per duo aequalia, & in hoc experimentantis diligentia consistat. Immittatur itaq; lignae armillae haec regula, donec centrum d, quod est acumen tabulae aeneae cadat super speculum, & tunc illa regula sit cum speculo in figura quadrato concauo per aliam quod artificium appodiata ne uacillet, sed stet firma. Deinde bene obstruentur omnia foramina instrumenti praeter unum, quod oblique super regulae superficiem declinet, & sit exempli causa foramen correspondens lineae d l in circulo a b c aeneo, & hoc foramen aperius itaq; speculo plano incidens uidebitur reflecti ad foramen aliud correspondens lineae d h in circulo a b c aeneo, & si foramen illud puncti h aperiatur, & cū foramen prius opertum quod fuit puncti l, obstruatur, reflectitur recte radius in illud foramen cooperatum. Angulus autē b d l est aequalis angulo b d h, ut patet ex hypothese in praemissa, ergo angulus l d a est aequalis angulo b d c, quoniam totus angulus b d a est aequalis toti angulo b d c, quia uterq; est rectus. Si etiam imponatur foramen aperto columna ferrea concaua, de qua praemissimus, descendit lux per columnae cōcauitatē ad speculum, & reflectetur in foramine respiciens aequalem angulum ut prius. Et si ad secundum foramen columnam transferatur, reflectetur radius ad primum, semper tamen erit debilior lux per columnam descendens quam sine columna per ipsum foramen descendēs, & illud est experimentandi modus, si aliquod foramen cum cera obstruatur, & circa centrum eius paruum circa centrum foraminis alterius, illud primum in anguli aequalitate respicientis, & si concauitas columnae ferreae concaua obturata fuerit facto foramine primo secū dum centrum suae basis, descendet lux per axem columnae, & ad centrum alterius foraminis, &



nis, & reflectetur semper aequalitate angulorum in omnibus observata. Et si aptetur instrumentaliter, ut lux per duo foramina reflectetur similiter per alia duo illis similia, semper enim declinatio linearum reflexionis est aequalis declinationi linearum incidentiae, & quoniam linea  $l x p$ , quae est linea media longitudinis regulae, est orthogonaliter super lineam latitudinis regulae inferiorem aequedistantem lineae  $c q$ , quoniam illa est communis sectio superficiei regulae & superficiei fundi quadrati concavi aequedistantis superficiei  $a b c$  circuli aenei, & linea media superficiei fundi aequedistant lineae  $d b$ , quae est media diameter circuli, & quia linea quae est communis sectio semicirculi  $a b c$ , & superficiei regulae in qua est linea latitudinis regulae & aequedistans communi sectioni superficiei fundi & regulae per 28. primi, quoniam linea  $b x p$ , cadit perpendiculariter super ambas illas lineas latitudinis regulae, & quoniam linea  $b x p$ , est erecta super superficiem fundi per lineam, per 23. primi huius, quoniam linea  $b x q$  est perpendicularis super superficiem circuli  $a b c$  aequedistantem superficiei fundi tabulae, ergo per definitionem lineae super superficiem erectae diameter  $d b$  est perpendicularis super lineam  $b x p$ , cum secant se in puncto  $d$ , est ergo linea  $d b$  erecta super superficiem speculi plani, & super eius circuli diameter, quia superficies circuli  $a b c$  est aequedistans superficiei circuli transiens per centrum foraminum, quoniam distantia omnium centrorum foraminum a superficie circuli  $a b c$ , est eadem scilicet medietas quantitatis grani ordeii. Superficies vero transiens centra omnium foraminum secat columnam ferream per axem, est ergo axis columnae in illa superficie, & quia columna ferrea in suo descensu tangit aliquam lineam in superficie circuli  $a b c$  a centro  $d$ , ad circumferentiam productam, utpote lineam  $d b$ , vel lineam  $d m$ , vel aliquam aliam aliarum linearum, palam per praemissa, quia axis columnae aequedistant illi lineae quae tangitur per lineam longitudinis columnae, & quoniam per quodcumque foraminum columnam descendente, semper axis eius cadit in lineam  $b x p$  et in punctum  $z$ , linea vero  $z d b$ , semper est perpendicularis super superficiem  $a b c$ , linea quoque a puncto  $z$ , ipsius regulae protrahita ad centrum foraminis, quod est contingens punctum  $n$ , est aequedistans lineae  $d n$ , & similiter de alijs centris foraminum & punctis  $m l h i k$ , signatis in circumferentia  $a b c$ , omnes enim semidiametri foraminum sunt aequales & aequedistantes lineae  $z d$ , per 25. primi huius, sunt enim omnes semidiametri foraminum perpendiculares super superficiem circuli  $a b c$ , quoniam sunt partes lineae longitudinis armillae, lineae itaque  $l d$  &  $d h$ , sunt aequedistantes duabus lineis imaginatis duci a puncto regulae quod est  $z$ , ad centrum duorum foraminum contingentium puncta  $l$  &  $h$ , per 33. primi, ergo per 10. undecimi, anguli ab illis lineis in superficiebus aequedistantibus contenti sunt aequales, & si a puncto  $z$ , ducatur linea ad centrum medij foraminis, erit ipsa per praemissa aequedistans lineae  $d b$ , dividens angulum linearum secum concurrentium per aequalia, sicut linea  $d b$  dividit angulum  $l d h$  per aequalia, patet ergo propositum.

X I.

In speculis planis radium perpendiculariter incidentem reflecti in se ipsum instrumentaliter declaratur.

Remanente enim omni dispositione instrumenti ut prius, & regula in qua situm est speculum planum erecta super fundi quadrati concavi, quod est in tabula lignea, quae est basis instrumenti, obturentur omnia foramina praeter mediu cui respondet semidiameter  $d b$  circuli  $a b c$ , & fiat baculus columnaris ad quantitatem foraminis, cuius extremitas acuatur ita ut remaneat solus punctus qui est terminus axis eius qui immittatur per foramen ad speculum, signeturque incausto punctus in quem ceciderit. Deinde extracta baculo opponatur foramen apertum radio, cadetque radius super punctum signatum, & circa ipsum efficiet circulum, signetur itaque in fine huius lucis circularis punctum, & secundum quantitatem lineae interiaccens puncta signata, fiat circulus qui erit maior circulo foraminis, per 36. secundi huius, quoniam semper processus lucis per foramen ingredientis est in modum pyramidis, in nullo autem aliorum foraminum, neque in aliqua parte concavitate armillae videbitur lux reflexa, palam ergo quod lux descendens per axem reflectitur per eandem, & secundum illius reflexionem ordinatur totaliter reflexio luminis incidentis.

incidentis, quambis autem videatur lux circularis circa basem interiore foraminis maior luce incidente vel radio, & quamvis illa lux videatur maior ipsius lucis interioris circulo, palamque sit illam lucem apparere per reflexionem, non tamen accidit hoc per reflexionem radij perpendiculariter incidentis, qui est axis illius pyramidis luminosae: sed accidit hoc propter reflexionem aliorum radij pyramidis oblique speculo incidentium, qui etiam secundum modum suae obliquitatis ad partes oppositas, & non in se reflectuntur, quod patet, si obturetur per cera utraque basis foraminis, facto modico foramine secundum axem, tunc enim radio solis per viam tantum axis descendente non apparebit lux reflexa circularis circa interiore basem foraminis, patet ergo quod non procedat illa lux circularis ex reflexa luce axis, sed ex reflexione lucis oblique incidentis ipsi speculo. Quod si regula in qua situm est dictum speculum planum aliquantum retrorsum inclinatur, tunc palam est quod radius per medium foramen incidens non cadit perpendiculariter super superficiem speculi, videbiturque lux reflexa a medio foramine remota secundum medium declinationis speculi, semper tamen centrum lucis cadet super lineam ductam in concava superficie armillae perpendicularem super superficiem  $a b c$  circuli aenei, & descendente per centra basis foraminis medij, hoc enim secat semper lucem circulariter reflectam & dividit circulum eius per mediu, & si regula ad latus dextrum vel sinistrum declinet, semper radius secundum hoc obliquabitur, regula vero ad rectitudinem redeunte, reuertetur lucis reflexio ad interiore basem foraminis ut prius, patet ergo propositum, semper enim in speculis planis radius perpendiculariter incidens reflectitur in se ipsum, sed in radijs oblique incidentibus angulus incidentiae sit aequalis angulo reflexionis, ut patet per praemissum.

X II.

In sphaericis conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiae est aequalis angulo reflexionis, ex quo patet quia radius perpendicularis reflectitur in se ipsum.

Fiat ex ferro mundo speculum sphaericum conuexum hoc modo. Describatur circulus maximus sphaerae, cuius diameter sit  $g$ , sex digitorum assumptorum ut prius, & inscribatur ei linea aequalis semidiametro per primam quarti huius, itaque erit corda trium digitorum, ducatur quoque a centro sphaerae semidiameter perpendiculariter super illam cordam per 12. primi, & producat ad arcum, cadetque in medium arcus punctum per 4. primi, & per 27. tertij, eritque suus versus minor medio digito, abscindatur itaque illa minor portio circuli, & secundum illius quantitatem & concavitatem fabricetur speculum, quod liniatur & poliatur planissime extrinsecus, assumaturque regula lignea simul penitus prius sumpta in omni lineatione & creatione, & facta concavitate in linea ad modum speculi, applicetur speculum regulae ita ut mediu punctum conuexi speculi cadat super  $z$  medium punctum regulae, & sit in superficie ipsius regulae quod potest sciri per applicationem alterius regulae vel alicuius ut placuerit. Erigatur quoque regula cum speculo orthogonaliter super fundum quadrati, ut in speculis planis, & operatione priori reperitur, & luce per foramen obliquando vel mediu descendente fiat reflexio ut prius, & similiter fiet si regula declinetur. Semper enim lucis per diversas lineas obliquas speculo sphaerico conuexo incidentes, per diversas lineas obliquas reflectuntur, & quae secundum perpendiculares lineas speculo lucis incidunt reflectentur in se ipsas, & semper angulus incidentiae est aequalis angulo reflexionis, quod proponebat.

X III.

In sphaericis concavis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiae est aequalis angulo reflexionis.

Fiat speculum sphaericum ut supra, & secundum conuexam portionem illius circuli limetur & poliatur planissime intrinsecus, & assumatur alia regula lignea similis prior, & coaptetur ei speculum taliter, ut circulus basis speculi sit in superficie regulae, & centrum illius circuli cadat in punctum  $z$ , & linea  $c q$ , quae dividit superficiem regulae per aequalia, continuetur diametro basis speculi, & fiat istorum diligens inquisitio per artificium quod industriae experimentantis committimus. Immittaturque regula cum speculo ipsi instrumento ut prius, & fiat operatio similis omnino priori, sic tamen ut semper punctus  $z$  sit in medio d,



ctus d, qui est centrum semicirculi ænei, cadat super medium punctū speculi, hoc enim est semper in omnibus speculis conuexis & concavis obseruandum. Declarabiturq; angulorum incidentiæ & reflexionis æqualitas ut prius, tam in radijs oblique incidentibus quàm in ipso radio perpendiculari, patet ergo propositum.

XIIII.

In columnaribus conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Sumatur autem columna rotunda, quæ sit altitudinis trium digitorum, & cuius basis circuli diameter sit sex digitorum, & resecetur portio circuli basis illius columnæ ut prius in speculis sphericis, fiatq; ex ferro mundo portio columnæ, cuius basis sit illa portio circuli & altitudo ipsius trium digitorum, & secundum cōcauitatem illius formetur conuexitas illius portionis, fiatq; omnes lineæ longitudinis eius perpendiculares super utraq; bases, eritq; sinus uersus basis minor medietate unius digiti; hoc itaq; speculum optime politum uisui conuexæ, applicetur uni regularum simili priori, ita ut medius punctus eius cadat super medium punctū regulæ qui est z, & ita ut linea longitudinis diuidens ipsius conuexam superficiem per æqualia sit in superficie regulæ, & applicetur ei secundum lineam longitudinis eius qui est b p, & hoc fieri poterit, si utriusq; basis arcus per æqualia diuidatur & puncta media signata lineæ b p applicentur. Immittatur itaq; regula cum speculo ipsius instrumento ut prius, & fiat operatio similis priori. Demonstrabiturq; angulorum incidentiæ et reflexionis æqualitas ut supra, nec est in aliquo à passione speculorum planorum in his speculis diuersitas, nisi in hoc quod si radio per foramen medium incidente regula hæc oblique sit secundū partem dextram uel sinistram, apparebit inde lux reflecti super idem medium foramen & medium lucis super medium foraminis, quæ lux in speculis alijs obliquetur, quoniam enim in speculis columnaribus radius perpendiculariter incidens uni lineæ longitudinis, perpendiculariter unicuiq; aliarum sibi oppositarum incidit, propter hoc in omnibus ipsis accidit uniformitas reflexionis, & semper radius perpendicularis reflectitur in seipsum, patet ergo, ppositū.

XV.

In pyramidalibus conuexis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Fiat ex ferro puro speculū pyramidale, cuius basis sit æqualis basi speculi columnaris, erit ergo corda illius basis triū digitorum, & sinus uersus minor medietate unius digiti. Sit autē linea longitudinis speculi quatuor digitorum & dimidiū, & hoc optime exterius politū, applicet uni similiū regularū taliter cōcauatæ, ut medius punctus eius sit sup punctū z medii punctū regulæ, & ut acumen eius sit in termino lineæ b p, & linea diuidēs portionē pyramidalē p æqualia q; scilicet à uertice pyramidis ad mediū punctū arcus basis pducit, sit in superficie regulæ. Immisā quoq; regula cū speculo in instrumentū fiat opatio ut prius, & accidunt oīa quæ in speculis columnaribus cōuexis accidebant, est ergo in ipsis angulus incidentiæ æqualis angulo reflexiōis, & radius semp reflectitur in seipsum, ut patuit in pmissis, patet ergo, ppositū.

XVI.

In columnaribus concavis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Fiat ferreū speculū columnare cōcauū, cuius cōcauitas sit omnino æqualis prioris columnaris speculi cōuexitati, sitq; optime secundū cōcauitatē arcus portiois basis interius politū, & hoc applicet uni lineæ similiū cōcauatæ ut prius, taliter, qd cordæ arcus utriusq; basis cū extremis lineis longitudinis sint in superficie regulæ, & fiat operatio ut prius, incidentēq; oīa q; in speculis columnaribus cōuexis accidebāt, & p hoc patet, ppositum.

XVII.

In pyramidalibus concavis speculis radio incidente & reflexo, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis.

Fiat speculum ferreum pyramidale concauum, cuius cōcauitas sit omnino æqualis pmissis

pmissi conuexi pyramidalis speculi conuexitati, & poliatur interius, appliceturq; uni linearum similiū, taliter ut medius punctus eius sit super punctū z, & ut acumen eius sit directe in linea b p, & ut corda arcus ipsius basis sit in superficie regulæ; cum autē linea longitudinis portiois pyramidalis speculi sit quatuor digitorū & dimidiū, restat ex lōgitudine regulæ digitus & dimidiū tam in speculo concavo quàm in conuexo. Immisā quoq; regula cum speculo in instrumentum fiat operatio ut prius, accidentēq; omnia quæ in speculis pyramidalibus conuexis accidebant in reflexione radiorum oblique incidentium ad angulos æquales, & in reflexione radiorum perpendicularium in se ipsos, patet ergo propositum, palam itaq; ex pmissis, quoniam in omni reflexione à quibuscunq; speculis politis regularibus, ut sunt hæc septem specula, semper radius super lineam rectam perpendiculariter incidens secundum eandem rectam perpendicularem reflectitur, & quod radius secundum lineam rectam oblique incidens secundum aliam lineam obliquam reflectitur, ita tamen quod angulus incidentiæ est semper æqualis angulo reflexionis, unde hoc inuento propter rationabilem sensus experientiam semper ut uniuersali principio deinceps in omnibus his speculis utemur, & licet hoc ut quidem huius scientiæ principium sit experimentaliter declaratum, potest tamen etiam per aliquē demonstrationis modum ad ipsius scientiā perueniri, unde nos ipsum prout diligentius poterimus tentabimus demonstrare, propter quod duo sequentia theoremata duximus pmitenda.

XVIII.

Omnis res uisa per speculum quodcunq; sub breuissimis lineis, comprehenditur à uisu.

Sit speculum in cuius superficie sit linea recta uel curua, quæ sit a c b, rei quoq; uisæ punctus sit d, & centrum oculi sit f, & punctus d uideatur reflexus à puncto speculi c, dico quod lineæ f t & d c, sunt breuiores omnibus lineis protractis à punctis d & f, ad quælibet alia puncta speculi, ducantur enim à puncto alio superficie speculi quod sit e, lineæ e d & e f, quæ non sint breuiores quàm lineæ c d & c f, neq; æquales illis, sed longiores, quia ergo ut patet per 5. huius, natura in omnibus agit secundum lineas breuiores; multiplicatio uero formarū ad superficies speculorū est naturalis, qm sit operæ naturæ, sicut et omnis alia diffusio formarum, ut in philosophia naturali capitulo De naturali actione ostendimus, & similiter reflexio formarum à superficiebus speculorū ad uisum est puræ naturalis, quoniam sit ab operæ naturæ, & cōpletur per actionē animæ, sicut & omnis alia uisio, ut patet p totū quartū huius nostre scientiæ librū. Est autē anima tanquā natura animalū, patet ergo quod huius diffusio formæ & reflexio & cōprehensio quæ sit secundum ipsam est uere naturalis, fiat ergo secundum lineas breuiores, quod est propositū, frustra enim fieret secundum lineas longiores, cū possit melius & certius fieri secundū lineas breuiores.

XIX.

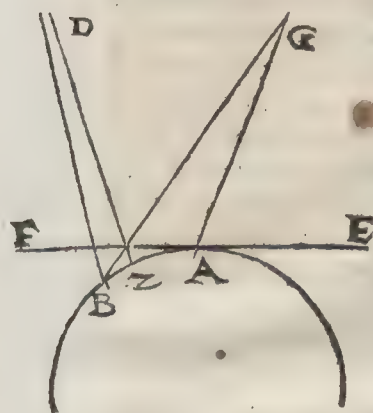
Lineæ incidentiæ & reflexiōis cōtinentes angulos æquales cum perpendiculari à puncto sui concursus super superficiem speculi plani uel conuexi extracta, sunt breuiores oībus lineis ab eisdem terminis super eandē superficiem speculi pductis cōtinentibus angulos inæquales cum perpendicularibus à punctis sui concursus extractis.

Quod hic pponitur facilliter per 17 & 18. primi huius, potest demonstrari, sed quia aliter est idem demonstrabile. Sit res uisā quæcunq; in qua sit punctus c, & sit speculum planum, in cuius superficie sit linea h d e, sit autē nūc exempli causa speculū planū datum, erit ergo linea h d e linea recta, lineæ quoq; contingentes angulos æquales cum linea h d e sicut c d & d e, aut ergo centrum oculi erit in eadem linea æquedistantē lineæ h d e, in qua est c punctus rei uisæ, aut nō. Esto itaq; punctū oculi f, & protrahat lineam c f, & extrahatur à puncto d, perpendicularis sup speculi superficiē p 12. undecimi, q; ptracta, quia secat angulum c d f, patet p 29. primi, qm ipsa secabit lineam c f, est em in eadem superficie cū illa, huius ergo perpendicularis pducta ad lineam c f sit d g, erit ergo linea d g, perpendicularis super lineam e f æquedistantem lineæ d e per 29. primi, quia ergo c d h angulus est æqua



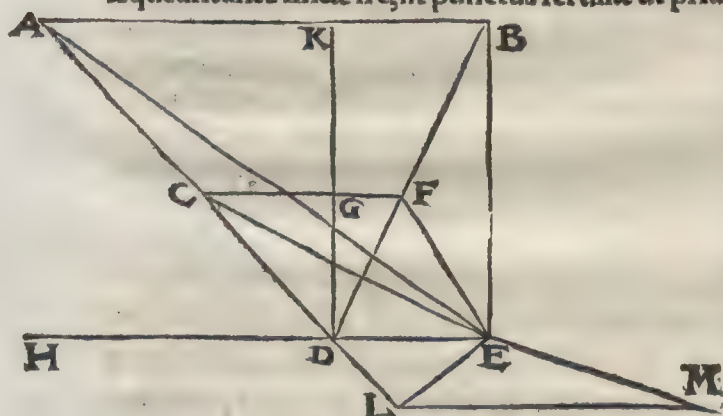
**PERSPECTIVAE VITELLIONIS**

aequalis f d e angulo, deſcriptis illis angulis æquibus à duobus rectis, qui ſunt g d h & g d e,  
erunt anguli reſidui æquales, eſt ergo angulus c d h æqualis angulo g d f, & quoniam tri-  
gonorum c d g & f d g, ambo anguli qui ſunt ad punctũ g ſunt recti, palam per 3. pri-  
mi, qm̃ angulus d c g & d f g ſunt æquales, ſunt itaq; trigoni c d g & f d g æquianguli,  
latera ergo æquos angulos reſpicientia ſunt proportionalia per 4. ſexti, & quoniam la-  
tus d g æquale eſt ſibi ipſi, erit latus f d æquale lateri c b, ductiſq; lineis f e & c e ſuper pun-  
ctum e punctũ linæ d e, quæ ut patet ex præmiſſis eſt æquediſtans linæ e f, patet quod  
linæ c e eſt maior quàm linæ f e, p. 19. primi, eſt enim angulus c f e maior angulo g f d,  
& angulus f c e eſt maior angulo g c d; reſtat ergo ut angulus c f e ſit maior angulo f c e,



& quod linea c e sit maior quam linea f e, et quia super eandem ba-  
sem quæ c f, & inter lineas æquedistantes quæ sunt d e & c f, collo-  
catur trigonum c d cuius latera c d & d f sunt æqualia, & tri-  
gonum c f e, cuius latera c e & f e sunt æqualia, ut patet ex præ-  
missis, dico quod latera c d & d f ambo simul sumpta sunt maio-  
ra ambobus lateribus c e & f e simul sumptis, producatu erit linea  
c d ultra punctū d, in cōtinuum & directū ad punctū l, ita ut linea  
d l sit æqualis lineæ d f, sed & linea c e quæ est longius latus trigo-  
ni c f e, pducatur ultra punctū e ad punctū m, donec linea c m sit  
æqualis lineæ c f, & copuletur linea l m & linea e l, & quia angu-  
lus f d e est æqualis angulo f d c, per 29. primi, & angulus d f c est  
æqualis angulo d c f, ut patet ex præmissis, angulus uero e d l æ-  
qualis est angulo f c d, per 29. primi, erit ergo angulus f d e æqua-  
lis angulo e d l, sed linea d l est æqualis lineæ d f, et linea d e est am-

bobus trigonis quæ sunt  $fd$  &  $ed$  cōmunis, ergo per 4. primi, est linea  $fe$  æqualis lineæ  $le$ , ergo & lineæ  $em$  g per 5. primi, anguli  $elm$  et  $eml$  sunt æquales: totalis ergo angulus  $clm$  est maior angulo  $cml$ , ergo per 19. primi, linea  $cm$  est maior quàm linea  $cl$ , duo ergo latera  $ce$  &  $ef$ , pariter accepta maiora sunt duobus lateribus  $cd$  &  $df$  pariter acceptis, quod est propositum. Si autem uisus & res uisa non sunt in eadem linea æquedistante lineæ  $he$ , sit punctus rei uisæ ut prius  $c$ , & centrum uisus sit  $b$ , & ducatur li



ut patet secundū præmissā . Cū enim lineæ a d & d b sunt æquales per 2. sexti, ideo quia lineæ c d & d f sunt æquales, lineæ uero a e & b e sint inæquales, erūt duo latera a c & b e simul iuncta maiora duobus lateribus a d & d b simul iunctis, ergo cū a c & c e duo latera trigoni a c e, p 20. primi, sint lōgiora latere a e, erunt istæ tres lineæ a c, c e, & b, longiores duobꝯ lineis q̄ sunt a d & d b, ergo dēpto hincinde ipso a c cōmuni, remanebūt lineæ c e & c b maiores q̄ lineæ c d & d b, quod est, ppositū. Et eodē modo potest demonstrari in quibuscunqꝯ alijs speculis cōuexis, sit ergo speculū nō planum cuiuscūqꝯ figuræ cōuexæ placuerit, & sit nūc exempli causa sphericū cōuexū, quia idē accidit in alijs, & sit h a b sitqꝯ centrū uisus g & punctū uisum d, & lineæ g a & a d æquales angulos cōtineant cum lineā circulum contingente in puncto a, quæ sit e f, ita ut angulus e a g sit æqualis angulo f a d. Incidantqꝯ lineæ g b & d b in punctum aliū speculi quod sit b, ita ut inæquales angulos contineant cum lineā contingente speculum in puncto b, dico quod lineæ g a & a d

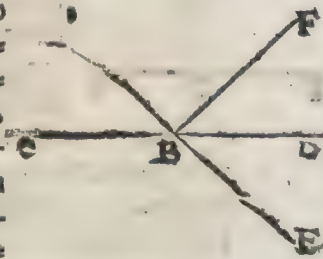
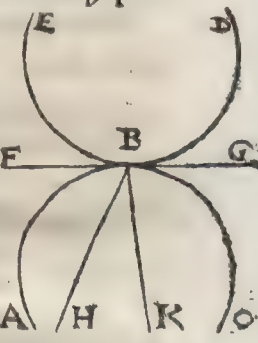
LIBER QVINTVS. 127

Ad sunt minores lineis  $gb$  &  $db$ , quoniam enim angulus contingentiae quae est  $hae$  aequalis est angulo  $bae$ , uterque est enim minimus acutorum per 15. tertij, angulus uero  $eag$  est aequalis angulo  $fae$ , sit punctus in quo linea  $gb$ , secat lineam contingentem, quae est  $e$ , punctus  $z$ , & ducatur linea  $dz$ , palam per 16. primi, quoniam angulus  $eag$ , est maior angulo  $eaz$ , ergo angulus  $daz$ , est maior angulo  $gza$ . Sed angulus  $dze$ , est maior angulo  $daz$ , ergo angulus  $fze$ , est maior angulo  $gza$ , ergo per 17. primi huius, duae lineae  $ga$ , &  $da$ , sunt minores duobus lineis  $gz$  &  $dz$ . Sed lineae  $gz$  &  $dz$ , sunt minores lineis  $gb$  &  $db$ , quoniam linea  $gb$ , est maior quam linea  $gz$ , ut totum parte, linea uero  $db$  est maior quam linea  $dz$  per 8. tertij, pater ergo, propositum uniuersaliter in superficiebus quorumlibet speculorum connexorum. Hoc autem idem ut praediximus, potest per 17. primi huius, facilius demonstrari, quam in alijs ostendimus, quod lineae rectae contingentes angulos aequales cum linea cui ad unum punctum incidunt, possunt breuiores omnibus lineis ab eisdem terminis super eandem lineam ad unum punctum alium productis, & hoc proposuimus per 17. primi huius in lineis rectis, per 18. eiusdem primi in lineis conuexis.

XX.

In omni reflexione à quibuscunq; speculis facta, semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis: ex quo patet, quòd linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat.

Quoniam enim ut patet per 18. huius, omnis res uisa per quodcūq; speculum planum uel conuexū uel concauum, sub breuissimis lineis comprehenditur, lineæ uero ab eisdem punctis utpote à puncto rei uisæ, & centro uisus ad superficiem cuiuscūq; speculi productæ breuissimæ sunt, quæ cōtinent angulos æquales, & cum lineis contingentibus superficies speculorum, & cum perpendicularibus à punctis sui cōkursus productis super superficies speculorum, ut patet per præmissam, angulus uero quem facit lineæ à puncto rei uisæ producta, est angulus incidentiæ, & angulus quem facit lineæ ab illo puncto ad centrū uisus producta, est angulus reflexionis, patet ergo quod angulus incidētiæ semper est æqualis angulo reflexionis, à quocūq; speculo plano uel conuexo fiat reflexio. Sed & idem patet in concauis speculis quibuscūq; sit enim aliquod speculum conuexum, in quo sit circulus e b d, quē in puncto b, contingat extrinsecus per 12. tertij circulus a b c, & ducatur à puncto b, lineæ f b g, ambos circulos contingens in puncto b, & sit punctus rei uisæ b, cuius forma à puncto b, speculi conuexi reflectitur ad uisum existentem in puncto k, eritq; per præmissam angulus h b f, æqualis angulo k b g, sed & angulus a b f, est æqualis angulo c b g, per 15. tertij, quoniam sunt anguli incidentiæ: relinquitur ergo angulus h b a, qui est angulus incidentiæ in speculo concauo a b c, æqualis angulo k b c, qui est angulus reflexionis, patet ergo propositum. Vniuersaliter enim in omnibus speculis cōcauis hæc demonstratio potest coaptari, est aut hoc rationale, si enim lineæ incidentiæ quæ sit exēpli causa a b, lineam rectam c b d, protrahitis in superficie plani speculi, uel contingentem superficiem conuexam uel



Amuel cōcūā alicuius speculi sine reflexione penetraret in puncto b, usq; ad punctū e  
palā p 15. primū, qd angulus icidētiā a b c, fieret æq̃lis angulo e b d, si ergo fiat reflexio  
secūdū lineā b f, cōueniētus est ut fiat secūdū angulū æqualē illi contrapōsito q̃ secūdū  
aliquem aliū angulū, ita ut angulus f b d æq̃lis angulo e b d, & angulo a b c. Si em̃ pū  
ctus c & d, existētibus imotis lineis c d, imaginē reuolui, tunc em̃ linea e b, ppter æqua  
litatem angulorum e b d & d b f, cadet super lineam b f, & hoc uidetur importare nomē  
reflexionis, patet ergo propositum. Patet etiam ex hoc corollarium, linearum enī in  
æqualitas, quia non immutat angulorum quantitatem, ergo neq; naturam reflexionis,  
unde omnia puncta eiusdem lineæ remotiora à puncto reflexionis possunt reflecti ad  
uisum, sicut puncta eiusdem lineæ propinquiora puncto reflexionis, uniuersaliter enim  
oia puncta eiusdem lineæ secūdū æqualē angulū reflecti possunt, & hoc p̃pnebat.



Omnes formae secundum lineam perpendicularem super superficiem cuiuscunque speculi incidentis, reflexio fit secundum lineam eandem.

Verbi gratia, esto ut forma puncti a, superficiei speculi b d c, incidat secundum lineam perpendicularem super superficiem b d c, dico quod reflexio formae puncti a, erit secundum eandem lineam d a; dato enim quod secundum aliam lineam fiat reflexio, tunc cum angulus incidentiae semper sit aequalis angulo reflexionis, ut patet per praemissam & in proposito angulus incidentiae sit rectus, infiniti quoque sint anguli recti ordinales super punctum d, nec fit declinatio formae plus ad unum punctum superficiei b c, quam ad aliud, aequaliter enim se habet linea a d, quae est linea incidentiae ad punctum b, & ad punctum c, & ad omnia alia puncta superficiei b c. Sic ergo erunt infinitae reflexiones ad infinita puncta superficiei b c, quia qua ratione ad unam differentiam positio fieret reflexio, eadem ratione fieret ad aliam & omnem, quod est inconueniens, dabitur ergo necessario quod fiat reflexio super unam & eandem lineam a d, secundum quam incidentia fiebat, perpendiculares ergo uel non reflectuntur, uel redeunt in se ipsas, & fortificatur actio talium formarum. Si tamen dicatur quod perpendicularis incidens per aliam lineam reflectitur, sit ut reflectatur per lineam d e, tunc ergo angulus incidentiae, ut patuit per praemissam, semper sit aequalis angulo reflexionis, erit angulus a d e, aequalis angulo a d c. Sed angulus a d c, aequalis est angulo a d b, per hypothesim, erit ergo angulus a d e, aequalis angulo a d b, pars suo toti, quod est impossibile, patet ergo propositum.

XXII.

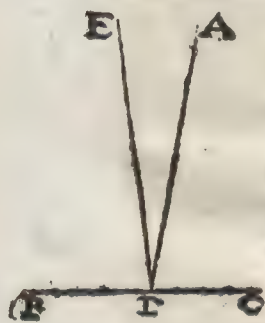
Inter puncta formae superficiei cuiuscunque speculi incidentis & speculi oppositi superficiei, necesse est infinitas pyramides figurari, conos & bases hinc inde mutuas habentes.

Declaratum est enim per primam huius, quoniam a quolibet puncto corporis oppositi procedit lux uel color ad quodlibet punctum speculi, omnes enim lineae ductae ad quodlibet punctum corporis, recidunt in unum punctum speculi, & formae unius puncti corporis insciunt omnibus punctis superficiei totius speculi, eo quod ad omnem positionis differentiam sit diffusio formarum, tota ergo forma corporis erit in unoquoque puncto speculi, & forma cuiuslibet corporis in tota speculi superficiei; quot ergo sunt puncta in superficiei speculi, totae sunt pyramides ad totam superficiem formae corporis terminatae, quae superficiei sit basis omnium illarum pyramidum; & quot sunt puncta in tota superficiei corporis, cuius forma incidit speculo, totae sunt pyramides ad totam superficiem speculi terminatae, quae sit basis omnium illarum pyramidum, & sunt omnes istae pyramides continuae per continuitatem punctorum in ductis superficiei existentium potentia non actu, eritque axis cuiuslibet harum pyramidum punctus secundum quem speculo incidit punctus medius totius formae speculo incidentis, quoniam ab illo incidit secundum aequalem distantiam, omnes puncti alij circumstant aequaliter medium punctum formae, patet ergo propositum.

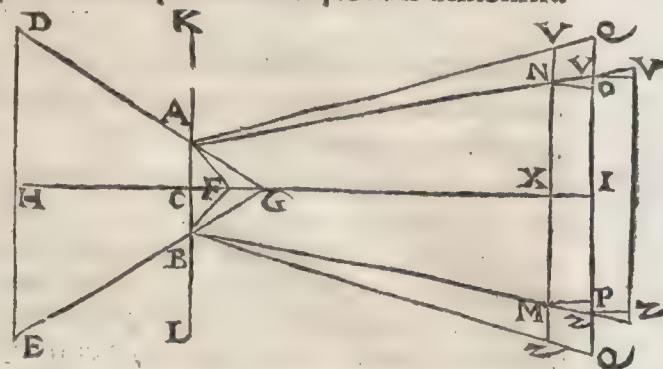
XXIII.

Impossibile est uideri imagines in quibuscunque speculis propter reflexionem radiorum uisualium a speculis ad res uisas, sed solum propter reflexionem formarum a speculis ad uisum.

Si enim radij uisuales reflecterentur a speculo ad res, quorum uisus accipit imagines, referentque ipsas formas a speculis ad uisum, tunc quaelibet imago uideretur loco suae rei cuius est imago, quod est contra sensum, & quia, ut praestensum est secundum secundam huius, ab omni corpore colorato praesente luce, color ad corpus oppositum politum mittitur mixtum cum lumine, & quandoque totaliter, & quandoque partim reflectitur ab illis, tunc si radij uisuales incidentes speculis reflecterentur ab illis ad res ipsas, & deferrentur



secum formas, accideret quod duae uidentur imagines uniuscuiusque rei, quorum unam offerret uisui ipse uisualis radius reflexus, & aliam ipse radius formae rei incidens speculo, in quo formae rerum imprimuntur, & reflexus a speculo ad uisum, quod totum est impossibile sensui. Sed sermo ad eius oppositionem quidam antiquorum demonstratorem attulit, quae & nos ut indifferentem



tigoratam fortius praesenti proposito applicamus. Sit itaque exempli causa speculum erectum super superficiem horizontis orthogonaliter, in quo sit linea diuisens superficiem speculi per aequalia, quae sit a b, & sit centrum uisus g, a quo ducatur linea g c, perpendicularis super superficiem speculi per i i, undecimi. Sit itaque ut linea g t, cadat super lineam a b, in punctum t, erit ergo linea g t, perpendicularis super lineam a b, & ducantur a puncto g, lineae g a & g b aequales, erunt ergo per 5. primi, anguli g a b, & g b a aequales, & anguli ad punctum t sunt recti, ergo per 26. primi, & per hypothesim erit linea a t, aequalis lineae b t, producantur itaque lineae g a & g b, ultra speculum ad puncta d & e, ita ut lineae g a d, & g b e, sint aequales, & coniungatur linea d e, & producatursq; linea g t, ad lineam d e, & incidat illi in puncto h, erit ergo per praemissam & 26. primi, linea d h, aequalis lineae h e, ergo per 8. primi, & per definitionem perpendicularis anguli ad punctum h, sunt recti, ergo per 28. primi, lineae d h & a t, sunt aequedistantes, & lineae h e & t h, aequedistantes, producatursq; linea t h, ultra uisum g, donec lineae t i, sit aequalis lineae t h, & ducantur a puncto i, lineae i u, & i z, aequedistantes lineae a b, & sit linea u z, aequalis lineae d e, & ducantur lineae u a & z b, quia ergo linea t i, est aequalis ipsi lineae t h, & linea u z, aequalis lineae d e, & linea a b, aequalis est sibi ipsi, erit superficies a b & d o, aequalis superficiei a b d e. Supposita enim nec excedit nec excedetur, linea ergo u a, est aequalis lineae a d, & z b est aequalis ipsi lineae b e, & angulus a u z, aequalis est angulo a d e, & angulus d z b, est aequalis d e b, & angulus d a b, aequalis angulo u a b, radius ergo g a, per 20. huius, reflectetur ad punctum u. Si tantum producatursq; linea a b, ultra punctum a, ad punctum r, & ultra punctum b, ad punctum l, palam ex praemissis & per 13. primi, quia linea a r z diuidit angulum u a d, per duo aequalia, erit ergo angulus a b, aequalis angulo r a d, & similiter erit angulus z b l, aequalis angulo e b l. Sed angulus r a d, est aequalis angulo g a b, & angulus l b e, aequalis angulo g b a, per 15. primi, ergo angulus r a u, est aequalis angulo g a b, & angulus l b z, aequalis angulo g b a, ergo per 20. huius duo radij g a & g b, conuertentur a duobus punctis a & b, ad duo puncta u & z. Si itaque centrum uisus quod est g, appropinquet superficiei speculi, & lineae a b, ut si perueniant in punctum f, tunc quia angulus incidentiae, qui est g a t, erit per 20. huius, angulus reflexionis, qui sit q a r, minor angulo prioris reflexionis, qui est u a r, & erit angulus q a r, maior angulo u a g, & linea q i, maior linea u i, approximante ergo uisui superficiei speculi non uidebuntur extremitates rei prius uisae, quae sunt u & z, secundum extremitates speculi, quae sunt a & b. Sed & uisu persistente in puncto g, & linea u z, approximante speculo usque ad punctum x, quod sit punctum lineae z h, non uidebuntur extremitates lineae u z, quae sunt u & z, sed solum aliqua puncta ipsius, in quibus radius g a uisualis reflexus a superficiei speculi secatur u z, quae sint puncta m & n, erit enim linea n m, minor quam linea u z, quod patet per 34. primi, ductis lineis aequedistantibus, & perpendicularibus, quae sint n o & m p, & si linea u z elongata fuerit a superficiei speculi, nullum eius punctum uidebitur secundum radios a b & u z, quia alij radij uisuales a punctis extremis illius speculi, quae sunt a & b, non reflectuntur ad aliquod punctum lineae u z, sed ultra illa, quod patet per 34. primi, copulatis lineis aequedistantibus quae sint u u z, & z z, non uidebitur ergo in tali dispositione respectu speculi aliquod punctum lineae u z, quod est contra experientiam & sensum; accidit enim extrema rei approxima



ta & elongata in speculo quicquid uideri, ut suppositum est in huius libri principio. Et sicut hoc patet in speculis planis, sic etiam patet in alijs speculis quibuscumque, quoniam de omnibus eadem est demonstratio, patet ergo propositum, aut ad minus ex his non concluditur oppositum ipsius.

XXIII.

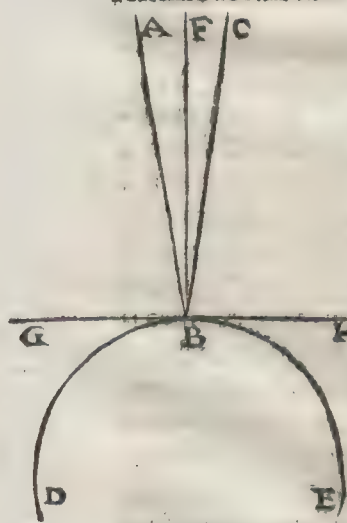
Comprehensionem formarum uisibilium in speculo sola efficit reflexio quæ ad uisum, unde secundum dispositionem linearum reflexionis uisus necessario informatur.

Quod enim radij ab oculo non exeant, qui redeunt ad uisum referant secum formas uisibilium, hoc ostensum est per præmissam, quod autem forma sensibilis non informat ipsum speculum, sicut forma naturalis suam materiam, hoc patet ex hoc, quod non in omni differentia positionis uidentur formæ in speculis quibuscumque, intuens enim alius quis accedens ad speculum fixum, uidet formam quam prius non uidit, & recedens a loco uisionis formæ prius in speculo fixæ uisæ, non amplius uidet illam; & uisâ parte speculi, non propter hoc uidetur pars formarum in speculo apparentium, sed in eodẽ puncto speculi diuersi aspicientis uidere possunt formas diuersas & distinctas, quæ tamen ut quidam actus completiui eandem partem speculi non possunt simul informare, uideatur etiam in speculo forma rei, quæ secundum lineam rectam non potest multiplicari ad uisum; multa quoque alia accidunt, quorum ratio posterior est magna, tñ impossibilitatem demonstrant, palam itaque formas à speculo non procedere, ut in speculo existentes & multiplicantes se ad uisum, sed ut incidentes ipsis speculis à rebus formatis & à speculis ad uisum reflecti, secundum dispositionem ergo linearum reflexionis uisus necessario informatur, quia quandoque uisus uere rem aliam non uidet, cuius formam comprehendit à speculo reflexam, patet ergo propositum.

XXV.

In omni reflexione à quocumque speculo facta, superficiem reflexionis super illius speculi superficiem, uel super superficiem illud speculum in puncto reflexionis contingentem, erectam esse est necesse.

Quoniam enim si lux uel forma alicuius speculi secundum perpendicularem lineam incidit, illa secundum eandem reflectitur per 21. huius, palam quod tunc sit incidentia & reflexio secundum eandem lineam, & superficiem reflexionis necesse est esse erectam super superficiem ipsius speculi per 18. undecimi. Si uero lux uel forma secundum lineas obliquas incidit superficiem speculi cuiuscumque, tunc semper angulus incidentiæ & reflexionis erunt in eadem superficie reflexionis, ut patet ex eorum diffinitione, sed & in eadem superficie secundum lineam perpendicularem super superficiem speculi & lineam incidentiæ & reflexionis ductos angulos cum linea, quæ est communis sectio superficiem reflexionis & speculi continentes, ut patet per diffinitionem superficiem reflexionis, est ergo per 18. undecimi, illa superficies erecta super superficiem speculi, uel super superficiem speculum contingentem in puncto reflexionis, & hoc exemplariter patet in superficie circuli sequentis armillæ instrumenti in 9. huius præmissi, æquedistanter basibus suis per omnia centra foraminum, & æquedistantis superficiem circuli ænei, quæ est a b c, radio enim per foramen medium incidente & speculo declinante secundum regulam eadem est demonstratio, quæ in radijs oblique incidentibus; reflectitur enim semper tunc radius ad lineam longitudinis armillæ, quæ tunc non æquedistat lineæ b z p, quæ est linea longitudinis regulæ, & quoniam sit tunc reflexio à puncto z, cui incidit axis columnæ rotundæ, uel radij perpendiculariter super lineam t q, quæ est communis sectio superficiem regulæ & superficiem circuli transeuntis per centra foraminum, & huic axi æquedistat linea d b, semidiameter circuli a b c, ergo



ergo

ergo in eadem superficie per primam primi huius. Sed linea d b, est perpendicularis super lineam latitudinis regulæ, quæ est communis sectio superficiem regulæ & circuli a b c, ergo per diffinitionem superficiem super superficiem erectæ, superficies in qua sunt axis columnæ ferreæ uel radij incidentis, & linea d b, est erecta super superficiem regulæ uel speculi, & in hac superficie est linea perpendicularis, quæ est linea altitudinis armillæ transeuntis per punctum b, & per centrum foraminis medij, in quam lineam sit reflexio lucis axis pyramidis radialis, patet ergo propositum, & ita in unoquoque speculorū, quoniam ad omne speculum hæc demonstratio se extendit, ut patuit ex præmissis.

XXVI.

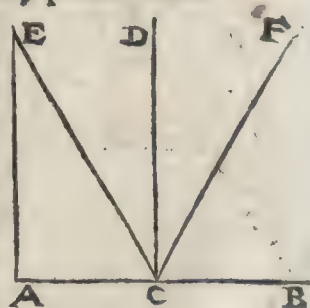
In omni reflexione à cuiuscumque speculi superficie linea recta per æqualia diuidens angulum contentum sub lineis incidentiæ & reflexionis super lineam, quæ est communis sectio superficiem reflexionis & speculi, uel superficiem in puncto incidentiæ speculum contingentis necessario perpendicularis existit: ex quo patet illam lineam erectam esse super superficiem in illo puncto speculum contingentem.

Sit em ut forma puncti a, incidat superficiem alicuius speculi secundum punctum b, & reflectatur in punctum c, est itaque linea incidentiæ linea a b, & linea reflexionis linea b c, quæ sunt in una superficie erecta super superficiem speculi per præmissam, sitque alia qua superficies plana contingens speculum secundum punctum b, communis autem sectio huius superficiem & superficiem reflexionis, sit linea d b e, angulū uero a b c, diuidat lineam b f, per æqualia. Dico quod linea f b, est necessario perpendicularis super lineam d b e, quia enim angulus d b a, est æqualis angulo e b c, per 20. primi huius, angulus em incidentiæ a b, est æqualis angulo reflexionis, qui est e b c, & quia angulus a b f, est æqualis angulo f b c, ex hypothesi, palam quod totus angulus f b d, est æqualis toti angulo f b e, est ergo linea f b, perpendicularis super lineam d e, per diffinitionem lineæ perpendicularis, et hoc si linea d b e sit linea recta, quæ si fuerit circularis, sic ut g h linea recta ipsam contingat in puncto b, per 16. tertij, & quia anguli contingentiæ g b d, & h b e, sunt æquales, relinquunt quod anguli f b g, & f b h sint æquales, & erit idem linea f b, perpendicularis super lineam g b, & super lineam d e, cum itaque linea f b, sit ducta in superficie reflexionis, quæ ex præmissa est erecta super superficiem speculi, uel super superficiem speculū in puncto incidentiæ contingentem, & cum ipso sit super ipsam communem sectionem perpendicularis, patet quod linea f b, est erecta super superficiem speculū in illo puncto contingente, continet em cum omnibus lineis in illa superficie productis angulos æquales, & quoniam eodem modo potest fieri declaratio in sectionibus, patet ergo propositum.

XXVII.

In omni superficie reflexionis à speculis quibuscumque centrū uisus & punctum formæ uisæ, & punctum reflexionis & termini perpendicularis & katheti utriusque consistere est necesse: ex quo patet lineam perpendicularem à puncto reflexionis ductam, omnibus superficiebus reflexionis illi puncto incidentibus, communem esse.

Ostensum est per 25. huius, quoniam in omni reflexione à quocumque speculo facta semper superficies reflexionis, in qua sunt lineæ reflexionis & incidentiæ & perpendicularis super superficiem speculi ducta à puncto reflexionis, erecta est super superficiem speculi, à quo sit reflexio: cum autem linea incidentiæ incipiat à puncto formæ comprehensionis, & terminatur in punctum reflexionis, & linea reflexionis incipiat à puncto reflexionis, & terminatur ad centrum oculi, palam quod hæc tria puncta sunt in eadem superficie. Sed cum perpendicularis sit erecta super superficiem speculi super quam per 25. huius superficies reflexionis est erecta, quoniam & in illa superficie est tota perpendicularis, cum quibus ipsa ex diffinitione est in eadem superficie, ergo per primam 5. terminus perpendicularis superior necessario erit in eadem superficie cum punctis



K

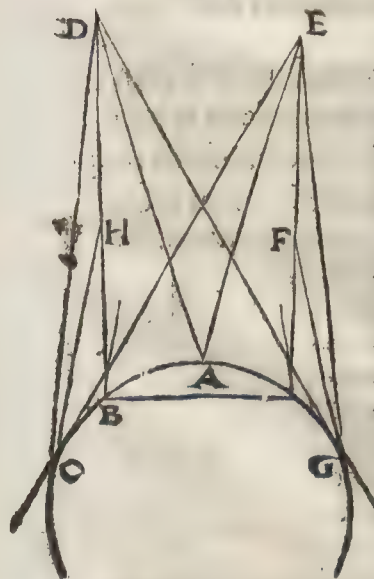
punctis



punctis predictis. Si enim illa perpendicularis ad punctum alium extra superficiem reflexionis terminetur, patet quod illa perpendicularis in alia erit superficie, quod est contra definitionem superficiei reflexionis, sed etiam si ipsa in alia fuerit superficie, erit rectus minor recto, quod est impossibile, linea enim a puncto reflexionis producta in ipsa superficie reflexionis erecta super superficiem speculi, cum linea in superficie speculi ab eodem puncto producta continet angulum rectum & perpendicularis similiter. Si ergo illae 2. lineae ad diversa puncta terminantur, sit rectus maior recto. Sed per eundem modum patet id quod proponitur de kathetis, & quoniam omnes superficies reflexionis quae transeunt idem punctum reflexionis, & aliquod punctum formae comprehensum, licet ad diversa centra visum terminentur, semper transeunt eundem terminum perpendicularis, quoniam omnes sunt erectae super superficiem speculi, vel super superficiem speculi in puncto reflexionis contingente, palam quoniam omnes secant se in perpendiculari, est ergo perpendicularis ab omnibus communis. Sed & hoc figuratim est declarandum, Sit, n. superficies speculi cuiuscunque a b, in cuius punctum c, incidat radius a puncto rei visae, quod sit f, per lineam f c, & reflectat ad centrum visus quod sit e, per lineam c e, extrahat quod perpendicularis super superficiem speculi, quae est b c a, a puncto c, quae sit c d, per 12. undecimi, intelligit quod a puncto e, perpendicularis pertrahi super superficiem b c a, ut ei continuetur per 11. undecimi, quae sit e a, eritque linea e a, aequidistans lineae d c, & quoniam lineae d c & e a, sunt aequidistantes, palam per primam primi huius, quod sunt in eadem plana superficie, & linea recta a b, cum utraque illarum linearum f c & e a, continebit angulum rectum, & erit in eadem superficie cum utraque ipsarum per 2. undecimi, & linea e c, tenebit cum his ambabus lineis quae sunt e a & d c, angulos acutos, propter definitionem angulorum rectorum, & quoniam linea incidentiae & reflexionis cum perpendiculari d c, sunt in eadem superficie, & linea e c recta copulat extremitates linearum e a & d c, erit ipsa per 2. undecimi, in eadem superficie cum ductis perpendicularibus, omnes ergo lineae quae sunt e a & e c, d c, f c, sunt in una & eadem superficie, quatuor ergo praemissa puncta sunt in eadem superficie reflexionis, & hoc proponitur, quoniam inspecto quocunque alio puncto corporis visui vel speculi, semper accidit idem situs linearum radialis cum ipsis perpendicularibus, & similiter patet de utrisque kathetis & incidentiae & reflexionis per primam 5. patet ergo propositum, & ex hoc patet 9. corollaria, satis manifeste.

XXVIII.

Omne punctum reflexionis formae puncti oblique speculo incidentis, inter kathetum incidentiae & reflexionis in superficie speculi consistere est necesse.



datur angulus d c e per aequalia, per 9. primi, & ducatur linea c f, secans lineam b e, in puncto

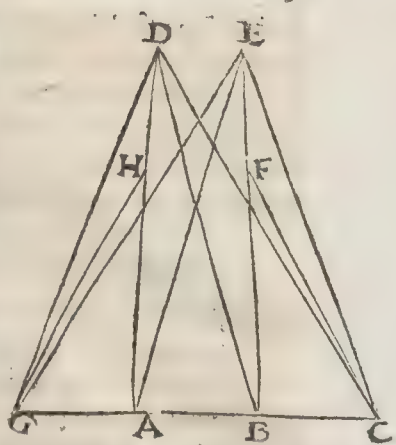
puncto ferit ergo per praemissam lineam e f, perpendicularis super lineam a c, trigoni ergo f c, duo anguli sunt recti, quod est impossibile, ut prius, & eodem modo deducendum, si detur fieri reflexio ab aliquo puncto lineae a b c, ultra punctum a, ut a puncto g, ducta linea g h, angulum d g e, per aequalia dividente, patet ergo quod solum inter puncta a & b, fiet reflexio ab aliquo punctorum lineae a b, videlicet inter kathetum incidentiae & kathetum reflexionis, quod est propositum in speculis planis, & patet uniuersaliter in omnibus reflexionibus a speculis, quibuscunque, quia danti oppositum eadem impossibile sequantur, ducta corda arcus interiacentis, ducta puncta reflexionum & kathetorum productorum, & ductis lineis contingentibus in illis punctis ipsas superficies speculorum, vel lineas quae sunt communes sectiones ipsorum speculorum & superficierum reflexionis, patet ergo propositum.

XXIX.

Impossibile est simul duo puncta eiusdem rei visae ab eodem puncto cuiuscunque speculi reflecti ad idem centrum visus, vel a duobus punctis speculorum planorum vel conuexorum, formam unius puncti.

Quoniam enim puncto alicuius formae perpendiculariter superficiei speculi incidente aliam lineam ab alio puncto rei eiusdem, vel perpendiculariter alterius duci super eandem superficiem ad idem punctum est impossibile, patet per 13. undecimi, quod autem perpendicularis reflectatur in se ipsam, patet per 21. huius, impossibile est ergo duo puncta eiusdem formae visae ab eodem puncto speculi ad idem centrum visus reflecti perpendiculariter. Sed neque est hoc possibile fieri linea incidentiae obliqua existente, omnis enim punctus cuiuslibet formae incidit speculo, & reflectitur ad visum secundum lineas breuiiores per 18. huius, & omnis talis reflexio ad visum & ipsa cum comprehensio sit secundum dispositionem linearum reflexarum per 24. huius, illae ergo duae formae si ad unum punctum quod est centrum oculi incident, & ab uno puncto reflectuntur, tunc illa duo puncta a quibus suarum formarum sit incidentia, quia non perueniunt ad visum nisi secundum punctus, & sic erit confusio formarum in visu. Si enim lineae incidentiae formarum diuersorum punctorum non diuersificant puncta reflexionis, sed incident eodem puncto, palam quod aut aliqua forma tota, aut plura puncta illius formae possunt uni puncto incidere, & in unum punctum reflecti, qui est centrum visus, & videbitur tota forma unus punctus. Item si detur lineas incidentiae & reflexionis propter angulorum suorum diuersitatem semper diuersas esse, sicut ergo sunt duae lineae incidentiae, quae a diuersis punctis formae incident eidem puncto speculi, sic fient duae lineae reflexionis quae ad idem centrum visus terminantur, ut si a duobus punctis formae incidentiae speculo, quae sunt a & b, incident eidem puncto speculi, qui sit c, duae lineae a c, & b c, & ab illo reflectentur ad idem centrum visus quod sit d, sequitur ad huc si ab uno puncto reflexionis c, diuersae formae punctorum a & b, ad centrum visus d perueniant, duas lineas rectas quae sunt c d, superficiem includere, quod est impossibile, patet ergo propositum. Sed neque a duobus punctis alicuius speculi plani vel conuexi ad idem centrum visus simul possibile est idem punctum formae reflecti. Sic enim si possibile est ut forma puncti a, reflectatur ad centrum visus b, a duobus punctis speculi plani vel conuexi cuiuscunque, quae sit c & d, signata super lineam quae est communis

K 2 sectio





PERSPECTIVAE VITELLIONIS

sectio superficiei reflexionis & speculi uel superficiei contingentis speculum conuexū quæ sit e f, cum ergo per 14. huius, secundum dispositionem linearum reflexionis uisui semper informetur, tunc forma puncti a, quæ est indiuisibilis occurret uisui ut forma lineæ c d, quæ est diuisibilis linea, non ergo occurret uisui nisi tantum unus punctus formæ reflexæ ab uno puncto speculi, neq; unum punctū formæ a duobus punctis speculi plani uel conuexi possibile est reflecti, quod est propositum.

xxx.

xxx.

Ab uno puncto superficiei speculi cuiuscunque formam unius puncti rei  
uifæ, ad duos uifus non est possibile reflecti.

Linea enim reflexionis ad unum uisum pcedens si cum perpendiculari erecta à puncto reflectionis super superficiem speculi angulum teneat æqualem, angulus quem tenet linea incidentiæ cum eadem perpendiculari, ut patet per 20. huius, palam q̃ non potest in eadem superficie alia linea sumi, quæ æqualem angulum efficiat cū ducta perpendiculari, unde ab hoc puncto non reflectetur forma eiusdem puncti ad uisum alium, oportet igitur ut à diuersis punctis speculi cuiuscunq̃ fiat ad uisus diuersos reflexio, & quoniam duo tantum sunt uisus, oportet ad minus ut à duobus punctis superficiæ speculi cuiuscunq̃ fiat reflexio formæ unius puncti rei uisæ ad ambos uisus, patet ergo propositum.

XXXI.

XXXI.

Ab uno puncto reflexionis cuiuscunque speculi ad diuersos uisus possibile  
est formas punctorum plurium reflecti, & à diuersis unam.

Quamuis etiam ut patet per 29. huius, solum formæ unius puncti incidentis ab uno tantum puncto speculi reflexio simul sit possibilis ad unum centrum uisus, est tamē possibile fieri simul ad diuersos uisus ab uno puncto speculi diuersorum punctorum formæ incidentis reflexionem, quoniam illa puncta secundum angulos diuersos incidunt, & secundū diuersos reflectuntur, ergo ad puncta diuersa terminantur lineæ reflexæ, in quibus diuersi uisus cadentes puncta diuersarum formarum comprehendit ab uno puncto speculi ad diuersos uisus reflexa, & si unus uisus motus fuerit, & situm uariauerit, speculo existente immoto, tunc etiam secundum situm sui diuersitatem ab eodem puncto speculi ad ipsum puncta diuersarum formarum reflectuntur, semper tamen complebitur pyramis reliquarum formarum, Sed & unus uisus motus, uel diuersi uisus eandem formam uidebunt à diuersis punctis speculi reflexam, quia quilibet punctus formæ incidentis totali superficie speculi incidens ad aliquam partem oppositam reflectitur, & secundum modum quo in 22. & 24. huius proponitur, patet quod formarum pyramides diuersantur, & quia diuersis uisibus diuersi axes pyramidum incidunt, quæ sunt eiusdem formæ, accidit ut à diuersis uisibus una forma à diuersis punctis superficie speculi reflexa uideatur, & idem accidit etiam eidem uisui moto, quando speculum permanet immotum, patet ergo propositum.

xxxi.

xxxii.

A centro oculi ducta perpendiculari super superficiem cuiuscunque speculi plani uel conuexi, non est possibile aliquem punctum ductæ linearæ reflecti ad uisum, nisi eum solum quo ducta perpendicularis superficiem oculi intersecat, & ab eo solo puncto quo ducta perpendicularis incidit ipsius speculi superficiem.

culi superficiei.  
 Sit centrū uisus punctū a, & sit linea quæ est cōmunis sectio superficiei reflexionis  
 & superficiei speculi cuiuscūq; plani uel cōuexi, & sit nūc exēpli causa speculi plani da  
 ti linea b g, sitq; ppendicularis ducta à pūcto a, sup lineā b g, linea a g, sit quoq; ut lineā  
 a g, secet supficiē sphericā cōuexā oculi in pūcto d, dico qd' in tota ppendiculari a g, quā  
 tumcūq; ptracta nō est pūctus q reflectat' ab hoc speculo ad cētrū uisus a, nisi solus pū  
 ctus d. Si, n. alius pūctus ductæ ppendicularis ad uisum reflectit' pter pūctū d, aut ille pū  
 ctus est ultra cētrū uisus a, aut sub uisu, si ultra uisum sit ille p punctus h, palā ergo q non  
 peruenit

131

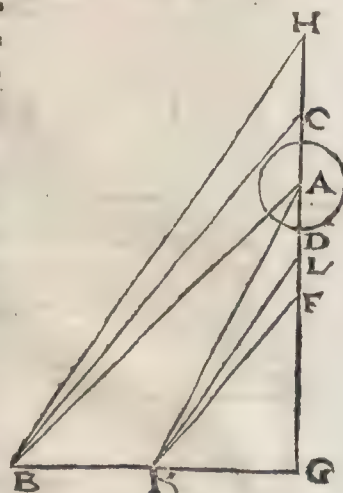
peneniet forma eius ad speculum super perpendicularem h a, propter solidi corporis in  
terpositionem, quod est ultra uisum in capite uidentis, non reflectitur ergo forma puncti  
h super perpendicularem h g. Si uero dicatur quod ab aliquo pun-  
cto speculi præter punctum g, potest reflecti forma puncti h ad ui-  
sum a. Sit illud punctum b, & sit linea incidentiæ h b a, & linea reflexio  
nis h a, diuidaturq; angulus h b a, per æqualia per lineam b t ductā  
ad perpendicularem h g, auxilio nonæ primi, erit ergo per 26.  
huius, linea b t perpendicularis super lineā h g, sed linea t g est per-  
pendicularis super eandem lineam h g, ab eodem ergo puncto t est  
ducere duas perpendiculares super lineam h g, & sup. ipsam superficiē  
speculi quod est impossibile. Sequetur em̄ trigoni a b g duos angu-  
los esse rectos, scilicet angulos c g b & c b g, & ab eodem puncto plu-  
res ducerentur perpendiculares lineæ super eandē superficiem, qd̄  
est contra 20. primi huius: nulla ergo forma punctorum lineæ h d,  
potest reflecti ad uisum nisi solum punctum d, quoniam de omnibus  
alijs punctis eodem modo est demonstrandum, neq; enim potest di-  
ci quod aliqua forma alicuius puncti sumpti inter puncta a & d, re-  
flectatur ad uisum nisi per lineam perpendicularem d a, quoniā puncta inter centrum  
uisus, & superficiem eius posita sunt ualde rari, unde nō mittitur alicuius ipsorum forma  
in uisum, neq; ab aliquo speculo reflectit̄ ut sentiatur, sed neq; forma alicuius punctore  
lineæ d g potest reflecti ad uisum a, à pūcto speculi g, ut forma puncti f, quoniā si illud pū-  
ctum d solidi corporis fuerit, patet quod ipsum impedit reflexionem ad uisum per lineā  
d g, quia propter soliditatem ipsius forma puncti f, non poterit transire & ad uisum p-  
uenire, & si fuerit rarū, adhuc forma reflexa à speculo miscebitur ei & adhaerebit sibi, neq;  
perueniet ad uisum. Sed neq; potest forma alicuius ipsorum punctorum reflecti à pūcto  
aliō speculi quā à puncto g, ut à puncto k, quoniam ductis lineis f l z & a l z, & diuiso  
angulo a l z f per æqualia, per lineam h l, sequatur idem impossibile quod prius, .i. lineas  
l k & l g, perpendiculares esse sup. superficiē speculi, uel super superficiē speculū contingentē,  
qd̄ est cōtra 20. primi huius, oīm itaq; punctorū lineæ h g, nō reflectit̄ aliquis ad uisum  
a nisi solum punctum d, & quoniam quodlibet punctum totius uisibilis in quo est lineā  
h g præter punctum d, in superficie uisus impressum opponitur speculo non ad angulū  
rectum, quoniam omnia puncta circumstantia punctum d, concurrunt in centro uisus  
a, & faciunt conum pyramidis cuius basis est in superficie speculi circa axem a g, uide-  
buntur formæ omnium illorum punctorum semper perpendiculares ab eis ad superficiē  
speculi ductis, patet ergo propositum, quoniam in speculis conuexis, lineā h g, est semp  
perpendicularis super superficiem speculi, nec ab aliquo suorum punctorum super spe-  
culi superficiem alia perpendicularis duci potest per 20. primi huius, ita tamē quod hæc  
quæ præmissa sunt in uno tantum uisu intelligatur in omnibus speculis planis & quibus-  
cunq; conuexis, sicut propositio proponit, quoniam eiusdem puncti rei uisæ ad ambos  
uisus reflexa, si unī uisum perpendiculariter incidat, potest aliq̄ uisui oblique incidere se-  
cundum lineam reflexionis oblique à superficie speculi ad centrum uisus procedentem,  
& uidebitur idem punctus rei uisæ à duobus uisibus secundum diuersum modum suæ re-  
flexionis, in speculis uero concavis quibuscunq; est secus.

XXXIII. 1970-1971

Impossibile est formam oblique speculo incidentem secundum lineam suam  
incidentiam ad uisum reflecti, uel ex parte sui anguli minoris.

d b sit maior angulo c d a, dico quod forma puncti c secundum lineam c d, non reflecti-  
 tur in se ipsam propter inaequalitatem angulorum, cum semper angulus incidentiae sit ae-  
 qualis angulo reflexionis per 20. huius, sed neq; ex parte sui anguli minoris, q̄ est c d a,  
 fiat enim ut reflectatur secundum lineam d e diuidentem angulum c d a, erit ergo angu-  
 lus c d b aequalis angulo c d a, sed angulus c d b maior est angulo c d a, erit ergo angu-  
 lus

K 3 lus

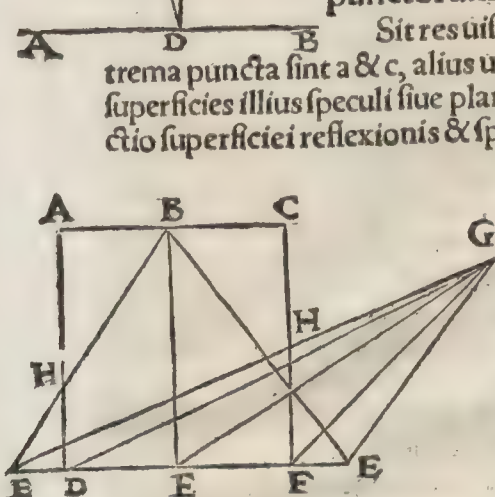




lus e d a maior angulo c d a, pars suo toto, quod est impossibile, semper ergo secundum angulum maiorem quā in proposito est angulus c d b fiet reflexio, & hoc est propositum.

XXXIII.

In omni speculo formarum punctorum mediorum cuiuslibet rei uisae reflexio sit inter puncta reflexionum formarum punctorum extremorum eiusdem rei uisae.



Sit res uisa per reflexionem a quocunque speculo, quae a b c, cuius extrema puncta sint a & c, alius uero mediorum punctorum linea a b c sit punctus b, & sit superficies illius speculi siue plana siue conuexa uel concava fuerit, in qua sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi linea d e f, & sit centrum uisus punctum g, reflectio

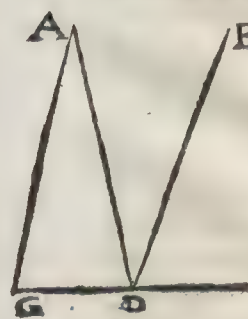
turq; forma puncti a ad uisum g, a puncto speculi quod est d, & forma puncti c a puncto speculi quod sit f, et forma puncti b, quod sit alius mediorum punctorum linea a b c, reflectatur ad uisum a puncto speculi e, dico quod punctus e necessario cadit inter puncta a & c, quae sunt puncta reflexionum formarum punctorum a & c: si em cadat punctus e extra puncta d & f, linea ergo b e quae est linea incidentiae formae puncti b, secabit aliquam lineam quae sunt a d & c f, quamcunque illa uero secuerit, sit punctus sectionis h, palam itaq; quod forma puncti h, reflectetur ad uisum g, a duobus punctis speculi, quae sunt

e & f, uel e & d, quod in speculis planis & conuexis potest esse impossibile per 29. huius. In speculis quoq; concavis duplicabuntur puncti reflexionum illis speculis conuenientium, nulla quoq; forma in aliquo speculorum secundum situm & ordinationem propriam suarum partium uidebitur, quod totum est impossibile, patet ergo propositum.

XXXV.

Figura superficiei corporis incidentis & speculi, & situ simili existente, erit in omni speculo complementum formae corporis & figurae.

Cum enim figura speculi & corporis est eadem & situs idem, ut si utraq; illarum figurarum sit plana & aequidistant, tunc forma puncti primi superficiei uisi corporis incidit puncto primo speculi, & forma puncti secundi puncto secundo, & sic de omnibus alijs punctis se respicientibus. Si ergo in superficiei speculi sit totalis figura superficiei corporis uisi, quod non accidit in speculo alterius figurae, similiter quoq; sumpta quaecunque speculi parte cuius figura sit similis figurae corporis, & situs aequidistans erit semper complementum figurae corporis in ea: & cum infinitae sint tales speculi partes, palam quod infinitae erunt formae corporis speculo incidentes, quae semper ad diversa puncta reflectuntur ex quibus formam corporis uisus diversi in eodem speculo comprehendunt. Hoc itaq; accidit in omnibus speculis, sed maxime euidentius est in planis, cum enim quolibet puncto superficiei planae superficiei speculi plani incidente figura partium circumstantium sit similis ordinationis & situs, accidit ex omnibus punctis speculi simul reflexio & simul & in eodem modo, & sic fit complementum in speculo formae corporis & figurae, & hoc proponitur.



In speculis quibuscunque unumquodque punctorum conspectum in katheto suae incidentiae uidetur.

Sit speculum quodcunque, & sit nunc exempli causa planum, quod sit g d, punctusq; uisus sit a, & centrum oculi sit b, & ducatur a puncto rei uisae quod est a, kathetus incidentiae quod sit a g. Dico quod imago puncti a, semper uidetur in linea a g: suppositum enim est in principio huius libri, quod uniformis situatio puncti rei uisae respectu superficiei cuiuscunque speculi a qua eius forma reflectitur, sit solum

XXXVI.

solum secundum kathetum suae incidentiae, forma autem quae in speculo uidetur est imago rei uisae, ut patet per definitionem, necesse est ergo imaginem illam uideri secundum situationem uniformem ipsius puncti rei uisae ad speculum, quoniam alias non uidetur illa forma per modum imaginis, uidebitur ergo necessario in ipso katheto incidentiae suae, quod est propositum. In alijs enim speculis est eodem modo declarandum.

XXXVII.

Locum imaginis rei uisae in speculis quibuscunque in puncto concursus lineae reflexionis cum katheto incidentiae necesse est esse.

Huius exemplum est, si pyramis orthogonia erigatur perpendiculariter super superficiem speculi cuiuscunque, tunc enim apparebit uisui alia pyramis continua, tenens se cum pyramide extrinseca quasi ad modum rhombi, & uidebuntur harum pyramidum uertices quasi uniformiter distantes a superficie speculi, & si linea recta imaginetur duci a uertice unius pyramidis ad uerticem alterius, palam quoniam ipsa erit perpendicularis super basem uisae pyramidis, & ita super superficiem speculi, cum eadem sit superficies speculi & basis uisae pyramidis, ut in speculis planis uel basis uisae pyramidis aequidistet superficiei speculi contingenti ut in speculis conuexis, quorum speculorum superficies ipsa basis uisae pyramidis est contingens, uel aequidistans superficiei contingenti superficiem speculi, ut in speculis concavis, in quibus basis pyramidis erectae super speculum aequidistat superficiei planae speculi contingenti, uertex itaq; pyramidis semper uidebitur in linea perpendiculari ab eoeducta ad speculum. Similiter quoq; a quocunque puncto pyramidis ducatur linea aequidistans axi, semper incidet ad punctum simile sibi respiciens ipsum in alia pyramide, & erit linea producta per 8. undecimi, semper orthogonalis super bases dictae pyramidis, & super superficiem speculi uel super superficiem speculi contingentem, imago ergo cuiuslibet punctorum pyramidum speculo opposita cadit in perpendiculari intellecta duci a puncto illo super superficiem speculi. Sed quicunque punctus corporis opponatur speculo, necesse est imaginari pyramidem orthogonalem super superficiem speculi aut ei continuam, uel super superficiem ipsum speculum contingentem, uel superficiei contingenti aequidistantem, ut patet per 22. huius, cuius pyramidis uertex est punctus ille uisus, & basis eius superficies speculi aut superficies contingens ei continua, & conuenit ut imaginetur alia pyramis opposita illi, cum illa quasi complens rhombum, quarum utriusque est basis uel eadem uel una basium est alteri aequidistans, & perpendicularis a uertice unius ad uerticem alterius ducta erit perpendicularis super speculi superficiem, & quia imago cuiuslibet puncti speculo oppositi cadit in lineam perpendiculari ductam ab illo puncto ad speculi superficiem aut ei continuam, patet quod locus imaginis est in linea illa perpendiculariter ut patuit per praemissam, sed quia in speculis quibuscunque non accidit comprehensio formarum nisi per lineas reflexionum, ut patet per 24. huius, palam etiam quia imago cuiuslibet uisi puncti cadit in lineam reflexionis, & quia quaelibet talium linearum est recta, imago ergo cuiuslibet puncti formae reflexae cadit in punctum sectionis perpendicularis lineae reflexionis, uidetur ergo quandoque citra superficiem speculi, ut cum talium linearum intersectio uidelicet lineae reflexionis & katheti incidentiae non potest fieri nisi sub superficiei speculi, concurrunt autem linea reflexionis peracta cum katheto incidentiae, quia enim linea reflexionis concurret cum linea perpendicularieducta a puncto reflexionis super ipsam speculi superficiem, ut patet ex praemissis. Sed in speculis planis illa perpendicularis aequidistat katheto incidentiae per 6. undecimi, sunt enim ambae super speculi superficiem perpendicularis, manifestum ergo per 24. primi huius, quia in illis speculis linea reflexionis concurret cum katheto incidentiae. In alijs autem speculis est hoc magis manifestum, quoniam in pluribus illis kathetis incidentiae concurret cum perpendiculari ducta a puncto reflexionis super superficiem speculi. De singulis tamen speculis hoc in sequentibus demonstratur, & in istarum linearum concursu uidetur imago, est ergo locus imaginis ut proponebatur, hoc autem est necessarium, ideo quia cum medium distantiae inter punctum uisum comprehensum & speculi superficiem non sit vacuum, sit reflexio formae corporis medij ad uisum, sicut & puncti



corporis ad quod intendit uisus, nec est differentia reflexionis formae corporis medijs a reflexione formae puncti intenti, nisi sicut alicuius formae unius totius corporis continui, cuius solum pars modica intenditur uideri, ut si foramen acus intendatur uideri in speculo & forma illius multiplicatur ad uisum, nihilominus ordinatur in speculo tota forma acus: & quoniam formae cadentes in uisibus & speculis quibuscumque regularibus retinent essentialem ordinem suarum partium & figurarum, ut patet per 34. huius, ideo necesse est puncta formarum incidentium speculi quandoque in quadam distantia uideri, ut quando distant puncta rei extra, & quando linea reflexionis & kathetus concurrunt sub speculi superficie uel inter uisum & speculum, & non in ipsa superficie speculi uel retro uisum, in quibus omnibus est eadem uniuersalis causa quae praemissa est, deferens solum secundum uarios modos reflexionum: accidit enim rebus secundum quod formae ipsarum diffunduntur per medium ad superficiem speculi in formis suis specificis differre, cum sensibilibus non ferantur ad speculum, nisi lux & color & figura & similia, quae non faciunt differentiam specificam in rebus, ut in ligno & lapide, quamuis uirtus distinctiua per accidentium cognitionem specificam accipiat differentiam, scilicet per applicationem illorum accidentium ad propria subiecta, quae uisibus directe uidentibus sub talibus accidentibus occurrunt. Sicut ergo unius corporis naturalis continui partium formarum feruntur ad speculi superficiem, & seruata forma totali & figura, accidit necessario partes remotiores a speculi superficie remotiores uideri, ne forma & figura rerum uisarum confundatur, sic ut accidit necessario de rebus uisis per medium aerem ut praedeterminata forma aeris in situ suo respectu formae rei per medium aerem uisae omnium suorum punctorum forma uideantur, alias enim figura & forma rerum multiplicatarum ad speculi superficiem confundentur, & hoc mihi uisum est esse causa rei per alios multis ambagibus perquisita. Videtur itaque res necessario in perpendiculari, quoniam ut patet per 21. primi huius, hoc est breuissima eius distantia a superficie speculi a qua fit reflexio ad uisum, aut a superficie ei continua, & secundum hanc fit rei uisae respectu speculi uniformis dispositio, & ex hoc forma rei nomen accipit imaginis, ut diximus in praemissa, licet ergo forma rei secundum aliam lineam reflectatur ad uisum, iudicium tamen uirtutis uisus, quia recipit formam per modum imaginis, fit secundum lineam breuissimam secundum quam incidit forma uisae superficiei ipsius speculi aut ei continua, propter convenientem ordinationem formarum in speculi superficie & in uisu, & propter certiore cognitionem suae propriae quantitatis, cum enim necesse sit imaginem esse in linea reflexionis, si uideretur citra kathetum propinquior ad uisum uideretur maior, si ultra kathetum, uideretur minor, ut a remotiori uisae in katheto uero quam permittit figura speculi & uisum distantia, secundum suam propriam quantitatem uidetur, est ergo necessarium ipsam uideri in puncto concursus lineae reflexionis cum katheto incidentiae, uisus enim cum per reflexionem formas comprehendit, non auertit quod haec comprehensio fit per reflexionem, quoniam reflexio ut supra in procemio huius scientiae diximus, non accidit ex proprietate uisus, uisu enim remoto nihilominus fit reflexio a speculis, quoniam forma corporalis non minus incidit superficialibus speculorum, sed quoniam inuenit transeundi resistantiam ex soliditate corporis specularis reflectitur ab illis, & si contingat uisum esse in loco in quo fit linearum reflexarum aggregatio, comprehendet uisus illas formas in capitibus illarum linearum, & est quaelibet formarum reflexarum a quocumque speculo in illo speculo tanquam non adueniens, sed ac si naturalis esset forma speculi, cum tamen non sit aliquid essentiae ipsius speculi, patet ergo propositum.

XXXVIII.

Formam omnis rei uisae comprehensae per reflexionem factam a superficie alicuius speculi, figurae superficiei illius speculi est necessarium aliquantulum simili.

Quoniam enim ut patet per praemissam locus imaginis cuiuscumque puncti formae uisae est in concursu lineae reflexionis cum katheto incidentiae, harum autem linearum concursus di-

lus diuersificatur secundum figuram superficialium speculorum a quibus fit reflexio, quoniam secundum illius figurae dispositionem, fit diuersitas concursus katheti incidentiae & perpendicularis ductae a puncto formae incidentis super superficiem speculi, uel super superficiem speculi contingentem in puncto reflexionis superficiei speculi, a qua fit reflexio ad uisum, quarum perpendicularium concursus diuersificat concursum linearum reflexionis cum katheto incidentiae, in quo concursu fit locus imaginum ut declaratum est in praemissa, habet itaque superficies speculi a qua fit reflexio aliquam dignitatem in formatione imaginum uisarum quae ab ipsis reflectuntur, non tamen fit semper haec assimilatio secundum totam dispositionem formarum, nisi cum loca imaginum cadunt in ipsis superficiebus speculorum non intra specula uel extra ipsa. Sed & tunc secundum aliquod simulantur formae uisae ipsis formis uel figuris speculorum, quoniam in speculis pyramidalibus apparent formae aliquantulum pyramidales, & sic aliquantulum accidit in alijs speculis, patet ergo propositum.

XXXIX.

Diuisa cuiuscumque speculi superficiei, accidit formam unius puncti rei uisae numero illarum partium numerari.

Hoc quod hic proponitur uerum est, quando per diuisionem superficiei alicuius speculi sensibilis accidit diuersitas ordinis & situs partialium superficialium uisae, & respectu ipsius uisus ut plurimum accidit in speculis uitreis plumbatis, per diuisionem ab unitate superficiei defacili recedunt, quod non accidit in alijs speculis tam facilliter: quoniam itaque aliorum speculorum, superficies propter diuisionem in ipsis factam ab unitate superficiei secundum situm & ordinem praemisso modo recedunt, accidit formam unius puncti rei uisae numero illarum partium numerari, tunc enim diuersi fiunt katheti incidentiae formae eiusdem puncti rei uisae respectu illarum diuersarum partialium superficialium, & similiter diuersa fiunt puncta reflexionum & diuersae reflexionum lineae ad centrum eiusdem uisus, & quia locus cuiuslibet imaginis semper fit in puncto concursus lineae reflexionis cum katheto incidentiae, ut patet per 37 huius, ideo patet, quod secundum numerum illarum linearum, & sui concursus formae eiusdem puncti imagines numerantur, patet ergo propositum.

XL.

In omnis speculi superficie fit formarum deflexio in longitudine & latitudine secundum modum politurae.

Quod hic proponitur exemplariter patet in speculis quibuscumque artificio politis. Si enim fabricant in longum ut accidit in superficiebus ensium, tunc facies intuentis uidebitur oblongata respectu suae propriae dispositionis, & si fabricant aliquam superficiem secundum ipsam latitudinem, si longitudo fabricata secundum sui latitudinem opponitur uisui, tunc imago faciei illa intuentis uidebitur latior quam sit eius, proprietas uera secundum illam dispositionem, & quandoque uidebitur imago transversalis, propter transversalitate fabricationis, in oibus uero his causa est unio maior superficialium ipsarum corporum politorum, a quibus & quarum partibus confluit reflexio ad unionem formarum reflexarum, & secundum illud peruenit ad uisum, & enim ut in principijs huius libri diximus, politio est continuitas partium superficialium politici corporis sine sensibilitate pororum uel diuisionis, unde cum ad aliquam differentiam positionis illi pori coplanantur, necesse est secundum illam differentiam formas pluribus punctis illis incidentes in unitate formae confluere & uniri, & secundum illud modum formam uisam secundum reflexionem augmentari & uideri maiorem, secundum alias uero positionum differentias necesse est ipsam uideri suae dispositionis propriae, uel circa illam, & sic accidit quaedam mensurabilitas in imaginibus formarum taliter uisae, quia ipsarum reflexio est aequalis hinc inde, & fit irregularis secundum illud, ut itaque a corporibus arte politis reflexio fiat regularis & conueniens dispositioni formarum reflexarum, necesse est ipsorum superficies fabricari secundum modum circulari non in longum nec in latum uel transversum, ne secundum illos modos formarum propria dispositio difformetur, patet ergo propositum.

XLI.

In omni speculo accidit eandem imaginem a duobus uisibus quoniamque uideri duas.

L. Huius



Huius rei euentus accidit uisui in unius imaginis uisione à quocūq; speculorum res flexa, sicut & idem error sibi accidit in simplici rerū uisione, cū eadem causā concurrunt uel aliarum aliquarū quas declarauimus in 103. & 104. 105. 106. 107. quarti libri huius, utpote cum eiusdem rei forma ab eodē speculo reflexa uni uisui offertur directe & alteri oblique, uel cū forma reflexa constituta intra axes radiales ambobus uisibus occurrit oblique. Quibuscunq; enim modis accidit formam eiusdem rei uideri duas, eisdem modis possibile est imaginem illius formae uideri duas, si secundum modū suae uisionis ad uisum ab aliquo speculo reflectatur, & quia talibus nō oportet aliter immorari quā ut in simplici uisione dictū est, nō em̄ accidit illud ppter diuersitatē punctorū reflexionis formae eiusdē puncti ad ambos uisus, quoniā illa diuersitas aut nulla est, aut nō est sensibilis, unde nullū sensibile inducit uisibus errorē, sed ambo uisus secundū illū unde pueniūt ad uisionem unitatis eiusdem formae ut posterius declarabitur, patet ergo propositum.

XLII.

Imago rei uisae motae in omni speculo moueri uidetur.

Huius causa non est alia, nisi uniformitas reflexionis à quolibet puncto speculi, super quam sit motus, & quia omnia puncta rei uisae à diuersis quā prius punctis reflectuntur, efficitur noua imago totius rei uisae secundū quod p eius motū puncta à quibus facta est reflexio permuantur, uidetur itaq; forma moueri, licet secundū ueritatē nō moueatur, sed potius noua imago mutato situ rei uisae genere, hoc autē accidit propter continuitatem punctorū reflexionis in superficie speculorū, patet ergo ppositū. His itaq; cōmunibus omnīū speculorū passionibus praemissis, restat ut ad planorū speculorū passionē, p prias calami conuertamus.

XLIII.

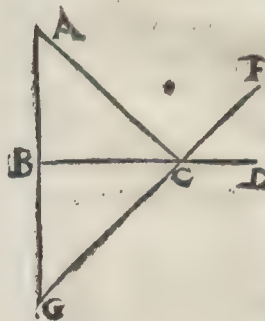
In omni reflexione à speculis planis facta, lineae incidentiae & reflexionis proportionales sunt kathetis à punctis suorum terminorū demissis, & ipsis basibus in speculorum superficie interiectis.

Sit speculum planū, in cuius superficie sit linea d c e, & sit linea incidentiae a c, reflexionis uero c b, & ducant katheti a d incidentiae & reflexionis b e, dico quod quae est proportio a d ad e b, eadem est a c ad b c & d c ad c e, quoniā em̄ in trigono a d c, angulus rectus, qui a d c est aequalis angulo b e c recto, & angulus a c d, q est angulus incidentiae p 20. huius, aequalis angulo b c e, qui est angulus reflexionis, erit necessārio angulus d a c, trigoni a d c aequalis angulo c b e trigoni b e c, per 32. primi, ergo per 4. sexti, latera istorum trigonorum aequales angulos respicientia sunt pportionalia, quae est ergo proportio lineae a d ad lineam b e, eadem est proportio lineae a c ad b c, & lineae d c ad e c, & quoniā semper manet eadem proportio resultans ex aequalitate angulorum, patet ergo propositum.

XLIII.

Forma puncti rei uisae superficiei plani speculi incidente, locum in quo uisu constituto ad ipsum fiat reflexio inuenire.

Esto punctus cuius forma speculo plano incidat a, & sit linea b c d communis sectio superficiei reflexionis & speculi ducta in superficie speculi, incidatq; punctus à speculo secundum punctum c, & ducatur linea incidentiae quae a c, & à puncto a, ducatur linea a b perpendicularis super lineam b c d, p 12. primi, & producatuſq; ad punctum e, donec p 3. primi, linea b e fiat aequalis ipsi a b, & continuatur linea e c, quae producatuſq; ultra c ad punctū f, dico quod uisu existente in quolibet puncto lineae c f, semper fiet reflexio ad ipsum, et uidebit formā puncti a, copuletur em̄ linea a c, erit quoq; angulus a b c aequalis angulo c b e, quia ut patet ex praemissis ambo illi anguli sunt recti, qm̄ ergo per 4. primi, cū ex hypothēsi linea b e sit aequalis ipsi a b, & latera b c cōmune, trigona a b c & c b e sint aequiangula, erit angulus a c b aequalis angulo b c e, sed per 5. primi, angulus f c d est aequalis angulo b c e, ergo angulus f c d est



sed est aequalis angulo a c b, ergo per 20. huius, cū linea a c sit linea incidentiae, erit c f linea reflexionis, uisu ergo in illa posito fiet reflexio ad uisum, quod est propositum.

XLV.

Forma puncti à speculo plano non reflectitur ad eundē uisum nisi ab uno puncto tantum.

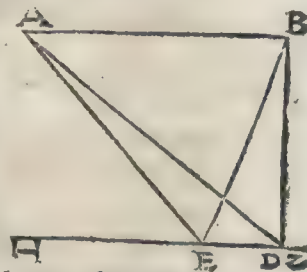
Esto centrum uisus a & punctum uisum b, & sit z h superficies speculi plani, dico qđ ab uno tantum puncto superficiei z h, reflectitur forma puncti b ad uisum a, si enim à duobus punctis sit possibile illā reflecti, sint illa duo puncta d & e, & ducatur linea à centro uisus in puncto a ad punctum uisum b linea quae sit a b, linea itaq; a b, protracta ultra alterum punctorum quae sunt b uel a, aut concurrat cum superficiei speculi aut aequidistat. Si cōcurrat siue sit perpendicularis super superficiei speculi à quo sit reflexio siue non, semper ipsa erit necessārio in una sola superficiei reflexionis. Si enim ipsa sit perpendicularis super superficiei speculi, tunc patet quod ipsa est in una superficiei reflexionis per 27. huius, quoniā ipsa reflectitur in se ipsam per 21. huius. Si uero linea a b super superficiei speculi non sit perpendicularis, cum sit linea recta extensa inter duo puncta extrema, quae ambo per 5. huius, necessārio sunt in una superficiei reflexionis erecta super superficiei speculi, erit etiam linea a b in una sola tali superficiei, quoniā si in duobus orthogonalibus fuerit, tunc ipsa erit communis sectio duabus illis superficiei orthogonibus super superficiei speculi per 19. primi huius, unde sumpto in ea puncto & ducta ab illo puncto linea in altera superficiei super lineam communem huic superficiei & superficiei speculi, erit haec linea erecta super superficiei speculi per definitionem superficiei super superficiei erectae, & similiter ab eodē puncto ducatur linea in alia superficiei super lineam communem ei & superficiei speculi, & erit iterum haec linea orthogonalis super superficiei speculi, ab eodem ergo puncto contingeret ducere duas perpendiculares super eandem superficiei speculi, quod est impossibile & cōtra 20. primi huius, ergo linea a b in una sola superficiei reflexionis erecta super superficiei speculi plani, eruntq; tria puncta a c b in eadem superficiei reflexionis per primam undecimi, & erunt lineae a e & e d & e b, per 25. huius, in illa superficiei reflexionis in qua est linea a b, & similiter lineae e d & d b & d a, quia lineae d a & e b, erunt in eadem superficiei cū lineis d a & d b, per secundam undecimi. Sed angulus e a h est maior angulo a d e per 16. primi, extrinsecus em̄ est maior intrinseco. Sed p 20. huius, angulus incidentiae qui est a e h est aequalis angulo reflexionis qui est b e d, ergo & angulus a d e est aequalis angulo b d z, angulus ergo d e b maior est angulo a d e, ergo & ipsius aequali, scilicet angulus b d z, quod est contra 16. primi, extrinsecus enim qui est b a z maior est intrinseco qui est b e d, ergo & angulus a d h maior est angulo b e d, & sic idem angulus eodem angulo erit maior & minor, quod est impossibile, à solo ergo puncto speculi plani sit reflexio formae puncti b ad uisum a. Si uero linea a b sit perpendicularis super superficiei speculi plani, patet per 32. huius, quod unius tantum punctus reflectitur secundū ipsam ad uisum, & ab uno solo speculi puncto, quod si linea a b non cōcurrat cū aliqua linearum protractarū in superficiei speculi, sed sint aequidistantes alicui illarum, ergo per 9. undecimi, ipsa erit aequidistans cuilibet aequidistanti illi lineae in speculis superficiei productae. Sit ergo aequidistans lineae b z, erunt quoq; per secundam primi huius lineae a b & h z in eadem superficiei, fiat ergo deductio ut prius, quoniā intrinsecus angulus erit maior extrinseco, quod est impossibile, ergo & illud ex quo sequebatur, patet ergo quod proponebatur.

XLVI.

In speculis planis dati puncti uisi ad centrum uisus datum punctum reflexionis inuenire.

Sit speculum planum, in cuius superficie sit linea a g, & sit centrū uisus b, punctusq; rei uisae sit d, & ducatur katheti a d & g b, perpendiculariter super superficiei speculi per 1. undecimi, diuidaturq; linea a g in puncto h, ita ut sit pportio lineae a h ad lineam h g, sicut

L 2 sicut





sicut lineæ a d ad lineam g b, per 119. primi huius, dico itaq; quod forma puncti d reflectetur ad uisum b à puncto speculi h, ducant em lineæ d h & b h, palam itaq; p 6. sexti, & ex hypothesi, qm triangulo d h a est æquiangulus tri angulo h g b, angulus em h a d est æqualis angulo h g b, quia sunt am bo recti, & est pportio lineæ a d ad lineam g b, sicut lineæ a h ad lineam h g, angulus itaq; a h d est æqualis angulo g h b: à puncto itaq; speculi quod est h, reflectitur forma puncti d ad uisum b, p 20. huius, angulus em incidentiæ est æqualis angulo reflexionis. Si aut punctus h, obstruat per aliquod superpositum, utpote p cerā uel p picem aut sibi simile, nulla uidebit imago puncti d, centro ipsius uisus quod est b, disposito secundū præmissum modū, qm à puncto alio impossibile est fieri reflexionē p præmissam, accidit em à puncto alio uariari pportionem, & angulos incidentiæ & reflexionis fieri inæquales, patet ergo ppositum.

XLVII.

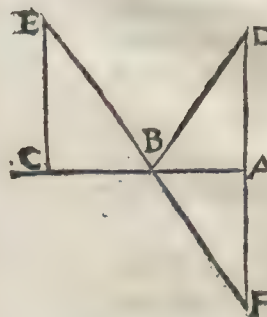
Lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti à diuersis punctis speculi plani non sunt æquedistantes, attamen in centro unius uisus non concurrunt, ex quo patet quod unus uisus uidere non potest idolum eiusdem formæ à diuersis punctis eiusdem plani speculi reflexum.

Esto speculū planum in cuius superficie sit lineæ a b c, cuius duobus punctis c & b, à puncto rei uisæ quod sit e, incident lineæ e b & e c, & sit centrū uisus g, & reflectatur lineæ e b secundū lineam b f, & lineæ e c secundū lineam c g, dico quod lineæ e g & b f non sunt æquedistantes, nec tñ concurrent in centro unius uisus, quauis etiā sint in eadē superficie, angulus em incidentiæ qui est e c d est æqualis angulo reflexionis qui est g c a, & angulus e b d est æqualis angulo f b a, ut patet per 20. huius, quia ergo tri gonie b c latius b c, ptrahitur ad punctū d, erit per 16. primi, angulus e c d, extrinsecus maior angulo intrinseco qui est e b d, palā ergo p 20. huius, quia & angulus g c a maior est angulo f b a, ergo per 16. primi huius, lineæ g c & b f, non sunt æquedistantes, angulus enim extrinsecus maior est intrinseco cadēte lineæ a d super ambas lineas g c & b f, sed neq; concurrunt in centro unius uisus: dato enim quod cōcurrant in centro uisus quod sit f, & lineæ e c reflectatur ad uisum f, secundū lineam e f, tñ quia per 20. huius, angulus incidentiæ qui est f b a æqualis est angulo reflexionis qui est e b d, & angulus e c d æqualis angulo b c f, sed angulus f b a maior est angulo b c f, per 16. primi, ergo & angulus e b c intrinsecus maior est angulo e c d extrinsecus, qd est cōtra eandem 16. primi, & impossibile, patet ergo propositum, & ex hoc patet planē totum correlariū. Si em lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti non possunt in centro unius uisus concurrere, tñ est manifestū quod unus uisus non potest idolum eiusdem formæ uidere reflexum à diuersis punctis superficie eiusdem speculi plani, qd est totum ppositum.

XLVIII.

In speculis planis forma puncti ad centrū uisus reflexa locū imaginis inuenire.

Esto speculū planum, in cuius superficie sit lineæ a b c, sit quoq; ut forma puncti rei uisæ quod sit d, reflectatur ad centrū uisus quod sit e, à puncto speculi b, & ducatur lineæ incidentiæ quæ sit d b, & lineæ reflexionis quæ sit b e, dico quod est possibile inueniri locum imaginis in quo uidetur forma puncti d, quoniam enim per 27. huius, puncta d b e sunt in eadem superficie, patet per primam & secundā undecimā, quoniam lineæ a b c est cum lineis d b & b e, in eadem superficie, imaginetur ergo extendi lineam a b c in cōtinuum, quousq; à puncto e super ipsum pducatur per 12. primi, lineæ perpendicularis quæ sit e c, & ei æquedistans à puncto d quæ sit d a, per 31. primi, quia itaq; lineæ e c concurrunt cum lineæ e c in puncto e, palam per secundā primā huius, quoniam ipsa cōcurrunt cū lineæ d a, pducta, sit cōcursus punctus f, dico per 37. huius, qm punctus f, est locus imaginis formæ puncti d, patet ergo ppositum. Eadem



Eadem

Eadem est distantia loci imaginis à superficie speculi plani sub speculo, quæ est puncti uisus ab eadem superficie super speculum planum existentis.

Sit punctus rei uisæ a, & sit centrum uisus b, & sit c d e lineæ cōmunis superficie rei flexionis & superficie speculi plani, sitq; d punctus reflexionis, & à puncto d ducatur lineæ d f, perpendiculariter super lineam c d e, per 11. primi, uel super totam superficiem speculi plani per 12. undecimā, & à puncto a ducatur perpendicularis super superficiem speculi per 11. undecimā, quæ sit a c, quæ producatul ultra speculū, & ducatur lineæ incidentiæ quæ sit a d, & lineæ reflexionis quæ sit b d, patet ergo per 27. huius, qm lineæ a d, f d, b d, sunt in superficie reflexionis, & cū lineæ f d, sit æquidistans lineæ a c, p 28. uel p 6. undecimā, & lineæ b d, concurrat cū lineæ f d, in puncto d, patet per 2. primi huius, quia puncto g, dico quod lineæ g c, est æqualis lineæ a c, quoniam enim angulus b d e, est æqualis angulo a d c, per 20. huius, sunt enim anguli incidentiæ reflexionis. Sed angulus b d c, est æqualis angulo c d g, per 15. primi, quoniam sunt anguli contra se positi, angulus ergo a d c, est æqualis angulo c d g, angulus uero a c d, est æqualis angulo d c g, quoniam uterq; est rectus, erit ergo per 32. primi, angulus c a d, trigoni c a d, æqualis angulo c g d, trigoni c g d, erunt ergo per 4. sexti, latera æquos angulos continentia, pportionalia, sed latus c d æquale est sibi ipsi, erunt ergo cetera latera æquos angulos respicientia inter se æqualia, ut a c ipsi c g, & a d ipsi g c, quia ergo in puncto g, est locus imaginis per 37. huius, & lineæ c g, est æqualis ipsi a c, patet ergo propositum. Si ergo perpendicularis ultra superficiem speculi imaginetur lineæ c g, æqualis lineæ a c, reflectari, semper erit in puncto g locus imaginis tñ distans à superficie plani sub speculo, quantum punctus rei uisæ, cuius forma uidetur in speculo, distat ab eadem superficie speculi super speculum, patet ergo propositum.

L.

In omni reflexione à speculis planis facta, lineæ à centro uisus ad locum imaginis producta, æqualis est lineæ incidentiæ reflexionis simul iunctis.

Esto in speculo plano lineæ a b c, & sit centrum uisus d, & punctus rei uisæ sit e, fiatq; reflexio formæ puncti e, ad uisum d, à puncto speculi plani quod sit b, erit ergo lineæ incidentiæ quæ sit e b, & lineæ reflexionis quæ sit b d, sitq; locus imaginis punctus g, hoc ergo per 37. huius, erit in concursu lineæ reflexionis d b, cum katheto incidentiæ. Sit ergo ut kathetus e g productus fecerit lineam a c in puncto f, quia itaq; angulus incidentiæ qui est e b f, est æqualis angulo reflexionis qui est a b d, per 20. huius, & angulus g b f æqualis a b d, per 15. primi, est ergo angulus g b f, æqualis angulo e b f. Sed & angulus e f b, æqualis est angulo g f b, quia ambo recti, ergo per 32. primi, trigoni b g f, & b e f, sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, latera illorum æquos angulos continentia sunt proportionalia. Sed latus b f, est æquale sibi ipsi, ergo g b est æquale ipsi b e, ergo lineæ d g, à centro uisus ad locum imaginis g producta, est æqualis ambabus lineis d b, & b e, simul acceptis, quod est propositum.

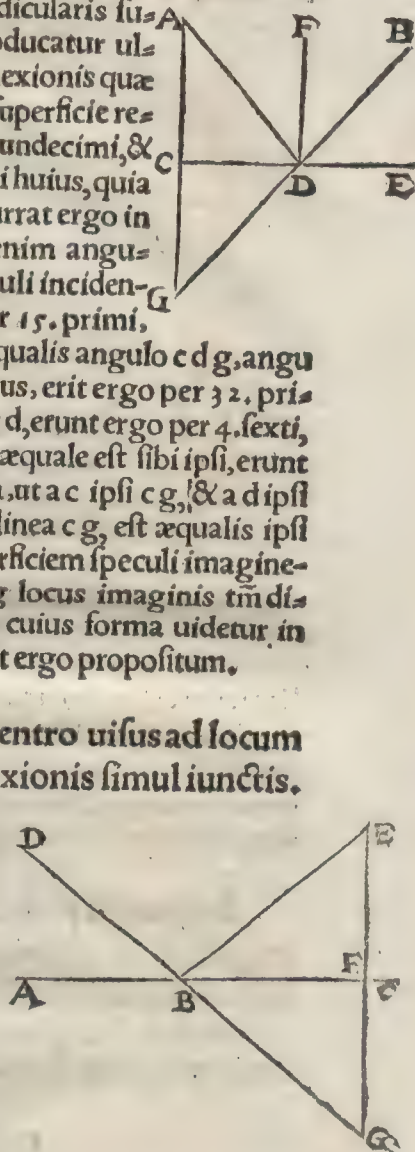
LI.

In speculo plano ab utroq; uisu uno puncto cōprehenso, idem erit imaginis locus uisibus ambobus: ex quo patet quod una sola imago utriq; uisui occurrit.

Sint duo uisus b & g, & sit a punctus rei uisæ, & sit q d z e, lineæ in superficie speculi ductæ, sitq; lineæ a d perpendicularis ducta à puncto a, super superficiem speculi, & quia

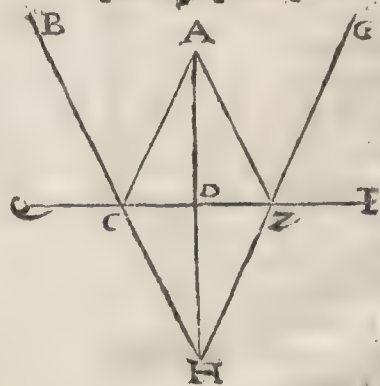
L 3

& quia





& quia per 30. huius, ab uno puncto speculi ppositi ad ambos uisus non potest fieri reflexio, sed ad minus a duobus. Sint itaq; illa duo puncta c & z & ducantur linea b c, a c, a z, z g, palam ergo per 25. huius, quia linea b c & a c, & a d, sunt in eadem superficie reflexionis erecta super superficiem speculi, & similiter linea a d, a z, z g, sunt in eadem superficie, & linea d c, est communis sectio superficiei reflexionis, quæ est a d, c b, & superficiei ipsius speculi, & linea d z est communis sectio superficiei reflexionis, quæ est a



d & z g, & superficiei speculi per 19 primi huius. Si ergo amba  
lineæ reflexionis quæ sunt b c & g z, fuerint in eadem superfic-  
cie erecta super superficiem speculi, palam quia linea c d z, erit  
linea una erecta, ideo quia communis sectio superficiei speculi,  
& superficiei cuiuscunq; super ipsam erectæ est linea una recta p  
3. undecimi, tunc ergo & perpendicularis a d, quæ est inter dua  
as lineas illas reflexionis, quæ b b & g z, aut erit in eadem super-  
ficie cum illis, aut extra illas in alia superficie, quodcūq; istos  
fuerit super lineâ reflexionis, quæ b a, præacta secabit ex perpen-  
diculari, quæ est a d, ultra speculum, præacta partem æqualem  
ipsi a d, per 49. huius, quæ sit d b, quonia m semper lineæ b c & a  
d, sunt in aliqua eadem superficie per 27. huius, ut præmissum

est, & similiter p̄ 49, huius, linea g z, p̄tracta ultra speculum secabit ex p̄tracto katheto ad lineam æqualem ipsi lineæ a d, secabit ergo ipsam in puncto h, imago ergo puncti a, in eodem puncto perpendiculari, qđ est h, p̄cipietur ab utroq; uisu, & idem erit imaginis locus, una ergo tantum erit imago, & in uno eodemq; loco uidebitur ab ambobus uisibus, in quo puncto uno tantum uisu p̄cipietur. Si uero puncta c & z, non fuerint in eadem superperficie reflexionis, adhuc eadem facta deductione una tantum imago uidebitur, & unus tantum erit imaginis locus, ut prius. Semper enim utraq; linea reflexionis secabit perpendiculari p̄tracta partem æqualem ipsi a d, eritq; sectio ambarum linearum reflexionis cum illa perpendiculari in eodem puncto h, qui per 37. huius, erit semper imaginis locus, & hoc est p̄positum. Quoniam si centra ambarum uisuum quæ sunt b & g, fuerint ex eadem parte rei uisæ, quæ est a, semper eodē modo est demonstrandum, concurrent enim lineæ reflexionum cum katheto in eodem puncto, & erit idem imaginis locus, & eadem imago uisibus occurrer,

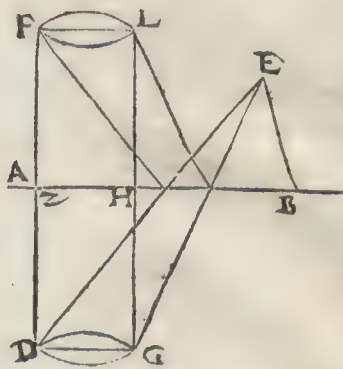
## LII.

LII.

In speculis planis figura rei uisæ & situs partium secundum quãtitatẽ  
longitudinis & latitudinis non mutatur, ex quo patet quòd imago cuiuslibet  
rei uisæ in speculo plano æqualis est formæ rei extra.

bet rei uisæ in speculo plano æqualis est formæ rei extra.

Sit speculum planum, in quo sectio communis superficie illius speculi, & superficie re  
flexionis sit linea a b, & duo puncta extrema alicuius rei uisæ sint f & l, erigaturq; kathe  
tus ppendiculariter sup superficiem speculi à puncto l, qui sit l h, & à  
puncto f, katherus qui sit f z, & erunt z & h, duo puncta in superficie  
reflexionis per 27. huius, pducanturq; taliter sup speculum, ut li  
nea h g, sit æqualis ipsi l h, & linea z d, æqualis ipsi f z, sit quoq; cen  
trum uisus e, ducaturq; per 11. undecimi à puncto e, katherus sup  
speculum qui sit e b, palam itaq; ex 28. huius, quoniam forma pun  
cti l reflectitur ad uisum e, ab aliquo puncto speculi linea h b, & lo  
cus imaginis suæ p 44. huius, est punctum g, tantū distans à superfi  
cie speculi ultra speculum, quantum punctus l, super speculum.  
Similiter forma puncti f, reflectit ad uisum e, ab aliq puncto linea z  
b, & locus imaginis est punctum d, ducta quoq; linea f l, & linea d  
g, palam, quia quodcunq; punctum linea f l, reflectitur ad uisum e.



Similiter locus imaginis suæ est tantum distans à superficie speculi ultra speculum, quantum ille punctus est sup speculum, quilibet ergo punctus lineæ  $fl$ , tantum uidetur distans sub

136

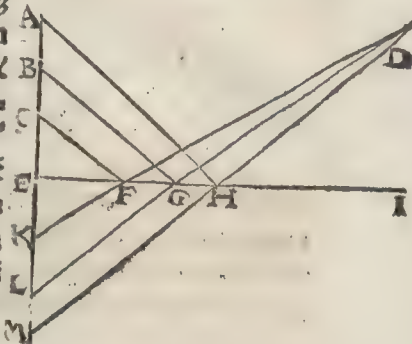
LIBER QUINTVS.

re sub speculo, quantum ipse punctus in superficie speculi super speculum. Si ergo linea si fuerit recta erit linea d g recta, si linea f l fuerit arcus circuli, erit quoq; linea d g, arcus circuli, & semper eiusdem curuitatis & dispositionis, linea ergo f l, semper apparebit eiusdem quantitatis & figuræ, cuius est extra speculum, & hoc est, ppositum. Supponendum tamen est, ut tale speculum planum sit, & equaliter politum, quoniam si ad longitudinem & latitudinem nimis declinet politio, declinabit & forma secundum idem per 40. huius, nec erit in longitudine & latitudine debitus ordo formæ.

## LIII.

Altitudines & profunditates à planis speculis reuersæ uidentur cum speculorum superficiebus perpendiculariter insistant.

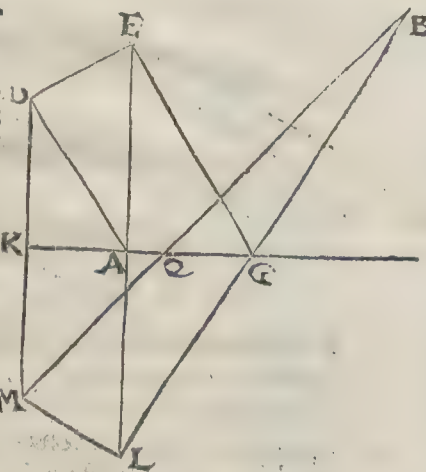
Estlo altitudo uisa quæ a b c e, sitq; centrum uisus d, linea uero communis superfici-  
 cie reflexionis & superficiæ speculi plani sit e f g h i, incidatq;  
 forma puncti a, secundum lineam a h, & reflectatur secundum  
 lineam h d, & forma puncti b, incidat secundum lineam b g, &  
 reflectatur secundum lineam g d, & forma puncti c, incidat se-  
 cundum lineam c f, & reflectatur secundum lineam f d, dico qd'  
 altitudo e a uidebitur reuerfa, p'tracta em̄ linea e a, quæ perpe-  
 dicularis est super lineam e i, sup speculum, & p'tractis om̄ibus  
 lineis reflexionis ad concursum, cū p'tracta linea a e, ultra pun-  
 ctum e incidat linea d k in punctum m, & linea d g, in punctū  
 l, & linea d f, in punctum l z, palam per p'missam, quoniam li-  
 nea l z e, æqualis est ipsi lineæ e c, & l e ipsi e b, & m e æqualis  
 ipsi e a, puncta ergo altitudinis e a, p'pinq̄iora superficiæ specu-  
 li superius existentia, p'pinq̄iora uidebuntur eodem sub speculo inferius, & puncta re-  
 motiora superficiæ speculi superius remotiora uidebuntur sub speculo inferius, uidebi-  
 tur ergo altitudo reuerfa sub speculo, quoniam enim quod est superius in altitudine ui-  
 debitur inferius, quoniam sub maiori distantia à uisu uidetur, & quod est inferius in alti-  
 tudine uidebitur superius, quoniam p'pinq̄ius uisu uidetur, & eodem modo demon-  
 strandum, si linea a b c sit linea profunditatis alicuius rei, patet ergo propositum.



## LIII.

Obliquæ longitudines à planis speculis uidentur, quemadmodum se habent.

Sit de longitudo oblique distans à superficie plani speculi, ita ut punctum eius qd' est e, sit remotius ab ipsa superficie speculi, communis quoq; sectio superficiel reflexionis, & superficiel speculi sit linea l z a q g, centrūq; uisus sit punctus b, & incidat forma puncti d, ipsi speculo secundū lineā da, & reflectatur secundū lineam a b, ad centrū uisus, & incidat forma puncti e, secundū lineam e g, & reflectatur ad uisum secundū lineam g b, protrahaturq; cathetus c l z, perpendiculariter, & linea reflexiōis quæ est b a, donec concurrant in puncto m, & protrahatur cathetus e q, perpendiculariter donec concurrat cū lineā b g, in puncto l, eritq; per 49. huius, lineā d l z, æqualis lineæ l z m, & lineæ e q, æqualis lineæ q l, & quoniam longitudo d e, oblique se habet ad superficiem speculi, & enim pūctū e remotius est à speculo q̃ punctū d, erit lineā e q, longior q̃ lineā d l z, ergo & lineā q l, longior q̃ lineā l z m, pūctū ergo illius oblique magnitudinis qd' est remotius superficie speculi, hoc qd' sub speculo etiam uidetur esse in loco propinquiori, propinquius est speculo, hoc qd' sub speculo etiam uidetur esse in loco propinquiori, uidentur ergo tales magnitudines quæadmodū se habent, & hoc est quod proponebatur.

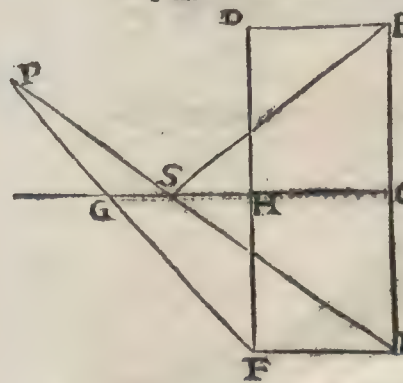


In



In speculis planis dextra apparent sinistra, & sinistra dextra.

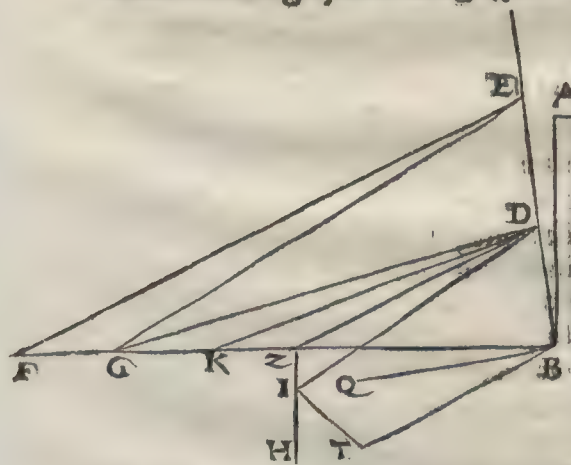
Esto speculum planum  $g s t$ , & uisa res sit  $d b$ , sint quoque lineae incidentiae  $d g$  &  $b s$ , & sit centrum uisus  $p$ , lineae quoque reflexionis sint  $p g$  &  $p s$ , & sit ut linea reflexionis quae est  $p g$ , concurrat cum katheto incidentiae quae  $d b$  in puncto  $f$ , & linea reflexionis quae est  $p s$ , concurrat cum katheto  $b t$ , in puncto  $e$ , producaturs quoque linea  $f e$ , quae est per 52. huius imago rei uisae, quae  $d b$ , apparebunt ergo dextra sinistra, & sinistra dextra. quoniam enim per 33. huius, semper ad angulum minorem angulo incidentiae sit reflexio, & ita ad partem oppositam parti incidentiae patet quod dextra rei uisae semper uidebitur sub linea reflexionis magis sinistra, & sinistra sub linea reflexionis magis dextra, illa linea reflexionis quae plus est dextra cadit super dextram partem imaginis, & sinistra cadit super sinistram. Sic ergo dextra rei apparet sub sinistra imaginis, & e converso, quoniam imago rei uidetur se habere ad rem, sicut homo stans erecta facie contra aliquem alium: tunc enim pars sinistra opponitur dextrae, & dextra sinistra, & semper



cum aliquis homo alij opponitur, contrarius est eis oppositis adinuicem situs: ad eandem enim positionis differentiam est dextrum unius sinistrum alterius, & e converso, & quod est rei uisae dextrum, sit suae imaginis sinistrum, & quod est rei uisae sinistrum, in imagine dextrum erit secundum uisum, patet ergo propositum.

Possibile est speculum planum taliter sibi, ut intuens propria imagine non uisa, uideat imaginem rei alterius non uisae.

Sit  $a b$ , lignum horizonti perpendiculariter infixum, uel superficiei sibi aequedistanti, uel aliter quocumque dispositae, quae sit  $b g$ , sit quoque speculum planum in quo sit linea  $d b$ , & sit quadratum, & quia lignum  $a b$ , est perpendiculariter erectum super  $g b$  superficiem, ducatur linea  $g b$ , ut contingit, palam ergo quod angulus  $a b g$ , est rectus, diuidatur ergo ille angulus rectus in tres partes aequales per 28. primi huius, inclinatur quoque speculum  $a b$ , taliter ad lignum  $a b$ , ut angulus  $d b a$ , sit tertia pars unius recti, qui est  $a b g$ , erit ergo angulus  $d b g$ , duae tertiae partes unius recti. In hoc autem consistit bonitas operationis mechanicae & utilior effectus, quaecumque alia pars recti anguli abscindatur, ad idem peruenit demonstratio, ut patet. Sit itaque angulus  $a d b$ , tertia pars unius recti, & producaturs linea speculi quae est  $b d$ , ultra punctum  $d$ , in continuu & directum usque ad punctum quod sit  $e$ , & quoniam linea  $g b$ , est perpendicularis super lineam  $a b$ , cum linea quoque speculi quae est  $d b$ , continget angulum acutum, tunc a puncto  $g$ , &



sit in superficie orthogonaliter erecta super speculi superficiem, ducatur linea perpendicularis super lineam  $b e$ , per 12. primi, quae sit  $g e$ , angulus igitur  $b e g$ , erit rectus. Sit itaque locus ipsius uisus punctum  $g$ , a quo ad punctum  $d$ , protrahatur linea  $g d$ , a puncto quoque  $d$ , producaturs linea cadens super lineam  $b g$ , quae incidat in punctum  $z$ , ita ut angulus  $d g$  sit aequalis angulo  $e d g$ , constituto super terminu lineae  $g d$ , per 23. primi, erit ergo linea  $z d$ , aequedistans lineae  $g e$ , per 27. primi, ergo per 8. undecimi, erit linea  $z d$ , erecta perpendiculariter super superficiem speculi, & perpendicularis super communem sectionem superficiei reflexionis & speculi quae est  $b d$ , angulus ergo  $z d b$ , est rectus aequalis angulo  $g e d$  ex praemissis, & etiam per 29. primi, a puncto quoque  $z$ , ducatur linea  $z h$ , perpendicularis

dicularis super superficiem  $g b$ , per 11. undecimi, & super punctum  $d$ , terminum lineae  $z d$ , constituatur angulus aequalis angulo  $g d z$ , qui sit angulus  $z d i$ , & quoniam per 2. primi huius concurrerit linea  $d i$ , cum linea  $z h$ , ideo quia linea  $d i$ , producta ultra punctum  $d$ , concurrerit cum linea  $a b$ , ut patet ex praemissis, & per 14. primi huius, sit ergo linearum  $d i$ , &  $z b$ , concursus in puncto  $i$ , & a puncto  $i$  ducatur linea aequedistans lineae  $b d$ , per 31. primi, quae sit linea  $i t$ , & a puncto  $b$ , extrahatur perpendicularis super superficiem speculi per 22. undecimi, quae sit  $b q$ , erit quoque linea  $b q$ , aequedistans lineae  $g e$ , ergo per 8. undecimi, quia linea  $b q$ , sicut & linea  $g e$ , erecta est perpendiculariter super superficiem speculi, quod est  $d b$ , super punctum ergo  $b$ , terminum lineae  $q b$ , constituatur angulus aequalis angulo  $g b q$ , qui sit  $q b t$ , concurrerit ergo linea  $b t$ , cum linea aequedistanter ducta linea  $a b$ , a puncto  $i$ , quae est linea  $i t$ , per 2. primi huius, sit concursus punctus  $t$ , & compleatur tabula  $i t$ , depingatur itaque in tabula in qua est linea  $i t$ , imago quaecumque placuerit, & ponatur tabula depictae imaginis in loco lineae  $i t$ , secundum medium lineae tabulae correspondens lineae  $z i$ , & per foretur superficies  $g b$ , secundum lineam  $z b$ , ita ut forma picturae possit uenire ad speculum  $d b$ , cum itaque centrum uisus fuerit in puncto  $g$ , uidebit intuens formam imaginis depictae in tabula  $i t$ , propriam uero non uidebit imaginem, cuius haec est demonstratio, quia enim angulus  $g e b$  est rectus, patet per 16. primi, quoniam angulus  $g d b$ , est obtusus, & similiter omnium punctorum formae uel faciei ipsius uidentis incidentium speculo  $d b$ , anguli sunt obtusi per eandem 16. quia uero anguli incidentiae semper sunt aequales angulis reflexionis per 20. huius, palam per 13. primi, quoniam nunquam erit reflexio formae ipsius uidentis ad centrum uisus, sed semper ad puncta quae sunt sub uisu, quod patet per 33. huius, nunquam ergo uidebit quis existens secundum centrum uisus in puncto  $g$ , propriam imaginem in speculo plano taliter ordinato secundum situm, & si uisus elongetur a speculo secundum quodcumque punctum ultra punctum  $g$ , utpote ad punctum  $f$ , palam quoniam angulus  $b e f$ , est maior recto, sed & angulus  $f d b$ , est maior angulo  $f e b$ , per 16. primi, nunquam ergo fiet reflexio ad punctum  $f$ , sed semper ad alium punctum sub linea. Similiter quoque accedente uisu ad speculum secundum quodcumque punctum lineae  $g z$ , praeter quod secundum ipsum punctum  $z$ , nunquam uidebit uidentis sui ipsius imaginem, sola enim perpendicularis, quae est linea  $z d$ , ut patet ex praemissis per 21. huius, reflectitur in se ipsam, & ita in puncto  $z$  constituto centro uisus uidebit intuens formam sui ipsius oculi a speculo plano taliter disposito reflectam, non autem aliam partem faciei, quoniam sola perpendicularis quae est linea unica reflectitur in se ipsam, & ita solius illius puncti sit reflexio, non autem punctorum aliorum. Si ergo uisus a puncto  $g$  appropinquet speculo secundum punctum  $k$ , cadentem inter puncta  $g$  &  $z$ , si a puncto  $k$ , ducatur linea ad punctum  $d$ , quae sit  $k d$ , palam per 14. primi huius, & ex praemissis quod linea  $d k$  &  $e g$ , concurrant ultra lineam  $g k$ , sola, n. linea  $d z$ , aequedistat lineae  $e g$ , angulus uero  $g e d$ , est rectus, & angulus  $z d b$ , rectus: ergo angulus  $k d b$ , est obtusus, fiet ergo reflexio ad aliud punctum sub puncto  $k$ , a puncto uero  $z$ , ut praedictum est, fiet reflexio in ipsum punctum  $z$ , ideo quia linea  $z d$ , aequedistans lineae  $g e$ , est perpendicularis super lineam  $d b$ , per 29. primi, et ex hypothesis. Similiter quoque posito uisu in quocumque puncto lineae  $z b$ , quoniam a quolibet puncto illoque est ducere perpendicularem super superficiem speculi, uel super lineam  $k q$ , reflectitur illarum quolibet in se ipsam per 21. huius, palam itaque quoniam constituto uisu in linea  $g z$ , non uidebit intuens imaginem sui ipsius, & quia ut dictum est sola perpendicularis secundum unicum punctum reflectitur ad uisum, non autem alia puncta formae, quia uero angulus  $i d x$ , est aequalis angulo  $z d g$ , & linea  $z d$ , est perpendicularis super superficiem speculi  $d b$ , ergo per 20. huius forma puncti  $i$ , a puncto speculi  $d$ , reflectitur ad uisum in puncto  $g$  existentem, & quia angulus  $t b q$ , est aequalis angulo  $g b q$ , ut patet ex praemissis, & linea  $b q$ , perpendicularis est super superficiem speculi, palam per 20. huius, quoniam forma puncti  $t$ , a puncto speculi  $b$ , reflectitur ad uisum in puncto  $g$ , ergo per 24. huius, forma totius lineae  $i t$ , reflectitur a speculo  $d b$ , ad uisum in puncto  $g$ , non uidebit autem ipsa tabula depicta  $i t$ , quoniam est sub superficie cui superstat speculum & uisus. Potest autem sic fieri ut secundum longitudinem lineae  $z b$ , sit factus murus super terram ad altitudinem uidentium, quod interius sit concavus, superius uersus speculum apertus, & in illo muro deponatur tabula picta, quae est  $i t$ , aequedistanter speculo  $d b$ , & sit uisus in distantia a speculo



secundum situm puncti g, & sit phibitus secundū aliquod mediū, ne possit propius accedere, tunc em omnes formæ punctoꝝ depictæ imaginis incident uisui, disponatur ergo taliter per ingenium, ut tabula depicta nullo modo uideatur, & sit speculū situm uersus lumen, ita ut aer circa ipsum sit lumen, sitq; tabula depicta similiter lumen habens, quia aliter in tenebris latens non posset uideri, mediante em lumine formā suam multiplicat per medium, & peruenit ad speculum, & reflectitur ad uisum, palam ergo propositum.

LVII.

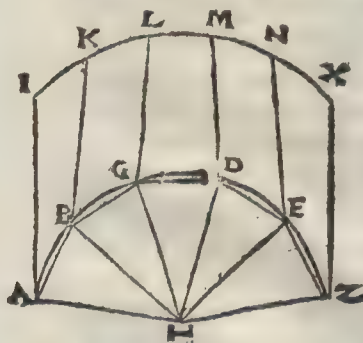
Possibile est speculum unum planum in camera propria taliter sisti, ut in ipso uideantur ea quæ geruntur in domo alia uel in uicis & plateis.

Sit in camera uidentis locus alius, in quo existente uisu placet uidere per speculum planum omne illud quod alibi agitur, qui locus camera in quo sistitur cētrum uisus sit signatus puncto a, & sit locus in quo est uoluntas aliud uidendi qd' in illo loco agitur, signatus puncto b, sitq; rima siue fenestra in camera uidentis opposito loco b, quæ sit g, & ducatur linea b g, & pducatur in continuum & directum intra cameram ad aliquod punctum qui sit d, qd' totum potest fieri per astrolabium siue quadrantem uel aliud instrumentum certificationis uisum, uisio enim puncto b, reuoluatur uisus fixo instrumento, & cadat uisus per easdem pinulas immotas in punctum camera d, ducantur ergo lineæ d a & g a, & diuidatur linea g a, per 19. primi huius, in puncto e, ita ut sit proportio lineæ a e, ad lineam e g, sicut lineæ a d, ad lineam d g, quæ ambæ per instrumenti acceptionē sunt notæ, ducaturq; linea e d, diuidet ergo per 3. sexti, linea d e, angulū a d g, per æqualia, ponatur itaq; speculum perpendiculariter erectum super lineā d e, in puncto d, per conuersam undecimæ undecimi, in quo speculo sit linea f h, a puncto itaq; speculi d, reflectetur forma puncti g ad uisum a, per 20. huius, ergo & forma puncti b, per eandem 20. huius, distantia enim secundum eandem lineam naturam reflexionis non immutat, uidebit itaq; uisus secundum eius centrum in puncto camera, quod est a, existens omne quod erit & quod agitur in loco b, siue sit domus alia siue uicus siue platea, & hoc est quod proponebatur.

LVIII.

Possibile est speculum ex speculis planis compositum construui, in quo uideantur solius aspicientis plures imagines ad modum chorearum.

Assumatur arcus circuli a 3, cuius centrum sit h, & quoniam arcus a 3, indefinitè assumatur, esto ut ipse exempli causa diuisus sit in quinque partes æquales, uel quotcumque quis uoluerit partes, ita ut arcui a b, sint æquales arcus b g, g d, d e, e 3, & ducantur corde a b, b g, g a, d e, e 3, quæ omnes erunt æquales per 23. tertij, & a centro h ducantur lineæ h a, h b, h d, h e, h 3, & ablati arcubus super cordas a b & b g, & alia erigantur specula plana quadrangula per parallelogramma, ita ut eorum latera a i, b k, g l, d m, e n, 3 x,



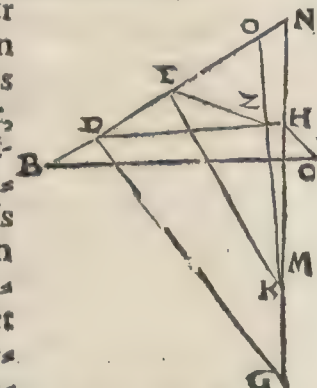
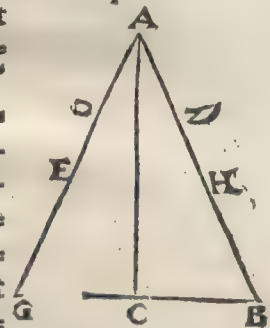
sint æquedistantia, & sint specula continua ad inuicem taliter, ut latera eorū quæ sunt b k, g l, d m, e n, sint cōmunia, sint autem specula adinuicem taliter composita, ut anguli contenti a lineis a i & i k, b k & k l, g l & l m, d m & m n, e n & n y, sint æquales angulis contentis a lineis h a & a h, h b & b g, h g & g d, h d & d e, 3, sintq; superficies insistentes lineis a b, b g, g d, d e, e 3, uersæ inferius, & suppositæ superficiebus alijs superius eleuatis, in quibus sunt lineæ i k, k l, l m, m n, n x, & sint superficies superiores inferioribus æquedistantes, hæc enim omnia specula taliter disposita aspectum uniformem habebunt ad uisum existentem in centro h, quoniam enim lineæ h a, h b, h g, h d, h e, h 3, ducantur a centro h, ad puncta cōmunia cordis & arcubus, patet per 17. tertij, quoniam omnes sunt perpendiculares super lineas circuli a 3, in illis punctis contingentes, ergo

go per 21. huius, omnes illæ lineæ reflectuntur in se ipsas, erit ergo distinctio imaginū secundum illas, sed & perpendiculares quæ a puncto h, ducantur super superficiem speculorum planorum, quæ per 20. primi huius, solum numerantur numero superficialium speculorum, & circa omnes illas sit uniformis reflexio ad uisum, numerabunt ergo imagines numero speculorum, quorum numero & loca imaginum numerantur, ideo quia a puncto h productæ perpendiculares nō concurrunt ultra specula, cum omnes in puncto h concurrant, est autem locus cuiusq; imaginis in concursu katheti cum linea reflexionis per 37. huius, & cum hæc specula uniformiter respiciant uisum in puncto h, patet qd' qua ratione reflexio sit ab uno ipsorum ad uisum, eadē ratione sit reflexio a quolibet aliorum, & sic reflexionum lineæ numerantur numero kathetorum, plures ergo uidebuntur imagines dispositæ adinuicem numero & ordine speculorum, quia uero specula respiciunt uisum ut sui centrum ad modum arcus circuli, & imagines ipsius incidentis respicient uidentem ad modum chorearum, quod est propositum. Possunt & per hoc speculum uariato situ plures elici imaginum situationes, quod experimentantis in distriæ censuimus relinquendum, ut si speculum a b, secundum basem a i, situeretur æquedistanti superficie horizontis, uel secundum alios modos ut libuerit, diuerfetur.

LIX.

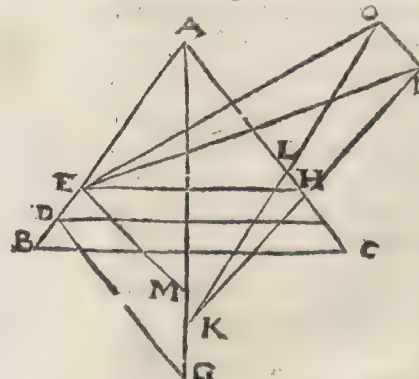
Possibile est speculum ex speculis planis compositum construui, in quo aspiciens suam uideat imaginem uolantem.

Assumatur trigonum hysocheles rectangulum, quod sit b a g, & sit angulus eius qui b a g, rectus, & linea b g, secetur in duo æqualia in puncto c, & ducatur linea a c, & super lineam a g, ponatur speculū planum, quod sit z h, & super lineam b a, ponatur aliud speculum planum, quod sit d e, & sit uisus intuentis in linea a c, respiciens in quocumq; illorum speculorum uoluerit, ut in z h, & alterum speculum quod sit e d, iaceat in plana superficie super quod stat intuens, & accedat & recedat intuens, donec calcanei sui forma perueniat ad speculum e d, dico qd' reuerberabitur in aliud speculū quod est z h, in quo aspiciens putabit propriam imaginem uolare, quoniam uidebit ipsam eleuatam secundū se totam in aere, cum tamen ipse aspiciens stet super superficiem terræ uel alterius rei, in qua est speculum e d, quoniam forma calcanei incidens inferiori speculo quod est e d, reflectetur ad superius speculum, & in illo figurabitur tota forma intuentis, & si intuens mouerit se aliquid, ita tamen ut non mutetur situs respectu reflexionum quæ sunt in speculo, moueri uidebitur imago in aere per 42. huius, & sic uidebitur aspiciens suam imaginem uolantem quod proponit, & circa hoc plura alia diligentia artificis perquireret. Vt autem idem propositum & aliter melius pateat figuraliter demonstratum, sit orthogonium trigonum a b c, cuius angulus b a c, sit rectus, & in cuius latere a b, situeretur speculum planum, cuius media linea sit d e, cuius punctus d, sit propinquior puncto b, quam punctus e, & sit trigonum a b c, secundum eius latem a b, positum in superficie horizontis uel alia quacumq; superficie, super quam eleuata sit statura intuentis, cuius plantæ pedis stent in puncto g, aliquid eleuato super lineam a b, & ducatur linea g d, & super punctum d, terminum lineæ b d, fiat per 23. primi angulus æqualis angulo g d b, qui sit h d a, producta linea d z, ad lineam a c, & super punctum h, terminum lineæ c h, fiat angulus d h k, æqualis angulo d h a, producta linea h k, ad lineam b c, positoq; centro uisus in puncto k, patet ex præmissis & per 20. huius, quoniam forma puncti g, a puncto h, reflectitur ad uisum, si punctum h, fuerit punctum speculi alicuius, inuenietur uidentis, sit formæ puncti illius punctus reflexionis e, & ducatur linea m e, & angulus



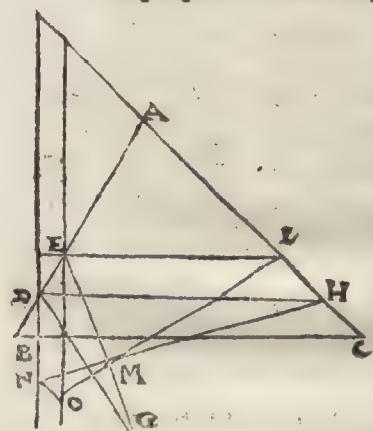


Ius m e d, super punctum e, terminum lineae m e, per 23. primi, fiat aequalis angulo qui sita e l, producta linea e l, ad lineam a c, & inter puncta a & h, situetur speculum quod sit l h, ita quod puncta l h, sint in superficie illius speculi, & similiter punctum a, & quoniam forma puncti m, a puncto speculi d e, quod est e, reflectitur ad totam superficiem speculi l h, per 22. huius, & ab illo puncto speculi l h, in quo anguli e l a, & h l k, sunt aequales, quodcunque enim fuerit illud punctum, semper ipsum dicatur punctum l, & fiat reflexio



ad uisum k, quoniam enim ut patet per 26. huius anguli k l c, & k h c sunt acuti, patet per 14. primi, quoniam illae lineae concurrent, sitq; punctus concursus l z, palam ergo per 34. huius, quod tota imago aspicientis quae est linea g m, a superficie speculi e d, reflectitur ad speculum l h, & a superficie speculi l h, reflectitur ad uisum existentem in puncto k, & quoniam ut patet per 37. huius, locus imaginis formae uniuscuiusque puncti est in concursu katheti suae incidentiae, cum linea suae reflexionis: producat itaq; a puncto speculi d e, a quo fit reflexio formae puncti g, quod est d, per 11. undecimi, linea perpendicularis super speculi a h, superficiem, & patet cum ex hypothesi angulus d a h, sit rectus, quod illa perpendicularis

est linea d a. Similiter quoque perpendicularis a puncto reflexionis formae puncti m, quod est speculi d e, punctum e, ducta super superficiem speculi a h, est eadem linea quae e a, haec itaq; linea est kathetus incidentiae formarum punctorum g & m, reflexorum a punctis d & e, ad speculum l h, & quoniam ut praemissum est per 26. huius, quod anguli k h c, & k l c sunt acuti, quoniam linea angulum d h k, uel e l k, per aequalia diuidens, est perpendicularis super lineam l h, angulus uero d a h est rectus, ergo per 4. primi huius, linea d e a concurret cum ambabus lineis k l & k h, sit ergo ut punctus concursus linearum d a & k h sit n, & punctus concursus linearum e a & k l sit o, erit ergo linea o n, imago formae totius lineae m g, eritq; punctum quod est imago formae puncti g, plantarum scilicet ipsius intuentis alterius in aere quam punctum o, quod est imago formae puncti m, uirtutis ipsius uidentis, uidebit ergo ex puncto k, intuens speculum l h, suam imaginem in aere uolantem, quoniam uidebit pedes altius in aere quam ipsum caput collatos ad uisum. Per eandem quoque demonstrandum si trigonum a b c, fuerit oxigonium, nisi quod imago intuentis aliam recipiet situs dispositionem, katheti enim incidentiae aliter superficiei speculi incidunt quam prius, semper tamen trigono a b c, existente orthogonio uel oxigonio uidebitur



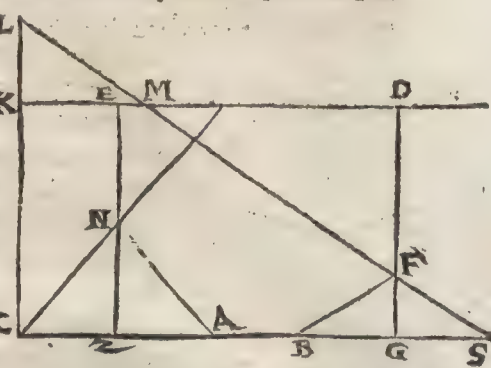
imago intuentis uolans sub speculo, quod si trigonum a b c, fuerit ampligonium, possibile est fieri ut imago sit uolans in aere retro uisum, quoniam ut patet per 14. primi huius, katheti incidentiae & lineae reflexionum concurrent retro centrum uisus, non uidebitur autem talis imago, quoniam semper fugiet absconsa ab ipso uisu, nisi forte ab alio speculo tertio ad uisum posset fieri reflexio, patet ergo illud quod proponebatur, & hoc uisu solum respiciente in speculo a h, non in speculum d e, & haec quidem demonstrata sunt, ac si a punctis primarum reflexionum, quae sunt d & e, ducantur katheti incidentiae, quae si imaginentur a locis primarum imaginum duci, multo fortius secundae imagines, quae uidentur in speculo a h, uidebuntur esse dispositae ut uolantes.

LX.

Per duo uel tria specula plana orthogonaliter ad inuicem disposita, possibile est eiusdem puncti imaginem uideri.

Sit

Sit uisibile aliquod, in quo sit punctum a, & sit centrum uisus b, & sint tria specula plana g d, d e & e z, orthogonaliter ad inuicem disposita, ducatur quoque a puncto a, linea a z perpendiculariter super superficiem speculi e z, p. 11. undecimi, et producat



linea a z in continuu, abscindaturq; in puncto c, taliter p. 3. primi, ut linea z c sit aequalis lineae a z, & a puncto b, quod est centrum uisus, ducatur linea b g perpendiculariter super speculum d g, et producat taliter ut linea g s sit aequalis lineae b g, a puncto quoque c ducatur perpendicularis super superficiem speculi d e, quae sit c k, & producat ultra punctum k ad punctum l, quousque linea c k sit aequalis lineae k l, & a puncto l ducatur linea ad punctum s, secans speculum d e in puncto m, & speculum d g in puncto f, & a puncto m ducatur ad punctum c, linea m t secans speculum e z in puncto r, & ducantur lineae a r & b f, quae ergo linea b g est aequalis lineae g s, & linea g f, communis ambobus trigonis s g f & g f b, & angulus b g f aequalis est angulo s g f, quia ambo illi anguli sunt recti, erit per 4. primi, linea b f aequalis lineae s f, & angulus g f b aequalis angulo g f s, & angulus f b g aequalis angulo f s g, sed angulus s f g est aequalis angulo d f m per 15. primi, ergo angulus d f m aequalis est angulo g f b, potest ergo per 20. huius, forma puncti m, reflecti ad uisum b, quia uero linea c k est aequalis lineae k l, & linea k m communis est aequalis ambobus trigonis c k m & l m k, angulus quoque k l m aequalis est angulo m k c, quia ambo recti, erit p. 4. primi, linea l m aequalis lineae m c, & angulus l m k aequalis angulo k m c, ergo angulus d m f est aequalis angulo k m c, quoniam per 15. primi, ipse est aequalis angulo l m k, ergo per 20. huius, forma puncti b, potest reflecti a puncto m ad punctum f, & a puncto f ad punctum b, centrum uisus per 2. ergo specula quae sunt d e & d g, uidentur formare puncti n, reflexa ad idem centrum uisus quod est b, & quia linea a z est aequalis lineae z c, & linea z b communis est ambobus trigonis a n z & z i c, angulus quoque a z n est aequalis angulo n z c, quia ambo recti sunt, erit angulus a n z per 4. primi, aequalis angulo z n c, ergo per 15. primi, angulus m n e est aequalis angulo a n z, forma ergo puncti a reflectitur a puncto n, speculi z e, ad punctum m, speculi d e, & a puncto m ad punctum f, speculi d g, & a puncto f, ad centrum uisus b, a tribus ergo speculis uidetur forma & imago eiusdem puncti a, quod est propositum, & hoc accidit uisui solum respiciente in speculum d g.

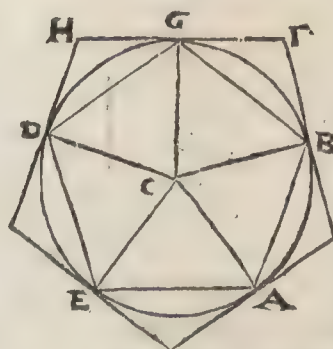
LXI.

Possibile est per quodcunque quis uoluerit plana specula secundum dispositionem polygoni aequilateri & aequianguli ad inuicem disposita eiusdem puncti imaginem uideri.

Sit centrum uisus punctum a, & punctum rei uisae sit b, & ducatur linea a b, & secundum quantitatem lineae a b describatur polygonum aequilaterum & aequiangulum, quousque laterum uisum fuerit ordinari. Sit autem nunc exempli causa polygonum a e d g b, pentagonum, cui circumscribatur circulus per 14. quarti, & ducantur lineae ad centrum circuli quod sit c, ab angulis polygoni quae sint a c, e c, d c, g c, b c, palam itaq; quoniam omnes illae lineae sunt aequales per definitionem circuli, anguli ergo ad bases omnes sunt aequales per 5. & per 8. primi, & in concursu quorumlibet dictorum laterum ponatur speculum planum, praeter quam in punctis a & b, ut a puncto e d g, uel si fuerit polygonum plurimum laterum ponantur plura, & erigantur omnia orthogonaliter super lineas ad centrum circuli productas, ut sunt haec lineae d c & g c, qd fiet per 11. undecimi, ita ut speculum f h super lineam g c, sit perpendiculariter insitens: ad unum uero angulum sit punctum rei uisae, & ad alium sibi proximum sit centrum uisus, ut sunt haec puncta a & b, quia itaq; angulus c g f est aequalis angulo h g c, quia ambo sunt recti, sed & angulus c g b est aequalis

M. 3



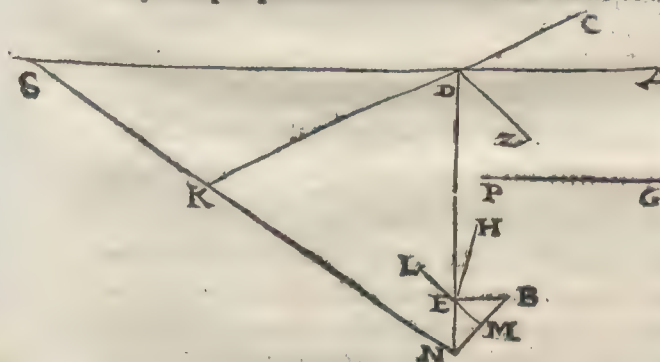


æqualis angulo  $cgd$ , ut patet per præmissa & per 8. primi, angulus ergo  $b g f$  æqualis est angulo  $d h g$ , ergo forma puncti  $b$  à puncto  $g$ , speculi  $f h$  reflectitur ad punctum speculi proximi, quod est ad punctum  $d$ , per æquales enim angulos sit omnis reflexio, ut patet per 20. huius, & quoniam omnes anguli illi præmissis duobus angulis similes inter se sunt æquales, palam quia sit reflexio à puncto  $d$  ad punctum  $e$ , & à puncto  $e$  ad punctum  $a$ , quod est centrum uisus; uisus itaq; existens in puncto  $a$ , & intuens solum speculum, cuius est punctum  $e$  uidebitur forma  $b$ , quæ immediate non reflectetur ad ipsum à puncto speculi  $e$ , reflexam mediantibus speculis  $g$  &  $d$  quod est propositum. Quod si centrū uisus sit in puncto  $c$  quod est centrum circuli, cuius periferiam contingunt omnia specula in angulis polygonorum constituta, palam quod forma puncti  $c$ , ab omnibus punctis reflectitur in se ipsam, quoniam omnes lineæ quæ sunt  $ca$ ,  $cb$ ,  $cg$ ,  $cd$ ,  $ce$ , sunt perpendiculares super speculorum superficies, reflectuntur ergo in se ipsas ad punctum  $c$ , per 27. huius, palam ergo est propositum, & si plurima ordinantur hoc modo specula, de omnibus est eadem demonstratio & idem modus circumscribendi circuli alteri polygono qui & pentagono. Per hæc itaq; duo theoremata, patet quod rei quæ non uidetur imago potest in speculo uideri, ut si res taliter disponitur ad primū speculum, quod ad ipsum uisus pertingere non possit, hoc autem facilliter accidit cogitanti.

LXII.

A pluribus speculis planis possibile est formam rei per se uisæ uel rei non uisæ reflecti ad uisum, ita ut distantia imaginis à centro uisus sit æqualis omnibus lineis incidentiæ & ipsi lineæ reflexionis.

Sit centrum uisus in puncto  $a$ , & punctus rei uisæ  $b$ , & inter illos duos punctos si placet exempli causa sit aliqua magnitudo tegens uisum illorum punctorum ab altero, ut paries uel aliud, quod sit  $p g$  & à punctis  $a$  &  $b$  ad opposita ipsis loca ducantur lineæ æquedistantes per 31. primi, quæ sint  $a d$  &  $b e$ , & copuletur linea  $d e$ , sintq; exempli causa linea  $b e$  &  $a d$ , perpendiculares super lineam  $d e$ , & diuidatur angulus  $a d e$  per æqualia per 9. primi, ducta linea  $d z$ , & similiter diuidatur angulus  $b e d$ , per æqualia per lineam  $e h$ , & super punctum  $d$  terminum lineæ  $z d$  erigatur perpendiculariter linea  $k d c$ , per



23. primi, & similiter super punctum  $e$ , terminum lineæ  $h e$  erigatur perpendiculariter linea  $l e m$ , & ex his duabus lineis  $k d c$  &  $l e m$ , imaginetur superponi duo plana specula, forma itaq; puncti  $b$  incidet speculo plano quod est  $m e l$  in puncto  $e$ , & reflectetur in punctum  $d$ , per 20. huius, quia anguli  $b e m$  &  $d e l$  sunt æquales, anguli  $e m h$  &  $h e m$  sunt æquales, quia recti, sed & anguli  $h e d$  &  $h e b$  sunt æquales ex præmissis. Item forma incidens speculo

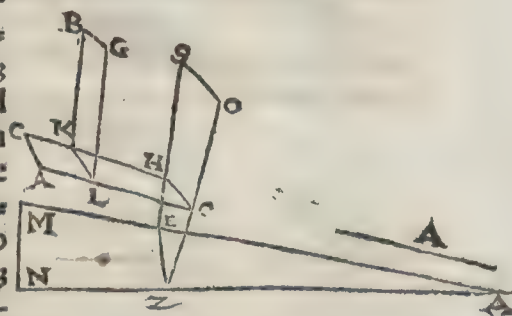
$k d c$  ab eis puncto  $d$ , reflectetur ad punctum  $a$ , quod est centrum uisus per 20. uel 5. primi huius, quoniam ut supra patuit anguli  $d z$  &  $z d a$  sunt æquales, uidebitur ergo forma puncti  $b$ , per uisum existentem in puncto  $a$ , cum tamen res in qua est punctum  $b$ , non sit uisibilis per se ipsam, linea quoq; reflexionis ad uisum quæ est  $d a$ , est semper una, quæ uis lineæ incidentiarum secundum numerum talium speculorum numerentur, & si à puncto rei uisæ quod est  $b$ , ducatur per 11. undecimi linea perpendicularis super superficiem speculi quæ sit  $b m$  secans lineam  $e l m$  in puncto  $m$ , erit angulus  $b m e$  rectus, ergo per 23. primi, erit angulus  $e b m$  acutus, cum ergo angulus  $b e d$  sit rectus, palam per 14. primi huius, quia lineæ  $b m$  &  $d e$  concurrent, sit concursus ipsarum in puncto  $n$ , quia itaq; linea  $m e l$  cadens super lineas  $e h$  &  $b n$ , facit angulum  $e m b$  intrinsecum æqualem angulo

$l e h$  extrinsecum, patet per 28. primi, quoniam lineæ  $b n$  &  $e h$  sunt æquedistantes, ergo angulus  $d e h$  extrinsecus est æqualis angulo  $e m b$  intrinsecum per 29. primi, & angulus  $e b n$  est æqualis angulo  $b e h$ , quia sunt coalterni, sed angulus  $b e h$  est æqualis angulo  $h e d$ , ut patet ex præmissis, diuisus est enim angulus  $b e d$  per æqualia per lineam  $h e$ , erit ergo angulus  $e b n$  æqualis angulo  $e n b$ , ergo per 6. primi, lineæ  $n b$  &  $e b$  sunt æquales; est autem per 37. huius, punctum  $n$  locus imaginis formæ puncti  $b$  reflexi ad uisum existentem in puncto  $d$ , à speculi  $m e l$  puncto  $e$ . Item à puncto  $n$  ducatur linea perpendicularis super lineam  $c d k$  per 12. primi, quæ sit  $n k$ , patet ergo ut prius per 32. primi, quod angulus  $d n k$  est acutus. Sed angulus  $n d a$  est rectus ergo per 14. primi huius, lineæ  $n k$  &  $a d$  productæ concurrent, sit puncti concursus  $s$ , quia itaq; linea  $d k$  cadens super lineas  $z d$  &  $n s$ , facit angulum  $z d t$  extrinsecum æqualem angulo  $n k d$  intrinsecum, uterq; enim illorum angulorum est rectus, patet ergo per 28. primi, quod lineæ  $n s$  &  $z d$  æquedistant, ergo per 29. primi, est angulus  $z d a$  extrinsecus æqualis angulo  $n s d$  intrinsecum, sed & anguli  $s n d$  &  $n d z$  sunt æquales, quia coalterni, & anguli  $n d z$  &  $z d a$  sunt æquales, ut patet ex præmissis; angulus enim  $n d a$  diuiditur per æqualia per lineam  $z d$ , angulus ergo  $d n s$  est æqualis angulo  $d s n$ , ergo per 6. primi, duæ lineæ  $d s$  &  $d n$  sunt æquales, quia itaq; linea  $e n$  est æqualis lineæ  $e b$ , erit linea  $d n$  æqualis duobus lineis  $d e$  &  $e b$ , ergo linea  $d s$  est æqualis illis eisdem duobus lineis  $d e$  &  $e b$ , & quia per 37. huius, punctum  $s$  est locus imaginis formæ puncti  $n$  reflexæ à puncto speculi  $k d c$  quod est  $d$ , ad uisum existentem in puncto  $a$ , patet quod linea  $a s$ , quæ est distantia imaginis à centro uisus est æqualis duobus lineis incidentiæ quæ sunt  $b e$  &  $d e$ , & insuper lineæ reflexionis quæ est  $d a$ , & hoc est propositum, quoniam si à pluribus speculis fiat reflexio eodem penitus modo erit demonstrandum.

LXIII.

Reflexione à pluribus speculis planis ad eundem uisum facta, ab imparibus quidem dextra apparct sinistra, & sinistra dextra; à paribus uero dextra apparent dextra, & sinistra sinistra, & distantia imaginis à uisu constabit ex quantitate omnium linearum incidentiæ & lineæ reflexionis.

Sit centrum uisus  $a$ , & linea rei uisæ sit  $b g$ , & si placet sit inter centrum uisus & rem uisam aliquod corpus densum simplicem prohibens uisionem, ut paries uel aliquod simile, quod sit  $d$ , fiatq; reflexio ex tribus speculis quæ sunt  $e z$  &  $h c$  &  $k l$ , reflectaturq; forma lineæ  $b g$ , per hæc tria specula ad uisum existentem in puncto  $a$ , sitq; ut punctus  $b$ , lineæ  $b g$  incidat speculo  $k l$  in puncto  $k$ , & speculo  $h c$  in punctum  $h$ , & speculo  $e z$  in punctum  $e$ , reflectaturq; ad uisum a secundum lineam  $a e$ , & similiter forma puncti  $g$  incidat speculo  $k l$  in punctum  $l$ , & speculo  $h c$  in punctum  $c$ , & speculo  $e z$  in punctum  $z$ , & reflectatur ad uisum secundum lineam  $z a$ , & ducantur hæc lineæ incidentiæ & reflexionis q̄erunt  $b k$  &  $k h$ ,  $h e$ ,  $e a$ , &  $g l$ ,  $l c$ ,  $c z$ ,  $z a$ , sitq; locus imaginis formæ puncti  $b$ , in primo speculo quod sit  $k l$  punctum  $c$ , & locus imaginis formæ puncti  $g$ , in primo speculo sit punctum  $q$ , & ducatur linea  $c q$ , quæ per 49. huius, æqualis lineæ  $b g$ . In secundo uero speculo quod est  $h c$ , linea imaginis sit  $s o$ . In tertio uero speculo quod est  $e z$ , linea imaginis sit  $m n$ , patet itaq; quoniam in quolibet istorum speculorum tanta est distantia imaginis sub speculo à superficie speculi, quanta est distantia formæ quæ reflectitur à speculo à superficie ipsius speculi per 49. huius, linea ergo  $k b$ , quæ est distantia puncti rei uisæ à superficie speculi extra speculum est æqualis lineæ  $k c$ , quæ est distantia imaginis à speculo sub illo, et linea  $g l$ , est æqualis lineæ  $l q$ , tunc linea  $g h$ , quæ est distantia formæ uisæ à superficie speculi  $h c$ , est æqualis lineæ  $h s$ , quæ est distantia loci imaginis sub eodem speculo, & linea  $q t$  est æqualis lineæ  $t o$ , linea quoq;  $s e$ , quæ est distantia formæ





PERSPECTIVÆ · VITELLIONIS

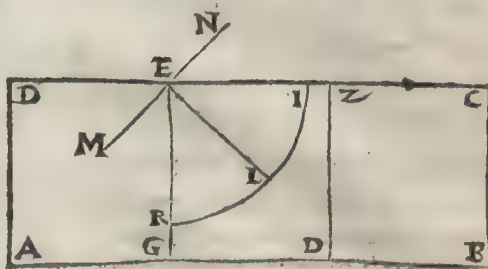
reflexa à speculo  $z$  est æqualis lineæ  $e m$ , quæ est distantia formæ ab eodem speculo sub illo, & similiter lineæ  $o z$  est æqualis lineæ  $z n$ , & quoniam ut patet per 37. huius, locus imaginis uniuscuiusq; formæ puncti uisus est in puncto cōcursus katheti suæ incidentiæ cum lineæ reflexionis, & in speculis planis imago semper est æqualis rei uisæ p. 52. huius patet quod uisus existens in puncto  $a$ , comprehendet imaginem formæ lineæ  $b g$  in loco lineæ  $m c$  æqualem ipsi rei uisæ, & eius distantia à uisui quæ est secundum lineas  $a m$  &  $a n$  est æqualis omnibus lineis incidentiæ, quoniam lineæ  $a m$  est æqualis lineæ reflexionis quæ est  $e a$ , & lineæ  $m e$  quæ est æqualis lineæ  $e s$ , secundum præmissa est æqualis lineæ incidentiæ quæ est  $e h$ , & lineæ  $h s$  æqualis lineæ  $c h$ , quæ est æqualis lineæ  $k h$ , & lineæ  $c k$ , quæ lineæ  $c k$  est æqualis lineæ  $k b$ , & similiter lineæ  $a m n$  est æqualis lineæ reflexionis quæ est  $a z$ , & omnibus lineis incidentiæ, ut iam patuit, & quoniam ut patet per 55. huius, in speculis planis dextra apparent sinistra & sinistra dextra, palā quod in speculo primo respectu rei uisibilis, quod est speculum  $l k$ , sit imago formæ rei  $b g$  uisæ, quæ est imago  $c q$  transmutata modo dicto. Sed & eadem imago reflexa à secundo speculo, quod est  $h c$ , mutat dextrum in sinistrum & sinistrum in dextrum, redit ergo in speculo numeri paris dispositio partiū imaginis ad dispositionem partiū ipsius rei uisæ, & quia in speculo tertio qd est  $e z$ , imago secūda, quæ est  $s o$ , mutat situm partiū suarum, patet quod imaginis  $m n$  situs est alius à dispositione formæ rei quæ est  $b g$ , in speculis itaq; numeri paris sit imago similis rei secundum dextrum et sinistrum, et in speculis imparibus transmutatur, et sic uniuersaliter quotiescūq; speculis paribus uel imparibus positis secundū hæc imaginū dispositio uariatur secundū dextrū et sinistru, patet ergo, ppositū.

LXVIII.

LXVIII.

Duo specula plana quadrata & æqualia possibile est sic sisti, ut intuens in uno speculorū suam imaginem uideat uenientem, & in altero recedentem.

Sint duo specula plana rectangula & æqualia cuiuscunque placuerit quantitatis suæ laterū, dum tñ latera unius sint æqualia lateribus alterius, & sint latera eiusdē speculi inter se proportionabilia, ita ut lōgītudo sit duplata latitudini eiusdē speculi, assumaturq; linea, cuius longitudo sit multo maior uno latere illorū speculorum, & sit exempli causa quatuor cubitorum quæ sit a b, & secetur ex ea portio æqualis quartæ parti unius lateris longitudinis speculi per tertiā primī, quæ sit a g, & diuidatur linea g b in duo æqualia in puncto d, & à puncto d ducatur linea perpendiculariter sup lineam a b, per 11. primī, producatuq; in continuum & directum, et abscindatur ab ipsa linea æqualis altitudini speculi quæ sit linea d z, et à puncto b ducatur linea æqualis & æquedistans lineæ d z quæ sit b c, et producatuq; linea c z orthogonaliter super lineam b c, quæ erit æqualis lineæ b d, per 33. primī, et producatuq; linea c z in continuum et directum, ducaturq; à puncto g, linea g e æquedistans et æqualis lineæ d z, erit ergo linea g e, per 30. primī, æqualis et æquedistans lineæ b c et super punctum e, centrum existens describatur portio circuli secundum modum quantitatis placitæ, quæ sit r i, diuidaturq; arcus r i per æqualia, per 29. tertiū, in puncto l, et ducatur linea l e, et à puncto e ducatur una linea perpen-



posito ergo centro uisus in puncto d, et motis speculis super lineam l e fixam, uidebitur  
mo seipsum sup unum duorum speculorum uenientem, et in altero recedentem, *longe*

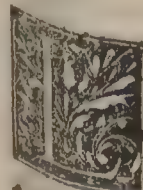
LIBER SEXTVS. 141  
longitudo amborum illorum speculorum quæ est linea m n, quasi duplicata latitudine u-  
nius ipsorum, & sic punctum est quasi medium superficiæ amborum illorum speculorum:  
unde circa ipsum æqualior sit motus. Et si hæc specula fuerint taliter ordinata, ut clau-  
dantur & aperiantur, & angulos inter se existentes uariant cum reuoluentur, multa de-  
formitas efficitur imaginum unius etiam rei: anguli tamē taliter sint dispositi, ut ab us-  
quo speculo in alium fieri possit reflexio, nec æstimamus hac demonstratione alia in his  
quæ præmissa sunt in simplicibus planis speculis indigere, & hoc practicæ artificū du-  
cimus cōmittenda, quia et hæc quæ præmissimus plus habilitatem operis mœchanici re-  
spiciunt, quàm firmitudinē demonstrationis, fuit enim istud diligens inuentio antiquo-  
rum, cui potest addere et demere ille, qui diligenter perspexerit ea quæ demonstratiōis  
necessitate conscripsimus in hoc libro. L X V.

Ab uno speculo plano soli opposito ignem est impossibile accendi, à plu-  
ribus uero possibile.

Hoc enim evidens est, quia ignis non accenditur nisi per aggregationem plurimum radiorum, linearum uero reflexionis à speculorum planorum diversis punctis productæ non concurrunt, ut per 47. huius, demonstratum est, in nullo ergo puncto conveniunt illi radij reflexi, ad generationem ignis possibile est in materia combustibili quacumque, patet ergo primum propositum. Iam autem dixit Attenuius nescio qua ductus experientia, quod solum uiginti quatuor reflexi radij concurrentes in uno puncto materiæ inflammabilis ignem in illa accendunt, & coniunxit septem specula plana hexagona colligatione stabilis fixa, scilicet sex extrema circa unum, quod statuit in medio illorum, et uniebantur illa specula in quibuslibet angulis hexagoni, ideo quia figure hexagonæ replent locum superficiei, ualent enim tres anguli hexagoni quatuor rectos, et dixit Attenuius, quod ad quamcunque distantiam sic ignis potuit accendi, quæ si ad complendam unam planam superficiem coniunxerat, non poterat, ut ex præmissis patere potest, intentionem suam consequi, quàm sicut ex uno speculo plano, quoniam ut prædictum est tres superficies hexagonæ replent punctum unum, quia angulus quilibet hexagoni ualet duas tertias duorum rectorum, & tres anguli hexagoni ualent quatuor rectos, concurrentes ergo tales tres anguli nullum uacuum dimitunt, nihil est ergo quod punctum sui concurrentium à natura planæ superficiei & unius, quod si idem hexagoni taliter adinuicem inclinentur, ut ab una sphaera fiant circumscripibiles, tunc ad centrum illius sphaeræ fiet reflexio omnium radiorum perpendiculariter ab uno puncto illis superficiei incidentium, & augebitur uigor caliditatis, unde tale speculum melius posset ex trigonis quam hexagonis componi, quoniam numero superficierum numerabuntur radij & uirtus augebitur caloris, hoc tamē quia facilia sunt ut diximus, prosequenda ipsam relinquentes, artificis industriam animarum.

## LIBER SEXTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.



**A**ltius quo potuimus speculorum planorum passionibus percurſis, ſuper  
eſt nunc ut ad aliorum ſpeculorum paſſiones proprias diuertamus, & quia  
ſpecula conuexa ſunt ſimpliciora concavis, quoniā quædam paſſionū ſpe-  
culorum conuexorum deſcendunt in concava, ut in illa, quorum paſſiones  
proprie diuerſimode uariantur, conuenit ut primo tractatum ſpeculorum  
conuexorū alijs præmittamus. Sed quia inter ſpecula conuexa, quorū quædā ſunt ſphæ-  
rica, quædam columnaria, quædā pyramidalia, ipſa ſpecula ſphærica ſunt alijs ſimplicio-  
ra, paſſiones em̃ & cauſæ reflexionum ſpeculorum ſphæricorum conuexorū deſcendūt  
in ſpecula columnaria & pyramidalia conuexa, cū in illis ab aliquibus punctis ſuorum  
circulorum accidit fieri reflexionem, ſicut & paſſiones ſpeculorum planorū deſcendūt in  
eadem ſpecula columnaria & pyramidalia, quando ab aliquo puncto alicuius linearum  
N longitudo



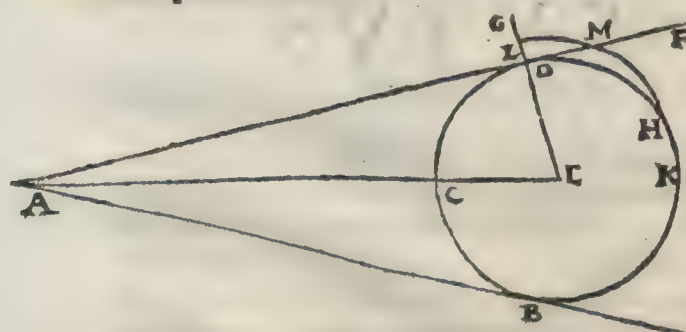
longitudinis illorum speculorum ad uisum sit reflexio. Post tractatū ergo planorum speculorum de speculis sphaericis cōuexis, ut de simplicioribus omnibus alijs & concavis speculis psequi dignū uisum est. Quae itaq; ad speculorum sphaericorum pprias passiones psequendas pmittimus sunt ista. Maius speculū sphaericum cōuexū uel cōcauū dicimus, cuius sphaerae diameter est maior, & minus cuius minor. Diametrū speculi sphaerici, dicimus diametrū sphaerae cuius portio est speculū. Centrū speculi dicimus centrum sphaerae cuius portio est speculū. Diametrū uisualem dicimus lineā a centro uisus per centrū speculi sphaerici trāseuntē, & eadem dicitur kathetus reflexionis. Lineam rectam aequedistare speculo sphaerico cōuexo dicimus, quae secundū eius punctū medium aequedistat lineae aliquē arcū circuli magni illius speculi secundū medium eius punctū contingenti. Finis contingentiae, dicitur punctus ubi alter kathetorum secant lineam in puncto reflexionis speculum contingentem. Metam locorum imaginum, dicimus punctum uel lineam ultra quam imagines non uidentur.

1. Communem sectionē superficiei reflexionis & superficiei speculi sphaerici cōuexi, necesse est circulū magnū uel arcum circuli magni sphaerae esse: ex quo patet qd oīs superficies reflexionis diuidit sphaerā speculi p aequalia.

Quoniam enim ut patet in principio 5. huius, superficies reflexionis dicitur superficies cōtinens lineā incidentiae & lineā reflexionis & perpendicularē a puncto contingentiae productā super superficiem sphaericū speculū in puncto incidentiae cōtingentem. Quae omnes lineae rectae sunt, patet quod superficies reflexionis est superficies plana. Omne autē speculū sphaericum cōuexum, aut sphaera est, aut pars sphaerae, ut patet p 7. quinti, ergo per 69. primi huius, si superficies reflexionis secet speculū, ipsoq; cōmunis sectio necessaria erit circulus uel pars circuli, & quoniam perpendiculares sunt superficies sphaerae contingentes, necessario transeunt p centrum sphaerae, ut ostendi potest per 72. primi huius, & per diffinitionē lineae ppendicularis super superficiē sphaerae positā in principio primi huius, patet quod omnis superficies reflexionis transit centrū speculi, est ergo ista cōmunis sectio circulus magnus uel arcus circuli magni sphaerae illius speculi. p diffinitionem circuli magni, & hoc est ppositum, patet etiā correlariū, quia cū oīs superficies reflexionis trāseat per centrū speculi, patet manifeste, qm ipsa diuidit sphaerā speculi p aequalia, & hoc pponebatur.

11. A centro uisus ad superficiē speculi sphaerici cōuexi ducta contingens circa fixam uisualē diametrū aequaliter mota portionem superficiei speculi determinat, a cuius punctis fiet formarum reflexio ad uisum.

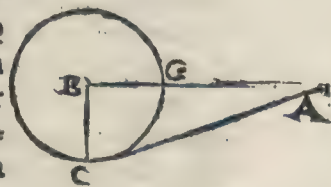
Sit centrum uisus punctus a, & cōmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphaerici cōuexi sit circulus b c d k, cuius centrū sit e, & a puncto a ducat per 6. tertij, lineā contingens circulū in punctum d quae sit a d, ducatur & diameter uisualis quae sit a e, secans periferiā circuli b c d in puncto e, dico quod si diameter a e manente fixa lineā cōtingens q est a d, imaginetur aequaliter moueri sup periferiā speculi, seruans semp aequalitatem angulū e a d, quousq; redeat ad locū unde exiuit, q ipsa motu suo secundū punctum d, describet circulū determinantē portionem speculi sphaerici cōuexi, a qua sit reflexio omnium formarū ad uisum existentē in puncto a, ab illa parte alia speculi superficiei a qua non sit reflexio, producat eū lineā a d ultra punctum contingentiae d ad punctū f, & ducatur lineā e d, q producat extra speculum ultra punctū d usq; ad punctū g, erūt ergo per 17. tertij, anguli omnes ad punctū d recti, omnes ergo puncti in lineā d f. constituti uidebunt directē, ideo quia lineā a f manens una nō refrangit a puncto d, quia tamē eadem lineā cōtingit speculū, incipiūt puncta lineae d f, aliquid participare naturae reflexionis, unde uidebunt a puncto d, reflecti secundū lineam d a ad uisum a, per 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiae qui est f d g, est aequalis angulo reflexionis, qui est g d a, dico etiā q a nullo puncto arcus d k b potest fieri reflexio ad uisum a. Si enim sit hoc possibile, esto quod a puncto h arcus d h b, fiat reflexio formae alicuius puncti ad uisum existentē in puncto a, & ducat lineā reflexionis ad uisum a, q sit h a, hoc ergo nō potest trāseire solidum corpus speculi, scilicet arcus circuli b c d secando, transibit ergo extra circumlum, quia itaq; angulus contingentiae qui est h d f est indiuisibilis, per 15. tertij, patet q illa lineā reflexionis quae est h a, nō transibit punctū d, secabit ergo lineā d g, sit ut secet ipsam in puncto l, & quia lineā reflexionis quae est h a nō secat angulū h d f, palam cū nō secet arcū h d, quod secat lineā d f, sit ut secet ipsam in puncto m. Si ergo lineā h m a puncto m, perueniat ad punctū a, patet q duae rectae quae sunt m l a & m d a includunt superficiem, quod est impossibile: uel deducatur, sit trigoni d l m, angulus m d l rectus, ergo angulus d l m per 32. primi, est acutus, ergo p 13. primi, angulus a l d est obtusus. Sed angulus a d l est rectus, quia angulus a d e est rectus, ergo p 14. primi huius, cū lineā e g cadat sup ambas lineas a d & h a, & faciat angulos praedicto modo dispositos, patet qd lineae h l a & d a ad illam partem concurrent, ad quam sunt anguli minores, non ergo reflectitur forma aliqua a puncto h ad punctum a, quod est oppositū dati, patet ergo ppositum, quoniam quocūq; puncto arcus d k b dato, eodem modo potest fieri deductio.



omnium formarū ad uisum existentē in puncto a, ab illa parte alia speculi superficiei a qua non sit reflexio, producat eū lineā a d ultra punctum contingentiae d ad punctū f, & ducatur lineā e d, q producat extra speculum ultra punctū d usq; ad punctū g, erūt ergo per 17. tertij, anguli omnes ad punctū d recti, omnes ergo puncti in lineā d f. constituti uidebunt directē, ideo quia lineā a f manens una nō refrangit a puncto d, quia tamē eadem lineā cōtingit speculū, incipiūt puncta lineae d f, aliquid participare naturae reflexionis, unde uidebunt a puncto d, reflecti secundū lineam d a ad uisum a, per 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiae qui est f d g, est aequalis angulo reflexionis, qui est g d a, dico etiā q a nullo puncto arcus d k b potest fieri reflexio ad uisum a. Si enim sit hoc possibile, esto quod a puncto h arcus d h b, fiat reflexio formae alicuius puncti ad uisum existentē in puncto a, & ducat lineā reflexionis ad uisum a, q sit h a, hoc ergo nō potest trāseire solidum corpus speculi, scilicet arcus circuli b c d secando, transibit ergo extra circumlum, quia itaq; angulus contingentiae qui est h d f est indiuisibilis, per 15. tertij, patet q illa lineā reflexionis quae est h a, nō transibit punctū d, secabit ergo lineā d g, sit ut secet ipsam in puncto l, & quia lineā reflexionis quae est h a nō secat angulū h d f, palam cū nō secet arcū h d, quod secat lineā d f, sit ut secet ipsam in puncto m. Si ergo lineā h m a puncto m, perueniat ad punctū a, patet q duae rectae quae sunt m l a & m d a includunt superficiem, quod est impossibile: uel deducatur, sit trigoni d l m, angulus m d l rectus, ergo angulus d l m per 32. primi, est acutus, ergo p 13. primi, angulus a l d est obtusus. Sed angulus a d l est rectus, quia angulus a d e est rectus, ergo p 14. primi huius, cū lineā e g cadat sup ambas lineas a d & h a, & faciat angulos praedicto modo dispositos, patet qd lineae h l a & d a ad illam partem concurrent, ad quam sunt anguli minores, non ergo reflectitur forma aliqua a puncto h ad punctum a, quod est oppositū dati, patet ergo ppositum, quoniam quocūq; puncto arcus d k b dato, eodem modo potest fieri deductio.

Opposito uisui speculo sphaerico cōuexo, ita ut uisus non sit in superficie illius speculi aut superficiei ei continua, erit cōmunis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei speculi circulus minor magno circulo sphaerā speculi p aequalia secante.

Opponatur uisui speculū sphaericū taliter ut uisus nō sit in superficie illius speculi ei cōtinua, dico q pars speculi a uisui cōprehensa erit pars sphaerae circulo inclusa, quae efficit motu suo radius cōtingens superficiem sphaerae, quia em ut patet p 16. tertij huius, longior radius ad sphaerā superficiē cōtingens quasi lineā speculū cōtingens est. Si ille radius imaginef p gyrū, moueri attingendo sphaerā, donec redeat ad punctū primū, a q sum p sit motus principiū, palā per praemissā, quia punctus contingentiae in sphaerae superficie circulū describet, hic uero circulus minor erit circulo magno illius sphaerae, qm si intelligant superficies secantes se sup diametrū sphaerae transeuntes polos praedicti circuli & sphaeram p aequalia secantes, patet qd oēs illi circuli cōtingentes lineas habēt illas q sunt lineae longitudinis pyramidis uisionis, ergo p 58. primi huius, quilibet arcū continuū ipsi superficiei sphaerae, & his superficibus planis secantibus sphaeris, erit minor semicirculo circuli magni. Verbi gratia sit p 69. primi huius, circulus q est cōmunis sectio superficiei sphaerae et superficiei planae transeuntis p uisum a, extra sphaerā existentē, & p centrū sphaerae qd sit b, circulus c s d, cuius centrū sit b, sitq; polus circuli intellecti secundū quem basis pyramidis uisionis secat superficiē speculi punctus, sed producat b a semidiameter ad uisum a, & sit lineā b s a, & a puncto a, cetro uisus ducat lineā cōtingens circulū, q sit a c, & a puncto cōtingentiae q est c, ducat ad centrū b, lineā c b, dico qd arcus c s est minor q quarta circuli magni, angulus em b c a est rectus p 17. tertij, angulus ergo c b a est acutus, q nō possunt esse duo recti in eodē trigono a b c, p 32. primi, hūc itaq; angulū in centro existentē respiciat arcus c g, palā ergo p ultimā sexti, qm ipse minor est q quarta circuli, & quia idē accidit in oibus punctis imaginatoz circuloz minorz, qm quilibet arcū illoz circulū est minor q quarta circuli magni, ergo circulus terminans uisionem est minor q quarta circuli magni, ergo circulus terminans uisionem tenet aut hac demonstratio in uno uisui tm, uel in ambobz uisibus, aequalibus circulus maior sphaerae erit circulus ppositae sectionis, & medietas sphaerae uidebitur



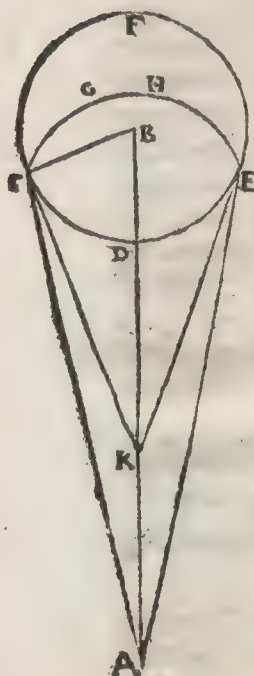


debitur. Si uero distantia oculorum sit maior diametro speculi, plus medietate sphaerae uidebitur, & erit communis sectio circulus minor, ut haec sunt demonstrata in quarto huius.

IIII.

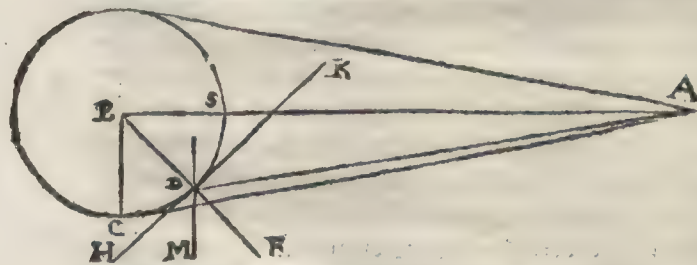
In speculis sphaericis conuexis secundum accessum uisum ad specula circumum uisum terminantium quantitas minuitur, ad recessum uero augetur.

Esto enim speculum sphaericum conuexum, cuius centrum b, & sit centrum uisus a, sitque circulus terminans uisum in superficie speculi g c g h e, dico quod secundum accessum & recessum uisum a speculis illorum circulo: quantitas mutat, diminuitur enim secundum accessum, et augetur secundum recessum. Sit enim communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus c d e f, cuius arcus c d e, sit erectus super circumum c g h e, uisam partem speculi continentem, sitque ipsius arcus c d e medius punctus d, & ducantur lineae a c, ad b, c b, a e, eritque p. 17. tertij, angulus a c b, rectus, accedat ergo uisus secundum lineam a b ad punctum k. Si ergo uisus terminatur ad eundem circumum c g h e, ut prius, ducatur linea k c, & quoniam per 16. secundum huius, longior radius a uisui ad sphaeram contingens quasi linea contingens est, patet p. 17. tertij, quoniam angulus l k c b est rectus. Sed & angulus a c b fuit rectus, est ergo rectus minor recto, quod est impossibile. Existere ergo uisui in puncto l k, non terminabit uisio ad circumum c g h e, sed ad aliquem circumum ipso circulo c g h e minore, quia enim inter duas lineas contingentes circumum qui sunt a c & a e, ab uno puncto a, ductas a puncto k, ducuntur aliae duae lineae eundem circumum contingentes, palam ergo p. 60. primi huius, quod puncta contingentiae interiorum cadent intra puncta contingentiae exteriorum, minor ergo arcus circuli comprehendent lineas propinquiores quam remotiores, patet ergo oppositum.



A quolibet puncto superficiei speculi sphaerici conuexi oppositae uisui, potest fieri reflexio ad uisum.

Esto dispositio eadem quae in tertia huius, dico quod a quolibet puncto portionis oppositae uisui a quolibet puncto arcus e s, & omnium sibi similium arcuum potest fieri reflexio ad uisum, signetur enim aliquis punctus arcus e s, qui sit d, & ducatur semidiameter d b, palam per 72. primi huius, quoniam linea d b est perpendicularis super superficiem planam contingentem speculum in puncto d, cum itaque formae puncti rei uisae puncto d incidunt, palam per 25. quinti huius, quia linea reflexionis erit in eadem superficie cum semidiametro d b, & cum katheto a b, orthogonaliter cadente super superficiem speculi, eo quod transeat per centrum eius b, & ducatur a puncto d, linea contingens circumum c d s, per 16. tertij, quae sit linea h d k, erit ergo per 17. tertij, angulus b d k rectus, erit ergo tri-



goni d b a, angulus a d b obtusus. Si ergo, producat lineam b d extra sphaeram ad punctum f, erit per 13. primi, angulus f d a acutus, ideo quod angulus b d a sit obtusus, ut patet ex praemissis, & p. 21. primi, & etiam ex hoc, quia cum linea

a d cadat intra lineam a c speculum contingentem, palam per 57. primi huius, quia linea a d, producta secabit sphaeram speculi, & superficies contingens sphaeram in puncto d, in qua sint lineae h k, e g, declinior erit quam linea a d, secabitque lineam a b, & quia semidiameter b d est perpendicularis super superficiem b k e g, speculum in puncto d contingentem, erunt anguli f d k & f d, h b h recti, ergo etiam erit angulus b d k rectus, angulus quoque b d a maior recto, & angulus f d a minor recto, resecato ergo ab angulo recto q est f d h, angulus acutus aequalis angulo f d a, per 27. primi huius, qui sit m d f, eruntque lineae continentes hos angulos in eadem superficie, punctus ergo rei uisae existens in linea m d, & superficiei speculi incidens ad punctum d, reflectetur ad uisum per lineam a d, per 11. uel 20. quinti huius, continent enim lineam m d & a d, angulos aequales cum perpendiculari b f, & lineae illae incidentiae & reflexionis ut ostensum fuit

sunt per 25. quinti huius, erunt in eadem superficie quae erit superficies reflexionis erecta super superficiem sphaeram speculi in puncto d, contingentem, & eodem modo demonstrabitur de quolibet puncto arcus e s, & cuiuslibet arcus sui similis, hoc est de tota portione speculi uisui opposita, quoniam de quolibet dato puncto potest eodem modo demonstrari: patet ergo, quoniam a quolibet puncto superficiei speculi sphaerici conuexi oppositae uisui potest fieri reflexio ad uisum sicut proponebatur.

VI.

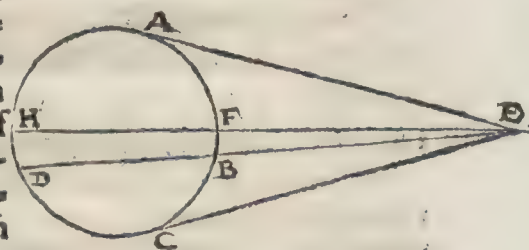
In omni superficie reflexionis a speculis sphaericis conuexis centrum uisus & centrum speculi, punctum reflexionis & punctum reflexum consistere est necesse: ex quo patet lineam a centro uisus ad centrum speculi productam omnibus superficibus sectionum secundum diuersa puncta specula huiusmodi secantium communem esse.

Hoc patet p. 25. quinti huius, in omni enim superficie reflexionis necessario sunt linea incidentiae & linea reflexionis, haec autem lineae continent tria puncta, scilicet punctum reflexum, & punctum reflexionis, & centrum uisus, & quia quaelibet illarum superficiei est erecta super superficiem speculi, a quo fit reflexio, erunt lineae in ipsa productae quae sunt erectae super superficiem speculi centrum speculi transeuntes per 72. primi huius, manifestum ergo quia quaelibet illarum superficiei transit centrum sphaerae. In quolibet ergo superficiei reflexionis sunt praenominata 4. puncta corporis quorumlibet, ex his patet quia cum superficiei planae se intersecant communis sectio sit linea recta, ut patet per 3. undecimae, istarum superficiei necessario communis sectio erit linea a centro uisus ad centrum speculi producta, quoniam alijs duobus punctis uariatis secundum numerum superficiei reflexionis, haec duo puncta, scilicet centrum uisus & centrum speculi in talibus superficibus semper manent, patet ergo propositum.

VII.

Omnis linea reflexionis praeter lineas contingentes secat circumum, qui est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphaerici conuexi in duobus tantum punctis, in puncto uidelicet reflexionis & in puncto alio portionis superficiei speculi non apparentes.

Sit communis sectio superficiei speculi sphaerici conuexi, & superficiei reflexionis circulus a b c d, cuius centrum sit punctum g, & sit centrum uisus e, a quo ducantur lineae contingentes illum circumum qui sint a e & e c, palam ergo per 2. huius, quoniam a toto arcu a b c, sit reflexio ad uisum, sit ergo ut a puncto b, quod est inter punctum a & c, fiat reflexio ad uisum e, & sit linea reflexionis b e, dico quod linea e b, producta ultra punctum b, secabit circumum a b c, in aliquo puncto arcus speculi non apparentis quod sit d, ducatur enim diameter uisualis e f g h, diuidens circumum per aequalia in duos semicirculos qui sunt f c h, & f a h, ostensum est autem per 57. primi huius, quoniam ab uno puncto datum semicirculum tantum una linea contingentem duci est impossibile, & coostensum sibi est quod omnis linea ab eodem puncto sub linea contingente ducta secat semicirculum in puncto uno super punctum contingentiae & in alio sub ipso, patet ergo cum a puncto e, ducatur linea e c, circumum contingens, & ab eodem puncto e ducatur sub linea contingente linea e b, quoniam linea e b, secat semicirculum f c h, in uno puncto super illum punctum contingentiae qui sit d, & in alio puncto b, sub illo puncto c, qui est terminus portionis arcus apparentis uisui, punctus ergo d cadit in portione c d a, non apparente uisui, quod est propositum. Eodem ergo modo de quolibet puncto arcus a f, potest demonstrari, patet ergo quod proponebatur.



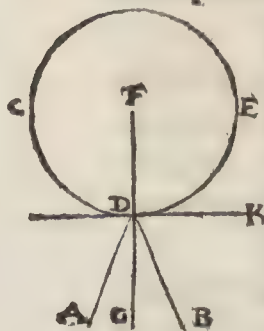
VIII.

In omni reflexione a speculis sphaericis conuexis linea a centro speculi ad



punctum reflexionis ducta, diuidit angulum à lineis incidentiæ & reflexio  
nis contentum per duo æqualia.

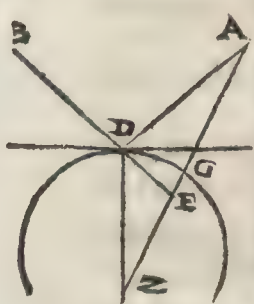
Sit centrum uisus a, & punctus rei uisæ per reflexionem à speculo pposito sit b, sitq;  
 cōmunis sectiō superficiē reflexionis & speculi circulus c d e, cuius centrū sit f, & reflectat  
 forma puncti b, ad uisum a, à puncto speculi d, & ducatur linea d f, dico quod linea f d,  
 producta extra circulū ad punctum g, diuidit angulum a d b per æqualia,  
 ita ut angulus a d g, sit æqualis angulo g d b, ducatur tm̄ linea contingens  
 circulum c d e, in puncto d, per 16. tertij, quæ sit h k, erunt ergo per 17. ter-  
 tij, anguli f d k, & f a h recti, ergo per 13. primi, anguli g d k & g d h sunt re-  
 cti & æquales. Sed angulus b d k, cum sit angulus incidentiæ, est per 20.  
 quinti huius, æq̃lis angulo a d h, q̃ est angulus reflexiōis, remanet ergo an-  
 gulus a d g, æqualis angulo g d b, linea ergo f d, producta à centro specu-  
 li ad punctum reflexionis quod est d, diuidit angulum a d b, per æqualia,  
 patet ergo propositum,



IX.

In conuexis speculis sphaericis omnem lineam reflexionis cum katheto incidētiā ab eodē pūcto ad centrū speculi productū, cōcurrere est necesse.

Esto cōmunis sectio superficiē reflexionis & conuexi speculi spherici circulus g d, cuius centrum sit z, & sit centrū uisus punctū b, punctusq; rei uisæ sit a, reflectaturq; for-  
 ma puncti a, ad centrū uisus b, a puncto speculi d, & sit linea reflexionis d b, linea quop-

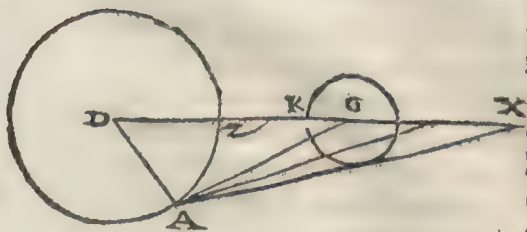


incidentiæ sit a d, ducat itaq; lineâ d puncto dato a, ad centrum speculi z, quâ sit kathetus a z, secans superficiem speculi in puncto g, & copuletur lineâ d z, & producat b d, intra speculû donec concurrat cû lineâ a z, concurret aut per 29. primi huius, qm em lineâ b d, pducta secat angulum a d z, ut patet p pcedentem & per 15. primi, ergo secabit & basem a z, sit itaq; punctus concursus e, est aut lineâ a z, kathetus incidentiæ puncti a, ut patet p diffinitionē katheti, & per 72. primi huius, patet ergo propositû, qm lineâ reflexionis cõcurreret cû katheto incidentiæ. Quod aut hîc de cõkursu lineæ incidentiæ cû katheto incidentiæ demonstravimus, hoc ad iuxtimus ppter 37. quinti huius, secundû em utrâq; illar; linear; est necessarium fieri uisionem, qm secundû illam reflexionis formâ reflectit ad uisum, & secundum kathetum incidentiæ respicit res ipsum speculû, d cuius superficiē formâ rei uisæ reflectit ad uisum.

X.

Centro uisus posito in katheto incidētiæ super speculū sphæricū cōuexū  
incidente, ab uno tantū puncto speculi fiet reflexio, & uidebitur imago in  
superficie speculi in ipso, .i. puncto reflexionis, nisi forte propter continuita-  
tem sui cum punctis alijs formæ uisæ ad aliū locum imaginis protrahatur.

Ostensum est per 33. quinti huius, qm̄ omnis ppendicularis reflectit̄ in seipsam, nec  
aut ostendimus quod hic pponit̄. Sit ergo g centrū uisus & d centrū speculī propo-  
ti, sitq; g k, z d, katherus incidentiæ ductus à centro uisus ad speculū secans superficiem



oculi in puncto k, & incidens superficie speculi in puncto z, dico quod solius puncti r forma reflectitur ad visum, qm̄ de alijs punctis lineæ d g, quibuscūq; datis, quantum ad ipsorū reflexionem eodem modo demonstrandum, ut in 3. 2. quinti huius, sed neq; aliquod punctum huius lineæ reflectit̄ ab alio puncto speculi, dato enim quod ab alio puncto fiat reflexio, sit illud aliud punctum a, & ducā lineā g a, quæ sit lineā reflexionis, ducatur q; lineā incidentiæ ad punctū a, ab illo puncto lineæ g d, cuius formā a puncto a reflectit̄, q sit x, hæc ergo lineā x a, continebit̄ angulū cū lineā

LIBER SEXTVS. 144

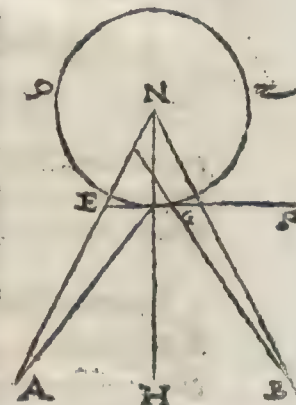
nea g a, qui sit x a g, & ducatur diameter d a, hæc ergo extra circulū producta necessario diuidet angulū x a g, per æqualia per s, huius, eo qd̄ ueniens à centro speculi & ad istū punctū reflexionis est ppendicularis sup̄ ipsum, concurreret ergo diameter d a, cum perpendiculari g d, inter punctū x reflexum, & punctū g centrum uisus: sint ergo duæ lineæ rectæ, quæ sunt x d & d a, in duobus punctis concurrent & superficiem continebunt, quod est impossibile, patet ergo, ppositū, qm̄ ab uno tm̄ puncto speculi reflexionem fieri est necesse, ergo & una tantū uidebit̄ imago, & quia locū ipsius nulla lineæ intersectio determinat, ut patet per 37. quinti huius, palam qd̄ illa imago uidet̄ in proprio loco suo, hoc aut̄ est in superficie ipsius speculi in puncto. s. reflexionis, nisi forte propter continuitatem sui cum punctis alijs formæ naturalis uisæ ad locum alium imaginis protrahatur, patet ergo propositum.

XI.

XI.

Locum imaginis uisæ in speculis sphaericis conuexis in cōursu lineæ re-  
flexionis cum katheto incidentiæ necesse est esse: ex quo patet, quod in o-  
mni reflexione ab his speculis facta, semper imago totius rei uisæ continet-  
tur in aliqua linea inter loca imaginum suorum extremorum punctorum  
pducta: patet etiâ quod in his speculis possibile est locū imaginis inueniri.

Quod linea reflexionis concurrat cū katheto incidentiæ, patet per 9. huius, potest  
& idem demonstrari aliter. Sit em̄ punctus rei uisæ a, centrū oculi b, punctus reflexio-  
nis g, centrū speculi n, palā itaq; per 25. quinti huius, quod a g, linea incidentiæ, g b li-  
nea reflexionis sunt in eadē superficie erecta sup̄ superficiem speculū in puncto g, con-  
tingentē: linea itaq; cōmunis superficiē reflexionis, & superficiē speculī, sit circulus z g  
& linea cōmunis superficiē contingenti speculū in puncto g, & superficiē reflexionis  
sit linea



linea e g p, ducaturq; linea h g, perpendicularis sup lineam g p e, p  
11. primi, & patet per 18. tertij, quod linea h g producta pertingeret ad  
centrum circuli z g q, qui cū sit circulus magnus, ut patet per primam  
huius, palam qd' centrū eius est centrum ipsius speculi, transit ergo li  
nea h g, producta ultra punctū g, per centrum speculi quod est n, aliter  
em linea a centro speculi ad punctū g ducta, erit etiā ppendicularis sup  
lineam p g e, & linea h g, pducta est ppendicularis sup eandem, ab eodē  
ergo puncto ad eundem punctū lineæ rectæ contingeret duas perpendi  
culares sup unam lineam quod est impossibile, pertingeret ergo linea h  
g, ad punctum n, ducat ergo linea a n, a puncto uiso ad centrum specu  
li, eritq; linea a n, per 72. primi huius, ppendicularis super superficiem  
speculi, ergo & super superficiem contingentē speculū in puncto illo p  
quā transit, & quia inter duas lineas h g & p g, angulū rectum continentes cadit linea b  
g, palam quia ipsa non contingit circulū z g q, ipsa ergo pducta secat circulū, cōcurrēt  
ergo cū linea a n, sit ut concurrat in puncto d, cū itaq; ut patet per 6. huius, punctum a,  
cuius forma a puncto speculi g reflectitur, & centrū speculi quod est n, necessario sint in  
eadem superficie, erit ergo per primā undecimī, linea a n, in eadem superficie cum lineā  
b g, palā ergo per 37. quinti huius, quia punctus d erit locus imaginis, qm ipse est pun  
ctus cōmunis lineæ reflexionis, in qua necessario est forma & lineæ a n, quæ est kathē  
tus incidentiæ formæ puncti a, secundum quam ut secundum lineam breviori necessa  
rio uidetur forma, patet ergo principaliter ppositū per 37. quinti huius, & per hoc p  
corrolariū, qā in omni reflexione a speculis sphaericis conuexis facta, semper ima  
go totius rei uisæ continet in aliqua lineā inter loca imaginum suarū extremorū puncto  
rum pducta, qm katheti incidentiæ punctorū mediore cadunt semper inter kathetos in  
cidentiæ punctore extremore, nec em katheti incidentiæ ab aliquo illore punctore extre  
morum pducti ad centrum speculi secare possunt aliquē kathetum incidentiæ punctore  
extremore, patet etiā quod in his speculis cuiuscunq; puncti rei uisæ possibile est locum  
imaginis inueniri: pducta em lineā rectā a puncto quocunq; uiso per reflexionē ad

## CENTRUM



PERSPECTIVAE VITELLIONIS

centrum speculi, & producta linea reflexionis ad concursum. cū linea a, erit punctus communis sectionis illarum linearum semper locus imaginis, & hoc proponebatur.

Kathetum incidentiæ linea reflexionis à circulo, qui est communis sectio  
superficiæ reflexionis, & speculi sphaerici cōuexi secante, & à puncto reflexio  
nis ducta erecta illum circulum contingente quæ secet kathetum, erit co  
tius katheti proportio ad inferiorem partem sui resectam uersus centrum,  
sicut partis extrinsecus resectæ per cōtingentem ad eam partē quæ utraque  
interiacet sectiones.

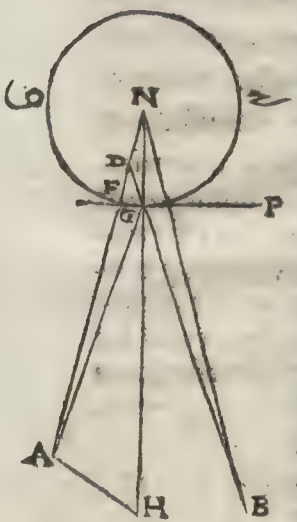
interiacet sectiones.

Maneat dispositio figuræ præcedentis, dico quod pportio totius lineæ a n, ad lineam d, est sicut proportio lineæ a d, ad e d, quia em̄ angulus b g h, æqualis est angulo h g a per 3. huius, angulus uero b g h, æqualis est angulo d g n, per 15. primi, quia sunt anguli contra se positi, patet quod angulus h g a æqualis est angulo d g n, & quia anguli n g e, & h g e sunt recti, per 17. tertij ideo quod linea e g, est perpendicularis super lineam h g n, patet quod æqualibus angulis ab his hinc inde demptis erunt anguli a g e & d g e æquales, & quia in trigono a g d, linea d e, angulum a g d, per æqualitatem secat, palam ex 3. sexti, quia pportio lineæ a e, ad lineam e d, est sicut lineæ a g, ad lineam d g, ptraatur itaq; à puncto a, linea æquedistans lineæ d g, per 31. primi, concurrens cū lineā h n, in puncto h, quæ sit h a, concurrent autē illæ lineæ per 2. primi huius, erit ergo per 29. primi, angulus n g d, æqualis angulo g h a, sed ex præmissis patet, quod angulus n g d, æqualis est angulo a g h, est ergo angulus a g h, æqualis angulo a h g, ergo per 6. primi, erit latera a g, æquale lateri a h, ergo per 7. quinti, erit pportio lineæ a g, ad g d, sicut lineæ a h, ad g d, sed pportio lineæ a h ad g d, est sicut pportio lineæ a n ad d a, per 29. primi, & per 4. sexti, quia ergo q̄ pportio lineæ a h ad d g, eadem est lineæ a n, ad d n, pportio uero lineæ a h, uel a g ad d g, ut patet ex p̄missis, est sicut pportio lineæ a e, ad e d, ergo per 11. quinti, est pportio lineæ a n, ad a d, sicut lineæ a e ad e d, quod est propositum, quoniam linea e d, utraq; interiacet sectiones.

XVII.  
In omni speculo sphaerico convexo linea recta interiacens centrum speculi, & locum imaginis maior est recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis.

Sit dispositio quemadmodū in præcedente, dico quod linea n d, est maior q̃ linea d g, secet em̃ linea p g e, lineam a n, in puncto e, palam quod punctū e, dicitur finis cōtin-  
gentiæ, ut patet ex principijs libri huius, & quia per p̃cedentem est p̃portio lineæ a n,  
ad lineam n d, sicut lineæ a e, ad lineam e d, p̃portio uero lineæ a e, ad e d, per 3. sexti, est  
sicut proportio lineæ a g, ad g d, qm̃ præstensum est lineæ e g, diuidit angulum a g d, p̃  
æqualia, est ergo p̃portio lineæ a n, ad n d, sicut lineæ a g, ad lineam g d, per 11. quinti,  
ergo per 16. quinti, erit permutatim p̃portio lineæ a n, ad a g, sicut lineæ d n, ad d g, sed  
per 19. primi, lineæ a n est maior q̃ a g, ideo quod angulus a g n, est obtusus. cū sit maior  
angulo n g e, recto, ergo lineæ n d, est maior q̃ lineæ d g, & quia per 11. huius, punctus d,  
est locus imaginis, patet quod lineæ n d, interiācis centrum speculi, & locum imagi-  
nis est maior lineæ d g, interiācente locum imaginis & punctū reflexionis quod est g, pa-  
tet ergo, p̃positū.

XIII.
 Ducto katheto incidentiæ ad centrum circuli, qui est communis sectio  
 superficies reflexionis & superficies speculi sphaerici conuexi, ducta quoq; &  
 linea in puncto reflexionis eundem circulum contingente, pars katheti in-  
teriacis



teriacens finem contingentiae & circumferentiam circuli semidiametro eius  
dem circuli est minor.

Remaneat omnino dispositio quæ supra, & quia punctus e est finis cōtingentiæ, intersectet linea a n, circumferentiam circuli in puncto f, dico quod linea e f, est minor semidiametro circuli, qui est f n, qm̄ em̄ ut patet ex pmissis in proximo theoremate proportio lineæ a g, ad g d, est sicut pportio lineæ a e ad e d, & proportio lineæ a n ad d n, est sicut lineæ a d ad d g, igitur per 11. quinti, erit pportio lineæ a n ad d n, sicut lineæ a e, ad e d, ergo per 16. quinti, erit permutatim pportio lineæ a n ad a e, sicut d n ad d e, sed linea a n est maior q̄ linea a e, qm̄ totū est maius sua parte, ergo linea d n, est maior q̄ linea d e, erit ergo linea d n, multo maior q̄ linea a f, quæ est pars ipsius d e, multo magis ergo linea n f erit maior q̄ linea f e, quod est propositum.

XV.

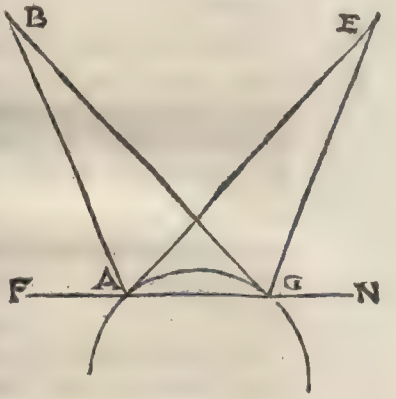
Lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti à diuersis punctis speculi sphæ-  
rici conuexi non sunt æquedistantes: attamen in centro unius uisus non cō-  
currunt, ex quo patet quòd unus uisus non potest uidere idolum eiusdem  
formæ reflexum à diuersis punctis eiusdem speculi sphærici conuexi.

[illegible]

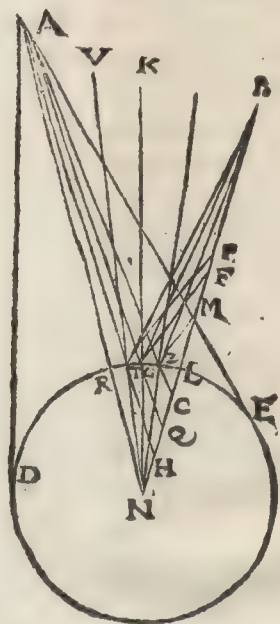
XVI.

A superficie speculi sphaerici conuexi non potest forma alicuius puncti ad uisum unum nisi à solo puncto reflecti, & una sola imago uisui occurrit.

Quoniam em̄ per 10. huius, patet quod forma perpendiculariter huius speculo inci-  
dens, centro uisus in illa perpendiculari existente ab uno tm̄ puncto reflectitur ad uisum,  
non oportet nos nūc p̄positum nisi de lineis oblique his speculis sphaericis conue-  
xis incidentibus demonstrare. Sit ergo punctū uisum b, & centrū uisus a, & non sit pun-  
ctum a in perpendiculari ducta à re uisa ad centrum speculi quod sit n, dico quod forma  
puncti b, reflectitur ad a centrum uisus ab uno solo puncto speculi, & una sola imago ui-  
sui occurrit, palam em̄ per 5. huius, quod uisibile in quo est punctū b, modo conuenienti  
opposito ipsi speculo ab aliquo puncto superficiei speculi potest reflecti forma puncti b  
ad uisum a, sit illud punctum reflexionis g, & ducantur lineæ bg & a g, & ducatur ka  
thetus incidentiæ qui sit b n, secans superficiem speculi in puncto l, & sit a n, diameter  
uifualis secans superficiem speculi in puncto r. Sint quoq; puncta d & e, termini superfi-  
ciet







vel portionis superficiiei speculi uisui oppositæ, pducaturq; linea reflexionis a g, quæ  
 producta ultra punctum g, secabit per 9. huius, perpendicularem b n, secet ergo illam  
 in puncto q, qm̃ punctus q, ut patet per 11. huius, est locus imagi-  
 nis, palam itaq; per 6. huius, quia puncta a n b, sunt in eadem su-  
 perficie orthogonalī super superficiem speculi, & quia superficiei  
 erectæ super sphaeram speculi in quibus sunt puncta b & n, nula  
 extendi potest ad punctum a, quod est centrū uisus, nisi una tñ,  
 qm̃ punctus a, est indiuisibilis, qui ad superficies se circa ipsum  
 uel lineam in qua est, non secantes cōmunis esse non potest, tunc  
 palam quia puncta a & b, sunt tantum in una superficie erecta su-  
 per sphærā speculi, & non in pluribus, nō ergo fiet reflexio pun-  
 ctū b, ad uisum a, nisi in circulo sphæræ qui est cōmunis sectio su-  
 perficiiei speculi, & superficiiei a n b. Sit ergo hic circulus d g e, di-  
 co quod à nullo puncto huius circuli d g e, præter quā à solo pun-  
 cto qd' ppositum est esse g, fiet reflexio formæ punctū b ad a, cen-  
 trum uisus. Si em̃ sit possibile fieri ab alio puncto circuli d g e, q; à  
 puncto g, sit ille datus pñctus l, in quo kathetus incidētia qui est  
 b n, secat superficiem speculi, cum itaq; linea b n, sit perpendicularis  
 ris super superficiem speculi, & linea a l, nō sit perpendicularis su-  
 per illam, quia non transit centrum speculi quod est n, & forma se-  
 cundum lineam perpēdicularem ueniens necessārio secundū per-

pendicularem reflectatur, quoniam semper angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, palam quia non reflectitur forma puncti b, ad uisum a, à puncto l, palam etiam quod non reflectetur ab aliquo puncto arcus l e, hoc em̄ est impossibile qd̄ ad quodcūq; punctum illius arcus ducatur linea à puncto b, tenebit cum linea cōtingente circumulum in puncto illo angulum obtusum ex parte e. Ideo em̄ quod angulus contentus sub diametro circuli, & linea in illo puncto circumulum contingente est rectus per 17. tertij, & illa semidiametereducta non peruenit ad punctum b, qm̄ ibi peruenit semidiameter n l, erit ergo angulus contentus sub linea ducta à puncto b, & sub illa linea contingente ex parte puncti b, necessàrio obtusus, & linea ducta à puncto a, tenebit cum illa linea contingente in puncto dato angulum acutum uersus l, linea em̄ à centro speculi ad punctum illum contingentiae perueniens tenebit cum linea contingente circumulum in illo puncto angulum rectum per 17. tertij, à puncto uero a linea ueniens cum eadem cōtingente, tenebit angulum minorem recto ex parte puncti l, hoc em̄ contingens à puncto a, duci nō potest, qd̄ patet per 57. primi huius, qm̄ linea a e, superficiem speculi est contingens ex hypothesi, ppter hoc, quia linea a e & b d, continent arcum circuli d g e, uisui apparentem, qui per 2. huius, à superficie speculi non apparente uisui per lineas contingentes determinatur, quare si ab illo puncto fieret reflexio, tunc per 20. quinti huius accideret, quod esset angulus acutus æqualis obtuso quod est impossibile, non ergo fiet reflexio ab aliquo puncto arcus l e, sed etiam à nullo puncto arcus g l, potest in hac dispositione fieri reflexio, sit em̄ si possibile est ut fiat à puncto z, & ducatur linea a z o, secans kathetum incidentiae, quæ est b n, in puncto o, & ducatur linea contingens circumulum in puncto z, hoc ergo contingens necessàrio cadet inter lineas b g & b l, qm̄ punctus z, est inter puncta g & l. Sit ergo illa contingens linea z m, & sit g f linea contingens circumulum in puncto g, feceritq; linea z m, kathetum incidentiae in puncto m, & linea g f, in puncto f, palam ergo per 12. huius, quod pportio lineæ b n, ad lineam n q, est sicut lineæ b f, ad f q, & similiter erit proportio lineæ b n ad n o, sicut pportio lineæ b m ad m o, sed quia linea o n maior est q̄ linea q n, qm̄ totum maius est sua parte, erit per 8. quinti huius, lineæ b n ad n q, maior proportio q̄ ad lineam n o, maior ergo pportio est lineæ b f, ad f q, q̄ lineæ b m ad m o, quod est impossibile, & contra 9. primi huius, cum linea b f, sit minor q̄ linea b m, & f q sit maior q̄ m o, restat ergo ut à puncto z, non fiat reflexio, sed neq; ab aliquo alio puncto arcus g l, quoniam dato quocūq; puncto alio à puncto z, potest fieri dea ductio

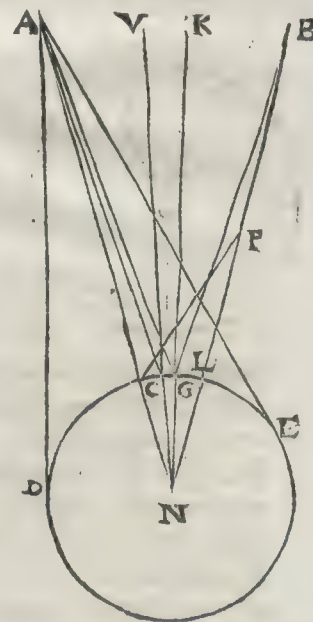
LIBER SEXTVS. 146

ductio præmissis modo. Similiter quoque nec ab aliquo puncto arcus  $gd$ , fiet reflexio; si enim fiat ab aliquo, sit istud  $t$ , & ducatur linea  $bt$ , & linea  $ah$ , secans kathetum  $bn$ , in puncto  $h$ , & ducatur contingens circumulum in puncto  $t$ , quæ sit  $th$ , secans kathetum  $bn$ , in puncto  $p$ . Erit ergo per 13. huius, proportio lineæ  $bn$  ad  $nh$ , sicut lineæ  $bp$  ad  $ph$ , & lineæ  $bn$  ad  $nq$ , est sicut lineæ  $bf$  ad  $f q$ ; sed maior est proportio lineæ  $bn$  ad  $nh$ , quæ lineæ  $bn$  ad  $nq$ , per 8. quinti, maior est ergo proportio lineæ  $bp$  ad  $ph$ , quæ lineæ  $bf$  ad  $f q$ , quod est impossibile, & contra 9. primi huius, maioris enim ad minorem maior est proportio, quæ minoris, ad maiorem per eandem 9. primi huius, est enim linea  $bf$ , maior quæ  $bp$ , &  $ph$  maior quæ  $f q$ , palam ergo quod a nullo puncto arcus  $gd$ , fiet reflexio formæ puncti  $b$ , ad uisum  $a$ , quodlibet ergo punctum formæ uisæ ab uno solo puncto speculi conuexi sphaerici ad uisum reflectitur, una sola ergo erit linea reflexionis cuiuscumque puncti uisæ, sed est etiam unicus kathetus incidentiæ per 20. primi huius, unicus ergo punctus est in quo illæ lineæ rectæ se secant, qui est locus imaginis, ut patet per 11. huius, unius ergo puncti eius unica imago, & hoc est propositum.

## XVII.

XVII.  
In uno katheto incidentiæ superficiæ speculi sphaerici conuexi sumptis duobus punctis, quorū formæ à superficie speculi sint reflexibiles ad unum uisum, erit punctus reflexionis puncti propinquioris centro speculi remoti or à centro uisus, quàm puncti remotioris ab eodem centro speculi sit ab ipso centro uisus.

Remanente dispositione quæ in præcedente, sint in katheto incidentiæ, quæ est n b, duo puncta signata quæ sunt p & b, sitq; punctum p, p̄p̄n̄quioris centro speculi puncto scilicet n, centro circuli d g e, qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi dati, & sit punctum b, remotus ab eodem centro, & sit a centrum uisus, & sit locus reflexionis puncti b, punctus g, dico quod punctus reflexionis formæ puncti p, remotior est à centro uisus, quod est punctum a, t̄p̄ g, qui est punctus reflexionis formæ puncti b. Ducantur enim à puncto a d e, lineæ contingentes circulum, & portionē circuli oppositam uisui continentes per 2. huius, quæ sit a e & a d, at si punctus in quo kathetus b n, secat circulum propositum punctum l, palam ergo quod forma puncti p, non reflectitur à puncto l ad punctum a, quoniam sola perpendicularis uisualis reflectitur in seipsam per 10. huius, neq; reflectit forma puncti p, à puncto g, quoniam ab illo reflectitur forma puncti b, ut patet per præmissa, sed necesse est ut reflectatur ab aliquo puncto arcus g l, inter puncta g & l. Si enim detur quod ab aliquo puncto arcus g d, fiat reflexio formæ puncti p, ad uisum, sit illud punctum t, sitq; p t, lineæ incidentiæ formæ puncti p, ducatur itaq; ad punctum t, perpendicularis n t u, hoc ergo per 8. huius, necessario diuidit angulum p t a, per æqualia, ducatur quoq; ad punctum g, perpendicularis n g k, palam ergo per 2. 1. primi, quod angulus u t a, maior est angulo n g a, angulus ergo u t a, qui per 13. primi, est residuum duorum rectorum super angulum u t a, est minor angulo k g a, qui est residuum duorum rectorum super angulum n g a. Sed angulus k g a, per 8. huius, æqualis est angulo b g k, angulus ergo u t a, est minor angulo b g k, angulus ergo p t u, qui per 8. huius, est æqualis angulo u t a, est minor angulo b g k, sed angulus p t u, ualet angulum p n t, & angulum t p n, per 32. primi, & angulus b g k, ualet angulum g b n, & angulum g n b, per eandem 32. erunt ergo duo anguli t p n, & t p n, minores duobus angulis g b n & g n b, quod est impossibile



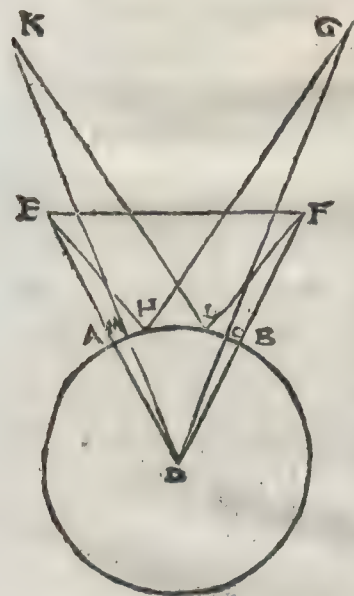


possibile, cum angulus  $pnt$ , contineat angulum  $bng$ , tanq[ue] partem sui, & angulus  $pnt$  sit maior angulo  $bng$ , per 16. primi, palam ergo quod punctus  $p$ , non reflectitur nisi ab aliquo arcu  $gl$ , interiacente puncta  $g$  &  $l$ , & quoniam inter puncta  $g$  &  $l$ , punctus  $g$ , est propinquior puncto  $a$ , qui est centrum uisus, patet quod omne punctum arcus  $gl$ , aliud a puncto  $g$ , est remotius a centro uisus  $a$ , quam punctum  $g$ , quod est punctum reflexionis formae puncti  $b$ , punctum ergo reflexionis formae puncti propinquioris centro speculi est remotius a centro uisus quam punctus reflexionis formae puncti remotioris a centro speculi, quod est propositum.

XVIII.

Formae omnium punctorum aequaliter distantium a centro speculi sphaerici conuexi secundum aequales angulos sub kathetis incidentiae & diametris uisualibus in centro speculi contentos reflectuntur ad uisus.

Sit communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sphaerici conuexi circulus  $abc$ , cuius centrum sit  $d$ , patetq[ue] per primam huius, quoniam punctum  $d$ , est centrum speculi, sitq[ue] duo puncta  $e$  &  $f$ , aequaliter distantia a centro speculi, quod est  $d$ , erunt ergo lineae  $ed$  &  $fd$  aequales, dico quod necessarium est formas illorum punctorum reflecti ad uisum secundum angulos aequales, ut si forma puncti  $e$ , reflectatur ad uisum existentem in puncto  $g$ , a puncto speculi  $h$ , & forma puncti  $f$ , quae per praemissam non potest reflecti ad uisum  $g$ , a puncto  $h$ , reflectatur ad uisum existentem in puncto  $k$ , a puncto  $l$ , & ducantur lineae  $gd$  &  $kd$ , dico quod angulus  $edg$ , est aequalis angulo  $fdk$ . Sit enim ut kathetus incidentiae, qui est  $ed$ , secet circulum in puncto  $a$ , & kathetus  $fd$ , in puncto  $b$ , & diameter uisualis  $gd$ , secet circulum in puncto  $c$ , & diameter  $kd$ , in puncto  $m$ , quia itaq[ue] lineae  $ed$  &  $fd$ , sunt aequales, patet per praemissam, quoniam puncta reflexionis quae sunt  $h$  &  $l$ , aequaliter distant a uisibus ad quos reflectuntur, ut quantum distat  $h$ , punctus reflexionis a puncto  $c$ , in quo diameter uisualis  $gd$ , secat circulum, tantum distet punctus reflexionis, qui est  $l$ , a puncto  $m$ , in quo diameter uisualis quae est  $kd$ , secat circulum, quoniam punctus reflexionis formae puncti minus distantis a centro speculi sit per praemissam remotior a centro uisus, & plus distantis propinquior, ergo in illis quae aequaliter distant, erit aequalitas distantiae a uisibus ad quos reflectuntur, nec est in hoc diuersitas, siue aliqua puncta sint in diuersis kathetis incidentiae, uel in una, semper enim punctorum aequaliter distantium a centro eiusdem speculi, eadem est habitudo & ratio reflexionis, arcus ergo  $hc$ , est aequalis arcui  $lm$ , & eadem ratione est arcus  $ah$ , aequalis arcui  $bl$ , quoniam ergo per ultimam sexti, periferia circuli, sicut & per 87. primi huius, tota superficies speculi aequaliter se habet ad centrum, & puncta  $e$  &  $f$ , aequaliter distant ab eodem centro, totus ergo arcus  $ac$ , est aequalis toti arcui  $bm$ , ergo per 26. tertij, angulus  $edg$ , est aequalis angulo  $fdk$ , quod est propositum.



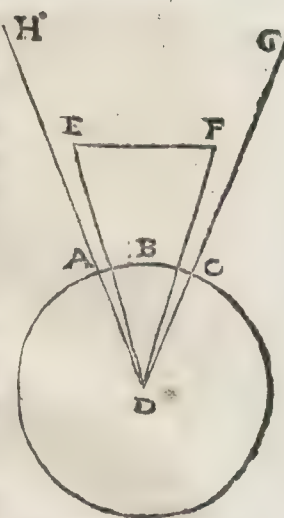
pinquior, ergo in illis quae aequaliter distant, erit aequalitas distantiae a uisibus ad quos reflectuntur, nec est in hoc diuersitas, siue aliqua puncta sint in diuersis kathetis incidentiae, uel in una, semper enim punctorum aequaliter distantium a centro eiusdem speculi, eadem est habitudo & ratio reflexionis, arcus ergo  $hc$ , est aequalis arcui  $lm$ , & eadem ratione est arcus  $ah$ , aequalis arcui  $bl$ , quoniam ergo per ultimam sexti, periferia circuli, sicut & per 87. primi huius, tota superficies speculi aequaliter se habet ad centrum, & puncta  $e$  &  $f$ , aequaliter distant ab eodem centro, totus ergo arcus  $ac$ , est aequalis toti arcui  $bm$ , ergo per 26. tertij, angulus  $edg$ , est aequalis angulo  $fdk$ , quod est propositum.

XIX.

Impossibile est duo puncta aequalis distantiae a centro speculi sphaerici conuexi, ex eadem parte diametri uisualis existentia ab arcu, qui est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi, ad eundem uisum reflecti.

Sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphaerici conuexi circulus  $abc$ , cuius

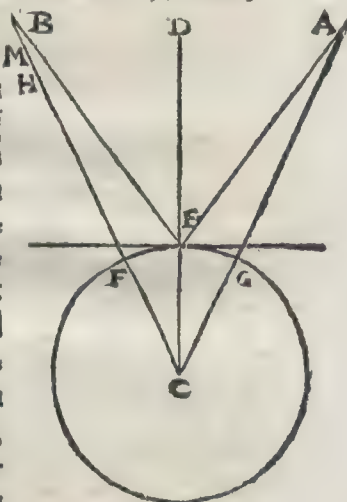
cuius centrum sit punctum  $d$ , & sint duo puncta aequaliter distantia a centro speculi quae sint  $e$  &  $f$ , sitq[ue] centrū uisus in p[un]cto  $g$ , in eadem superficiei cum punctis  $e$  &  $f$ , & ex una parte ipsorum, sitq[ue] punctum  $e$ , remotius a puncto  $g$  quam punctum  $f$ , dico quod illa duo puncta  $e$  &  $f$ , non est possibile reflecti ad unum uisum existentem in puncto  $g$ , ducantur enim lineae  $ed$ ,  $fd$ ,  $gd$ , patet itaq[ue] ex hypothese, quod angulus  $edg$  est maior angulo  $fdg$ , sicut totum sua parte, fiat itaq[ue] super punctum  $d$ , terminum lineae  $fd$ , angulus aequalis angulo  $edg$ , per 23. primi, qui sit  $fdh$ , palam ergo per praecedentem, quoniam forma puncti  $f$  reflectetur ad punctum  $h$ , quod erit ultra punctum  $g$ , non ergo ad punctum  $g$ , per 15. huius, patet ergo propositum. Si enim detur ut reflectatur ad punctum  $g$ , erit per praemissam angulus partialis qui  $fdg$  aequalis angulo  $edg$ , quod est impossibile.



XX.

Puncto rei uisae & centro uisus aequaliter a superficie speculi sphaerici conuexi distantibus punctum reflexionis inuenire.

Est  $b$  punctus rei uisae, & sit  $a$  centrum uisus, sit quoq[ue] dati speculi conuexi sphaerici centrum  $c$ , & sit circulus qui est communis sectio superficierum reflexionis, & speculi qui est  $efg$ , & ducantur katheti  $bc$  &  $ac$ , secantes circulum in punctis  $f$  &  $g$ , quia ergo propter aequalitatem altitudinis puncti rei uisae cu[m] centro uisus, istae duae lineae  $bc$  &  $ac$  sunt aequales, cum manifestum sit per ea quae patuerunt in demonstratione 17. huius, quoniam ab aliquo puncto arcus  $fg$ , interiacentis katheti incidentiae & reflexionis necessario fiet reflexio, secetur itaq[ue] per 9. primi, angulus  $acb$  per aequalia per lineam  $cd$ , secantem arcum  $fg$  in puncto  $e$ , patet quoq[ue] per 25. tertij, quoniam arcus  $f$  est aequalis arcui  $e$ , & eritq[ue] linea  $cd$  perpendicularis super lineam circuli contingentem in puncto  $e$ , per 17. tertij, ducantur ergo ad punctum  $e$ , duae lineae  $ae$  &  $be$ , eruntq[ue] duo trianguli  $aec$  &  $bec$ , per 4. primi, & ex hypothese aequianguli & aequilateri, angulus ergo  $aed$  aequalis erit angulo  $deb$ , erit ergo per 8. huius, punctum  $e$ , quod est uisum  $a$ , & hoc est propositum. Si uero lineae  $bc$  &  $ac$ , fuerint inaequales fiat in ipsis aequalitas longioris, ut si linea  $bc$  sit longior quam  $ac$ , cum  $f$  sit aequalis  $c$ , quia sunt semidiametri eiusdem circuli, reflectetur linea  $bf$  ad aequalitatem lineae  $ag$  in puncto  $h$ , sitq[ue]  $fh$  aequalis ipsi  $ag$ , palam ergo per praemissam, qm forma puncti  $h$  reflectitur ad uisum  $a$ , a puncto  $e$ , puncta uero uiciniora centro  $c$ , quia per 17. huius, sunt in puncto suae reflexionis magis distantia a puncto quod est centrum uisus, nec possunt cadere in punctum  $e$ , palam quia reflectitur a punctis arcus  $e$ , & secundum elongationem sui a centro circuli  $c$ , erit punctorum ipsorum reflexionis approximatō ad centrum uisus secundum puncta suae reflexionis, remotiora uero puncta, ut illa quae sunt super punctum  $h$ , scilicet puncta  $m$  &  $b$ , erunt secundum puncta suae reflexionis propinquiora centro uisus quam punctum  $e$ , cadent ergo in arcum  $eg$ , & secundum approximationem sui ad centrum circuli  $c$ , erit punctorum reflexionis maior elongatio a centro uisus  $b$ , hoc autē licet sit in grosso scientiam afferat, est tamen secundum signorum punctorum reflexionis a punctis singulis superficiei speculi diligentius perscrutandum.

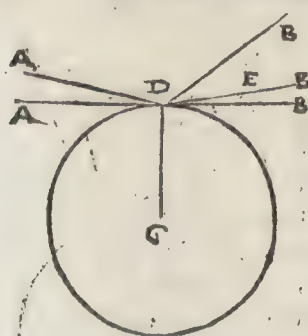


XXI.

Si angulus contentus sub linea incidentiae a puncto rei uisae oblique ducta ad punctum aliquem superficiei speculi sphaerici conuexi, & linea a centro speculi ad eundem punctum ducta non fuerit maior recto, impossibile est sic



est fieri reflexionem perfectam ad aliquem usum secundum illud punctum.



Ergo non reflexionem perfectam ad aliquem unum secundum hanc partem

Esto a centrum uisus, & b punctus rei uisae, sit quoq; g, centrum speculi sphaerici conuexi, sitq; communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus, cuius centrum erit punctum g, per primam huius, sit quoq; d, punctus aliquis reflexionis & ducantur linea g d; b d & a d, q̄ necessario erūt in superficie reflexionis per 6. huius, uel per 25. quinti huius, dico quod si à puncto d debet fieri reflexio, necesse est angulum b d g esse maiorem recto, quia si nō sit maior recto, nunquam fiet ab illo puncto reflexio. Si enim angulus b d g non est maior recto, aut erit go est rectus, aut minor recto. Si dicatur quod ipse sit rectus, ergo per 15. tertij, linea b d cōtinget circulum in puncto d, sed per 20. quinti hu-

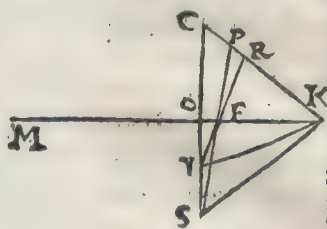
ius, angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexiōis, ergo et angulus a d g, erit rectus & contingens circum in puncto d, ergo per 14. primi, duæ lineæ b d & d a coniunguntur in puncto d, sunt lineæ una, non ergo fit reflexiō secundū perfectam naturā reflexionis formæ puncti b, à puncto speculi d ad uisum existentem in puncto a. Sed fit simpliciter uisio secundum lineā a d b, quod est contra hypothesim, quoniam punctum d, est positum esse punctum reflexionis. Si uero angulus b d g dicatur esse minor recto, tunc à puncto d, ducatur lineæ circum contingens in puncto d, per 16. tertij, quæ producat ad partem lineæ d b & sit d e, erit ergo per 15. tertij, angulus g d e rectus, & quoniam angulus b d g est datus minor recto, est ergo angulus b d g minor angulo e d g. & quoniam lineam b d, quæ est lineæ incidentiæ formæ puncti b, extra speculum cadere est necesse, erit ergo necessarium per ipsam diuidi angulum contingentiæ lineæ d e, quod est impossibile, & contra 15. tertij, non est ergo possibile angulum b d g esse minorem recto, sed neq; æqualem, necessarium ergo est ipsum esse maiorem recto, & hoc proponebatur.

## XXII.

XXII.

Puncto rei uisæ dato plus distante à centro speculi sphaerici cōuexi quàm centrum oculi, possibile est in superficie speculi inuenire certum punctum reflexionis formæ dati puncti ad datum centrum uisus.

Estoque punctum a centrum uisus, & sit b datus punctus rei uisæ, sitq; g centrum speculi sphaerici conuexi, ducanturq; lineæ a b & b g, sitq; exempli causa lineæ b g maior & lineæ a g, ideo ut punctus b, plus distet à centro speculi g quàm centrum uisus a, & quoniam lineæ a g & b g sunt in superficie reflexionis per 15. quinti huius, sit communis sectio superficie reflexionis & speculi circulus cuius centrum g, dico quod in hoc circulo possibile est inueniri punctum reflexionis à quo reflectitur forma puncti b ad uisum a, diuidatur enim angulus b g a per æqualia, per 9. primi, ducta lineæ e g, secante periferiā circuli in puncto u. Sumatur quoq; alia lineæ quæ sit m k, & diuidatur in puncto f tali ter, ut eius pars fm se habeat ad f k, sicut lineæ b g ad lineam g a, per 119. primi huius, & diuidatur lineæ m k per æqualia in puncto o, per 10. primi, & à puncto o educatur ppen

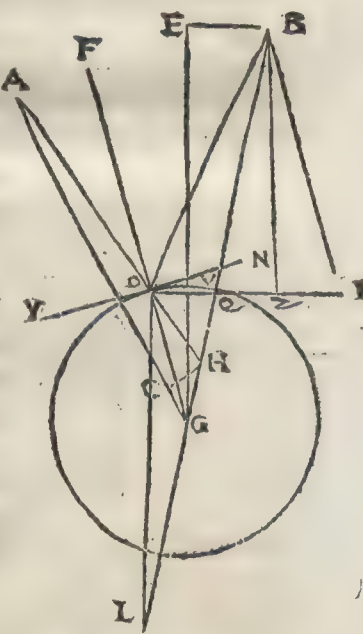


dicularis indefinita super lineam m k, per 11. primi, quæ sit o c, & ducatur à puncto k. linea ad lineam c o tenens cum ipsâ linea c o, angulus æqualem angulo e g b quæ sit k c, est autem possibile hoc fieri, cū enim linea o c fuerit accepta indefinita. & linea g e indefinita ducatur p 12. primi, à puncto b perpendicularis super lineam g e quæ sit b e, eritq; angulus b e g æqualis angulo c o k, quia uterq; rectus, super punctū ergo k terminum lineæ o k, fiat per 23. primi, angulus o k c æqualis angulo e b g: producta linea k c, quæ per 14. primi huius, necessario concurrit cū linea o c, quoniam cū angulus k o c sit rectus, patet quod angulus o k c, qui est æqualis angulo e b d, est acutus, palam per 33. primi, quoniam angulus o k c est æqualis angulo b g e, quia ergo trigonum k o c est orthogonium, in cuius latere o k est datus punctus f, tunc per 137. primi huius, à dato puncto f, ducatur linea ad basem trigoni c k, quæ sit f p, & cōcurrat cum producto latere c o in puncto s, ita ut proportio lineæ s p ad p k sit, sicut lineæ b g ad semidiametrum circuli cuius centrum est punctū g, quæ sit g u,

LIBER SEXTVS.

148

fit g u ex angulo quoq; b g a secetur angulus æqualis angulo f p k, per 27. primi huius,  
qui fit b g d, hoc autem est possibile propter hoc, quia angulus p c s est æqualis medietate  
anguli b g a, est aut angulus p c t maior angulo c s p, per 18. primi, quoniam sic oportet  
duci lineam s p, ut linea s p fiat maior quam linea c p, ad quaesitum propositum inueniendum,  
alias enim non potest per lineam m k, punctum querenda reflexionis inueniri, sed oporteret  
aliam lineam assumi; est ergo angulus f p k minor angulo b g a, p 32. primi, & ducantur lineæ k s & b d, quia ergo proportio lineæ s p ad p k, est sicut lineæ b g  
ad semidiametrum g d, et anguli his lineis proportionalibus contenti sunt æquales, erunt per 6.  
sexti, trianguli s p k & b g d æquianguli, erit ergo angulus s p k æqualis angulo b d g,  
sed forte secundum quod opponitur in 133. primi huius, & declaratur in 137. primi huius,  
possibile est à puncto f, duci lineam aliam ad lineam c k similem lineæ s p, ut si ducat  
tur hoc modo linea y f r secans lineam c s in puncto y, & lineam c k in puncto r, taliter  
ut proponitur, scilicet sit eius proportio ad r k, partem lineæ quam secabit ex linea c k, sicut  
lineæ s p ad p k, & tunc à puncto k ad lineam o s, ducatur linea k y alia quam linea s k, ali-  
tissimè cum linea c k angulum continens maiorem uel minorem angulo c k s, qui sit an-  
gulus c k y. Si ergo maior angulus ex his non fuerit maior recto, non erit inuenire pun-  
ctum reflexionis, ut patet per præmissam, quoniam & tunc angulus contentus sub lineâ  
reflexionis & semidiametro speculi non erit maior recto. Si uero aliquis illorum angu-  
lorum fuerit maior recto, est possibile fieri reflexionem & punctum eius inueniri. Sit igitur  
nunc primo angulus c k s maior recto, eritque possibile inueniri punctum reflexionis, pa-  
lam enim si angulus c k s est maior recto, quod eius æqualis b d g est maior recto, ducatur  
itaque à puncto d, linea contingens circumloper per 10. tertij, quæ sit n d y cuius punctus  
n, cadat in lineam b g, per 14. primi huius, & cum angulus p k o sit minor recto per 32.  
primi, ideo quia angulus c o k est rectus, ut patet ex præmissis, secetur ergo ex angulo  
b d g æqualis angulo c o k, per 27. primi, & ducatur linea d q, quæ sit perpendicularis ad lineam c o k,

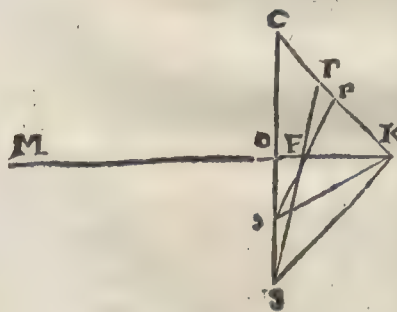


æqualis angulo p k o, per 27. primi huius, qui sit angulus q  
 d g, ducta linea d q secante lineam b g in puncto q, cū igitur an-  
 gulus s p k sit æqualis angulo d g q, & angulus p k f æqualis an-  
 gulo q d g, erunt per 32. primi, triangulus f p k æquiangulus tri-  
 angulo q d g, erit ergo angulus p f k æqualis angulo d q g, ergo  
 per 13. primi, erit angulus d q b æqualis angulo k f s, & quia an-  
 gulus b d q est æqualis angulo f k s, ideo quia cū totus angulus  
 b d g sit æqualis toti angulo c k s, & angulus q d g sit æqualis an-  
 gulo p k f. Restat ut angulus b d q æqualis sit angulo f k s, ergo  
 per 32. primi, angulorum duorum illorum trigonorum b d q & f  
 k s, erit triangulus triangulo æqualis, scilicet angulus d b q, angu-  
 lus k s f, trianguli ergo b d q & f k s, sunt per 4. sexti, similes; p du-  
 catur autem linea q d extra circulum, & à puncto b ducatur perpen-  
 dicularis super ipsam quæ sit b z, erit ergo angulus b p z, per 13.  
 primi, æqualis angulo s f o, & angulus b z q rectus æq̃lis est an-  
 gulo s o f recto, erit ergo p præmissa triangulus b q z similis tri-  
 angulo s f o, producat ergo linea d z ultra punctum z usq; ad  
 punctum i, ita quod linea z i sit æqualis lineæ z d, per 3. primi, pa-  
 lam ergo ex similitudine triangulorū, quoniam proportio lineæ  
 z q ad q b, est sicut lineæ f a ad f s, & proportio lineæ b q ad q d, est sicut lineæ f s ad f k,  
 erit ergo per 22. quinti, proportio lineæ z q ad q d, sicut o f ad f k, ergo p 18. quinti, erit  
 coniunctim proportio lineæ z d ad q d, sicut lineæ o k ad f k, ergo per 15. quinti, erit pro-  
 portio lineæ i d ad lineam q d, sicut m k ad f k, est enim linea i d dupla ad lineam d z, si-  
 cut linea m k dupla ad lineam o k, ergo per 17. quinti, erit diuisim proportio i q ad q d,  
 sicut m f ad f k, est autem ex præmissis proportio m f ad f k, sicut g b ad g a, ergo p 11.  
 quinti, erit proportio i q ad q d, sicut g b ad g a, quoniam accepta est proportio m f ad  
 f k, sicut g b ad g a; ducatur itaq; linea b i, cui à puncto d, ducatur æquedistans d l, p 31.  
 primi, & producat lineam b g donec concurrat cum linea d l in puncto l; concurrent autem

iii

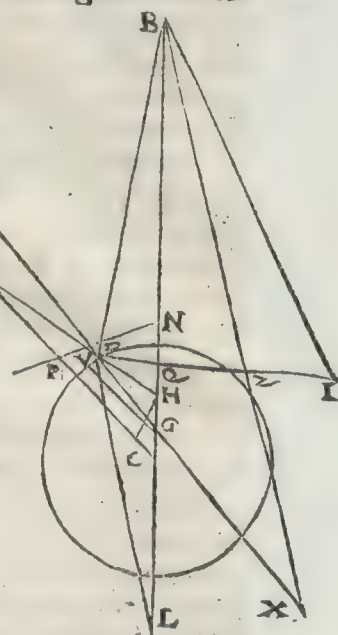


illa linea, per secundam primi huius, eritque per 15. & per 29. primi, & 4. sexti, triangulus  $ldq$  similis, triangulo  $bqj$ , et erit proportio  $qjadqd$ , sicut  $biadli$ , & cum linea  $r$  sit aequalis lineae  $zd$ , & linea  $bz$  perpendicularis sit super lineam  $dj$ , ut patet ex praemissis, erit per 4. primi, linea  $bd$  aequalis  $bi$ , erit ergo proportio lineae  $bd$  ad  $dli$ , per 7. quinti, sicut linea  $bi$  ad  $dli$ , est ergo proportio lineae  $bd$  ad  $dli$ , sicut linea  $iq$  ad  $qd$ , ergo per 11. quinti, sicut linea  $bg$  ad  $ga$ ; ducatur autem a puncto  $d$ , linea quae sit  $dh$ , aequalis tenens angulum cum linea  $dli$ , angulo  $bg$  a, per 23. primi, qui sit angulus  $bdli$ , cadatque punctus  $h$  in linea  $bg$ , cum ergo linea  $hli$  &  $dli$  concurrant in puncto  $l$ , erunt duo anguli  $hld$  &  $ldh$  minores duobus rectis per 32. primi uel per 14. primi huius, ergo duo anguli  $agh$  &  $dgh$  qui sunt aequales istis, ut patet ex praemissis, sunt minores duobus rectis, quare linea  $hd$  concurret cum linea  $ga$  per 14. primi huius, dico quod concurret in puncto  $a$ , palam enim quod angulus  $gon$  est rectus, per 17. tertij, sed per 32. primi, cum trigoni  $okc$ , angulus  $okc$  sit rectus, et duo anguli  $okc$  &  $cko$  sunt aequales recto, est angulus  $gdn$  aequalis illis duobus angulis  $okc$  &  $okc$ , & angulus  $okc$ , ut patet ex praemissis aequalis est angulo  $gdq$ , restat ergo ut angulus  $qdn$  sit aequalis angulo  $okc$ , qui ut patet ex praemissis aequalis est angulo  $bg$  e, scilicet medietati anguli  $bg$  a, est ergo angulus  $qdn$ , medietas anguli  $bg$  a, & ita medietas anguli  $hld$ , sed angulus  $qdb$  est medietas anguli  $bdli$ , per 3. sexti, quoniam est proportio lineae  $bq$  ad  $ql$ , sicut linea  $bd$  ad  $dli$ , cum sicut supra ostensum est triangulus  $dql$  similis sit triangulo  $bqj$ , & linea  $bd$  aequalis sit lineae  $bi$ , ut patet ex praemissis. Restat igitur ut angulus  $bdn$  sit medietas anguli  $hld$ , & ita angulus  $bdn$  erit aequalis angulo  $ndh$ , cum enim angulus  $bdq$  sit aequalis angulo  $qdl$ , patet quod angulus  $bdh$  excedit angulum  $hld$ , in duplo anguli  $qdh$ , est ergo angulus  $bdn$  aequalis angulo  $ndh$ , producat itaque linea  $gd$  ultra punctum  $d$  ad punctum  $f$ , & quia anguli  $fdn$  &  $gdn$  sunt recti. Restat ut angulus  $bdn$  sit aequalis angulo  $hdg$ , ducatur ergo per 31. primi, linea  $ht$  aequedistans lineae  $bd$ , cuius punctus  $t$  cadat in lineam  $dg$ , palam ergo per 29. primi, quod angulus  $bdn$  est aequalis angulo  $htd$ , sed & angulus  $bdn$  aequalis est angulo  $hdg$ , ergo per 6. primi, linea  $ht$  est aequalis lineae  $bd$ , sed est proportio lineae  $bd$  ad  $ht$ , sicut linea  $bg$  ad  $gh$ , per 29. primi, & per 4. sexti, cum linea  $bd$  &  $ht$  sunt aequedistantes, Est ergo per 7. quinti, proportio lineae  $bd$  ad  $dli$ , sicut linea  $bg$  ad  $gh$ , sed ex praemissis patet quod linea  $hd$  producta ultra punctum  $d$ , concurret cum linea  $ga$ , & fiet per 32. primi, triangulus similis triangulo  $hld$ , cum habeant angulum  $ldh$  communem, & angulus  $hld$  sit ex praemissis aequalis angulo  $hga$ , igitur per 4. sexti, est proportio lineae  $gd$  ad lineam  $dli$ , sicut linea  $hg$  ad lineam quam secatur linea  $hd$  ex linea  $ga$ , & proportio lineae  $bd$  ad  $dli$ , per 13. primi huius, constat ex proportionibus lineae  $bd$  ad  $dli$ , & lineae  $hd$  ad  $dli$ , igitur ut patet ex praemissis proportio lineae  $bd$  ad lineam  $dli$ , constat ex proportionibus lineae  $bg$  ad  $gh$ , & lineae  $gh$  ad lineam quam  $hd$  secatur ex  $ga$ , sed proportio  $bd$  ad  $dli$ , ut patet superius, est sicut  $bg$  ad  $ga$ , ergo proportio  $bg$  ad  $ga$ , constat ex proportionibus  $bg$  ad  $gh$ , & ipsius  $gh$  ad lineam quam secatur  $hd$  ex  $ga$ ; constat autem proportio lineae  $bg$  ad lineam  $ga$ , per 13. primi huius, ex proportionibus lineae  $bg$  ad  $gh$ , & lineae  $gh$  ad  $ga$ , igitur  $ga$  est linea quam secatur  $hd$  ex linea  $ga$ , & ita linea  $hd$  concurret cum  $ga$  in puncto  $a$ , quia itaque ut patet ex praemissis angulus  $hdf$  est aequalis angulo  $hdg$ , & angulus  $hdg$  aequalis est angulo  $fd$  a, sibi contra posito per 15. primi, patet quod angulus  $bdn$  aequalis est angulo  $fd$  a, illud ergo punctum  $d$ , est punctus reflexionis, per 8. huius, quoniam in ipso angulus incidentiae sit aequalis angulo reflexionis, quod est propositum. Quando angulus  $cks$  est maior recto. Quod si neuter angulorum, qui sunt  $cks$  &  $ck$  fuerit maior recto, dico quod non fiet reflexio ab aliquo puncto speculi ad uisum: Si enim dicatur quod hoc sit possibile, sit ergo punctus reflexionis  $d$ , ductis lineis  $ad$ ,  $bd$ ,  $ag$ ,  $bg$ ,  $dg$ , & quia sit reflexio a puncto speculi  $d$ , patet per praemissam, quod oportet angulum  $bdg$  esse maiorem recto, non ergo fiet reflexio ab his speculis secundum



portionibus  $bg$  ad  $gh$ , & ipsius  $gh$  ad lineam quam secatur  $hd$  ex  $ga$ ; constat autem proportio lineae  $bg$  ad lineam  $ga$ , per 13. primi huius, ex proportionibus lineae  $bg$  ad  $gh$ , & lineae  $gh$  ad  $ga$ , igitur  $ga$  est linea quam secatur  $hd$  ex linea  $ga$ , & ita linea  $hd$  concurret cum  $ga$  in puncto  $a$ , quia itaque ut patet ex praemissis angulus  $hdf$  est aequalis angulo  $hdg$ , & angulus  $hdg$  aequalis est angulo  $fd$  a, sibi contra posito per 15. primi, patet quod angulus  $bdn$  aequalis est angulo  $fd$  a, illud ergo punctum  $d$ , est punctus reflexionis, per 8. huius, quoniam in ipso angulus incidentiae sit aequalis angulo reflexionis, quod est propositum. Quando angulus  $cks$  est maior recto. Quod si neuter angulorum, qui sunt  $cks$  &  $ck$  fuerit maior recto, dico quod non fiet reflexio ab aliquo puncto speculi ad uisum: Si enim dicatur quod hoc sit possibile, sit ergo punctus reflexionis  $d$ , ductis lineis  $ad$ ,  $bd$ ,  $ag$ ,  $bg$ ,  $dg$ , & quia sit reflexio a puncto speculi  $d$ , patet per praemissam, quod oportet angulum  $bdg$  esse maiorem recto, non ergo fiet reflexio ab his speculis secundum

adum dispositionem talem figuram, ut angulorum  $cks$  &  $ck$  quilibet sit minor recto, Sed & idem aliter demonstrandum, producat itaque linea  $a$  intra circulum usque ad  $h$ , punctum lineae  $gb$ , & producat linea  $d$  ultra circulum taliter, ut fiat angulus  $ldh$  aequalis angulo  $agb$ , per 23. primi, protracta quoque linea  $bg$  quousque concurrat cum linea  $dli$  in puncto  $l$ , concurret autem per 14. primi huius, quoniam angulus  $gdl$  est minor recto per 42. primi huius, & angulus  $dgb$ , ut patet per 3. huius, & per ultimam sexti, est etiam minor recto, & ducatur linea contingens circulum in puncto  $d$ , quae sit  $dy$ , & a puncto  $d$ , protracta linea  $d$  secante lineam  $bg$  in puncto  $q$ , fiat angulus  $qdn$  aequalis medietati anguli  $agb$ , per 9. & 23. primi, palam ergo quod triangulus  $hld$  aequalis est angulo  $hga$ , quia enim angulus  $hld$  aequalis est angulo  $hga$ , & angulus  $ahg$  est communis, erit per 32. primi, tertius tertio aequalis, ergo per 4. sexti, erit proportio lineae  $dh$  ad  $dli$ , sicut lineae  $hg$  ad  $ga$ ; ducatur itaque a puncto  $h$ , per 31. primi, linea aequedistans lineae  $bd$ , quae sit  $ht$ , erit ergo per 29. primi, & per 4. sexti, proportio lineae  $bd$  ad  $ht$ , sicut linea  $bg$  ad  $gh$ , quia uero ex hypothesis forma puncti  $b$  reflectitur ad uisum  $a$ , a puncto speculi  $d$  ducatur linea  $b$  extra circulum ad punctum  $e$ , erit quoque per 8. huius, angulus  $edb$  aequalis angulo  $eda$ , ergo per 15. & 29. primi, erit angulus  $dth$  aequalis angulo  $eda$ , ergo per 5. primi, erit linea  $dh$  aequalis lineae  $ht$ , quia ergo ut patet per 4. sexti, cum linea  $ht$  sit aequedistans lineae  $bd$ , erit proportio  $bg$  ad  $gh$ , sicut  $bd$  ad  $ht$ , sed linea  $th$  aequalis est ipsi  $dh$ , est ergo per 7. quinti, proportio  $bd$  ad  $ht$ , sicut  $bg$  ad  $gh$ , fuit autem proportio  $dh$  ad  $dli$ , sicut  $hg$  ad  $ga$ , ergo per 32. quinti, erit proportio  $bd$  ad  $dli$ , sicut  $bg$  ad  $ga$ ; sed cum angulus  $bdn$  sit aequalis angulo  $hdg$  per praemissam, & angulus  $ndh$  aequalis angulo  $ndg$ , quia uterque rectus. Relinquitur angulus  $bdn$  aequalis angulo  $ndh$ , est ergo angulus  $hdn$ , medietas anguli  $bdh$ , sed angulus  $ndq$  est medietas anguli  $agb$ , ex praemissis, ergo & est medietas anguli  $hld$ , qui est aequalis angulo  $agb$ , igitur angulus  $bdn$  est medietas anguli  $bdh$ , est ergo angulus  $bdn$  aequalis angulo  $qdl$ , ergo per 3. sexti, in trigono  $bdl$  erit proportio  $bq$  ad  $ql$ , sicut  $bd$  ad  $dli$ , ducatur quoque a puncto  $b$ , per 31. primi, linea aequedistans lineae  $dli$ , quae sit  $bi$ , & concurret linea  $d$  cum linea  $bi$  in puncto  $i$ , concurret autem per secundam primi huius, & diuidatur linea  $d$  in puncto  $z$ , per 10. primi, & ducatur linea  $bz$ , palam itaque per 15. & 29. & 32. primi, quoniam trigona  $bqi$  &  $qdl$  sunt aequiangula, ergo per 4. sexti, erit proportio lineae  $bq$  ad  $ql$ , sicut linea  $bi$  ad  $dli$ , fuit autem ex praemissis proportio  $bq$  ad  $ql$ , sicut  $bd$  ad  $dli$ , ergo per 11. quinti, est proportio  $bi$  ad  $dli$ , sicut  $bd$  ad  $dli$ , ergo per 9. quinti, linea  $bi$  &  $dli$  sunt aequales, ergo per 31. primi huius, linea  $bz$  est perpendicularis super lineam  $dli$ , est autem sit ex praemissis patet, proportio  $iq$  ad  $qd$ , sicut  $mf$  ad  $fk$ , ergo per 18. quinti, erit coniunctum, proportio lineae  $id$  ad  $dq$ , sicut  $mk$  ad  $fk$ , & erit per 15. quinti, proportio,  $d$  ad  $qd$ , sicut  $ok$  ad  $fk$ , ergo per 17. quinti, erit proportio  $zq$  ad  $qd$ , sicut  $of$  ad  $fk$ , producat itaque linea  $bz$  intra speculum donec concurrat cum linea  $eg$ , concurret autem per 14. primi huius, cum angulo  $dz$  sit rectus ut praestensum est, & angulus  $zdg$  sit minor recto, qui est angulus  $ndg$ , sit ergo punctum concursus  $x$ , palam autem ex praemissis, quod non esse maior recto, fiat super punctum  $k$ , linea  $ck$  angulus maior recto, hoc autem est possibile fieri, quia cum, sicut patet ex praemissis, angulus  $qdn$  sit aequalis medietati anguli  $agb$ , & eidem aequalis constitutus sit angulus  $kco$ , necesse est quod angulus  $qdn$  sit aequalis angulo  $kco$ , erit ergo ut patet ex praemissis angulus  $qdg$  aequalis angulo  $cko$ , quod patet ut prius: cum enim trigonum  $cko$  sit orthogonium, palam quod duo anguli  $kco$  &  $cko$ , ualent unum rectum per 32. primi, sunt ergo aequales angulo  $ndg$ , & quia angulus  $kco$  est aequalis angulo  $ndq$ , relinquitur angulus  $cko$  aequalis angulo  $ndg$ , fiat





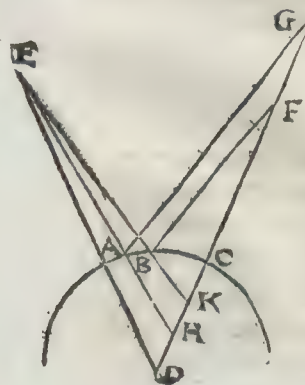
$q d g$ , fiat ergo super punctum  $k$ , linea  $f k$  angulus æqualis angulo  $b d q$ , & ponatur quæ  
 linea tenens hunc angulum concurrat cū linea  $c o$  in puncto  $s$ , & ducatur linea  $s p$  tran  
 siens per punctum  $f$ , quæ sit alia à priori linea  $s f p$ , dico quòd istius lineæ  $s p$  ad lineam  
 $p k$  partem lineæ  $c k$ , erit proportio sicut lineæ  $b g$  ad  $g d$ , cum enim angulus  $b z d$  sit res  
 ctus æqualis angulo  $s o k$ , erit triangulus  $b z d$  ex præmissis similis triangulo  $s o k$ , est  
 ergo proportio lineæ  $b z$  ad  $b d$ , sicut lineæ  $o s$  ad lineam  $s k$ , & lineæ  $b z$  ad  $z d$ , sicut lineæ  
 $o s$  ad  $o k$ , fuit autem ostensum prius, quia est proportio lineæ  $z q$  ad  $q d$ , sicut lineæ  
 $o f$  ad  $f k$ , ergo per 5. primi huius, erit econtrario proportio lineæ  $q d$  ad  $z q$ , sicut  $f k$  ad  
 $o f$ , ergo per 18. quinti, est proportio totius lineæ  $z d$  ad  $z q$ , sicut totius lineæ  $o k$  ad  $o f$ ,  
 ergo per 22. quinti, erunt  $z b$  ad  $z q$ , sicut  $s o$  ad  $o f$ , ergo per 6. sexti, trigona  $z q b$  &  $o f s$   
 sunt æquiangula, angulus ergo  $z b q$  est æqualis angulo  $o s f$ , remanet ergo angulus  $q$   
 $b d$  æqualis angulo  $f s k$ , sed & angulus  $f k s$  factus fuerit æqualis angulo  $b d q$ , & angu  
 lus  $p k f$  æqualis est angulo  $q d g$ , totus ergo angulus  $s k p$  æqualis est angulo  $b d g$ , er  
 go per 32. primi, & ex 4. sexti, erit triangulus  $b d g$  similis triangulo  $s p k$ , & totus trian  
 gulus  $b g e$  similis totali triangulo  $c k s$ , est igitur proportio lineæ  $s p$  ad  $p k$ , sicut  $b g$  ad  
 $g d$ , constituto ergo super centrum  $d$ , angulo æquali angulo scilicet  $s p k$ , & ducta semi  
 diametro circuli quæ sit  $g u$ , patet secundum præmissum modum, quoniam punctum  
 $u$  erit punctum reflexionis, & quia ut patet per 16. primi, & ex præmissis prior angu  
 lus  $s p k$  est maior præsentī angulo  $s p k$ , quoniam extrinsecus, palā quod à duobus pun  
 ctis speculi, quæ sunt  $d$  &  $u$ , fiet reflexio, quod est contra 16. huius, non ergo potest angu  
 lus  $s p k$ , unquam esse non maior recto si secundum ipsum debeat fieri puncti reflexionis  
 inuentio, quia secundum talem dispositionem collocatis puncto rei uisæ & cetro uisus,  
 non est possibile fieri reflexionem. Item impossibile est quod duo anguli constituti super  
 lineam  $m o$  sint uterq; maior recto. Si enim uterq; talium maior fuerit recto, tamen su  
 per  $g$  centrum circuli propositi fiat angulus æqualis angulo  $s k m$ , fiet super illud cen  
 trum angulus alius diuersus ab isto quam efficiet sup  $k m$ , alia linea similis priori lineæ  
 $s k$ , & ita à puncto  $d$ , & ab alio puncto illius circuli, fiet reflexio formæ eiusdem puncti ad  
 uisum eundem, quod est contra 16. huius, oportet ergo ut tantum unus illorū angulorū  
 sit maior recto, non ambo maiores uel ambo minores recto, patet ergo propositum.

XXIII.

Super unum kathetum incidentiæ superficiæ speculi sphærici conue  
xi, uel super diuersos ad uisum ad quem fit reflexio, cum similiter se habent  
tes, datis duobus punctis, quorum formæ à superficie speculi sint reflexibi  
les ad uisum, erit locus imaginis puncti centro speculi propinquioris remo  
tior à centro speculi, & remotioris propinquior.

tior à centro speculi, & remotioris propinquior.

Sit circulus qui est cōmunis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi spha-  
 rici conuexi a b c cuius centrum d, sitq; centrum uisus e, & kathetus incidentiæ sit d f g,  
 in quo sunt duo puncta f & g, quorum formæ sint reflexibiles ad uisum, & sit punctum f  
 propinquius centro speculi, & punctum g remotius. secetq; idem kathetus circulum a  
 b c in puncto c, dico quod locus imaginis formæ puncti f, remotior est à centro speculi  
 quod est d, quam locus imaginis formæ puncti g, quoniam enim ut  
 patet per hypothesim quaelibet formarū istorum punctorū ab aliquo  
 puncto speculi reflectitur ad uisum, patet cum illa puncta sunt in ead-  
 dem katheto incidentiæ consistentia, quod centrum uisus e est cum  
 ambobus illis pūctis in eadem superficie reflexionis per 6. huius, sicut  
 ergo reflexio cuiuslibet illorum punctorū ad uisum e, ab aliquo pun-  
 cto circuli a b c, sit ergo ut forma puncti g, reflectatur à puncto a, &  
 forma puncti f à puncto b, erit ergo per 17. huius, punctus b, remo-  
 tior à centro uisus e quàm punctus a, ducat itaq; diameter uisualis  
 quæ e d, & ducātur lineæ incidentiæ quæ sint g a & g b, & lineæ reflex-  
 ionis quæ sint a e & b e, quæ productæ intra circulum secabunt ka-  
 thetum



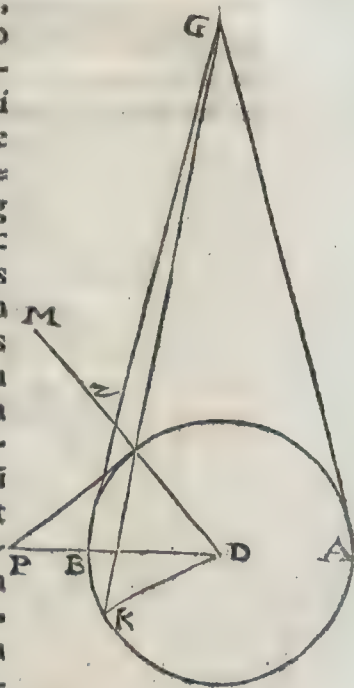
150

thetum d f g, per 9. huius, & quoniam concurrunt cum diametro uisuali, quæ est d, & sit er  
go ut linea e a secet kathetum g d in puncto h, & linea e b in puncto k, erit ergo punctu  
h, locus imaginis formæ puncti g, & punctum k locus imaginis formæ puncti f, per 11.  
huius, quoniam uero punctum h, est propinquius centro d quàm punctum k, per 29. pri  
mi huius, quia enim linea h e secat angulum d e k, palam quia ipsa secabit basem illi sub  
tensam quæ est d k, est ergo punctum h propinquius centro speculi quod est d quàm pun  
ctum k, & quoniam ut patet secundum hunc modum omnes lineæ ductæ à centro uisus  
quod est e, per quæcunq; puncta arcus a c, inter media punctorum a & c ad kathetum d  
g, cadunt in puncta semidiametri d c à centro remotiori quàm punctum h, patet pro  
positum. Et ex hoc etiam patet quod quanto puncta lineæ e g sunt propinquiora cen  
tro d, tanto loca suarum imaginum sunt magis elongata à centro speculi quod est d, &  
quoniam omnes katheti incidentiæ concurrunt in centro speculi, palam quod de pun  
ctis diversorum kathetorum ad uisum ad quam sit reflexio consimiliter se habentium,  
eadem est demonstratio quæ de punctis eiusdem katheti, quoniam unicuiq; punctorum  
in uno simili katheto signatorum punctus similis qui sit eiusdem distantia à centro spe  
culi in katheto alio respondet illorum quorumcunq; punctorum, quia consimiliter re  
spiciunt uisum, loca imaginum respectu centri speculi consimiliter ordinantur, patet er  
go propositum.

XXVIII.

xxiiii.  
Si ab aliquo puncto speculi sphaerici conuexi linea reflexionis produ-  
cta circulum qui est communis sectio superficie reflexionis & speculi, tali-  
ter secuerit, quod lineæ productæ pars quæ est intra circulum sit æqualis semi-  
diametro circuli, locus uisæ imaginis semper erit intra conuexum speculi.

Est centrum uisus g, & centrum speculi sphaerici convexi sit punctum d, sitq; com-  
 munis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus a b r, à centro quoq; uisus puncto  
 g, ducantur per 16. tertij, duæ lineæ contingentes circulum a b r,  
 quæ sint g a & g b, eruntq; per secundam huius circuli a b r, portio  
 a b apparens uisui, & centrum eius sit punctum d, per primam hu-  
 ius, quoniam autem uisus & specula mutant locū, sit talis facta di-  
 spolitio uisus ad speculum ut à puncto g, centro uisus ductæ lineæ  
 secantes circulū a b r, pars intra circulum quod est corda arcus cir-  
 culi qui h r, sit æqualis semidiametro illius circuli, & sit illa lineæ g  
 h r, cuius pars h g, intra circulum sit æqualis semidiametro d r, hoc  
 autem possibile est fieri, si per primam quarti inscribatur circulus  
 a b r, lineæ h r æq̃lis semidiametro illius circuli, & in illa lineæ r h  
 producta extra circulum ponatur centrum uisus, dico quod locus  
 imaginis reflexæ à puncto h, semper est intra convexā superficiem  
 speculi, producat enim à puncto h, super lineam contingentem  
 circulum in puncto h, perpendicularis quæ sit h m, hæc ergo pro-  
 ducta in circulum transit per centrum d, per 18. tertij, dico quod cū  
 forma à cuius rei uisæ reflectat à puncto h, locus imaginis suæ erunt  
 semper intra convexū speculi, ducatur enim à puncto h, lineæ con-  
 stituens super punctum h, terminum lineæ h m, angulum æqualem  
 angulo g h m, per 23. primi, qui sit p h m producta lineæ h p, refle-  
 ctetur ergo per 20. quinti, puncta huius lineæ h p à d uisum g, à pun-  
 cto speculi h, nec alterius lineæ puncta à puncto h, ad uisum pote-  
 runt reflecti. Sumatur ergo aliquod eius punctum, quod sit p, & ducatur lineæ ab ipso ad  
 centrū speculi quæ sit p d, erit quoq; per primam huius, & per 32. primi huius, lineæ p d,  
 perpendicularis sup̃ superficiem contingentem speculū in puncto quo ipsa lineæ p d secat  
 circumferentiam circuli a b r, copulet quoq; lineæ d r, & quia angulus p h m incidētiæ est  
 æq̃lis angulo m h g reflexionis, ut patet ex præmissis, angulus uero g h m p. 15. primi,  
 æqualis est angulo r h d, angulus igit p h m est æqualis angulo r h d. Sed angulo r h d  
 æqua



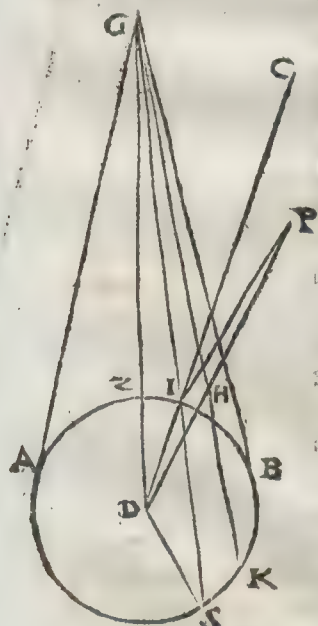


æqualis est angulo h d r, per 5. primi, ideo quia latus h r, ex hypothesi æqualis est semel diametro d r, angulus ergo p h m est æqualis angulo h d r, quia ergo linea m d cadens super lineas p h & d r, facit angulum extrinsecum, qui est m h p, æqualem angulo intrinseco qui est m d r, linea ergo h p per 28. primi, æquedistat lineæ d r, lineæ ergo h p & d r, in infinitum protractæ nunquam cõcurrent, & lineæ p d quæ est kathetus incidentiæ for-  
mæ puncti p, uel quæcunq; alia linea ducta à quocunq; puncto lineæ h p ad centrum d, semper inter puncta h & r, interfecabit lineam h r interiacentes lineas æquedistantes, quæ sunt r d & h p ut patet per 29. primi huius, diuidunt enim omnes illi katheti angulum h d r, ergo & secabunt basem h r, quilibet enim illorum kathetorum incidentiæ semper ducitur ad centrum speculi ut ad punctum d, quodcunq; ergo punctum sumatur in linea p h, semper lineæ ducta ab illo puncto ad punctum d secabit lineam reflexionis, quæ est g h r intra conuexum speculi, quoniam semper kathetus incidentiæ productus ad centrum speculi perpendicularis est super superficiem speculi, sicut nunc est p d, imago ergo cuiuscunq; puncti lineæ p h, per 11. huius, apparebit intra conuexum speculi, & hoc proponebatur.

XXV.

xxv.  
A quocūq; puncto arcus circuli, qui est cōmunis sectio superficiei reflexi  
onis & speculi sphaerici conuexi interiacentis, puncta in quibus kathetus re  
flexionis & linea reflexionis, cuius pars intra circulum est æqualis semidia  
metro circuli, secant circulum, fiat reflexio: locus uisæ imaginis semper erit  
intra speculum.

Sit dispositio quæ in præmissa, ita ut linea reflexionis quæ g h r secet circulum a b r, taliter ut eius pars intra circulum, quæ est h r, sit æqualis semidiametro circuli, ducatur cathetus reflexionis à visu ad centrum speculi, qui sit g d secans circulum a b r in puncto z, dico quod à quocunque puncto arcus h z fiat reflexio, semper erit locus imaginis intra speculum. Sit enim ita ut à puncto illius arcus h z, quod sit i, fiat reflexio, ducaturque à puncto g, centro visus ad punctum i, linea secans circulum super punctum i, quæ sit g i s, & ducatur super superficiem speculi linea perpendicularis à puncto i, quod fiet per 73. primo huius. Si à centro speculi puncto d, producaturs linea quæ sit d i r, super cuius puncto



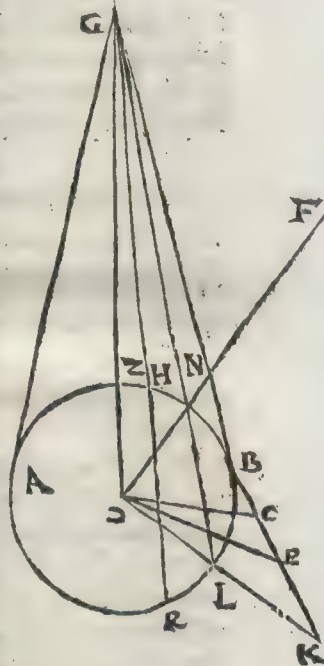
ergo quod omnium imaginum arcus  $h z$ , proprius locus erit intra speculum, quod est  
propositum.

A quoniam

XXVI.

XXVI.  
A quocunq; puncto arcus circuli, qui est communis sectio superficiæ reflexionis & speculi sphaerici conuexi interiuentis, punctum in quo linea reflexionis, cuius pars intra circulū est æqualis semidiametro circuli, secatur circum & punctum proximum, in quo linea ducta à centro uisus contingit circum, fiat reflexio, locus uisæ imaginis quandoq; erit intra speculum, quandoq; in superficie conuexa speculi, & quandoq; extra speculum.

Remaneat totalis dispositio figuræ quæ in præcedenti & in 34. huius, in hoc. S. ut linea reflexionis quæ g h r. secet circulū a b r, cuius centrū est punctū d, taliter ut eius pars intra circulū quæ est h r, sit æqualis semidiámetro d z, & lineæ g a & g b, sint contingentes circulū a b r, in punctis a & b, & sit punctus b propinquior puncto h, dico quod æquæ puncto arcus h b, fiat reflexio. erit locus visæ imaginis quæq; intra speculū, quæq; in superficie speculi, quæq; extra speculū. Sumat em̄ aliquod punctū arcus h b, à quo fiat reflexio ad visum g, & illud punctum reflexionis sit n, & ducatur linea reflexionis secans circulum



a uulm g, & illud punctum reflexionis sit n, & ducat'ur linea reflexionis secans circulum, quæ ducta trans circulum sit g n q, & ducat' à centro d, semidi-  
 ameter d q, & ad punctū reflexionis ducat' ppendicularis d n f, & pdu-  
 catur ut in pmissis linea n e, cōtinens cū katheto d n f, angulū æqualē  
 angulo f n g, qui sit angulus f n e, & qm linea n q, per 14. tertij, minor  
 est q' linea h r, palā q' linea n q, est minor semidiametro q d, qm em  
 linea h r est æqualis ipsi q d, ex hypothesi, erit ergo linea q n, minor q'  
 linea q d, angulus ergo q d n, trigoni q d n, est minor angulo d n q, per  
 19. primi, ergo per 15. eiusdē angulus q d n, minor est angulo g n f, er-  
 go & suo æquali qui est e n f, igit' lineæ d q & n e, cōcurrent ad partem  
 minor' angulor' per 14. primi huius, sit ergo cōcursus ear' in puncto  
 e, palā aut' ut in pmissis, q' linea e q d, est ppendicularis sup' superficiē  
 speculi per 72. primi huius, est ergo linea e d, kathetus incidentiæ for-  
 mæ puncti e, & secat lineam g n q, quæ est linea reflexionis in puncto  
 q, qui est punctus superficie speculi, imago ergo puncti e, qn fuerit re-  
 flexio facta à puncto arcus h b, quod est n, uidebif' in puncto q, quod  
 est in superficie cōuexa speculi, & qm linea reflexionis quæ est g q, pe-  
 rifieriam arcus b r, in unico tm' pūcto intersecat, ut patet per 7. huius,  
 palam quia nō accidit uideri imaginē formæ alicuius punctor' lineæ  
 n e, in ipsa superficie speculi, nisi solū in illo uno puncto, in quo ad ipm  
 ductus kathetus secat lineā reflexionis in ipsa superficie speculi, ut est  
 in pposito kathetus puncti e. Si uero in linea e n, sumat' punctū ultra  
 e, qd' sit punctum k, sitq' kathetus incidentiæ ductus ab illo puncto k,  
 ad centrū speculi qui sit k d, secans lineam reflexionis, quæ est g n q, p-  
 ductam ultra punctum q, in puncto l, tunc erit sectio extra superficiem speculi, quare  
 imago puncti cuiuslibet lineæ n e, ultra punctū e, sumpti uidebif' extra superficiē spe-  
 culi secundū distantia puncti incidentis, & semp' ut patet per 11. huius, erit locus imagi-  
 nis in puncto sectionis lineæ katheti, & reflexionis ut formæ puncti k. Locus imagi-  
 nis est nunc in puncto l, quæ est cōmunis sectio pmissæ lineæ. Si uero in linea e n, in-  
 ter puncta n & e, sumatur aliquod punctū ut c, kathetus ab eo ductus ad speculi centrū  
 secabit lineā reflexionis, quæ g n q, intra speculum, secabit em ipsam in puncto aliquo  
 eor', quæ sunt inter puncta n & q, imago ergo cuiuslibet puncti lineæ e n, inter puncta  
 e & n, sumpti uidebif' intra speculū, & similiter in quolibet alio arcus b h, poterit idem et  
 eodem modo de diuersis punctis lineæ incidentiæ demonstrari, & hoc est ppositum.  
 Sicut itaq' in arcu z b demonstrauimus in pmissis tribus theorematibus, sic etiā figura  
 tione adhibita in arcu z a poterit demonstrari, qm est omimoda similitudo hinc inde,  
 & idem est de omnibus circumferentiis speculi sphaerici cōuexi, circulo a b r, similibus. Si em p-  
 ppendicularis g z d, manente fixa linea g h, secundū æqualitatē angulid' g h, imaginetur

P 3 mouer i



moueri quousq; redeat ad locum suū unde moueri incepit, tunc linea g h mota secabit  
 ex rota speculi conuexa superficie motu suo portionē superficiē, & imago formæ cuiusli  
 bet puncti reflexi ab aliq; puncto huius portionis uidebitur semper intra speculum. Si  
 uero fixa manente diametro g z d, linea cōtingens circulū a b r, quæ est g b, moueat  
 quousq; ad locū unde exiuit redeat, secabit ex sphæra portionē maiore, & facta reflexio  
 ne formæ cuiuslibet puncti a quibuscq; punctis superficiē speculi descriptæ per arcum h b,  
 uel a punctis arcuū illi similium, tunc katheto incidentiæ secante lineā reflexiōis in ipsa  
 superficie speculi semper locus imaginis formæ puncti illius erit in ipsa superficie spec  
 culi. Sed alioq; punctoꝝ in illa eadem lineā existentium quorundā locus imaginis est intra  
 speculū, quorundā extra speculū, secundū qd' katheti ab illis punctis ad centrū speculi  
 pducti, secant lineas suarū reflexionū. Et qm̄ situs centri uisus, uel superficiē speculi, uel  
 etiam ipsius rei uisæ potest multipliciter uariari, hoc experimentanti relinquimus, ut  
 speculorū sphericorū conuexorū, quorū usus ut plurimum apud homines nostræ habita  
 bilis est cōmunis, qm̄ intra quæ speculantur modo sphaerico diffundente se, artificis spiritus  
 exufflant, quācūq; portionē quis taliter collocet, ut qñq; imago puncti uisi appareat  
 intra speculū, hoc est ultra superficiem ipsius, qñq; in ipsa superficie speculi, & qñq; extra  
 superficiē speculi, ita qd' superficies speculi nō sit mediā inter imaginē quæ uidet & ocu  
 lum uidentis, sed ad latus extra uideat, & hoc iam pluries experimentantibus euenit, un  
 de & per istam patet, qd' speculum sphaericū cōuexum, centrumq; uisus, & res uisa sibi  
 isti possent, ut imago extra speculū in aere appareat, qd' relinquimus artificio pquiretis,

XXVII.

xxvii.  
 Omnis diameter speculi sphærici conuexi, in quâ locus imaginis cadit, in ipsa superficie speculi aut extra speculum portionum sphæræ speculi non apparenti uisui, necessario applicatur, ex quo patet quod ipsa est demissior qualibet linearû cōtingentiû à centro uisus ad speculi superficiẽ pductarû.

Quod hic pponitur patet per pmissas, resumpta figuratione præcedentis, & quia ut patet à quolibet puncto arcus à b, potest fieri reflexio, omnis q̄q; linea reflexionis qm̄ à centro uisus sub linea à centro uisus pducta circumum contingente, ducit, patet per 57. primi huius, qm̄ ipsa secat circumum, & qn̄ locus imaginis fuerit in ipsa speculi superficie uel extra, patet qd̄ hoc nō potest accidere in diametris speculi applicatis arcui à b, non em̄ potest in illis diametris locus imaginis esse in ipsa speculi superficie, qm̄ katheti incidentiæ & linea reflexionis illoꝝ punctoꝝ in illis punctis cōcurrere non possunt. Sed neq; extra speculoꝝ superficies potest in illis diametris esse locus reflexionis, qm̄ linea reflexionum ad partē illam extra speculū non cōcurrent, omnes ergo diametros speculi cuiuscunq; sphericici conuexi in quibus loca imaginū sunt in ipsa superficie speculi, uel extra speculum, necessario applicantur portioni speculi non apparenti uisui, & qm̄ portio speculi apparens & non apparente per lineas cōtingentes à centro uisus ad speculi superficiem ductas determinat, ut patet per secundū huius. Ideo manifestum est, ppositum corollarium, quælibet em̄ diametrorū in qua est locus imaginis in ipsa superficie speculi, uel aut extra speculū, oportet ut sit demissior quolibet lineæ contingentiū à centro uisus à speculi superficie pductæ, & hoc pponebat. Potest aut̄ diameter in qua apparet locus imaginis intra speculū esse uel altior uel demissior illa cōtingente, ut patet ex his quæ sunt in pmissis demonstrata. Restat aut̄ ut nō deinceps loca imaginū certius determinemus.

XXVIII.

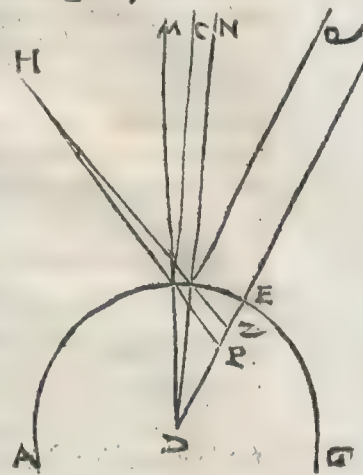
Ad diametrum speculi sphaerici conuexi ducta linea reflexionis secante speculum, ita ut pars ductae lineae interiacens superficiem speculi & diametrum, sit aequalis parti diametri interiacenti punctum sectionis & centrum speculi, in illa parte diametri non est locus alicuius imaginis, sed est imaginum meta, sicut & in illo puncto sectionis.

Est circulus cōmunis sectionis superficiei reflexionis & superficiei speculi sphaerae concuavæ

LIBER SEXTVS.

152

rici conuexi, qui a b f e g, & sit punctū h, centrum uisus, punctū qd' d centrum speculi, & sit d e semidiameter speculi, quæ necessario est perpendicularis sup̄ superficiē speculi per 72. primi huius, & sit linea z h, linea reflexionis secans superficiē conuexā speculi super punctū f, & cōcurrents cū e d, semidiametro speculi super punctū z. Sit quoq; linea z f, æqualis lineæ z d, qd' potest fieri per 136. primi huius, dico quod in lineā z h, non est locus alicuius imaginis, neq; eñ punctus z, potest esse locus alicuius imaginis, nisi solum alicuius punctorū lineæ e d, ptractæ, quia ut patet per 11. huius, locus imaginis formæ cuiusq; puncti semper est super kathetum suæ incidentiæ, & hoc est in speculis sphaericis cōuexis in lineā ab illo puncto ad centrū sphaeræ ductā; quod uero punctus z, nō sit locus alicuius imaginis punctorū lineæ e d, patet, ducat eñ ppen-  
dicularis à centro d, super punctū f, quæ pducta extra circulū sit d f n, & super ductā perpendicularē fiat in puncto f, angulus æqualis angulo n f h, per 23. primi, qui sit q f n, est ergo per 15. primi, angulus q f n, æqualis angulo z f d, sed cū z d & z f, lineæ ex hypothesi sint æquales, erit per 5. primi, angulus z d f, æqualis angulo z f d, ergo & angulo q f n, æqualis est angulo z d f, ergo per 28. primi lineæ z d & q f, sunt adinuicē æquedistantes, in infinitū er-  
go ptractæ nunq̄ cōcurrent, nullius ergo puncti lineæ e d, quamcumq; ptractæ forma mouebit ad punctū f, per lineam incidentiæ q f, sed nō potest esse locus alicuius imaginis in puncto z, nisi moueatur ad punctum f forma per lineam q f, aliās eñ lineā f h, nō fieret linea reflexionis, in cuius intersectione cū diametro d e, est punctū z, nō est ergo punctū z locus alicuius imaginis punctorum lineæ e d, ergo nec alicuius alterius imaginis formæ cuiuscunq; puncti extra lineam d e, ptractam, & eadē erit demonstratio quātūcunq; sumpta diametro e d, sed & nullus alius punctus lineæ z d pter z, potest esse locus alicuius imaginis; dato eñ qd' punctus p possit esse locus alicuius imaginis, ducatur lineā h p, secans cōuexam superficiem speculi in puncto b, & ducat perpendicularis d b m, & ut supra angulo m b h fiat æqualis angulus super punctū b q m, t b m, palam ergo ut prius quod angulus t b m, est æqualis angulo p b d, sed angulus d p b, per 16. primi, est maior angulo p z h, cū sit ei ex trinfecus in trigono p z h, igitur duo alij anguli trigoni p d b, sunt minores duobus alijs angulis trigoni d z f, sed angulus p d b, est maior angulo z d f, eo qd' totū maius est sua pte, & etiā patet hoc p 29. primi huius. Sequitur ergo, ut angulo d b p, sit minor angulo d f z, angulus uero d f z est æqualis angulo z d f, ut prius patuit, angulus ergo d b p, minor est angulo z d f, multo ergo minor est angulus d b p, angulo p d b, angulus itaq; t b m, minor est angulo p d b, lineæ igitur t b & e d, per 14. primi huius, nunq̄ cōcurrent ad partem à qua posset fieri reflexio, nulla ergo forma incidens puncto b, reflectetur ad uisum h, ita ut locus imaginis fiat in puncto p. Similiter neq; imago alicuius alterius puncti se offeret uisui super aliquod punctū lineæ z d, tota ergo lineā z d, erit semp̄ uacua imaginibus, nec unq̄ erit locus imaginū in ipsa, & similiter potest de qualibet alia diametro ppositi speculi demonstrari hypothesi seruata. Patet etiā ex pmissis, qm̄ lineā z d est est meta imaginum, qm̄ si lineā f z fuerit maior q̄ lineā z d, nulla unq̄ apparebit imago, qm̄ angulus z d f, per 19. primi, erit maior angulo d f z, ergo & angulus n f h, per 15. primi, ergo & angulo q f n, per 7. huius, lineæ ergo e d & q f, per 14. primi huius, nō concurrent ad partem punctorū e & q, sed ad partē punctorū d & f, non ergo aliqua poterit apparere imago in puncto z, ergo nec in aliq̄ punctorū lineæ z d, qd' si lineā f z sit minor q̄ lineā z d, tunc secundū pmissum modū erit angulus z d f, minor angulo q f n, ergo p 14. primi huius, lineæ e d & q f, cōcurrent ad partē punctorū e & q, & ab illo puncto potest alicuius punctorū lineæ e d fieri reflexio ad uisum, & locus imaginis erit per 11. huius, in puncto z, & erit lineā z d, locus imaginis secundū omnē suū punctū quousq; lineā incidentiæ respectu diametri respiciat, ppositam diuisionē, patet ergo quod cum lineā z d est æqualis lineæ z f, quod lineā z f, est meta imaginū ultra quā nulla, & circa quā  
omnis



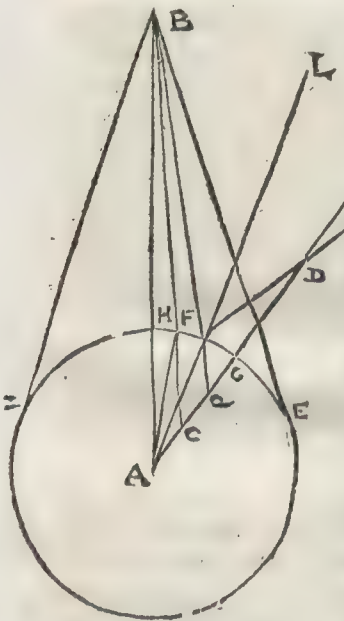


omnis uidet imago, & similiter punctus  $z$  est meta imaginum, qm ut patet ex pmissis, omnis linea incidentia a quocumq; puncto speculi ad uisum  $h$ , inter puncta  $z$  &  $d$ , ducta est maior q; linea quae per illa relecta ex linea  $z d$ , qm ista est maior q; linea  $z f$ , per 14. tertij, est ergo etiam maior q; linea  $z d$ , ex hypothesi, ut patet de linea  $b p$ , quae est maior q; linea  $p d$ , uel linea  $z d$ , omnisq; linea inter puncta  $z$  &  $e$ , ad uisum  $h$ , ducta interiaccens periferia circuli & diametru, est minor q; linea  $f z$ , ergo & minor q; linea  $z d$ , ergo est etiam minor q; linea qua ipsa relecta ex semidiametro  $d e$ , sunt ergo ut patet p pmissa in linea  $z e$ , loca imaginum pter q; in puncto  $z$ , in linea uero  $z d$ , non sunt aliqua loca imaginu, & sic patet, quod punctus  $z$ , est meta imaginum, nec est differentia an punctus  $z$  cadat intra circulu, an extra, an in ipsa superficie speculi, quia semp ubicumq; acciderit lineam  $z d$ , aequalem fieri parti lineae reflexionis interiacenti punctu reflexionis & punctum  $z$ , erit semper in puncto  $z$  meta imaginum, & similiter est de tota linea  $z d$  patet ergo ppositum.

XXIX.

Assignata meta imaginum in quacumq; diametro inter lineas contingentes a uisu ad speculum sphaericum conuexum ductas praeter uisualis diametrum in punctis tantum datae diametri inter superficiem sphaerae & punctum qui est imaginu meta existentibus sunt loca imaginu illius diametri.

Sit  $b$  centrum uisus, & sunt  $u$  &  $e$  lineae speculum sphaericu conuexu contingentes in punctis  $3$  &  $e$ , & sit  $a$  centrum speculi, &  $b h a$  diameter uisualis, & sit  $a g d$ , diameter alia, in qua meta imaginum assignata sit in puncto  $t$ , per pcedente, & per 136. primi



huius, secetq; linea  $a d$ , superficiem speculi in puncto  $g$ , dico quod solum in punctis lineae  $t g$ , quae sunt inter puncta  $g$  &  $c$ , sunt loca imaginum diametri  $d g a$ , quia em imagines illae non cadant in punctu  $g$ , qui est in superficie speculi, uel quia non cadant extra superficiem speculi, palam per 27. huius, oportet em semper diametrum in qua locus imaginis est in superficie speculi aut extra de missiore esse puncto contingente, diameter uero  $a d$ , est inter lineas contingentes, nec ergo in superficie speculi, nec extra sphaeram ipsius apparebit imago secundum illam diametrum. Sed qd quilibet punctus inter puncta  $g$  &  $t$  sumptus sit locus imaginis, patet. Detur em aliquod punctum lineae  $g t$ , quod sit  $q$ , & ducatur linea a uisu ad illu punctum quae sit  $b q$ , secans superficiem speculi in puncto  $p$ , & ducat perpendicularis  $a p l$ , & secundum pmissa angulo  $l p u$ , fiat per 23. primi, angulus aequalis, qui sit  $d p l$ , & ducatur linea  $b c$ , secans superficiem speculi in puncto  $f$ , ducatur quoq; perpendicularis  $a f$ , triangulus itaq;  $a p b$ , continet triangulum  $a f b$ , angulus ergo  $a f b$ , maior est angulo  $a p b$ , per 21. primi. Sed angulus  $a f c$ , cum angulo  $a f u$ , ualet duos rectos, & angulus  $a p q$ , cum angulo  $a p b$ , ualet duos rectos per 13. primi,

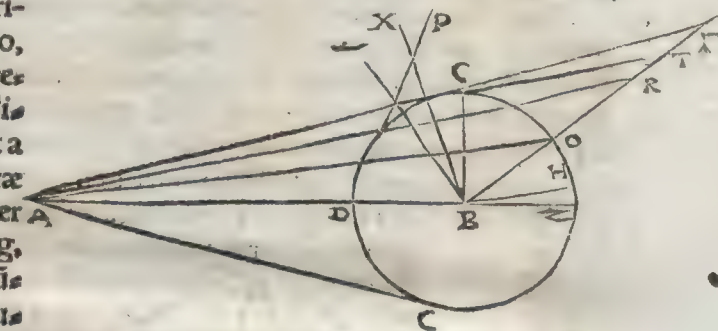
palam ergo quia angulus  $a f c$ , minor est angulo  $a p q$ , sed angulus  $a f c$ , est aequalis angulo,  $f a t$ , per 5. primi, qm latus  $f t$ , est aequalis lateri  $t a$ , per 136. primi huius, & ex hypothesi, angulus ergo  $a p q$ , maior est angulo  $f a t$ , quare etiam erit maior angulo  $p a q$ , qui est pars anguli  $f a t$ , & quia anguli  $a p q$ , &  $l p b$ , sunt aequales per 15. primi, sunt em contra se positi, erit angulus  $l p b$ , maior angulo  $p a q$ , est ergo  $p b$  8. huius, angulus  $d p l$ , maior angulo  $p a q$ , patet igit qd linea  $p d$  &  $a q$ , concurrent per 14. primi huius, sit ergo  $d$  punctus concursus ipsarum, forma igitur puncti  $d$ , reflectetur ad uisum in punctum  $b$ , a puncto superficie speculi quod est  $p$ , per lineam  $p b$ , & locus imaginis suae est punctum  $q$ , per 11. huius, eadem quoq; est demonstratio sumpto quocumq; puncto inter  $g$  &  $t$ , in diametro uero  $b h a$ , quae est diameter uisualis, non est aliquis locus imaginis, nisi ut proponit 10. huius, patet ergo propositum.

Linea

XXX.

Linea reflexionis circulum qui est communis sectio superficie reflexionis & speculi sphaerici conuexi taliter secante, quod pars lineae productae intra circulum sit aequalis semidiametro speculi pars diametri in terminis huius lineae secantis speculum interiaccens punctum sectionis speculi, & punctum sectionis sui cum linea contingente a uisu ducta ad speculum, est locus imaginum punctorum illius diametri, & nullus punctus alius diametri eiusdem, eritq; locus imaginis semper extra speculum.

Sint  $a c$  &  $a g$ , lineae contingentes circulu, qui est communis sectio superficie reflexionis & superficie speculi sphaerici conuexi, cuius centrum sit punctu  $b$ , sit quoq; in puncto  $a$ , centrum uisus, sitq; linea  $b 3$ , diameter uisualis secans superficiem speculi in punctis  $d$  &  $3$ , ptraaturq; a centro speculi  $b$ , ad punctum contingente  $g$ , linea  $b g$ , palam ergo per 59. primi huius, quod arcus  $d g$ , est minor quarta circuli, arcus ergo  $g 3$ , est maior quarta circuli, ergo per ultimam sexti, patet quod angulus  $3 b g$ , est maior recto, hoc etiam patet sic, cum em in triangulo  $b a g$ , angulus  $a b g$ , sit rectus per 17. tertij, erit angulus  $g b a$ , minor recto, palam ergo per 13. primi, quod angulus  $e b g$ , est minor recto, abscindat ergo ab ipso angulo  $h b g$ , rectus, per 23. primi, erit linea  $b h$ , aequedistans lineae contingenti circulu qui est  $a g$ , palam ergo qm linea  $b h$  &  $a g$ , productae nunq concurrent, & quaelibet diameter cadens in arcu  $h g$ , inter puncta  $h$  &  $g$ , concurrent cu linea  $a g$ , producta per sectionem uel 9. primi huius, qm angulu acutum continebit cu linea  $b h$ , ducatur ergo a puncto  $a$ , linea secans speculum quae sit  $a m o$ , ita qd corda  $m o$ , sit aequalis semidiametro speculi quae sit  $b o$ , hoc aut possibile est fieri per 136. primi huius, erit linea  $b o$ , & ptraetur  $o$ , meta imaginum per 28. huius, concurrentq; diameter  $b o$ , cum linea  $a g$ , in puncto  $t$ , dico qd in quolibet puncto lineae  $t o$ , est locus imaginis, & q in nullo alio puncto diametri  $t b$ , est locus alicuius imaginis, & sunt puncta  $o$  &  $t$ , metae locor imaginum, punctum  $o$  in superficie speculi & punctu  $t$ , extra speculu. Solu em in his duobus punctis concurrent diameter  $b d$  cum lineis reflexionis, quae sunt  $a m$  &  $a g$ , sumatur em aliquod punctum lineae  $t o$ , quod sit  $k$ , & ducatur linea  $a n k$ , secans conuexam superficiem speculi in puncto  $n$ , & ducatur perpendicularis  $b n x$ , & angulus  $a n x$ , fiat aequalis angulo sup punctum  $n$ , ut in alijs pmissis, & pducatur linea  $n f$ , taliter ut angulus  $x n f$ , sit aequalis angulo  $a n x$ , per 23. primi, ptraaturq; perpendicularis  $h t$ , ad lineam  $n f$ , in punctu  $f$ , punctus em concursus quodcumq; fuerit, uocabimus  $f$ , palam uero per 14. primi huius, qm concurrunt, linea itaq;  $n f$ , non cadet inter puncta circuli quae sunt  $b$  &  $g$ , non em secat speculu necq; secat lineam ipsum speculu contingentem in puncto  $g$ , quae est  $a g t$ , nisi in uno puncto quod est extra superficiem speculi supra punctum  $g$ . Si aut daretur quod linea  $n f$ , caderet inter puncta  $b$  &  $g$ , oporteret ut uel secaret superficiem speculi uel lineam  $a p$ , in duobus punctis, in uno intra punctum  $g$ , & in alio super punctum  $g$ , ubi sit reflexio ad uisum existentem in puncto  $g$ , & sic duae lineae rectae superficiem includerent qd est impossibile, forma ergo puncti  $f$  mouebitur per lineam  $n f$ , ad punctum  $n$ , & reflectetur ad  $a$ , per lineam  $a n$ , apparebitq; imago eius in puncto  $k$ , in concursu katheti incidentiae, qui est  $f b$ , cum linea reflexionis, quae est  $a k$  extra speculi superficiem, & eodem modo de omnibus punctis lineae  $o t$  est demonstrandū, & imagines oim uident extra speculum, & qm a puncto  $m$  nulla potest fieri reflexio formae alicuius puncto; linea  $b f$ , qm omnes lineae reflexionu a puncto  $m$  ad punctu  $a$ , factae aequedistant diametro  $b f$ , qd patet si ducatur perpendicularis  $b m$ , quae producatu usq; ad punctum  $q$ , & fiat angulus  $p m q$ , aequalis



Q aequalis

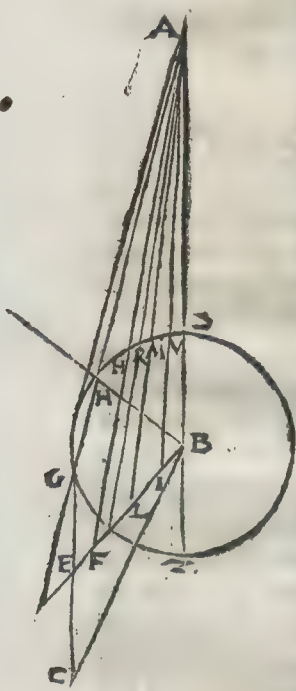


æqualis angulo qma, tunc em quia anguli bmo, & mbo, sunt æquales ex hypothesi, & per 5. primi, erunt sicut ostendimus in 28. huius, anguli bmq, & mbo æquales, ergo per 28. primi, lineæ mp & bf æquedistant, non ergo concurrunt, nec unq fiet reflexio formæ alicuius puncti diametri bf, a puncto speculi m, punctum ergo o nō erit locus alicuius imaginis punctoꝝ diametri bf, omnia ergo illa loca sunt extra speculum in linea to, ita quod puncta to sunt loca imaginum, patet ergo, ppositum, ita tamen ut punctum t accipiat ut simpliciter uisum, & ut reflexum pro ut diximus in secunda huius, quoniam ipsum cadit in linea contingenti.

XXXI.

Katheto incidentiæ secante quęcunq punctum arcus circuli, qui est communis sectio superficiæ reflexionis & speculi sphaerici conuexi interiacentis punctum cōtingentiæ lineæ a centro uisus ductæ, & punctum quo lineæ reflexionis cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli, secat arcum circuli non apparentem uisui, erunt locorum imaginum plura intra speculi conuexā superficiē, unū tm in ipsa superficie & plurima extra ipsam.

Disponantur omnia ut in præhabita demonstratione, secetq lineæ amo, circulum taliter ut lineæ mo, sit æqualis semidiametro speculi, & lineæ agt, contingat speculum in puncto g, dico quod in arcu go, erunt loca imaginum ut proponitur. Sumatur ergo punctus illius arcus go, qui sit l, & ptrahat a centro speculi diameter bl, usqꝫ quo secet lineā contingētē circuli in puncto g, quæ est t, secabit aut per 14. primi huius, &



per ea quæ declarata sunt in pxima pcedente, Sit ergo punctus sectionis e, & producat lineā al, secans apparentem superficiem speculi in puncto r, & palam ex 14. tertij, qm lineā lr, minor est q lineā mo, cū ergo ex hypothesi lineā mo, sit æqualis semidiametro bl, patet quod lineā rl, minor est semidiametro bl. Si ergo p, 13.6. primi huius, a puncto a, ducatur lineā ad diametru bl, cuius pars interiacens circulum & diametrum sit æqualis parti diametri interiacenti punctum huius sectionis & centrum circuli b, hæc lineā reflexionis cadit intra puncta b & l, quia si detur ut cadat inter puncta l & e, erit lineā rl, maior q lineā lb, omnis em lineā interiacens centrum circuli, & illam partem lineæ reflexionis illi parti diametri æqualem, erit maior illa parte diametri sicut in commento 29. huius, per 14. tertij ostendimus de lineā bp, quæ est maior q lineā f3, æqualis parti diametri d, ut ibi patet. Est aut lineā rl, minor q lineā bl, qm per 14. tertij, lineā r l, est minor q lineā mo, quæ ex hypothesi est æqualis ipsi lb, nō ergo cadit illa lineā inter puncta l & e, sed neq in puncta l, ppter eandem causam, cadit ergo inter puncta b & l, sit ergo punctus in quē cadit illa lineā punctus i, & ducatur lineā ai, secans portionē apparentem speculi in puncto u, cuius pars ui, sit æqualis parti diametri quæ est bi, dico ergo quod in quolibet puncto inter e & i, sumpto est locus imaginis, & sunt puncta e & i, metæ imaginum. Sumatur em aliquod punctum lineæ le, quod sit f, & ducatur lineā fa, secans apparentē

portionem speculi in puncto h, & ducatur a centro speculi perpendicularis quæ sit bhk, fiatq per 23. primi super punctum h, terminum lineæ kh, angulus æqualis angulo a h k qui sit hkn y, palamq ex præmissis in præcedente quoniam lineæ be & hy, productæ concurrent per 14. primi huius, sit punctus concursus y, & quoniam lineā hy, cadit extra speculum, forma ergo puncti y, mouebitur per lineam y h, ad speculum, reflectetur quoq a puncto speculi quod est h, ad uisum existentem in puncto a, apparebitq imago eius in puncto f, in concursu katheti incidentiæ qui est b f, cum lineā reflexionis quæ est ah, extra speculi superficiem, & eodem modo est de omnibus punctis lineæ le, demonstrandum, imagines enim formarum omnium illorum punctorum uidentur extra speculum excepto solo l, in quo diametrum bl, secat speculi superficiem, quoniam in illo puncto locus

locus imaginis est in superficie speculi, ideo quod in superficie eius se interfecat lineæ reflexionis quæ est al, cum katheto incidentiæ, qui est by, eritq punctū cuius formæ imago uidet in puncto l, reflexa a puncto r, consistens in diametro bi, producta ultra punctū y, ut patet p 17. Sed ut patet p 29. huius, oēs formæ punctoꝝ cadētū in diametro by, ultra punctum reflexum a puncto r, reflectuntur ab aliquo puncto arcus r u, & loca imaginū omnium illorum punctoꝝ sunt in lineā l, ideo quia ut patet ex præmissis punctum i, est metæ imaginum, ultra quod punctum nunq apparet aliqua imaginum uisū existentē in puncto a, & speculi situ disposito, ut patet ex hypothesi, palā ergo quod in quolibet puncto lineæ ei, sumpto inter puncta e & i, est locus imaginis formæ alicuius punctoꝝ diametri be, eductæ ultra punctum e, quædam ergo imagines in diametro eb, sequitur loca intra speculum, quædam extra speculum, & una sola in superficie speculi, s. in puncto l, & eodem modo in quolibet puncto arcus o g, poterit demonstrari diametris data puncta arcus o g, transeuntibus & superficiē speculi secantibus, prout demonstrationū necessitas requirit.

XXXII.

In quemcunq punctum arcus circuli, qui est communis sectio superficiæ reflexionis & speculi sphaerici conuexi, interiacentis punctum in quo lineæ reflexionis cuius pars intra circulum est æqualis semidiametro circuli in portione non apparente, secat circulum & punctum distantem a puncto contingentiæ per quartam eiusdem circuli kathetus incidentiæ ceciderit, locus imaginis semper erit extra speculum.

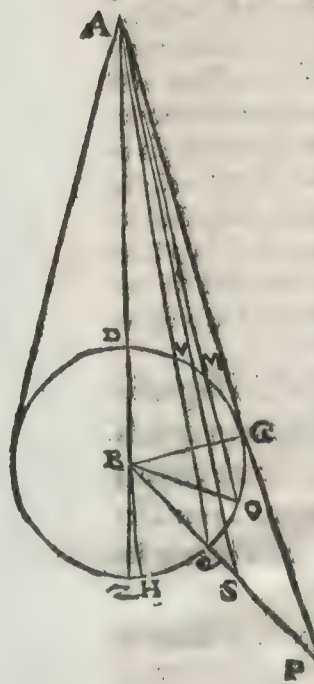
Disponant oia ut in pcedentib9, ita ut lineā amo, sic secet circuli speculi, ut lineā mo, sit æqlis semidiametro speculi, & sit ut i 30. huius angulus hbg, rectus, & lineā agp, contingat speculū in puncto g, dico qd arcui oh, kathetis incidentiæ occurrētib9 locus imaginis erit semp extra speculū, ducat em per ali qd punctoꝝ arcus o h, diameter bq, q cōcurrent cū cōtingente agp, in puncto p, & ducat a cetro uisus lineā auq, secans superius in portione uisul apparente speculum in puncto u, & quia ut prius patuit lineā mo, est æqualis lineæ op, & lineā uq, est maior q lineā mo, per 14. tertij, ergo lineā uq, est maior q lineā qb, lineā quoq ducta a circumferentiā ad diametrum d b, quæ est æqualis parti diametri pb, interiacenti ipsam & centrū speculi, non cadet inter puncta q & b. Si em hoc sit possibile, tunc ut prius erit lineā uq, minor q lineā qb, quoniam si lineā illa caderet in punctum q, & eius pars intra circumferentiā maior q lineā uq, per 14. tertij. Restat ergo ut lineā æqualis cadat inter p & q, quod enim non cadat in punctum p, palam per hoc, quia angulus pgb est rectus, est ergo per 19. primi, in trigono pbg, latus pb, maius latere pg, cadat itaq lineā taliter ducta, citra p, & sit punctus in quē cadit o, erit ergo per 28. huius, punctus g, metæ locorum imaginum, & quilibet punctus inter puncta p & g, erit locus imaginis, & est eadem demonstratio quæ in superioribus, s. 30. & 31. huius, in quolibet quoq puncto arcus ho, est eadem demonstratio. Ex his erant præmissis ppositionibus palam est, quia imagines diametrorum arcus ho, omnes sunt extra superficiem speculi, imaginum uero diameter fy, ut in 31. huius, una sola est in superficie speculi, ut illa quæ est in puncto l, aliæ uero sunt intra superficiem speculi, ut quæ cadunt in parte diametri quæ est ib, aliæ uero omnes sunt extra speculum, ut quæ cadunt in lineā le, omnium quoq imaginum diametroꝝ arcus o g, quædam sunt intra superficiem speculi, quædam extra ipsam, quædam in ipsa superficie speculi conuexa, ut ibidem in præmissa conclusum est, patet itaq quod proponebatur.

XXXIII.

In arcum circuli communis sectionis superficiæ reflexionis & superficiæ speculi sphaerici conuexi interiacentem punctum, ubi diameter uisualis & punctum distans a puncto contingentiæ per quartam circuli inferius secant circulum, non potest cadere kathetus incidentiæ in quo aliquis locus imaginis occurrat.



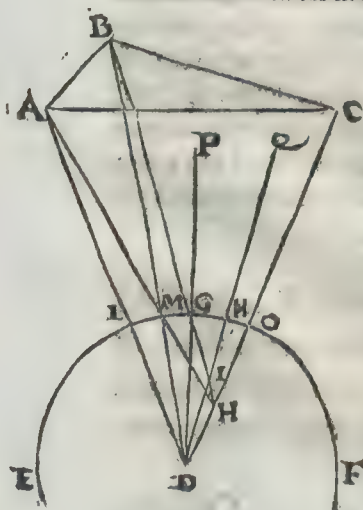
Omnibus alijs dispositis ut in proxima superiori figura, dico qd in arcum  $bz$ , nō potest cadere aliqua diameter in qua sit locus alicuius imaginis, qm̄ em̄ linea contingens quæ est  $agp$ , æquedistat diametro  $bh$ , per 28. primi, tunc patet quod uersus punctum



p, nulla diameter cadens in arcum  $z$  h, concurrat cum linea contingente quæ est  $ap$ , & a quocunq; puncto talium diametrorum ducatur linea ad superficiem speculi conuexam cadit in portionem nō apparentem ipsius speculi, utpote in portionē circuli quæ est  $gz$  c, & nulla ipsarum cadit in portionem circuli  $gd$  c, uisui oppositam, nisi secundo sphaeram speculi, nulla ergo forma puncti alicuius talium diametrorum ueniet ad portionem uisui apparentē uel ad uisum, omnia aut̄ ista quæ in semicirculo  $dgz$ , & in eius arcubus in præmissis theorematibus declarata sunt, in arcubus quoq; semicirculi  $dcz$ , similiter possunt demonstrari ut in arcubus semicirculi  $dgz$ , similibus enim acceptis utrimq; dispositionibus arcuum & similibus factis ptractionibus linearum, eadem in omnibus occurrent passionēs, & idem est demonstrandi modus, & similiter etiam quod nec declaratur in circulo  $c$   $dgz$ , potest in uno quoq; circulo qui sunt communes sectiones superficierum reflexionis & superficiei conuexi speculi sphaerici declarari. Vnde omnes passionēs probatæ secundum quoscunq; punctos circuli  $dgz$  c, in completis circulis accidunt per totam speculi superficiē, sicut si punctus  $g$ , uel aliter punctus signatus moueatur per sphaeræ superficiē & circulum describat, passionēs uero arcuum circuli  $dgz$  c, perueniunt in quædam latera superficiei contenta sub terminis æquedistantiū circuloꝝ per totam sphaeram speculi, sicut si arcus aliquis æquedistans polo motus speculi aliquā superficiem distinguat, ut patet intuitu. Si itaq; linea  $bh$ , moueatur eadem manente angulo  $hbz$ , signabit ipsa motu suo secundum punctum  $z$ , portionem sphaeræ, in cuius diametris nullus erit imaginis locus, & si linea  $bz$ , immota existente moueatur arcus  $oh$ , describetur portio sphaeræ, cuius omnes imagines in diametro  $bo$ , uel alia protracta existentes sunt extra speculum, moto uero arcu  $og$ , fiet portio speculi, cuius diametrorum quædam imagines sunt in superficiei speculi, quædam extra, & quædam intra speculū, uerum uisus non semp̄ comprehendit quæ imagines sunt in superficiei speculi, uel quæ sint extra, nec certificatur in istorum comprehensione, nisi intimi, quia sentit quod sunt ultra portionem sphaeræ apparentem. Sic ergo ex præmissis & theorematibus patet in propositis speculis loca imaginum esse determinata, secundum quod imagines horum speculorum unū tantum uisui offeruntur.

XXXIII.

Ambobus uisibus a duobus punctis reflexionis superficiei speculi sphaerici conuexi forma unius puncti occurrente unicus imaginis est locus, & imago tantum unica uidetur.



Sint centra duorum uisuum  $a$  &  $b$ , & punctus uisus sit  $c$ , sitq;  $d$  centrum circuli magni, qui est secans ambos circulos, qui sunt eadem communes sectiones superficierum ambæ reflexionis & speculi, a cuius punctis sit reflexio, & cuius portio apparens uisui sit  $e$   $f$ , sitq; punctus reflexionis & speculi formæ puncti  $c$ , ad uisum  $a$ , punctus  $g$ , & punctus reflexionis formæ puncti  $c$ , ad uisum  $b$ , sit punctus  $h$ , & ducatur cathetus incidentiæ a puncto  $c$ , ad centrū speculi, qui sit  $e$   $d$ , secans circulū in puncto  $o$ , secetq; linea reflexionis quæ est  $ag$ , & ducatur ipsū cathetū  $c$   $d$ , in puncto  $k$ , & linea  $bh$ , in puncto  $i$ , suntq; primo uisus ambo æqualiter distantes a cetro speculi  $d$ , & a puncto rei uisæ qd̄ est  $c$ , dico qd̄ ambobus uisibus  $a$  &  $b$ , formæ puncti uisui duo sint reflexionum puncta quæ  $g$  &  $h$ , uno tantum imago uidetur, quia unicus est imaginis locus. Ducantur enim lineæ  $ad$  &  $bd$ ,

$bd$ , a centrīs amborum uisuum ad centrū sphaeræ secantes speculum in punctis  $i$  &  $m$ , & palam, quoniam illæ lineæ sunt æquales, oculis enim æqualiter distantibus a centro speculi quod est  $d$ , palam quod linea  $ab$  continuans centra oculorum cum ambabus lineis  $ad$  &  $bd$ , continet angulos æquales argumento 30. tertij huius, ergo per 6. primi, lineæ  $ad$  &  $bd$ , sunt æquales: si ergo situs puncti  $c$  respectu utriusq; uisus  $a$  &  $b$  sit idem, ita ut linea  $a$  sit æqualis lineæ  $b$  c, tunc patet per 8. primi, quod utraq; diametrorum uisualium scilicet  $ad$  &  $bd$ , cum katheto  $cd$  continet angulos æquales, ergo per 25. tertij, arcus speculi  $io$  &  $mo$  sunt æquales, quia enim  $ad$  &  $bd$ , diametri uisuales secant ex circulis communibus superficibus speculi & reflexionis arcus, & continet angulos æquales cum katheto  $cd$  in centro  $d$ , palā per 25. tertij, quia illi arcus lineas  $cd$  &  $bd$  ex una parte, & ex alia lineas  $cd$  &  $ad$ , interiacentes duo puncta reflexionis quæ sunt  $h$  &  $g$ , & punctum  $o$ , sunt æquales per 25. tertij, quoniam perpendiculares ductæ a centro ad puncta reflexionum, quæ sunt  $d$   $g$   $p$  &  $d$   $h$   $q$ , cum linea  $cd$  continent angulos æquales, & quia arcus  $ho$  &  $go$  sunt æquales, & semidiametri  $dh$  &  $d$   $g$  æquales, erunt etiam lineæ reflexionum quæ sunt  $hb$  &  $ga$  æquales, per 4. primi, quoniam ad uisus æqualiter distantes a centro speculi secundum æquales angulos sunt incidentes, eruntq; similiter lineæ  $ge$  &  $he$  æquales, linea uero  $bh$ , &  $a$   $g$  necessario se secant, quoniam cum anguli sunt minores duobus rectis, palam per 14. primi huius, quia lineæ  $bh$  &  $a$   $g$ , in aliquo puncto necesse habent concurrere, & quia anguli reflexionis ad ambos uisus propter æqualem distantiam amborum uisuum a puncto rei uisæ, & a centro speculi sunt æquales, erunt & anguli  $c$   $ga$  &  $ch$   $b$  inter se æquales, palam ergo per 13. & 32. primi, quia trigonū  $gch$  est æquiangulum trigono  $hci$ , & linea  $ch$  est æqualis ipsi lineæ  $eg$ , erit ergo per 4. sexti, linea  $hi$  æqualis lineæ  $gk$ , & linea  $ck$  æqualis ipsi lineæ  $ci$ , puncta ergo  $k$  &  $i$  sunt punctus unus, super idem ergo punctū katheti  $cd$ , erit sectio ambarum linearū reflexionis, quæ sunt  $a$   $g$  &  $b$   $h$ , cum katheto incidentiæ qui est  $cd$ , & in hoc puncto utriq; uisui apparebit imago, uidebitur ergo una sola imago, quia unus et idem imaginis locus erit, quia uisus non æqualiter distat a speculo uel a re uisā, ad huc tamen unica uidebitur imago, licet enim imago puncti uisui cadat in diuersis punctis perpendicularis, hoc tamen est imperceptibile, imago ergo cuiuscunq; puncti a quocunq; uideatur oculo, semper seruat identitatem partis, & ob hoc apparet unitas imaginis. Remotio enim puncti uisui ab uno uisui modico, est maior q̄ ab alio, & ob hoc loca imaginum sunt imperceptibiliter remotiora, & ob hoc apparent similiter, qm̄ ex illis sit una imago compacta, quia loca imaginis nō taliter a se distant, licet ptialiter aliquatū distent, patet ergo, ppositū. Potest tamen quidam & hoc accidere, ut si forma reflexa ualde obliquæ incidat alteri uisui, qd̄ ppter obliquitatem una forma uideatur duæ, ut cum in una superficiei reflexionis sunt centra ambæ uisuum, tunc enim præmissi anguli in cetro speculi sunt inæquales, & accidit uideri duas formas, sicut & nos in simplici modo uidēdi diximus in quarto libro huius capitulis de uisione numerali, sed hoc evenit ut raro, & nos de hoc aliqd̄ diximus in 7. quinti huius.

XXXV.

In speculo sphaerico conuexo est ordinatio punctorum imaginū in ambobus uisibus, sicut ordinatio punctorum rei uisæ.

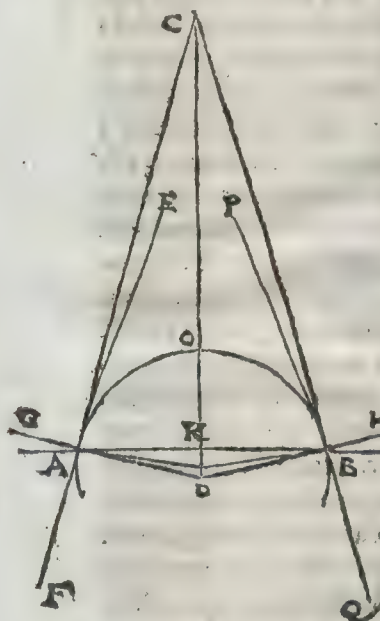
Ducantur a terminis lineæ quæ est in re uisā duo katheti ad centrū speculi, palā ergo quod tunc erit triangulus in quo continebuntur omnes imagines omnium punctoꝝ illius lineæ & si in illa linea sit punctus non eiusdem situs respectu amborum imaginū puncti remotioris ab illo erit in diametro remotiori ab eius diametro, & p̄p̄iniori in p̄p̄iniori, qm̄ semper imago cuiuslibet rei uisæ uidebitur in cōkursu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ ducto ab illo puncto ad centrū speculi, ut patet per 11. huius. Si ergo obseruabitur situs p̄ artū in imaginibus sicut fuerit situs in punctis uisus. Sumpta uero linea in qua est punctum eiusdem situs, quodlibet punctum illius lineæ eiusdem erit situs respectu oculorum. Si aut̄ sumas lineam quæ angulū quā continent duæ lineæ a cetrīs oculorum ad punctū uisum, ductæ diuidit per æqualia, situs cuiuslibet puncti illius lineæ quæ tunc erit situs cōsimilis utriq; uisui sicut unū, patet ergo ppositū.

Q 3

In qbus



Sit communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphaerici convexi circulus a b, cuius centrum sit d, & sit punctum c, punctum rei uisae, ducaturq; linea c d, a puncto uisae in centrum d, secans speculi periferiā in puncto o, sitq; arcus a o, æqualis arcui o b, & ducantur lineæ c a & c b, quæ per s. tertij, & ex hypothesi erunt æquales, & a puncto ducatur linea f a e, contingens circulū per i. 6. tertij, & a puncto b, linea p b q, & ducatur linea a b, patet ergo per 5. primi huius, qm̄ anguli c a b & c b a, sunt æquales, sed & anguli a o b & o b a linea curua & recta contenti sunt æquales per 43. primi huius. Sed & apud



XXXVII.

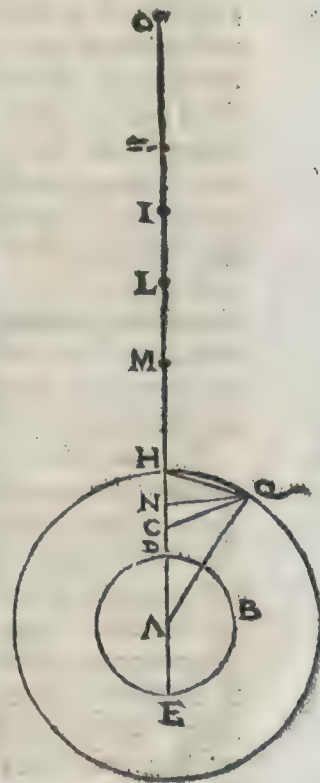
perficie, quàm ipsius rei extra.

Eſto circulus, qui eſt cõis ſectio ſuperficiẽ reflexionis & ſpeculi ſphærici cõvexi h  
k, cuius centrum z, & lĩnea uĩſa oblique incidens ſpeculo ſit e f, ſitq; centrum uĩſus b, &  
reflectatur punctus e, à puncto ſpeculi h ad uĩſum b & f, à puncto q, ducanturq; lĩne e  
h, h b, f q, q b, & ducant perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ ſpeculi katheti e z, f z, per  
72. primi huius. ſecetq; lĩnea e z circulum ſpeculi in puncto r, & f z in puncto k, & b h  
producta intra ſpeculum ſecet e z in puncto a, & b q ſecet f z in puncto g, & produca

156  
**LIBER SEXTVS.**  
 In linea a g, quæ per 11. huius, erit imago lineæ e f, ducaturq; à puncto h linea circum-  
 lum contingens per 16. tertij, quæ sit h t, & hæc producta secet lineam e z in puncto t,  
 eritq; punctus t finis contingentia lineæ h t, secetq; linea t h producta ultra h, lineam  
 b g in puncto l, & à puncto t ducatur perpendicularis super lineam e z per 11. primi,  
 quæ producta secet e h lineam in puncto d, & sit d t, quia itaq; angulus b h l est æqualis  
 angulo e h t per 20. quinti huius. Sed & angulus t h a æqualis est angulo b h l, per 15.  
 primi, ergo angulus e h t est æqualis angulo t h a, ergo per tertiam sexti erit proportio  
 lineæ e h ad h a, sicut lineæ e t ad lineam t h. Sed linea e h est maior q̃ linea h a, ergo &  
 linea e t est maior, quàm t a. Quod autem linea e h sit maior quàm linea h a, patet: cum  
 enim angulus e t d sit rectus, erit angulus e t h maior recto: est ergo per 13. primi angulus  
 e t h maior angulo a t h. Sed angulus e t h maior est angulo e h t, p. 13. primi. Item  
 angulus e t h maior angulo a t h. Sed & angulus e h t est æqualis angulo a h t, ut patet  
 ex præmissis, quia itaq; anguli trigoni e t h, omnes simul sumpti sunt æquales angulis  
 trigoni a t h, oibus simul sumptis per 22. primi. Relinquit ergo angulus t a h trigoni t h a  
 maior angulo t e h trigoni h e t. In trigono itaq; a e h, angulus e a h maior est angulo a  
 e h, ergo in trigono e a h, latus e h maius est latere h a, per 18. primi: maior est ergo li-  
 nea e t, quàm linea t a, multo magis ergo linea e r est maior quàm linea r a. Sed linea r a  
 est distantia imaginis puncti a, à superficie sphaeræ speculi intra speculum, & linea e r  
 est distantia puncti uisi, qui est e, à superficie speculi extra speculum, & si à puncto q du-  
 catur linea contingens circumlum, quæ producta ad kathetum f z, secet ipsum in pun-  
 cto m, & à puncto m ducatur perpendicularis super f z, quæ producta ad f q sit m n, pa-  
 tebit similiter, quoniam linea f k est maior quàm linea k g, hoc est ergo propositum. Quæ-  
 niam si à medijs punctis lineæ e f, ducantur lineæ sicut ab extremis, patebit idem in o-  
 mnibus imaginibus ipsorum, quæ per 11. huius cadunt omnes in lineam a g, patet ergo  
 hoc quod proponebatur.

XXXVIII.

Sit a centrum speculi sphaerici convexi, & circulus qui est com-  
 munis sectio superficiei reflexionis & superficiei speculi sit e d b, &  
 sit e d diameter illius circuli, & ducatur diameter e d ultra d, usq; ad  
 z, taliter, ut illud quod sit ex ductu e z in z d, sit æquale quadrato a  
 d, semidiametro per 127. primi huius, ac si e d & a d sint duæ lineæ  
 datae. Dividaturq; linea z d per æqualia in puncto h, per 10. pri-  
 mi, erit igitur a h medietas lineæ e z, ergo per 1. sexti, istud quod  
 sit ex ductu a h in d z, est æquale medietati quadrati lineæ a d. Er-  
 go per eandem primam sexti illud quod sit ex ductu a h in h d, æ-  
 quale est quartæ parti quadrati a d, & quia illud quod sit ex ductu  
 a h in h d, maius est quadrati h d, per 3. secundi. Sit illud quod sit  
 ex ductu a h in h t, æquale quadrato h d, erit ergo h t minor quam  
 h d, fiat ergo circulus secundum quantitatem lineæ a h, quæ neces-  
 sario aequedistabit circulo priori, quoniam ipsorum est idem cen-  
 trum punctum a, & ipsorum semidiametri sunt inæquales, & à pun-  
 cto h ducatur corda æqualis medietati lineæ h d, per primam quar-  
 ti, quæ sit h q, & producantur lineæ q a, q t, & super punctum q li-  
 neæ h q, fiat angulus æqualis angulo q a h per vicissimam tertiam  
 primi, qui sit h q n, ducta linea q n super lineam a h, & quoniam  
 trianguli h q a, angulus q a h æqualis est angulo h q n, trigo-  
 ni h q n, & angulus a h q utriusq; communis, erūt tertius tertio æqua-  
 lis.





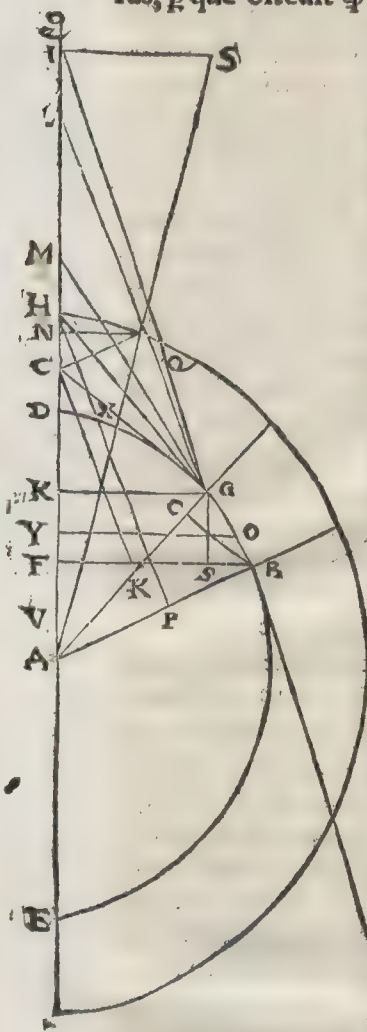
his per 3. primi, s. angulus a q h, angulus h n q, ergo per 6. tertij, erit pportio h a ad q h, sicut q h ad h n, ergo per 16. sexti, illud qd fit ex ductura h, in h n, æquale erit quadrato h q, sed quadratū h q est 4. pars quadrati h d, p 4. secūdi, est em h q medietas lineæ h d, ductus ergo a h in h n, est æqualis 4. parti quadrati d h, ergo & 4. ductus a h in h t, est ergo lineæ h n, æqualis 4. parti lineæ h t, per 1. sexti, cadit ergo punctū n, inter pūcta h & t, remanetq; lineæ t n, tres quartæ lineæ h t, restat ergo ut ductus h t in t n, sit tres quartæ quadrati h t, per 2. secūdi. Sed & per 1. sexti, erit ductus lineæ a h in t n, tres quartæ quadrati h d, qm aut angulus a q h, est acutus p 4.2. primi huius, & ipse est æqualis angulo q h a per 5. primi, qm latera a h & a q, sunt æqualia, patet ergo, quia angulus q h a, est æqualis angulo h n q, in minori triangulo, ergo per 6. primi, latus n q, est æquale lateri h q, & angulus h n q est acutus, ergo p 13. primi, angulus q n t est obtusus, ergo quadratum lineæ t q, amplius est quadrato lineæ q n, & quadrato lineæ t n, in illo qd fit ex ductu t n in n h, p 12. secūdi. Si em i puncto q, ducat perpendicularis sup h n, palam per 3.1. primi huius, cū latera q h & q n, sint æqualia qd ipsa cadet in medio pūcto lineæ h n, ex primo tertio secūdi ductus n t, in h n, æquipollet illi qd fit ex ductu t n, in medietate h n bis. Sed ductus t n in n h, cū quadrato n t, æqualis est ductui h t in t n, per 3. secūdi, igitur ductus h t in t n, est excessus quadrati lineæ t q, sup quadratū lineæ n q, ergo & sup quadratum h q, cū h q, sit æqualis ipsi n q, si uero quadratū t q, est maius quadrato h q, & lineæ t q, erit maior lineæ h q, sit ergo per 3. primi huius, pportio a i ad a h, sicut t q ad q h, quia ergo lineæ q t, est maior q; lineæ q h, erit lineæ a i, maior q; lineæ a h, erit quoq; per 18. sexti, pportio quadrati lineæ a i, ad quadratū lineæ h q, qm sicut simpli ad simpli, sic dupli ad dupli, proportio uero quadratorū dupla est, pportioni laterū ex 18. sexti, erit ergo per 17. quinti, excessus quadrati a i, super quadratū a h, ad quadratū a h, sicut ductus h t in t n, ad quadratū h q, & qm ex 4. secūdi, & ex pmissis quadratū lineæ q h, quater sumptum, efficit quadratū lineæ h d, & ductus h t in n t, quater sumptus efficit triplum quadrati h t, ideo qd ductus h t in t n, est tres quartæ quadrati h t, ut pmissum est, quater uero tria sunt 12, in quibus tria integra continent, erit ergo per 15. quinti, ductus h t in t n, ad quadratū q h, sicut tripli quadrati h t, ad quadratū h d, Sit aut h o, lineæ tripla ad lineam h t, erit ergo per primā sexti ductus o h in t h, triplus quadrati h t, sed qm ductus a h in h t, est æqualis quadrato h d, erit per 16. sexti, pportio h a ad h d, sicut h d ad h t, erit ergo h t ad h a, sicut quadrati h t, ad quadratū h d, ex corollario 17. sexti. Verū pportio lineæ o h, ad lineam h a, est sicut ductus o h in h t, ad ductū a h in h t, ex prima sexti, & ita per 11. quinti, est pportio lineæ o h, ad lineam h a, sicut tripli quadrati h t, ad quadratum h d, sed hoc erat, pportio excessus quadrati lineæ a i, super quadratum lineæ a h, ad quadratū a h, est ergo coniunctim per 18. quinti, pportio lineæ o a, ad lineam h a, sicut quadrati lineæ a i, ad quadratū a h, excessus em quadrati a i, super quadratū a h, cū quadrato h a, efficit quadratū a i, igitur ex 17. sexti, erit lineæ i a, medio loco pportionalis inter lineas o a & h a, est, n. ut in corollario 17. sexti, pponit, triū lineæ continue pportionalium, proportio primæ ad tertiā, sicut quadrati constitutæ super primā ad quadratum constitutum super secundam, igitur pportio lineæ o a ad i a, est sicut lineæ i a ad h a, erit ergo per 19. noni, eadem pportio residui ad residuum, s. o i ad i h, cū itaq; i a, sit maior q; a h, erit o i, maior q; i h, ergo lineæ i h, est minor medietate lineæ o h.

Item ut prius ostensum est ductus lineæ a h, in lineam h d, est æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d, sed lineæ a d, est minor quā a h, ductus ergo a d in h d, est minor quarta parti quadrati lineæ a d, lineæ ergo h d est minor quarta parti lineæ a d, quoniam si esset lineæ h d æqualis quartæ parti lineæ a d, tunc per 1. sexti ductus a d in h d esset æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d, cum ambo sint altitudinis lineæ a d, est ergo lineæ h d minor quintæ parti lineæ a h, cū itaq; lineæ a h sit maior q; quintupla lineæ h d, ductus uero lineæ a h in lineā h t, sit æqualis quadrato lineæ h d, ut patet ex pmissis, erit per 16. sexti, lineæ h d maior q; quintupla lineæ h t, quoniam quæ est proportio lineæ a h ad lineā h d, eadē est proportio h d ad h t, est ergo h t minor quinta parte lineæ h d, & h d est minor quinta parte lineæ a h, ergo h t est minor 25. parte lineæ a h: est aut

ex pmissis, pportio lineæ o i ad i h, sicut lineæ i a ad h a, ergo per 18. quinti erit cōiunctim pportio lineæ o h ad i h, sicut lineæ i a cū lineā a h, ad lineā a h, ergo per 15. quinti, erit proportio tertiæ partis primæ lineæ ad secundam, sicut tertiæ partis ipsius tertiæ lineæ ad quartā; quia uero lineæ h o assumpta tripla lineæ h t, patet q; lineæ h t est tertia pars lineæ o h, est ergo proportio lineæ h t ad i h, sicut tertiæ partis lineæ i a cum tertiā parte lineæ a h ad lineā a h. Est igitur pportio lineæ h t ad i a, sicut duæ tertiæ lineæ a h cū una tertiā lineæ i h ad lineā a h, quia enim lineæ a h bis accipitur, semel per seipsam & semel in lineā i h, ergo & eius tertiā bis accipitur; lineæ uero i h accipitur semel in lineā a h, unde & eius tertiā est tantū semel accipiēda, quia uero lineæ o i est maior quā lineā i h, ut supra patuit, & lineā i h est minor medietate lineæ o h, ergo tertia pars lineæ i h erit minor sexta parte lineæ o h per 15. sexti. Sed cū lineæ h t sit tertia pars lineæ o h, ergo medietas lineæ h t est æqualis sextæ parti lineæ o h, est ergo tertia pars lineæ i h minor medietate lineæ h t, ergo duæ tertiæ lineæ a h cū minore parte lineæ q; sit medietas lineæ h t, habuit pportionem ad lineam a h, illā quam habet lineā h t, ad lineā i h, ergo contrario per 5. primi huius, erit proportio lineæ i h, ad lineā h t, sicut lineā a h, ad duā sui tertiā, cum lineā minore medietate lineæ h t, est aut lineā h t, ut patet per pmissa minor 25. parte lineæ a h, & eius medietas minor est medietate 25. partis lineæ a h Sed lineā a h in 25. partes diuisa, duæ eius tertiæ cū medietate 25. partis nō efficiunt 18. partes ipsius, qm duæ tertiæ de 24. sunt 16, & remanet unū, cuius duæ tertiæ cū illo qd est minus dimidio, fortē est plus q; unū integrum, minus autē q; duo integra. Igitur pportio lineæ i h ad lineā h t, est maior q; 25. ad 18. per 8. quinti. Item cū lineā h t sit minor 25. parte lineæ a h, erit lineā a t, maior 24. partibus illarū partiū, quæ lineā a h, est 25. Sed lineā i h, est minor medietate lineæ o h, est aut o h, tripla ipsi h t, ergo lineā o h, est minor una & dimidia partiū ex partibus, quæ a h, est 25. ergo multo magis lineā i h, est minor una parte & dimidia illarū 25. partium lineæ a h: est ergo pportio lineæ a i, ad lineā a t, sicut lineæ minoris q; 26. partes & dimidia ad lineam maiore q; 24. partes partium earundem. Est ergo proportio lineæ a i ad lineam a t minor proportionē 26. & dimidij ad 24. per 8. quinti. Proportio uero lineæ i h ad lineā h t, est maior q; 24. partiū ad 18. quoniam ex pmissis ipsa est maior q; 25. partiū ad 18. Igitur pportio lineæ i h ad lineā h t, est maior q; pportio lineæ i a ad lineam a t, qm minor est, pportio 26. & dimidij ad 24. q; 24 ad 18. quæ est sesquitercia. Fit quoq; per 3. primi huius, pportio lineæ i m ad lineam t, sicut lineæ i a ad a t. Est ergo maior pportio lineæ i h ad h t, q; i m ad m t, cadit ergo pūctus m inter puncta i & h, per 9. primi huius, lineæ ergo m t est maior q; h m. ergo p 8. quinti, maior est pportio i m ad h m, q; ad m t, ergo maior i m ad m h, q; lineæ i a ad a t, ergo maior pportio i m ad m h, q; i a ad a h, qm per 8. quinti maior est pportio i a ad a t, q; ad a h, cū a t sit minor quā a h. Sit ergo per 3. primi huius, pportio lineæ i l ad l h, sicut lineæ i a ad a h, cadet ergo ut prius pūctus l inter duo puncta m & i, quod potest ostendi sicut prius. Et his sic pmissis innouabimus figurā. Fiat itaq; omni moda dispositio ut in pmissa figuratione, & in demonstratione ulterius pcedat. A pūctis itaq; l & m ducantur duæ lineæ cōtingentes circulū d b e, p 16. tertij, quæ sint l b & m g, & copulentur lineæ i h, h b, i g, t g, a b, a g, & educatur lineæ a b, a g, ad circulū exteriorē quolibet in punctū z, quia itaq; ex pmissis est pportio lineæ i l ad lineā l h, sicut katheti i a ad sui partē a h, patet per 12. huius, qm punctus h est locus imaginis formæ puncti i, reflexæ à puncto speculī, quod est b, quia danti oppositum accidit contrarium proportionis prædemonstratæ lineæ i a ad lineam a h, erit enim tunc proportio lineæ i a, ad lineam ductam ad locum imaginis à puncto a, sicut lineæ i l ad lineam ductam à pūcto l ad locū imaginis, & quia ut præostensum est, pportio lineæ i l ad lineā h l, est sicut lineæ i a ad h a: erit ergo punctus h locus imaginis, erit quoq; angulus i h z contentus sub lineā incidentiā i b, & super perpendiculari a b z, ducta à centro speculī ad punctum reflexionis æqualis angulo h b a, quem continet lineā reflexionis cum eadem perpendiculari a b z, quoniam ut patet per 9. huius, illa lineā reflexionis concurrat cum katheto incidentiā, quæ est a i; uterq; enim illorū angulorum est æqualis cuiusdam



dam angulo reflexionis, qui exempli causa sit  $zbx$ , ita ut centrū uisus sit in puncto  $x$ , uel in aliquo puncto illius lineæ: angulo itaq;  $zbx$  æquat angulus  $ibz$ , p. 20. quinti huius, p. quē ostendit q; angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, & angulus  $ibz$



aquatur angulo  $x b z$ , per 15. primi. Et similiter cū punctus  $h$  sit lo-  
 cus imaginis, & linea  $l b$  sit cōtingens circulū in puncto  $b$ , erunt an-  
 guli  $l b z$  &  $a b l$  recti, per 17. tertij. Sed angulus  $i b z$  est æqualis an-  
 gulo  $h b a$ , relinquitur ergo angulus  $i b l$  æqualis angulo  $l b h$ . Simi-  
 liter quocūq; erit angulus  $i g z$  æqualis angulo  $t g a$ , & cū linea  $m g$   
 sit cōtingens circulū in puncto  $g$ , & perpendicularis super diame-  
 trum  $a g$ , erit secundum præmissā angulus  $i g m$  æqualis angulo  
 $m g t$ . est enim secundū præmissā punctus  $t$  locus imaginis formæ  
 puncti  $i$  reflexæ à puncto speculi quod est  $g$ . Item ducatur à  
 puncto  $h$  ad lineam  $a b$ , per 31. primi, linea æquedistans lineæ  $i b$ ,  
 quæ sit  $h p$ , & à puncto  $c$  ducatur super lineam  $a g$  æquedistans li-  
 nę  $i g$ , quæ sit  $t k$ , erit ergo p 29. primi, angulus  $i b z$  æqualis an-  
 gulo  $h p b$ . Sed angulus  $i b z$  ex præmissis est æqualis angulo  $h b a$ .  
 Duo ergo anguli  $h b a$  &  $h p b$  sunt æquales; ergo per 6. primi duo  
 latera  $h b$  &  $h p$  sunt æqualia; & similiter sequitur, quod duo late-  
 ra  $t g$  &  $t r$ , sunt æqualia; quia itaq; in trigono  $h p b$ , duo anguli  $h$   
 $p b$  &  $h b p$  sunt æquales, patet p tricesimā secundā primi, quon-  
 iam uterq; ipforum est acutus, angulus ergo  $h p a$  est obtusus, ergo  
 per decimā nonā primi, in trigono  $h a p$ , latus  $a h$  est maius la-  
 tere  $h p$ . ergo & linea  $a h$  est maior quā linea  $h b$ , & similiter erit  
 linea  $a t$  maior quā linea  $t g$ . Amplius quoniam linea  $h p$  est æ-  
 quedistans lineæ  $i b$ , erit per uicesimā nonā primi, & per quar-  
 tam sexti, proportio lineæ  $a i$  ad lineam  $a h$ , sicut lineæ  $a b$  ad line-  
 am  $a p$ ; & similiter cum linea  $t r$  sit æquedistans lineæ  $i g$ ; erit p  
 portio lineæ  $a i$  ad lineam  $a t$ , sicut lineæ  $a g$  ad lineam  $a r$ ; ergo e-  
 rit econtrario per quintā primi huius, proportio lineæ  $a h$  ad line-  
 am  $a i$ , sicut lineæ  $a p$  ad lineam  $a b$ . Sed linea  $a g$  est æqualis li-  
 nę  $a b$ , per diffinitionē circuli; ergo per septimā quinti, eadē  
 est proportio linearum  $a g$  &  $a b$  ad lineam  $a r$ ; est ergo pro-  
 portio lineæ  $a i$  ad lineam  $a t$ , sicut  $a b$  ad  $a r$ . Ablatis ergo hinc  
 inde eisdem medijs, quæ sunt  $a i$  &  $a b$ , erit per uicesimā secundā

dam quinti, proportio lineæ a h ad lineam a t, sicut lineæ a p ad lineam a r. Verum cum angulus h p a sit obtusus, palam per duodecimam secundæ, quia quadratum lineæ a h excedet ambo quadrata linearum h p & a p, in eo quod fit bis ex ductu lineæ a p in lineam ductam à puncto p usq; ad locum perpendicularis ductæ à puncto h super lineam a p. Sed perpendicularis ducta à puncto h, super lineam a p productam, necessario cadet in medio lineæ p h, per tricesimam primam primæ huius, quoniam lineæ h b & h p sunt æquales; ergo per primam secundæ, quadratum lineæ a h, excedit ambo quadrata linearum h p & a p, in eo quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b. Sed per primam secundæ, illud quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p, est æqualis ei quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b, & quadrato lineæ a p. Quadratum ergo lineæ a h excedit quadratum lineæ h p, in eo quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p. Eodem quoq; modo demonstrandum, quod quadratum lineæ a t, excedit quadratum lineæ t r, in eo quod fit ex ductu unius linearum a g uel a b in a r, cum linea a g sit æqualis ipsi a b: ducatur ergo linea a b in ambas lineas a p & a r, & prouenient duo præmissi excessus, quorum alterius ad alterum proportio per primam sextæ, est sicut lineæ a p ad lineam a r, cum ipsorum sit eadem altitudo, quæ est lineæ a b, est autem ex præmissis proportio lineæ a p ad lineam a r, sicut lineæ a h ad lineam a t; erit ergo proportio excessus quadrati a h ad quadratum h p, ad excessum quadrati a t super quadratum t r, sicut lineæ a h ad lineam a t.

158  
LIBER SEXTVS.  
lineam a t: & cum h p sit æqualis ipsi h b, & t r sit æqualis ipsi t g, erit proportio excessus quadrati a h super quadratum h b, ad excessum quadrati a t, super quadratum t g, sicut lineæ a h, ad lineam a t, quia uero per 25. tertij, illud quod fit ex ductu lineæ e h, in h d, est æquale quadrato lineæ contingentis ductæ à puncto h, ad circulum d b e, g per 60. primi huius, & per 8. erit minor quam lineæ h b, illud quod fit ex ductu lineæ e h, in lineam h d, est minus quadrato lineæ h b, patet ergo quod illud qd fit ex ductu a h, in b d, minus est quadrato h b, fiat ergo per 127. primi huius, ut illud quod fit ex ductu a h in h u, minorem lineæ h d, æquale sit quadrato lineæ h b, & quoniam lineæ a h est maior qm lineæ h b, erit quoq; a h maior quam h u, abscindatur ergo h n à lineæ a h, per tertiā primi in puncto u, patet itaq; per 2. secundi, quia quadratum lineæ a h, est æquale ei quod fit ex ductu lineæ a h, in h u, & in a u, illud quod fit ex ductu a h in a u, est excessus quadrati a h super quadratum h b. Est ergo proportio lineæ a h, ad lineam a t, sicut eius quod fit ex ductu a h in a u, ad excessum quadrati a t, super quadratū t g. Si itaq; duæ lineæ a h & a t, ducantur in lineam a u, erit per 1. sexti proportio eius quod fit ex ductu a h in a u, ad illud quod fit ex ductu a t in a u, sicut lineæ a h ad lineam a t, ergo per nonam quinti, illud quod fit ex ductu lineæ a t in a u, est æquale excessui quadrati a t super quadratum t g. Sed per secundam secundi, quadratum lineæ a t est æquale ei quod fit ex ductu a t in a u, & a t in t n, est ergo illud quod fit ex ductu a t in t n æquale quadrato t g, palam ergo quoniam ductus lineæ a h in h u, est æqualis quadrato h b, & ductus a t in t u, est æqualis quadrato t g. Item arcus b g diuidatur per æqualia in puncto o, per uicesimam nonam tertij, ducaturq; lineæ a o, & à puncto b & o & g ducantur tres perpendiculares super lineam a h per duodecimam primi, scilicet b f, o y, g k, & à puncto g ducatur lineæ æquedistans lineæ a h, per tricesimam primam primi, quæ sit g s, & à puncto b ducatur perpendicularis super lineam a g, quæ sit b t, & hic quidem b c si producatetur ad periferiam circuli, diuideret ipsam lineam a g in duo æqualia per tertiam tertij, & similiter diuideret arcū cuius corda esset producta b c per æqualia in puncto g, & ita secaretur alius arcus æqualis arcui b g, quoniam in illum arcum caderet angulus c b g & ita angulus c b est medietas anguli qui super centrum a caderet in illum arcum, per decimam nonam tertij. Sed ille angulus per uicesimam sextam tertij est æqualis angulo g a b, quoniam cadunt in arcus æquales super centrum a, igitur angulus c b g est medietas anguli g a u. est ergo per uicesimam sextā tertij, angulus c b g æqualis angulo o a g. Duo autem anguli b s g & b c g sunt recti, ergo per tricesimam tertij, si imaginetur circulus, cuius diameter sit b g, transiens per punctum s, ille necessario transibit per punctum c, & fiet arcus c s, in quem cadent duo anguli c b s & c g s, ergo hi duo anguli per uicesimam sextam tertij sunt æquales. Sed angulus g a y æqualis est angulo c g s, per uicesimam nonam primi, quoniam lineæ g s & a y æquedistant: est ergo angulus g a y æqualis angulo c b s, ut autem prius ostensum est, angulus e b g est æqualis angulo o a g ergo totalis angulus o a y æqualis totali angulo g b s, sed anguli a y o & g s b sunt recti, est ergo trigonum b a o æquiangulum trigono g b s, ergo per quartam sexti, est proportio lineæ g b ad lineam b s, sicut lineæ o a ad lineam a y, & proportio g b ad g s, sicut a o ad o y. Item quia angulus a h b est acutus per quadragesimam secundam primi huius, palam per decimam tertiam secundi, quia quadratum lineæ a b minus est ambo bus quadratis linearum a h & h b, in eo quod fit ex ductu lineæ a h in lineam h f bis, igitur quadratum lineæ a h cum quadrato lineæ h b, maius est quadrato lineæ a b, uel quadrato eius æqualis, quæ est a d, in eo quod fit ex ductu lineæ a h in lineam h f bis. Sed illud quod fit ex ductu a h in h f bis, est per primam secundā æquale ei quod fit ex ductu a h, in h d bis, & ex ductu a h in d f bis: illud autem quod fit ex ductu a h in h d bis, cum quadrato lineæ a d, est æquale quadrato lineæ a h cum quadrato lineæ h d, per septimam secundi: quadratum ergo lineæ a d, cum eo quod fit ex ductu a h in h d bis, quia est commune utrobique, auferatur: remanet ergo quadratum lineæ d h, quod cum eo quod fit ex ductu lineæ a h in f d bis, æquale quadrato lineæ h p. Sed ex præmissis patet, quod illud quod fit ex ductu a h in h t, est æquale quadrato h d, & illud quod ex ductu a b in h u, est æquale



æquale quadrato h b; erit ergo ductus a h in h æqualis ductui a h in h t semel & bis in  
 d f, ablato ergo ductu a h in h t, qui communis ponitur utrobique, relinquitur ut illud quod  
 fit ex ductu a h in t b semel, sit æquale ei quod fit ex ductu a h in d f bis, ergo per 1. sexti  
 erit linea t u duplicata linea d f. Item cum angulus a t g sit acutus, erit secundum prædictum  
 modum quadratum lineæ a t cum quadrato lineæ t g æquale quadrato lineæ a d, & ei quod  
 fit ex ductu a t in t h bis, & ita ei quod fit ex ductu a t in d t bis & in d k bis. Remanebit  
 ut prius quadratum lineæ t g æquale quadrato lineæ t d, & ei quod fit ex ductu a t in d k  
 bis. Si autem per nonam sexti, ut quæ est proportio a t ad t d, eadem sit ipsius t d ad t o;  
 ergo per 16. sexti, illud quod fit ex ductu a t in t o, est æquale quadrato t d; sed ex præ-  
 missis illud quod fit ex ductu a t in t u, est æquale quadrato t g; ablato ergo utrobique eo  
 quod fit ex ductu a t in t o, restat ut illud quod fit ex ductu a t in t u semel, sit æquale ei quod  
 fit ex ductu a t in d k bis, igitur per primam sexti, linea o u est dupla lineæ d k. Sed iam  
 ostensum est, quod t u est dupla ipsi d f. Restat ut linea o t sit dupla lineæ k f. Item quia  
 ex præmissis illud quod fit ex ductu a h in h t, est æquale quadrato h d, ergo per decimam  
 sextam sexti erit proportio a h ad h d, sicut h d ad h t, est ergo proportio lineæ a h ad h t  
 proportio duplicata lineæ a h ad h d; & similiter per eandem rationem proportio a t ad  
 t o est duplicata proportio a t ad t d. Sed maior est proportio a t ad t d, quam a h ad h d,  
 per quartam primi huius, quoniam eiusdem lineæ quæ t h prioribus antecedenti & con-  
 sequenti sit additio, ergo maior est proportio lineæ a t ad lineam t o, quam lineæ a h ad  
 lineam a t, ergo per decimam primi huius, erit permutatim maior proportio lineæ a t  
 ad lineam a h, quam lineæ t o ad lineam h t. Sed a h est maior quam a t, quoniam totum  
 est maius parte, ergo h t est maior quam t o ad h t. Sed t o est dupla ad f k, ut patet supe-  
 rius, ergo h t est magis quam dupla ad f k. Item ut supra demonstratum est, propor-  
 tio b g ad g s, est sicut o a ad o y, ergo permutatim per decimam sextam quinti, erit pro-  
 portio b g ad o a, sicut g s ad o y. Sed o a est æqualis ipsi b a per circuli definitionem, &  
 g s est æqualis ipsi f k per tricesimam quartam primi, erit ergo per septimam quinti pro-  
 portio b g ad b a, sicut f k ad o y. Item quia ut prius quasi in principio patuit, linea  
 i h est minor medietate lineæ o h, & linea o h est tripla lineæ h t; erit ergo linea i h mi-  
 nor quam linea h t, & quam ipsius medietas. Sed linea h t est minor quinta parte lineæ  
 h d, ut prius declaratum est, ergo linea i h est minor quam linea c d; sed linea n d est ma-  
 ior quam c d, ergo i h est multo minor quam n d; est autem m i minor quam i h; ergo m  
 i est multo minor quam n d, & quoniam z h est æqualis ipsi h d, ut præmissum est; patet  
 quod punctum i cadet inter duo puncta h & z, ergo & punctum m cadit inter duo pun-  
 cta h & z. Item illud quod fit ex ductu e z in z d, suppositum est æquale esse quadrato  
 semidiametri a d, igitur illud quod fit ex ductu e m in m d, est minus quadrato a d, est au-  
 tem id quod fit ex ductu e m in m d æquale quadrato lineæ contingentis circumulum, qui  
 m g, per tricesimam quintam tertij, quadratum ergo lineæ m g, est minus quadrato li-  
 neæ a d, ergo linea a d est maior quam linea m g. Igitur linea m g est minor quam li-  
 nea a g, æqualis ipsi lineæ a d, cum sint semidiametri eiusdem circuli. Et quia duo trigo-  
 na a g m & m g k, habent unum angulum a m g communem. Sed & angulus a g m est  
 rectus per decimam septimam tertij, & angulus m k g est rectus per definitionem per-  
 pendicularis, ergo per tricesimam secundam primi, illa trigona sunt æquiangulara, ergo  
 per quartam sexti est proportio lineæ m k ad lineam k g, sicut lineæ m g ad lineam g a  
 sed linea m g est minor quam linea a g, ut iam patuit, ergo linea m k est minor quam li-  
 nea k g. Sed linea k g est minor quam linea o y, per decimam quartam tertij, & linea h  
 d est minor quam linea m k, erit ergo linea h d minor quam linea m k, erit ergo linea h  
 d minor quam linea o y, & quia per præmissa & per decimam sextam sexti est propor-  
 tio lineæ a h ad lineam h d, sicut lineæ h d ad lineam h t. Cum itaque linea h q sit medie-  
 tas lineæ h d, erit per decimam quintam quinti proportio lineæ a h ad lineam h q, si-  
 cut lineæ h d ad medietatem lineæ h t, patuit autem supra quod linea h t est magis  
 quam dupla lineæ k f; & linea h d est minor quam linea o y, est ergo maior proportio  
 medietatis lineæ h t ad lineam h d, quam lineæ f k ad lineam o y, per nonam primi huius.

159

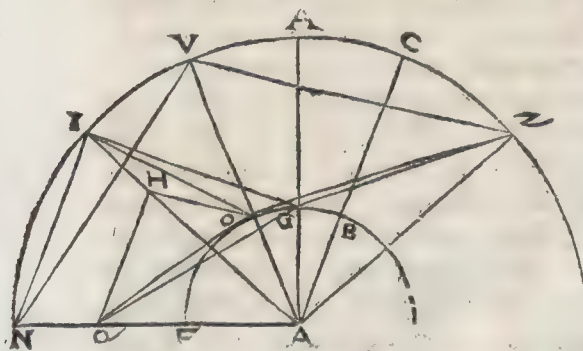
LIBER SEXTVS.

ius, est ergo per undecimam quinti, & per 5. primi huius, proportio q h ad a h, maior  
q f k ad o y. Item linea a q, secat circulū e b d, sit punctus sectionis x, & ducat corda d  
x, quæ ppter æquedistantiā arcuū h q, d x, erit æquedistans cordæ h q, per 43. primi hu-  
ius, & per 28. primi, erit per 29. primi, & per 4. sexti, pportio h q ad a h, sicut d x ad a d,  
sed pportio h q ad h a, est maior q f k ad o y, erit ergo proportio d x ad d a, maior q f k  
ad o y, est aut ex pmissis f k ad o x, sicut g b ad a d, est ergo maior pportio x d ad d a, q b  
g ad g a, sed d a est æqualis ipsi g a, quia semidiameter, ergo per 10. quinti, corda x d est  
maior q b corda b g, ergo per 27. tertij, erit arcus d x, maior arcu b g, pducatur item linea  
a q, extra circum ad punctū s, donec per 3. primi, fiat a s æqualis lineæ a i, & copulen-  
tor lineæ s i, quæ per 7. quinti, & per secundā sexti, erit æquedistans lineæ h q, ergo per  
29. primi, & per 4. sexti erit pportio s i ad h q, sicut i a ad a h, est autē præostensum qd  
est proportio i a ad a h, sicut t q ad q h, ergo per 9. quinti, linea s i est æqualis lineæ t q,  
cum ipsæ ambæ ad lineam q h, eadē sit proportio quæ lineæ i a ad lineam a h. Quia  
vero numerus assumenda lineæ excedit multipliciter numerum literarū latinarū, ne  
forte fiat intricatio in nominibus ipsarū literarū, mutetur figura, & qm linea nouiter as-  
sumpta, quæ est a s, posita est æqualis lineæ a i, fiat circulus super centrū a, secundū ipsa  
rum quantitatē, & loco s, ponatur litera n, sitq; circulus d g b, similis priori circulo qui d  
be, & pducantur lineæ a b & a g, usq; ad circulū exteriorem in puncta c & r, & sint lineæ  
a b c, & a g r, permutenturq; lineæ a i & a s, ita ut linea a d i, sit loco lineæ a x s, & loco li-  
near a d i, sit linea a f n, ponaturq; loco literæ s, litera n, & loco literæ x, ponatur f, eritq;  
ut præostensum est arcus d f, maior arcu g b. Sit ergo arcus b m æqualis arcui d f, quod  
fiet per ultimā sexti, si prius per 23. primi, super a terminū lineæ a b, fiat angulus æqua-  
lis angulo d a f, qui sit b a m, pducatur quoq; linea a m, ad exteriorē periferiam in pun-  
ctum u, & sit a m u, ducant etiā lineæ i b, i g, i m, n m, quæ producantur usq; ad exteriorē  
circulū, & cadit in punctū z, & ducant lineæ z a, z g, cū itaq; arcus b m, sit æqualis arcui  
d f, addito cōmuni arcu d m, erit arcus m f, æqualis arcui d b, ergo per 46. tertij, erit an-  
gulus n a m, æqualis angulo i a b, quia itaq; trigonox n a m, i a b, duo latera unius sunt  
æqualia duobus lateribus alterius, & angulus angulo, ergo per 3. primi, erit linea n m,  
æqualis lineæ i b, & angulus n a, æqualis angulo i b a, remanet ergo per 13. primi, an-  
gulus n m u, æqualis angulo i b c. Et cū in præmissa proxima figureatione linea a h, fue-  
rit posita æqualis ipsi lineæ a q, erit trigonox q a m, & a h b, duo latera a q & a m, æqua-  
lia duobus lateribus a h & a b, & angulus q a m est æqualis angulo h a b, erit ergo p 4.  
primi, linea q m, æqualis lineæ h b, & angulus q m a, æqualis angulo h b a, remanet er-  
go angulus q m n, æqualis angulo h b i, & angulus q m u, æqualis angulo h b c, per 13.  
primi, & quia lineæ a n & a i, sunt æquales per diffinitionē circuli, & linea a q est æqua-  
lis ipsi a h, ex hypothesi. Remanet linea n q, æqualis lineæ i h, quia itaq; angulus n m u,  
est æqualis angulo i b c, & angulus i b c, ut postensum est, æqualis est angulo h b a, angu-  
lo uero h b a, est æqualis angulo q m a, erit angulus n m u, æqualis angulo q m a, patet  
aut quod linea m z, tota est extra circulū, qā cum linea contingens circulū ducta à pun-  
cto b, cadet inter puncta i & h, ut præostendimus, & quia est eadem remotio puncti b, à  
puncto b, quæ puncti m, à puncto q, qm ostensum est, quod linea b h, est æqualis lineæ  
q m, & linea i h, est æqualis lineæ n q, patet qd contingens ducta à puncto m, cadet in-  
ter puncta n & q, igit cū linea q m, cadat sub linea contingente, patet per 15. tertij, qm  
ipsa secat circulū, est ergo tota linea m z, extra circulū, qm linea q m z, posita est esse li-  
nea una recta, propter qd etiā erit per 15. primi, angulus q m a, æqualis angulo u m z,  
sed angulus n m u, ostensus est esse æqualis angulo q m a, erit ergo angulus n m u, æqua-  
lis angulo u m z, ergo per 8. huius, forma puncti n, reflectit à puncto speculi m, ad uisum  
existentem in puncto z, & erit per 11. huius, locus imaginis punctus q. Item quia  
angulus n m u, est æqualis angulo u m z, erunt per suppositionem primi huius lineæ n  
m, z m, æqualiter distātes à diametro a u, ergo per 7. tertij, ipsæ sunt æquales. Ducantur  
itaq; lineæ n u & z u, quæ per 4. primi, erunt æquales cōmuni existente lineæ m u, ambo  
bus trigonis n m u, & z m u, ergo per 27. tertij, arcus n u, est æqualis arcui u z, ergo per

R 3 26.ter



26. tertij, angulus  $n a i$ , est æqualis angulo  $u a z$ . Sed ex præmissis patet quod angulus  $n a i$ , est æqualis angulo  $i a c$ , erit ergo angulus  $i a c$ , æqualis angulo  $u a z$ , angulus uero  $b a g$ , aut erit æqualis angulo  $g a m$ , aut minor aut maior, sit primo æqualis, si igitur ab angulo  $i a b$ , subtrahatur angulus  $b a g$ , & ab angulo  $z a u$ , angulus  $g a m$ , remanebit angulus  $i a g$ , æqualis angulo  $z a g$ , & quia duo latera  $i a$  &  $a g$  sunt æqualia duobus lateribus  $z a$  &  $a g$ , ergo per 4. primi, erit linea  $i g$ , æqualis lineæ  $z g$ , & angulus  $i g a$ , æqualis angulo  $z g a$ , ergo per 13. primi, angulus  $i g r$ , est æqualis angulo  $z g r$ , fiat itaq; sup  $g$  terminū lineæ  $a g$ , angulus æqualis angulo  $i g r$ , per 23. primi, qui sit angulus  $t g a$ .

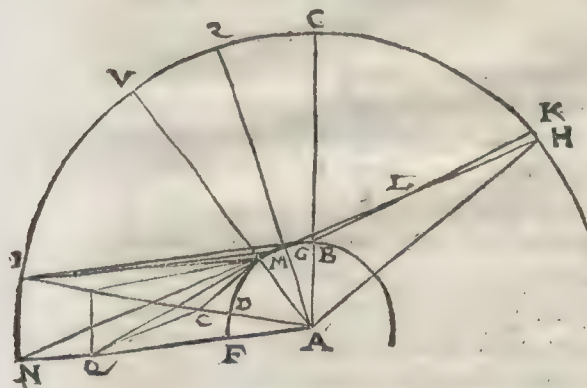


ducta linea  $g t$ , super lineā  $i a$ , erit ergo angulus  $t g a$ , æqualis angulo  $z g r$ . Si igitur linea  $t g$ , producat ad periferiam circuli, palam per 15. primi, quoniam ipsa perveniet ad punctum  $z$ , linea  $e m$   $z g$  &  $t g$ , coniunctæ in puncto  $g$ , sunt linea una per 14. primi, est ergo  $t g z$  linea una recta, forma ergo puncti  $i$ , reflectit ad puncto speculi  $g$ , ad uisum existentem in puncto  $z$ , & locus imaginis eius est punctum  $t$ , palam itaq; quoniam ad uisum existentem in puncto  $z$ , reflectuntur formæ duorum punctorum  $n$  &  $z$ , a duobus punctis speculi sphaerici convexi quæ sunt  $m$  &  $g$ , & loca imaginum sunt puncta  $t$  &  $q$ , igitur per 11. huius, linea  $t q$ , erit imago totius lineæ  $m$ ; probatum est autem supra, quod linea  $t q$  est æqualis lineæ  $y i$ , palam ergo, quoniam accidit in his speculis imaginem esse æqualem rei uisæ, quod est unum propositum. Quod si angulus  $b a g$ , fuerit maior angulo  $g a m$ , abstrahatur  $b a g$  ab angulo  $i a b$ , & angulus  $g a m$ , ab angulo  $z a u$ , æqualis angulo  $i a b$ . Remanebit ergo angulus  $z a g$ , maior angulo  $i a g$ . Sic ergo angulus  $k a g$ , æqualis angulo  $i a g$ , erit quoque angulus  $k a g$ , minor angulo  $z a g$ , per 23. primi, ducta linea a centro ad circumferentiam in punctum  $k$ , & copuletur linea  $k g$ , punctum ergo  $k$ , erit altius puncto  $z$ , & punctum  $m$ , altius puncto  $g$ , linea ergo  $k g$ , secabit lineam  $z m$ . Sit ut fecer ipsam in puncto  $l$ , & producat  $k g$ , super lineam  $i a$ , in punctum  $t$ , fiat quoque deductio ut statim in proxima linea  $t g$ , palam ergo quod uisui existente in puncto  $l$ , reflectetur ad ipsum forma puncti  $n$ , a puncto  $m$ , & locus imaginis  $q$ , & similiter ad ipsum reflectet forma puncti  $i$ , a puncto  $g$ , & locus imaginis erit  $t$ , secundum priorem probationem, erit quoque linea  $t q$ , imago lineæ  $y i$ , quæ est æqualis ipsi, ut supra ostensum est, & sic sequitur idem propositum quod prius. Si uero angulus  $b a g$ , fuerit minor angulo  $g a m$ , erit ut supra angulus  $z a g$ , minor angulo  $i a g$ . Sic ergo angulus  $o a g$ , ducta linea  $a o$ , ad periferiam circuli æqualis angulo  $i a g$ , erit ergo angulus  $o a g$ , maior angulo  $z a g$ , est ergo punctum  $o$  inferius puncto  $z$ , & producat  $o g$ , quæ incidat lineæ  $i a$ , in puncto  $t$ , palam itaq; quod forma puncti reflectitur ad uisum existentem in puncto  $o$ , a puncto speculi  $g$ , linea itaq;  $o g$ , aut secabit lineam  $z m$ , extra circumferentiam speculi, aut non, si sit possibile secet ipsam extra circumferentiam, si in puncto sectionis fuerit uisus, reflectent ad ipsum duæ formæ punctorum  $n$  &  $i$ , a punctis speculi  $m$  &  $g$ , & loca imaginum erunt puncta  $q$  &  $t$ , & tota linea  $q t$ , imago totius lineæ  $y i$ , & erit per præmissa æqualis ei, patet ite hoc quod prius quoniam imago rei uidebitur in hoc situ æqualis ipsi rei. Si forte linea  $o g$ , secet lineam  $z m$ , intra circumferentiam speculi, tunc non potest accedere probatio præmissa, sed extra totalem hanc superficiem est possibile inuenti punctum, in quo posito uisu reflectant ad ipsum formæ duorum punctorum  $n$  &  $i$ , a duobus punctis speculi, & ipsorum imagines erunt puncta  $q$  &  $t$ , quoniam eum ut patet ex prius præostensis, angulus  $n a z$ , est duplus angulo  $n a u$ , æquali angulo  $i a b$ , ut patet ex præmissis, & angulus  $i a o$ , est duplus angulo  $i a g$ , est autem angulus  $i a b$ , maior angulo  $i a g$ , in angulo  $g a b$ , & quia angulus  $g a b$ , est ex hypothese minor angulo  $m a g$ , patet quod angulus  $g a b$ , est minor medietate anguli  $m a b$ , totus uero angulus  $m a b$ , est per ultimam sexti, æqualis angulo  $n a i$ , quoniam arcus  $d f$ , est æqualis arcui  $m b$ , ergo angulus  $g a b$ , est minor medietate anguli  $n a i$ , angulus ergo  $n a z$ , excedens

dens angulum  $i a o$ , in duplo anguli  $g a b$ , non excedet ipsum in angulo maiori quoniam sit angulus  $n a i$ , duo ergo anguli  $n a i$ , &  $n a z$ , sunt maiores tertio, qui est  $i a o$ , & duo anguli  $n a z$ , &  $i a o$ , sunt minores tertio, qui est  $n a i$ , & duo anguli  $i a o$ , &  $n a i$ , sunt minores tertio, qui est  $n a z$ , sunt ergo isti tres anguli  $n a i$ ,  $n a z$ , &  $i a o$ , quorum quilibet duo sunt minores tertio, omnes autem tres simul 4. rectis sunt minores, quoniam anguli super centrum  $a$ , 4. rectis sunt æquales, ipsos impossibile est euacuare, ut patet, igitur per 23. undecimi, possibile est ex illis fieri unum angulum solidum, fiat ergo ille super centrum  $a$ , per eandem 23. undecimi, & sit linea  $s a$ , eleuata super superficiem circuli in puncto  $a$ , taliter ut angulus  $i a s$ , sit æqualis angulo  $i a o$ , & angulus  $n a s$ , sit æqualis angulo  $n a z$ , angulus uero  $n a i$  maneat ut est in superficie circuli immotus, fiat itaq; linea  $a s$ , æqualis alicui linearum  $a n$ , uel  $a a$ , uel  $a o$ , quæ omnes sunt æquales, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, & producantur lineæ  $t s$ ,  $q s$ , quia itaq; angulus  $t a s$ , est æqualis angulo  $t a o$ , ut patet ex præmissis, & duo latera  $t a$  &  $a o$ , sunt æqualia duobus lateribus  $t a$  &  $a s$ , & angulus  $t a o$ , est æqualis angulo  $t a s$ , ut patet ex præmissis, erit per 4. primi, basis  $t s$ , æqualis basi  $t o$ , & totus triangulus toti triangulo, erit ergo angulus  $o t a$ , uel  $g t a$ , æqualis angulo  $s t a$ . Similiter quoque angulus  $q a s$ , est æqualis angulo  $q a z$ , & duo latera duobus lateribus erit ergo, ut prius angulus  $z q a$ , qui est  $m q a$ , æqualis angulo  $s q a$ , dividat itaq; angulus  $t a s$ , per æqualia per lineam  $a y$ , ex 9. primi, & sit  $y$  punctus, in quo linea diuidens angulum, secat lineam  $t a$ , palam cum angulus  $i a g$ , sit medietas anguli  $i a o$ , ut patet ex præmissis, erit angulus  $t a g$ , æqualis angulo  $t a y$ , sed & angulus  $g t a$ , ostensus est æqualis angulo  $y t a$ , & quia duobus trigonis  $y t a$ , &  $g t a$ , latus  $t a$ , est commune, erit per 26. primi, trigonus  $y t a$ , æqualis trigono  $g t a$ , quoniam latus  $t y$ , erit æquale lateri  $t g$ , & latus  $a y$ , æquale lateri  $a g$ , erit ergo punctus  $y$ , in superficie speculi sicut & punctus  $g$ , cum ambo æqualiter distent a centro speculi, quod est  $a$ , & quia angulus  $t a g$ , est æqualis angulo  $t a y$ , erit angulus  $i a g$ , æqualis angulo  $i a y$ , & latera lateribus sunt æqualia, quoniam  $i a$  est commune, &  $a y$  est æquale ipsi  $a g$ , ergo per 4. primi, erit angulus  $a g i$ , æqualis angulo  $a y i$ , & linea  $i y$ , producta erit æqualis lineæ  $y g$ , & producat  $a y$ , extra speculum usque ad punctum  $p$ , restat ergo angulus  $i g r$ , æqualis angulo  $i y p$ , uerum cum linea  $t s$  sit æqualis lineæ  $t o$ , ut supra patuit, &  $t y$  æqualis ipsi  $t g$ , restat linea  $g o$ , æqualis lineæ  $y s$ , duo ergo latera  $a y$  &  $y s$ , sunt æqualia duobus lateribus  $a g$ , &  $g o$ , & basis  $a s$ , est æqualis basi  $a o$ , ergo per 8. primi, trigonus  $a y s$ , æqualis angulo  $a g o$ . Restat ergo per 13. primi, angulus  $s y p$ , æqualis angulo  $o g r$ , igitur duo anguli  $i g r$ , &  $o g r$ , æquales sunt duobus angulis  $i y p$ , &  $s y p$ , uerum linea  $a s$ , secat superficiem convexam speculi, sit punctus sectionis  $e$ , tria ergo puncta  $q$  sunt  $e$  &  $d$ , sunt in superficie convexi speculi, lineæ ergo a centro speculi  $q d$  est  $a$ , ad illa tria puncta, productæ sunt æquales, quia uero trigonum  $t a s$ , est per secundam 11. totum in eadem superficie, patet quod ista tria puncta  $d$  &  $e$ , &  $q$  sunt in lateribus illius trigoni sunt in eadem superficie, ergo linea  $e y d$ , est per 9. tertij, arcus circuli magni sphaeræ speculi, cuius centrum est a centro speculi, est autem in superficie reflexionis communis sectio superficie speculi & reflexionis  $t s p$ , per primam huius, ergo forma puncti  $i$ , reflectit ad uisum existentem in puncto  $a$  puncto speculi  $y$ , & locus imaginis est punctum  $t$ . Similiter diuisio angulo  $n a s$ , per æqualia per lineam  $a x$ , ductam sup  $q s$ , in punctum  $x$ , & productam extra speculum superficiem in punctum  $o$ , demonstrabit punctum  $m o$ , quia linea  $q x$ , erit æqualis  $q m$ , &  $a x$  æqualis  $a m$ , & linea  $x s$ , æqualis  $m z$ , & duo anguli  $l i n$  &  $x o$ , &  $s x o$ , erunt æquales duobus angulis  $n m u$ , &  $z m u$ , & ita forma puncti  $n$ , reflectet ad uisum existentem in puncto  $s$ , a puncto speculi  $x$ , & locus imaginis est punctum  $q$ , & ita ut prius formæ duorum punctorum  $n$  &  $i$ , reflectunt a duobus punctis speculi  $x$  &  $y$ , ad uisum existentem in puncto  $s$ , & erit linea  $t q$ , imago lineæ  $i n$ , est autem linea  $t q$ , æqualis lineæ  $i n$ , patet ergo propositum, ut prius. Itē si a puncto  $i$ , ducat perpendicularis sup lineam  $n a$ , illa cadet iter puncta  $n$  &  $q$ , non extra punctum  $n$ , quia cum per 42. primi huius, angulus  $i n a$ , sit acutus, si caderet extra punctum  $n$ , fieret acutus extrinsecus recto, & ita maior per 16. primi, quod est impossibile, cadet ergo illa perpendicularis circa punctum  $n$ , faciet ergo illa perpendicularis angulum relictum, sup lineam  $n q$ , quæ respiciet lineam  $i n$ , ergo per 46. primi, erit linea  $i n$ , maior illa perpendiculari, ergo illa perpendicularis erit minor quoniam linea  $t q$ , est æqualis lineæ  $i n$ , punctus itaq;  $l i$  neæ  $n q$ , i quæ cadit illa perpendicularis, sit  $k$ , reflectit ad uisum in puncto  $s$ , existentem ab alio puncto



puncto speculi, & locus imaginis suae erit in linea n a, per 11. huius, erit remotior a centro speculi, qd' est a, ultra punctum q, q' sit ipsum punctum q, ut patet per 17. huius, quanto enim remotiora sunt puncta quor' formae reflectunt a speculis sphaericis conuexis, tanto loca imaginum magis accedunt ad centrum speculi, sed punctus i, illius perpendicularis reflectitur ad uisum a puncto speculi y, & locus suae imaginis est punctum t, quaecunq' uero linea ducitur a puncto t, ad aliquod punctum lineae n q, ultra q, propius ad punctum n, ut linea t k, illa cu' opponat angulo obtuso, ut patet, erit per 19. primi, maior q' linea t q, ergo etia' erit maior q' linea i n, quae est maior illa perpendiculari, cuius imago uisui occurrit, patet ergo q' imago illius perpendicularis erit maior ipsa perpendiculari, & idem accidit, quaecunq' linea ducatur a puncto i, ad lineam n q, inter illam perpendicularē i k & lineam i n, erit em' semp' linea i n, maior illa linea per 46. & per 19. primi, & imago illius lineae semp' erit maior q' linea q t, & ita semper erit imago ipsius maior q' ipsa, quod est propositum. Possunt aut' haec clarius patefieri, quia em' forma puncti n, reflectitur ad uisum existentē in puncto z, a puncto speculi m, & locus imaginis est punctum q, patet qd'



linea reflexionis quae est z m q, secatur circulum, sit punctum sectionis e, patet ergo quod contingens ducta a puncto z, ad circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi, non potest cadere in punctum m, quia per 21. huius, angulus a m z, oportet qd' sit maior recto, quod esset contra 17. tertij, si linea z m, esset circulum contingens, non potest cadere in punctum e, quia ibi secatur & non contingit, cadet ergo in aliquod punctum arcus m e, & producta ad lineam n a, cadet altius q' punctum q, quoniam punctus in quem cadit, dicitur finis contingentiae, qui sit n, & est meta imaginum, ut patet per

diffinitionē, & puncta sub illo puncto l, qui est meta imaginum existentium non poterunt reflecti ad uisum, superiora uero illa poterunt reflecti, igit' perpendicularis ducta a puncto i, super lineam n q, si ceciderit altius puncto n, qui est meta imaginum, potest reflecti ad uisum punctus ille, lineam n q, in qua ipsa perpendicularis cadit, & erit ut pmissum est imago perpendicularis maior ipsa perpendiculari. Si uero perpendicularis cadat in ipsum punctum i, qui est meta imaginum, uel inferius illo, tunc forma puncti nunq' cadit perpendicularis nec reflectet, quare nulla erit imago ipsius perpendicularis, ueruntamen qm' i finis contingentiae est inferior q' linea i n, & plus ad centrum, erunt inter punctum, qui est finis contingentiae i, & punctum n, infinita puncta, quor' quodlibet reflectitur ad uisum, & imago cuiuslibet erit super lineam n q, & cuiuslibet lineae ductae a puncto i, ad quodlibet illorum, erit imago maior illa linea, cuius est imago, patet ergo propositum longis ambagibus certius perquisitum.

XXXIX.

In omni distantia qua certa quantitas rei a uisu potest comprehendi, imago cuiuslibet rei uisae in speculo sphaerico conuexo minor uidetur quam forma rei extra.

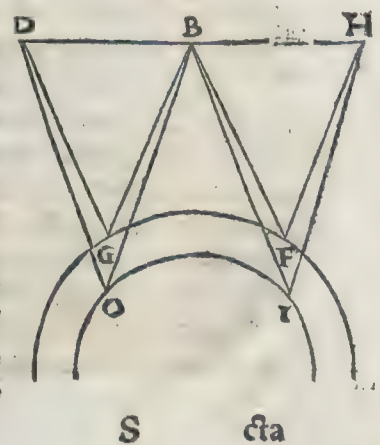
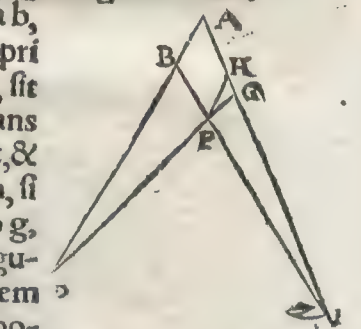
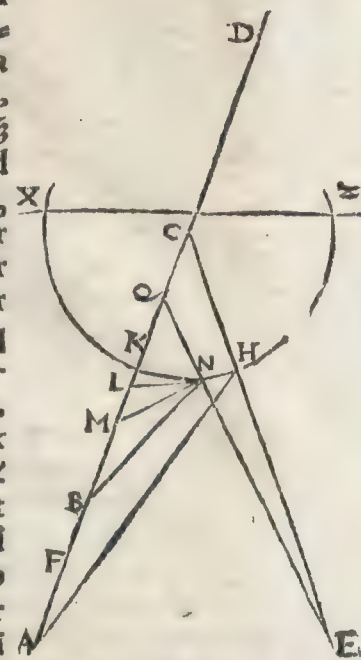
Sit a b linea uisa, & sit z x, arcus circuli qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphaerici conuexi, cuius centrum d, sitq' e centrum uisus, & reflectet forma puncti a, ad uisum e, a puncto reflexionis h, arcus z x, & forma puncti b, a puncto n, intelligaturq' linea a b, pducatur intra speculum, aut ergo ipsa transit centrum speculi, aut non. Sit aut' primo qd' transeat, & ducatur linea a b d, ducatur quoq' a puncto n, linea contingens circulum, quae sit n l, & a puncto h ducatur contingens, quae sit h m, & ducantur lineae incidentiae & reflexionis, quae sint b n, e n, a h, e h, pducanturq' lineae reflexionis e b & e n, donec cadant in perpendicularē a d, & incidat linea e h, in punctum t, & linea e n, in punctum

etiam q, palam ergo per 11. huius, quoniam t est locus imaginis formae puncti a, & q est locus imaginis formae puncti b, dico quod linea a b est maior q' linea q t, patet em' ex 12. huius, quia proportio a d ad d t, est sicut a m ad m t. Similiter per eandē, proportio b d ad d q, est sicut proportio b l ad l q, sed a d est maior q' b d, & d t est minor q' d q, ergo per 9. primi huius, maior erit proportio a d ad d t, q' b d ad d q, ergo per 11. quinti, maior erit proportio a m ad m t, q' b l ad l q, secetur ergo linea a m, in puncto f, per 3. primi huius, ita ut proportio f m ad m t, sit sicut h l ad l q, & ita cu' m t sit maior q' l q, erit per 14. quinti, f m maior q' b l, ergo per 8. quinti, erit f m ad m t maior proportio q' b l ad l q, erit ergo minor proportio b l ad m t, q' b l ad l q, & multo magis erit minor proportio b l ad m t, q' b l ad q l, secetur ergo m t in puncto k, taliter ut proportio b m ad m k, sit sicut b l ad l q, palam ergo per naturā proportionis, & per 8. quinti, qm' punctus k necessario cadet intra puncta m & q, linea em' l q, minor est q' m q, & linea b l est maior q' linea b m, cu' igitur sit proportio f m ad m t, sicut b l ad l q, & sicut b m ad m k, erit per 19. quinti, proportio f b ad k t, sit sicut b l ad l q, sed b l est maior q' l q, ergo f b est maior q' k t, sed f b est minor q' a b, & k t est maior q' q t, Si ergo f b est maior q' k t, erit ergo multo fortius a b est maior q' q t, & hoc est propositum. Si uero linea a b, producta non perueniat ad centrum d, ducatur a puncto a, linea ad centrum d, quae sit a d, & a puncto b ducatur b d, & locus imaginis a sit punctus g, & locus imaginis b sit punctus p, & ducatur linea p g, erit ergo linea p g, imago lineae a b, dico quia a b est maior q' p g, aut em' p g est aequidistans lineae a b, aut non, si fuerit aequidistans, palam quia p g est minor q' a g, per 29. primi, & per 4. sexti, cu' em' sit proportio a b ad p g, sicut a d ad d g & a d, sit maior q' d g, erit a b maior q' p g. Si uero linea p g, non sit aequidistans ipsi a b, pducatur usq' quo coeurrat cu' a b, & sit punctus coeursus z, & a puncto p ducatur aequidistans a b, quae sit p h, angulus ergo p g h, si sit rectus uel maior recto, erit per 18. primi, latus p h, maius latere p g, sed p h est minus q' a b, per 4. sexti, ergo p g est minus q' a b, si angulus p g h fuerit acutus, maior tñ angulo p h g, ad huc sequitur idem qd' prius: quod aut' angulus p g h, sit minor angulo p h g, hoc non potest accidere, nisi cu' tanta fuerit rei a speculo distantia, q' illa distantia ipsi etiam uisui uideretur minor q' sit secundum ueritatem, tunc autē potest imago uideri maior q' forma rei se uisui occurrens, ut patet per praemissam, patet ergo propositum.

XL.

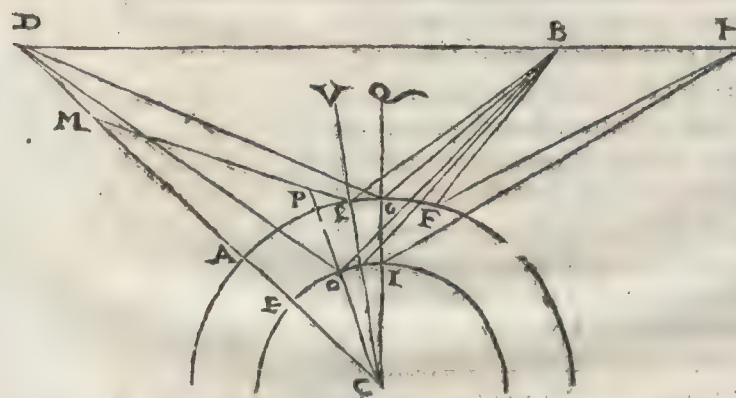
In minoribus speculis sphaericis conuexis eiusdem rei apparet idola minora.

Sint duo puncta specula sphaerica conuexa super idem centrum, collocata, exempli causa quor' maioris circulus communis sibi & superficiei reflexionis sit a g, minoris uero sit e i, fiat quoq' reflexio formae alicuius uisibilis ut ipsius h d, ab utroq' illo speculo ita ut forma puncti d reflectatur a puncto g, circuli speculi maioris, i. ipsius a g, ad uisum qui sit b. Si itaq' idem uisibile d reflectat' ad uisum b ab alio puncto circuli e, speculi minoris ut a puncto o, non est possibile ut linea reflexionis, quae sit o b, cadat in punctum g speculi circuli maioris: detur em' ut cadat in punctum g, & reflectatur ad uisum b, & ducatur linea d g, ut prius, manifestum itaq' per 8. huius, qm' linea a centro speculi t, ad punctum g producta, diuidit angulum d g b, per duo aequalia, quae producta sit t g q, & qm' forma puncti d, incidit puncto speculi minoris quod est o, ducatur linea t o, a centro speculi, haec diuidet angulum d o b, per aequalia, & produ-





ita sit  $top$ , quia itaq; angulus  $dgb$ , extrinsecus est ex hypothesi angulo  $dob$ , in tri-  
gono  $dog$ , palam per 16. primi, qm ipse est maior illo, ergo medietas anguli  $dgb$ , est  
maior medietate anguli  $dob$ , & ita angulus  $qgb$ , maior est angulo  $dog$ , sed angulus  
 $ogt$  est æqualis angulo  $qgb$ , per 15. primi, ergo angulus  $dog$ , extrinsecus erit æqua-  
lis angulo  $ogt$ , intrinseco in trigono  $tog$ , quod est contra 16. primi, & impossibile: nō  
ergo transibit linea reflexionis  $ob$  punctū  $g$ , sed neq; ultra punctum  $g$ , uersus punctum  
 $a$ , ad aliquod aliud punctum speculi maioris incidere potest, si em hoc sit possibile sit ut  
ad punctum  $r$  incidens reflectat linea  $dob$ , palam autē per 17. huius, cum a puncto  
lineæ  $d$ , cadat in superficie speculi & reflectat ab illo puncto cui incidit, & punctum  $d$ ,  
reflectitur a puncto  $g$ , quia quodlibet ipsorū lineæ  $d$ , reflectitur ab aliquo puncto: ar-  
cus  $a$   $g$ , & sunt, ppinquiora centro speculi, quod est  $t$ , quia reflectuntur a puncto remo-  
tiori a centro uisus, quod est  $b$ , aliquod ergo punctoꝝ lineæ  $d$ , reflectetur a puncto  $r$  ad  
 $b$ , sit illud  $m$ , & accidet idem impossibile qd prius, ductis lineis  $m$ ,  $r$ ,  $b$ ,  $t$ , uel sit forma  
puncti  $d$ , reflectitur a puncto speculi maioris quod est  $g$ , & item per reflexionem a pun-  
cto speculi minoris quod est  $o$ , incidet puncto speculi maioris, quod est  $r$ , a duobus tra-  
go punctis maioris speculi quæ sunt  $g$  &  $r$ , reflectitur forma unius puncti ad uisum  $b$ ,  
concidunt ergo radij a duobus punctis huius speculi reflexi, quod est contra 15. huius, &  
impossibile: non cadet ergo radius reflexionis a puncto  $o$ , speculi minoris in aliquod pun-  
ctum arcus  $a$   $g$ , speculi maioris, a quo sit reflexio formæ punctoꝝ lineæ  $a$   $d$ , sed directe  
peruenit ad uisum in punctū  $b$ , trans aliquem punctoꝝ: arcus circuli speculi maioris, cir-  
ca punctum  $g$ . Similiterq; sit ut punctus  $b$ , lineæ  $d$ , ex alia parte uisus  $b$ , qd sit punctū  
 $d$ , reflectat ad uisum  $b$ , ab aliquo puncto speculi maioris quod sit  $f$ , eritq;  $f$  per 17. huius,



ex alia parte puncti  $g$ , reflectaturq;  
forma puncti  $h$ , a puncto  $i$ , minoris  
speculi ad punctum  $b$ , fiet quoq; re-  
flexio a puncto  $i$  ad  $b$ , similiter ut pri-  
us, quia ergo angulus  $gbf$ , sub quo  
apparet idolū in maiori speculo est  
maior qd angulus  $obi$ , patet per 40  
quarti huius, qm in maiori speculo  
maius apparet idolum qd in mino-  
ri, formæ em magnæ coangustant  
circa centra minorum speculorū, qd  
circa centra maiorum, unde sunt  
semper maiores in speculis maioribus, uniuersaliter autē in omni situ proportionato recti  
ad specula potest patere, ppositum per 46. primi huius, qm partes diametrorū circuli  
maioris sunt maiores & minoris minores, & sunt ex consequenti imagines maiores &  
minores ut patet per 11. huius, patet ergo propositum.

XLI.

In eodem speculo sphærico conuexo centro uisus immoto existente ima-  
go rei approximatae superficie speculi uidetur maior, & secundum eandem  
lineam elongatae minor.

Quoniam em ut patet per 11. huius, imagines punctoꝝ rei uisæ uidentur in katha-  
tis suæ incidentiæ & imagines rerum uisæ inter kathetos incidentiæ suorū terminorū  
katheti uero punctoꝝ terminalium rei a speculi superficie elongatae cōtinent angulum  
minorē, & approximatae maiorē per 34. primi huius, lineæ em æqualis & æquedistans  
basi trigoni uicinior angulo supremo maiori angulo subtenditur, & qm mutata resec-  
tum locum, mutat ipsius imago in omni speculo, ut patet per 28. quinti huius, patet qd  
imago rei elongatae sit minor, unde & uidetur minor, & approximatae superficie specu-  
li sit maior, unde & uidetur maior, quod secundum præmissa in proxima præcedente  
uidetur sub maiori angulo contento in centro uisus sub lineis reflexionum ipsorū pun-  
ctorum

torum terminalium illius rei, ut patere potest per 34. primi huius, & per 23. huius, pa-  
tet ergo propositum, & per hæc & per præmissam potest patere, qm si sit pportio elon-  
gationis rei uisæ a superficie speculi maioris ad elongationem a superficie speculi mino-  
ris, sicut excessus imaginum quæ proueniunt in illis speculis excedentes se secundū pro-  
portionem diametrorū speculorū, possibile est in speculo maiori plus elongato a re uisæ,  
& in speculo minori plus approximato eidem rei æqualem imaginem uideri eiusdem rei  
quæ aliās in speculo maiori appareret maior, & in speculo minori minor, ut patet per  
præmissam, & hoc est notatu dignum.

XLII.

In speculo conuexo sphærico dextera rei uisæ apparent sinistra, & sini-  
stra dextra.

Hæc non requirit aliam demonstrationem ab illa quæ similem passionem decla-  
rat in speculis planis, unde eodem modo demonstrandum, nec aliter oportet in maiori.

XLIII.

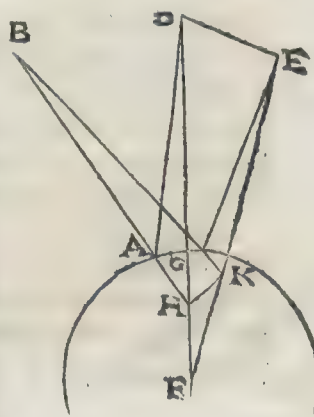
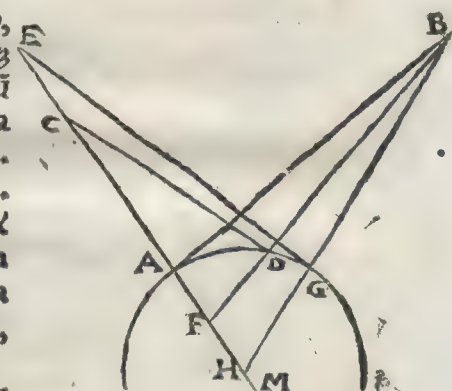
Altitudines & profunditates perpendiculariter incidentes a speculis  
sphæricis conuexis, reuerse apparent.

Esto speculum sphæricum conuexum a  $d$   $g$ , cuius centrū  $m$ , incidatq; superficiei spe-  
culi perpendiculariter altitudo quæ sit  $e$   $a$ , cuius altius punctum sit  $e$ , & sit centrum ui-  
sus  $u$ , reflectaturq; punctus  $a$ , a puncto speculi qui sit  $a$ , & sit linea reflexionis quæ a  $b$ , re-  
flectatur quoq; forma puncti altitudinis  $e$ , a puncto speculi  $g$ , sitq; linea reflexionis  $g$   $b$ ,  
& alter punctus lineæ  $e$   $a$ , qui sit  $t$ , inferior puncto  $e$ , reflecta-  
tur ad uisum  $b$ , a puncto speculi  $d$ , & sit linea reflexionis  $d$   $b$ ,  
pducatur itaq; linea altitudinis  $e$   $a$ , ultra punctū  $a$ , palamq;  
ex hypothesi, et per 72. primi huius, qm ipsa transibit centrū  
 $m$ , & producatq; linea reflexionis  $u$   $g$ , intra speculū, & quia  
lineæ  $e$   $a$  &  $b$   $g$ , sunt in eadem superficie reflexionis per 24.  
quinti huius, palā cum non sint æquedistates, ut patet per 9.  
huius, quia concurrent, concurrant itaq; in puncto  $h$ , sed &  
 $b$   $d$  linea reflexionis concurrat cum linea  $e$   $a$ , producta in  
puncto  $f$ , & quoniam per 11. huius puncta  $h$  &  $f$ , sunt loca ima-  
ginum punctoꝝ  $e$  &  $t$ , palā quod linea  $h$   $f$  est imago lineæ,  
& similiter quoq; de alijs punctis lineæ  $e$   $a$  demonstrandū.  
Eritq; imago lineæ  $e$   $a$ , linea  $a$   $h$ , reuerse ergo uidetur altitu-  
do, quod em supremū est uidetur infimum & econuerso, patet em per 23. huius, quoniam  
super unum kathetum incidentiæ signatis duobus punctis, erit locus imaginis puncti a  
centro speculi ppinquioris remotior a centro speculi, & remotioris propinquior, remo-  
tior itaq; uidebitur a centro  $m$  imago puncti  $t$ , quæ est  $f$ , qm imago puncti  $e$ , quæ est  $h$ ,  
palam itaq; est propositū primum, & eodem modo est de pfunditatibus demonstrandū.  
Infimum em punctum reflectitur ad punctum imaginis supremum, & econuerso. Me-  
dia quoq; puncta modo medio reuerse disponuntur, propositum autem est hoc.

XLIII.

Obliquarum longitudinum idola a conuexis specu-  
lis reflexa apparent lux propriæ dispositionis.

Esto longitudo  $d$   $e$ , oblique incidens speculo sphærico con-  
uexo quod sit  $a$   $g$ , & eius centrū  $f$ , & sit altius punctū  $d$  qd  $e$ , pun-  
ctus a superficie speculi datū. Sitq; centrū oculi  $b$ , & reflectatur  
punctus  $d$  ad uisum  $b$ , a puncto speculi  $a$ , & punctus  $e$ , a puncto  $g$ ,  
& a puncto  $d$  ducatur perpendicularis super superficiem speculi,  
quæ per 72. primi huius, necessario transibit centrū speculi qd  
est  $f$ , quæ sit  $d$   $f$ , & similiter ducatur kathetus  $e$   $f$ , ducantq; lineæ  
reflexionum  $b$   $a$  &  $b$   $g$ , & pducantur intra speculum, concurratq;  
 $b$   $a$  cum  $d$   $f$ , in puncto  $h$  &  $b$   $g$  cum  $e$   $f$ , in puncto  $k$ , & ducatur linea  
S 2 h k, erit





PERSPECTIVAE VITELLIONI S

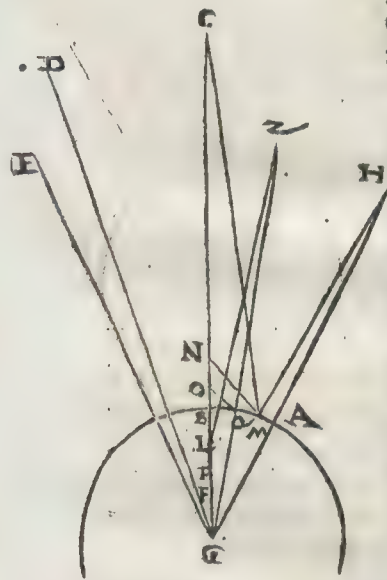
h k, eritq; per i i. huius, linea h k imago lineæ d e, est autē linea k h, oblique se habens ad  
 uisum b, sicut linea d e ad speculū, qm̄ per 23. huius punctū e, quod est propinquius cen-  
 tro speculi, imago quæ est k, remotior sit à centro speculi f, & punctū h, quod est imago  
 puncti d, remotioris à cētro speculi sit propinquius centro speculi, quod patet per hoc,  
 qm̄ alicuius puncti katheti d f, tantū distantis à puncto f, quātū punctū e, locus imagi-  
 nis est remotior à cētro f, q; locus imaginis pūcti d, p. 23. primi hui9, est itaq; h remotius  
 & cōuexa superficie speculi apparens, & punctum k, ppinquius eidem superficie. Sic autē  
 & punctus d fuit remotior à superficie speculi, & punctus e propinquior, patet ergo p.  
 positum, qm̄ obliq; longitudines apparent illius distantia à superficie speculi, cuius  
 sunt secundum ueritatem in sua propria dispositione.

XLV.

X L V.

Duobus punctis rei uisæ æqualiter distantibus à centro speculi sphaerici conuexi, & inæqualiter à centro uisus in eadem superficie uel diuersis, erunt imago & finis contingentiae puncti remotioris à centro uisus remotiora à centro speculi, quàm imago & finis contingentiae puncti propinquioris: ex quo patet quod punctorum æqualiter distantium à centro speculi & à centro uisus, imagines à centro speculi æqualiter distabunt.

Sint t & d duo puncta æqualiter à puncto g, centro speculi remota, & sit e centrum uisus, & sit cōmunis sectio superficiæ reflexionis & speculi spharici conuexi, circulus a b, cuius centrum erit punctum g, per primam huius. Sitq̃ punctū d, p̃pinquius uisui, q̃ est e, q̃ punctum t, & ducantur duo katheri incidentiæ à punctis t & d, ad centrum circu-



li g, qui sint t g & d g, fecerit cathetus t g, superficiem speculi puncto b, fiatq; angulus e g d, super lineam t g, æqualis angulo qui sit t g z, & angulus e g t, æqualis angulo qui sit t g h, p 23. primi, feceritq; linea h g circumulum in puncto a, & sumatur per 20. uel 22, huius, in circulo punctū a, quo forma puncti t, reflectatur nō punctū z, quod sit punctum q, palā ergo quod forma puncti t referatur ad punctū h, ab aliquo puncto arcus b q, non em̄ a puncto b, quoniā cum ille sit in katheto incidentiæ, palā per 10. huius, quia reflectitur in seipsum & nō ad punctū h. Sed neq; a puncto q, qm̄ ab illa forma puncti t reflectitur ad punctum z, quocumq; uero puncto sumpto in arcu b g q, linea a puncto h, ad illud punctū ducta secabit lineā q z, igit ad illud punctū sectionis reflectit forma puncti t, a pūcto aliquo arcus b q, & ad idem punctus sectionis reflectitur a puncto q, ergo forma puncti t, reflectitur a duobus punctis superficiæ speculi ad unum punctū qd̄ est impossibile, & contra i 6. huius, restat ergo ut forma puncti t, reflectatur ad punctum h, ab aliquo puncto arcus q a. Sit illud punctum m, & a puncto m ducatur lineā cōtingens circūlū per 16. tertij, & pducatur usq; ad kathetū g t, & sit m n, eritq; punctus n, finis contingentiæ puncti t, respectu puncti h, & a puncto q ducatur lineā cōtingens circūlū, q̄ pducta ad kathetum t g, sit q o, hoc ergo necessario cadet sub lineā n m, p 60. primi huius, & pducatur lineā z q, donec cadat sup̄ kathetū g t, in puncto p, cadet aut̄ per 9. huius, & erit per 11. huius, punctus p locus imaginis formæ puncti t, erit q̄q; per 12. huius, pportio g t ad p g, sicut t o ad o p, ergo per 16. quinti, erit permutatim pportio g t ad t o, sicut g p ad p o, sed maior est pportio g t ad t n, q̄ ad t o, p 8. quinti, cū t n sit minor q̄ t o, ut patet ex pmissis, maior erit pportio g t ad t n, q̄ s p ad p o, est aut̄ per 8. quinti, maior pportio g p ad p o, q̄ ad p n, ergo multo maior est pportio t g ad t n, q̄ g p ad p n, qm̄ p o minor est q̄ p n, diuidatur ergo p 119. primi huius, lineā g n i pūcto l, taliter ut sit pportio t g ad t n, sicut g l ad l n, eritq; g l maior q̄ g p, nō æqualis neq; minor p 8. quinti, eritq; per 16. quinti, pportio t g ad g l, sicut t n ad l n, ergo per conuersam 13. huius

huius, erit punctū l, locus imaginis puncti h. Sint ergo lineæ h g, e g, z g, æquales. inter se, & g f sit æqualis s p, & s p æqualis lineæ g o, cū igit angulus e g d, sit æqualis angulo t g z, erit ex principio primi huius, remotio puncti d, à puncto e, sicut remotio puncti z à puncto t, qm̄ cum puncta d & t sunt eiusdem distantia à cetro speculi quod est g, erūt lineæ d g & t g æquales, erit ergo per 23. huius, imago formæ puncti d, respectu uisus e, tñ eleuata in katheto g d, quantū imago puncti t, eleuata est respectu puncti z, in katheto g t, erit ergo locus imaginis formæ puncti d, in puncto f, sicut locus imaginis formæ puncti t, est in puncto p, cū lineæ g f & g p, sint æquales, & similiter finis contingentia puncti d, respectu puncti e, erit eiusdem altitudinis cuius est finis contingentia puncti t respectu puncti z, erit ergo per pmissa finis contingentia puncti d, in puncto s. Verum quia angulus e g t, æqualis est angulo t g h, & lineæ h g æqualis est lineæ e g, erit per ultimam sexti, ppter æqualitatem angulorū æqualitas arcuum interiacentiū kathetum t g, & lineas h g & e g, erit ergo p pmissa punctus l, locus imaginis puncti t, respectu e, sicut est respectu h, & erit punctus n, finis cōtingentia respectu puncti e, sicut & respectu puncti h, imago ergo puncti remotioris ab e, centro uisus, remotior est à cetro speculi q̄ imago puncti p̄p̄n̄quioris, & finis contingentia puncti remotioris remotior est ab eodem centro q̄ finis cōtingentia p̄p̄n̄quioris, & hoc est ppositum. Ex quo patet quod si puncta uisa in speculo sphaerico conuexo æqualiter distent à centro speculi, & à centro uisus, quod imagines ipsorū à centro speculi æqualiter distabunt, nec em̄ ut patet ex pmissis sit diuersitas in locis imaginum, cum fines contingentia semper sint æqualiter à centro speculi distantes secundum quos accidit distantia imaginum à centro speculi, quod est g, patet ergo quod proponebatur.

X L V I.

XLVI.

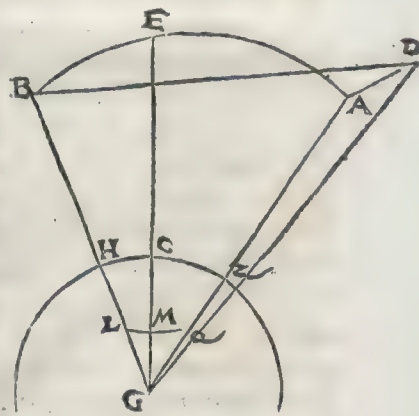
Imago arcus concentrici speculo sphaerico conuexo diametro uisuali erecta super superficiem incidentiae uidetur curua, & semper æquedistans arcui cuius est imago.

Et si a b arcus oppositus speculo sphaerico conuexo, in quo cōmunis sectio superfi-  
 ciei reflexionis & speculi sit circulus h t z, & sit g centrū illius arcus a b, & similiter cen-  
 trum speculi, qm̄ ex hypothesi arcus uisus & speculū sunt con-  
 centrici, sitq; d centrum uisus, & ducātur linea d g, a g, b g, & su-  
 matur in arcu a b, punctus e, quocūq; modo & ducatur linea  
 e g, erit itaq; superficies a g b, superficies incidētiā in qua erit  
 linea e g, & linea d g, est diameter uisualis quā ex hypothesi  
 est erecta super superficiem a g b, erit ergo p diffinitionem li-  
 near sup superficiem erectā anguli d g a, d g b, d g e, recti &  
 oēs æquales. Sed & latera lateribus æqualia sunt, qm̄ d g est  
 æquale sibi ipsi, & alia latera sunt æqualia per diffinitionē cir-  
 culi, ergo per 4. primi, bases illoꝝ triangulorum sunt æqua-  
 les, omnia ergo puncta arcus a b, eiusdem distantiae sunt ā cen-  
 tro uisus. quare imagines omnium illoꝝ punctorum eiusdem  
 distantiae erūt ā cētro speculi p corollarīū pmissum. Sitq; q m  
 l, imago arcus a b, erit igit̄ linea g q, æqualis lineis g m & g l, quare p 9. tertij, linea q m  
 l, erit arcus circuli cuius centrū erit punctū g, erit ergo cōuexitas ipsius respectu centrū  
 g, nō respectu superficie cōuexae speculi siue loci reflexionis, & qm̄ curuitas arcus a b, res-  
 pectū cōuexitatē superficie speculi ut cōcentrica ipsi ex hypothesi, patet qd' idē arcus est  
 concentricus suae imagini, ergo p 73. primi huius, patet q' imago æquedistat arcui uiso  
 qm̄ est semp in superficie incidētiā, est em̄ semp imago cuiuslibet puncti in katheto suae  
 incidētiā p 11. huius, oēs aut̄ katheti illius sunt in superficie incidētiā, patet ergo pro-  
 positum.

XLVII.

XLVII.

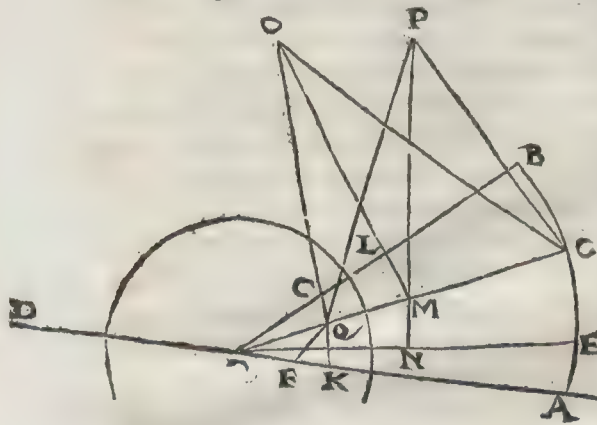
Imago arcus concentrici speculo sphaerico conuexo diametro uisuali superficie incidentiæ oblique incidente uidetur curua, non æquedistans ar-  
 cui cuius est imago, nisi perpendiculari ducta à uisu super aliquem punctum  
 visu arcus incidente.





**PERSPECTIVAE VITELLIONIS**

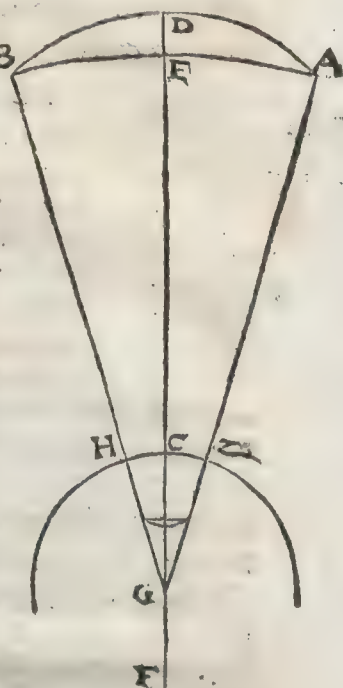
Disponantur omnia ut in pcedente theoremate, nisi quod diameter uisualis quæ est dg, nō sit erecta sed oblique incidens superficiēi a b g, dico qđ imago arcus a b, uidetur curua, ducatur em perpendicularis à puncto d, super hanc superficiem per 11. undecim, cū itaq; illa perpendicularis sit minor omnibus lineis ductis à puncto d, ad hanc superficiē per 21. primi huius, erit angulus rectus quē continet hæc ppendicularis uersus punctū g, minor quolibet angulo uersus punctū g, imaginato, quē continet alia linea à puncto d, ad punctū g, per 16. primi.



gentiæ puncti b c, sit m, palam p 44. huius, quia ex eo q punctum c, est, pproinquius un-  
d, q punctus b, erit punctus m, pproquior centro g, q punctus l, sunt autē lineæ g b &  
g t, æquales ex hypothesi, & per diffinitionē circuli, est ergo linea t m, maior q b, l, sit au-  
tem q imago puncti c, & sit t imago puncti b, & ducant lineæ q t, & ducant lineæ t b & m  
l, quæ quidē pductæ concurrent, quia si à puncto m ducant lineæ æquedistans lineæ c b,  
illa secabit ex lineæ g b, lineam æquale ipsi m r, p secundam sexti, est autē e m maior q b  
l, concurrant, ergo lineæ t b & m l, in puncto o, & qm per 9. huius, pportio est lineæ g  
ad g q, sicut lineæ c m ad q m, erit per 16. quinti, permutatim, pportio g t ad c m, sicut g c  
q ad q m, & similiter erit g b ad b l, sicut g t ad t l, ergo per 134. primi huius, cū lineæ g c  
& g b, angulariter coniunctæ sint proportionaliter diuisæ, & à punctis sectionū ducant  
lineæ concurrentes, qui c o & m o, palā qd lineæ q t, cōcurrer cū lineæ c b, m l, & erit ipsa  
rum concursus in puncto o; finis contingentiae uero puncti e, sit o, & quoniam punctus  
n, per 44. huius, demissior est puncto m, erit ut prius e n, lineæ minor q lineæ c m, produ-  
ctis ergo lineæ e o & n m, patet ut prius quod concurrent, sit ergo punctus concursus  
p, & ducatur lineæ q p, & procedat donec secet lineam e g, in puncto f, & producatu r li-  
nea o q, usq; ad lineam e g quā secet in puncto k, palā quoq; propter hoc quod punctus  
n, est demissior puncto m, quia punctum k erit superius q punctum f, & lineæ g q, minor  
erit q f g, patet aut per 123. primi huius, quoniam proportio lineæ g e ad e n, est sicut  
lineæ g f ad f n. Sed finis cōtingentiae est punctus n, locus ergo imaginis erit punctus f,  
per 12. huius, igitur lineæ f q t, erit imago arcus circuli e t, erit lineæ curua non recta, ut  
pote arcus illis tribus punctis p f. quarti, circūscriptus, nō erit aut ille arcus æquedistans  
arui speculi neq; arui uiso, qm ut patet lineæ t b & q t, & f e, sunt inæquales, ppter qd  
remanent lineæ g t, g q & g f, inæquales. Similiter qd demonstrandum si ppendicularis  
ducta à puncto d, cadat ex alia pre arcus a b, citra ipsum, tūc em similis erit, pportio, pa-  
tet ergo, ppositū primū. Si uero ppendicularis ducta à puncto d, sup superficiem inciden-  
tiæ cadat in medio arcus a b, lineæ à puncto d, ex diuersis partibus ad arcū ductæ æqua-  
liter distantes à ppendiculari erūt æquales, & æquales angulos cōtingentes uersus pun-  
ctum g, & imagines ipsæ æq;liter distabūt à centro g, & fines contingentiae, similiter  
imago itaq; æq;distabit arui a b, & arui speculi, qm imago figurabitur sup centrū spe-  
culi qd est g, & erit illis concentrica p 73. primi, hoc potest pbari pdicto o mō de utraq;  
parte arcus p se secundū qd diuidit à ppendiculari, q eius imago sit lineæ curua modo p  
dicto æq;distans arui uiso, ppter æq;litatē lineæ à centro speculi & arcus uisui ad loca  
imaginū pductæ, qd est ppositū. De imagine em arcus a c potest secūdū pmissa idem  
patere.

XLVIII.  
Imago arcus eccentrici circulo, qui est cōis sectio superficiei incidentiæ & speculi sphaerici conuexi secundū mediū eius punctū propinquioris cētro speculi uisu existente extra superficiem incidentiæ, uidetur maioris curuita-  
ris q̃ arcus eidem circulo speculi æquedistantis.

Est arcus uisus  $b e a$ , circulusq; cōis superficiēi reflexionis &  $B$   
 speculi arcus sit  $h z$ , cuius centrū sit  $g$ , sitq; arcus  $b e a$  eccentricus  
 arcui  $h z$ , sint tñ isti arcus in eadē superficie, & sit  $e$  mediū pūctus  
 arcus  $b e a$ , propinquior centro  $g$ , sitq; uisus extra superficiēi inci-  
 dentię. Dico q; imago arcus  $b a$  erit curua, & maioris curuitatis  
 q; alterius arcus concentrici ipsi speculo. Ducatur enī linea à cen-  
 tro speculi quod est  $g$ , ad centrū arcus  $b a$ , quod sit  $f$ , productaq; li-  
 nea  $g e$ , palam per 7. tertij, quoniā ipsa est breuior oībus lineis à cē-  
 tro  $g$  ad cētrū  $a d b$  pductis, & qm arcus  $b e$  est æqualis arcui  $e a$ ,  
 palam per eandem 7. qm linea  $g a$  æqualis est lineæ  $g b$ , ductisq;  
 lineis  $g a$ ,  $g b$ , secundū ipsarū quantitātē describatur arcus à centro  
 $g$ , palamq; per præmissa, qm arcus descriptus secundū suū pūctum  
 mediū magis distabit ab arcu  $h z$ , q; arcus  $b e a$ . Sit ergo descriptus  
 arcus  $b d a$ , & ducatur linea  $g a$ , ad mediū pūctū illius arcus, qui e-  
 rit æqualis  $g b$ , excedit ergo arcus  $b d a$ , arcum  $b e a$ . Manifestum  
 autē ex præcedentibus, quia imago arcus  $b d a$  est curua uisu qua-  
 litercūq; se habente ad superficiēi reflexionis: pūcta ergo cōia  
 istis duobus arcubus, quæ sunt  $a$  &  $b$ , habebunt imagines suas sitas  
 uniformiter prioribus; sed tñ pūctum  $d$  sit remotius à centro  $g$  q;  
 pūctū  $e$ , eius imago erit propinquior centro speculi q; imago pūcti  $e$ . & ita cuiusli-  
 bet pūcti arcus  $g d a$  imago, est propinquior centro imagine pūcti sibi correspondē-  
 tis in arcu  $g e a$ , quare uidebitur imago arcus  $a c b$  curuorū imagine arcus  $a d b$ , & hoc  
 est propositum. Et secundū hunc modum in alijs sitibus arcuū & speculorū potest fieri  
 demonstratio, qñ uisus nō fuerit in superficie incidentię, sed extra illam.

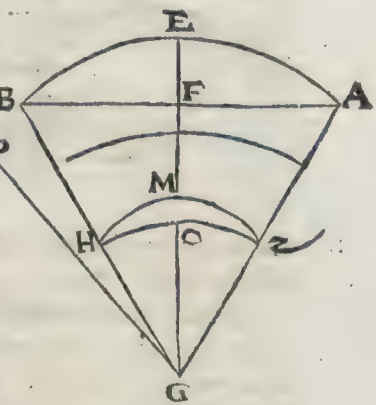


XLIX.

In speculis sphaericis conuexis uisu nō existente in superficie lineæ rectæ  
æquedistantis speculo, imago uidetur curua.

Sic lin.

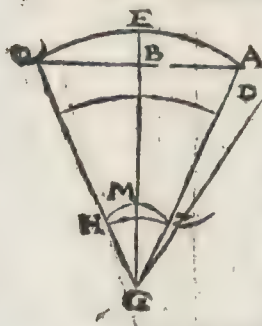
Sit lineae recta uisa a b, & sit speculi sphaerici conuexi centrū  
 g, erit lineae superficies incidentiae a g b, extra quā sit centrū uisus  
 quod sit d, sitq; lineā a b aequedistantē speculo, hoc est lineae contin-  
 genti arcū circuli, qui est cōmunis sectio superficiei incidentiae  
 & superficiei speculi secundum medium punctū illius arcus. Di-  
 co q; imago lineae rectae a b curua uidetur, ducant enim lineae re-  
 ctae d g, a centro uisus ad centrū speculi, & lineae g b, g a, a centro  
 speculi ad terminos lineae a b. Hae autem lineae a g & b g cum li-  
 nea a b aequedistant speculo, palā q; sunt aequales per 26. tertij, &  
 per 4. primi, fiat ergo circulus concentricus speculo secundū quā  
 titatem illarū lineae, quae sit a e b, cadet ergo lineā a b intra illum  
 circulum, eritq; per 45. uel 46. huius imago arcus a e b curua. Sit  
 ergo imago arcus a e b arcus z h, ita q; imago puncti a sit z, &  
 imago puncti e sit t, & imago puncti b sit h, & ducatur lineā g e secans rectā a b in pun-  
 ctu f, palā ergo q; punctus e est in eadem lineā cū puncto f, sed remotior a centro g, e-  
 rit ergo per 23. huius imago puncti e propinquior centro speculi, q; imago puncti t, cō-  
 muni utroq; puncto: quae sunt a & b, imaginēs sunt eadem. Sit itaq; punctus m ima-  
 go puncti f, erit ergo z m h imago a b lineae rectae. patet aut q; lineā z m h est lineā cur-  
 ua, cū lineā z h sit curua, & omnium punctorum lineae rectae quae a f loca imaginū or-  
 dinen-





dinentur secundum convenientem sibi proportionem inter puncta h & m, respectu ar  
cus h m, patet ergo propositum. reflectisq; lineis a f & b faeq̃liter, eadẽ est demõstratio.

Lineæ rectæ nō æquidistantis speculo, quæ producta non contingeret  
uel secaret superficiem speculi sphærici conuexi uisu non existente in super-  
ficie incidentiæ, imago uidetur curua.

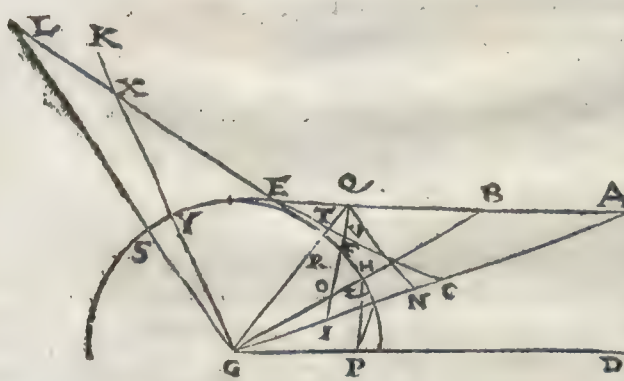


Disponantur omnia ut in precedente, nisi q<sup>d</sup> linea a b nō æquedistat speculo, nec contingat nec secet speculū, sed tantū obliquetur super ipsum, patet ergo q<sup>d</sup> lineæ g b & g a productæ sunt inæquales. Sit ergo a g minor q<sup>d</sup> g b, & fiat circulus super centrū g, ad quantitātē lineæ a g, minoris. q<sup>d</sup> sit a e q, & ducatur g b ultra b, usq<sup>ue</sup> quo cadat in circulū in punctū e, patet autem ex 45, vel 46, huius, q<sup>uod</sup> imago arcus a e est curua, punctus autem imaginis a sit z, punctus uero imaginis e sit m, erit quoq<sup>ue</sup> z m. imago arcus a e, & quoniam imago puncti b, est remotior a centro imagine puncti e, per 23, huius, patet q<sup>uod</sup> erit imago lineæ a b, curua, quod etiā p<sup>er</sup> puncta media arcu a e & a b, facilius poterit ostēdi, patet ergo propositum, reflecta quoq<sup>ue</sup> linea a b, ex qua cūq<sup>ue</sup> sui parte semper eadē est demonstratio quæ prius,

L.I.

Imago lineæ rectæ, quæ producta contingeret speculum sphæricū conue-  
xum, visu non existēte in superficie incidentiæ, semper uidetur curua.

$\text{xum, uisū non exiitēte in superficie incidentiæ, semper uidetur curua.}$   
 Sit dispositio quæ prius, ita tamen, ut linea  $a b$  producta contingat speculum in p  
 cto  $e$ , & ducantur à centro speculi, quod sit  $g$ , lineæ  $g b$  &  $g a$ , sitq; ut superficies incidenti  
 tiæ, quæ sit  $a b g$  secet speculum in arcu,  $e h$ , & sit  $d$  centrum uisus, sitq; sectio com  
 munis superficie reflexiōis in qua sunt lineæ  $g a$  &  $g d$ , & superficie speculi arcus  $z p$ . Co  
 munes uero sectio superficie reflexionis in qua sunt lineæ  $g h$  &  $g d$ , & superficie specu  
 li sit arcus  $h p$ . Palā ergo per ea quæ demonstrata sunt in 16. huius, quod forma punctib



In puncto p, palam ergo per ea quæ demonstrata sunt in 10. huius, quod totius  
reflectitur, ad uisum d ab aliquo puncto arcus  
h p. Si ergo à puncto illo ducatur linea con-  
tingens arcum h p, illa secabit lineam b g, &  
finis contingentia erit punctus illius sectionis  
Sit punctus ille m, palam est, quod si à puncto  
m ducatur linea contingens arcum e h, quod  
illa cadet circa punctū e, per 16. primi huius.  
Quoniam linea a b producta, est cōtingens cir-  
culum in pūcto e, et punctus b, est alior pūcto  
m. Cadat ergo cōtingens à pūcto m ducta in f,  
& hæc contingens producta in continuum &  
directū, per eandē 60. primi huius secabit lineā  
a e, ergo secet in pūcto t, & ex alia pte secabit  
lineā g a, per 14. primi huius. Cū illæ omnes lineæ erāt in una superficie, fecer ergo ipsam  
in puncto t, fiat quoq; supra g terminum lineæ b g, angulus æqualis angulo b g d, per  
23. primi, qui sit angulus b g s, cadēt pūcto s in periferiā circuli, & pducatur lineā g s, ad  
æqualitatem lineæ g d, quæ sit g l. Erit ergo per 25. tertij arcus s h æqualis arcui h p, si-  
cut ergo reflectitur forma puncti b, ad uisum in puncto d, ab aliquo puncto arcus h d, sicut  
sic reflectetur ad punctum l, ab aliquo puncto arcus h s, & erit reflexio a puncto f, sicut  
in arcu h p. fit reflexio à puncto, à quo ducitur contingens ad punctum m, quoniam illi ar-  
cus necessario sunt æquales, ut patet per 59. primi huius. Et quoniam à puncto m, uenit  
utraq; illarum linearum contingentium, palam quod ipse ambæ sunt æquales per 5. 00.  
ctauj primi huius. Ducantur ergo lineæ b f, & l f. Similiter quoq; forma puncti a, reflec-  
titur per 16. huius ad uisum d, ab aliquo puncto arcus z p. Verum in triangulo curvili  
neo h z p, duo arcus h z & z p, sunt minores tertio, per 27. tertij, & per 20. primi.

$h p$ , est æqualis arcui  $h s$ . Igitur arcus  $z p$ , est minor arcui  $z s$ . Rescindat ergo arcus  
 $z s$ , ad æqualitatem arcus  $z p$ , quod potest fieri auxilio 33. tertij, sit ergo factum in pun-  
 cto  $y$ , & ducatur linea  $g y$ , quæ producta ad æqualitatem lineæ  $g s$ , secabit necessario line-  
 am  $f l$ , ideo quia linea  $g d$ , est æqualis lineæ  $g b$ , quia itaq; linea illa secat angulum  $l g z$ ,  
 ergo secabit etiā basem ei subtenfam per 29. primi huius. Secet ergo in puncto  $y$ , & sit li-  
 nea  $g y k$  æqualis lineæ  $g d$ , palam ergo, quoniā sicut forma puncti  $a$ , reflectitur ad ui-  
 sum  $d$ , ab aliquo puncto arcus  $z p$ , similiter eadem forma puncti  $a$ , reflectitur ad  $k$ , ab ali-  
 quo puncto arcus  $z y$ , sed non reflectetur a  $ad k$ , nisi ab aliquo puncto quod est circa pū-  
 ctum  $f$ , ex parte puncti  $z$ . Si non dicatur quod a puncto  $f$ , uel ab alio puncto arcus  $f x$ ,  
 reflectitur forma puncti  $a$ , ad punctum  $k$ , sit ut fiat illa reflexio à puncto  $f$ , palam  
 ergo quod tunc linea ducta à puncto reflexionis  $f$ , secabit in aliquo puncto lineam  $b f$ .  
 Quia linea contingens circulum in puncto  $e$ , trāsit per punctū  $b$ , ad illud ergo punctū  
 cōmunis sectionis illarū linearū  $a f$  &  $b f$ , reflectetur pūctus  $k$ , & ad idem punctū à pū-  
 cto  $f$ , reflectetur pūctus  $l$ , & ita duo puncta in his speculis reflectētur ad idem punctū ab  
 eodem puncto  $f$ , & ex eadem parte diametri uisualis, quod est contra 19 huius. Sed neq;  
 ab alio puncto arcus  $f y$ , quoniā tūc ut prius linea ducta à puncto  $a$  ad punctū reflexio-  
 nis secabit lineam  $b f$ , sit punctū sectionis  $u$ , ad illud ergo punctū  $u$ , reflectetur forma pū-  
 cti  $k$  & forma puncti  $l$ , & ita duo puncta eiusdem distantie à centro propositi speculi  
 qd est pūctū  $g$ , quoniā ambæ  $l g$ ,  $k g$ , sunt æquales ipsi  $g d$ , ex hypothesi, & reflectētur ad  
 idem centrū uisus ex eadem parte diametri uisualis, quæ ab illo puncto sectionis lineæ  
 $b f$ , quæ est  $u$ , est ducibilis ad punctū  $g$  cētrū speculi. Erunt ergo p. 18. huius angulus  $l g$   
 u æqualis angulo  $k g u$ , totū suæ parti, quod est impossibile, non ergo reflectitur forma  
 puncti  $a$  ad punctū  $k$ , ab aliquo puncto arcus  $f y$ , restat ergo ut pūctus  $a$ , reflectatur ad  
 punctum  $k$ , ab aliquo puncto arcus  $z s$ , alio quā punctum  $f$ , si igit ab illo puncto ducatur  
 linea cōtingens circulum, illa producta necessario secabit lineam  $a z$ , & cadet intra  
 puncta  $z s c$  per 60. primi huius, ideo quod punctus  $s$ , respectu diametri  $g a$  demissior  
 est quolibet puncto arcus  $z s$ , & ita linea contingens à puncto  $s$ , quæ est  $f o$ , altior est  
 alijs contingentibus à punctis arcus  $z f$ , ductis. Cadat ergo contingens illa in punctum  
 $n$ , & ducatur linea  $m n$ , quæ quidem linea cum transeat per arcū trianguli  $b m t$ , & pro-  
 ducta diuidat angulum  $b m t$ , per 15. primi. Quoniā & ipsa diuidit angulum  $g m t$ , ut pa-  
 tet ex præmissis, qā ergo diuidit  $b m t$ , ergo necessario secabit basem  $b t$ , per 29. primi  
 huius. Secet ergo ipsum in puncto  $q$ , & ducatur linea  $g q$ , sit autem  $y$  imago puncti  $a$ , et  
 sit  $o$  imago puncti  $b$ , &  $r$  sit imago puncti  $q$ , palam autem ex 43. huius. Cum punctum  
 $b$  sit propinquius puncto  $g$ , cētro speculi quā punctū  $a$ , erit ergo imago puncti  $b$  remo-  
 tior a puncto  $g$  q̄  $y$  imago puncti  $a$ , ducatur ergo linea  $o z$ , quæ per 11. huius, erit  
 imago lineæ  $a b$ , palam etiam per 12. huius, & per 16. quinti, quod proportio  $a g$  ad  $a n$ ,  
 est sicut  $g i$  ad  $i n$ , & proportio  $b g$  ad  $b m$ , per eandem, est sicut  $g o$  ad  $o m$ , cum ergo li-  
 neæ  $a g$  &  $b g$ , diuidantur secundum proportionem similem utraq; ipsarum in duobus  
 punctis, & a punctis diuisionum ducantur lineæ, quarū scilicet  $g q$  &  $m n$  concurrant ad  
 idem punctum  $q$ , tertiā quæ est  $l o$ , necessario concurret ad idem punctum per 124. pri-  
 mi huius. Linea ergo  $i o$  producta cadet super punctum  $q$ , est ergo linea  $i o q$  linea recta  
 Igitur linea  $i o r$ , non erit recta, sed linea  $i o r$ , est imago lineæ  $a q$ , quare palā quod ima-  
 go lineæ  $a q$ , erit curua. Posito autē  $b$  loco puncti  $q$ , & alio puncto lineæ  $a b$ , posito loco  
 puncti  $b$ , eodem modo penitus probatur. Quoniam imago lineæ  $a b$  est curua, & hoc est  
 propositum.

LII.

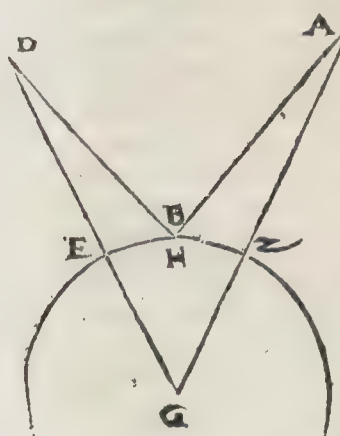
LII.

Imago lineæ rectæ, quæ producta secaret circulū, qui est cōmunis sectio  
 superficiei incidentiæ, & superficiei speculi sphærici conuexi, non tamen p  
 centrum uisus non existente in superficie incidentiæ uidetur curua.

Manente priori dispositione, sit ut linea a b, producta circum e b z, qui est cōmunis sectio superficiē incidentiæ & speculi, secet in pūcto e, & punctus reflexionis formæ pūcti b, ad punctum i, sit punctū f, & sit m finis contingentiæ, lineæ cōtingētis circum e b z in



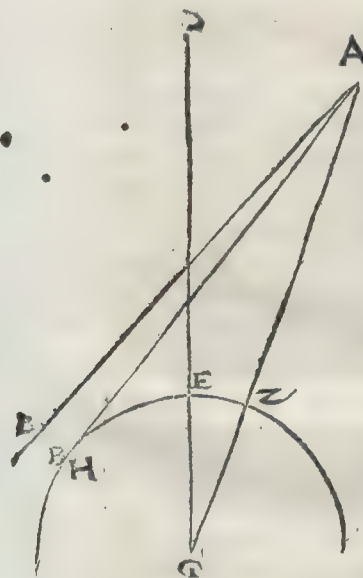
bz, in puncto f producta ad lineam bg. Reflectetur itaq; bad d, ab aliquo puncto arcus hp, sicut in præcedente propositione præmissum est. Arcus quoq; ab illo puncto reflecti



onis usq; ad punctum h, aut est æqualis arcui h e, aut maior aut minor. Si æqualis, cum per præmissa in præcedenti arcus ille sit æqualis arcui h f, ideo quia à puncto m producta lineæ cōtin- gentes pertingūt ad arcus æquales per 58. primi huius. Sit ergo q punctus ipsius circuli, in quem cadet contingens ducta à puncto m ex parte e, igitur lineæ a e transit per punctū q, & ita lineæ m q, secat lineam a e, trans punctum e, quoniam utrūq; puncto e & q, est in periferia circuli, & est punctū unū. Si uero arcus ille sit mi- nor arcui h e, secabit lineam q m lineam a e, ultra punctū q, sicut secet ipsam in puncto t, ut efficiatur triangulus ducta lineæ a e q. Si uero arcus ille fuerit maior arcui h e, secabit lineam m q lineam a e, cir- ca punctū q, quodcūq; istos accidit iteretur probatio præmissa, & eodem modo penitus probabitur, q; imago lineæ a b est curva, quod est propositum.

## LIII.

Imago lineæ rectæ, quæ producta trāsiret centrū circuli, q est cōmunis se- ctio superficiæ incidentiæ & speculi sphærici conuexi, cētro uisus existente in eadem superficie, uel extra illā, non tamen in illa lineæ, semp uidetur recta.



Disponentur omnia ut in præcedētib; nisi quod hæc tenus lo- cuti sumus de passionibus harū linearū uisū non existente in superfi- cie incidentiæ, & nunc uisum supponimus qñq; esse in superficie in- cidētiæ, qui sit ut prius in puncto d, & ducatur lineæ g d, cōcurratq; li- nea a b protracta cū circulo e h z, transiens ipsius centrū g, palā er- go quod angulus illarū linearū a g, et d g, cadet super g, centrū spe- culi, uidebiturq; imago lineæ a b, una lineæ recta. Imago enim cu- iuslibet puncti illius lineæ a b, cū ipsa sit in kateto suæ incidentiæ disposita, apparebit in ipsa lineæ a b producta ad centrum g, per 11. huius, erit ergo imago illius totius lineæ rectæ, sicut et ipsa lineæ a b producta, est lineæ recta, pater ergo propositum.

## LIIII.

Lineæ rectæ declinatæ à cētro circuli, qui est cōmunis sectio superficiæ incidentiæ, & speculi sphærici conuexi, centro uisus existente in eadē superficie incidentiæ, ita qd declinatio lineæ sit ad partem aliam à uisū, & sit tangens superficiem speculi, tantum imago unius puncti uidetur.

Ordinentur omnia ut prius in 51. huius, & sit lineæ a b declinata super circum e h z ita quod non contingat centrū eius. Sitq; uisus d in superficie incidentiæ, & sit declina- tio lineæ ad partē aliam, ab illa in qua est uisus, ut si uisus sit in parte dextra, declinet pun- ctum a ad sinistrū, uel econtrario, & lineæ pertingat ad superficiem speculi, dico qd tan- tum unius puncti lineæ a b, imago uidebitur. Sumatur enim per auxilium 16. huius, pu- ctus circuli, à quo reflecti possit aliquid ad uisum, qui sit h, & sumatur aliqua lineæ reflex- ionis punctorum a b, lineæ declinatæ, ut puncti b, & illa cadat forsitan super hanc line- am reflectionis d h, quod si fuerit, non uidebitur quædam imago lineæ huius declinatæ quæ a b, nisi secundum solum illū punctum b, quod patet ducto kateto incidentiæ à pu- ctō a, qui sit a g, tunc enim arcus interiacens punctum h a, quo reflectitur forma pun- ctū b, & punctum sectionis circuli e h z, per katetum a g quod sit z, continet omnia pun- ctā reflectionis formarum punctorum lineæ a b, ut ostensum est in propositione 50. huius, producta ergo à centro uisus ad centrum speculi lineæ quæ sit g d, secans circum e h z

e h z, in puncto e, si sumatur in arcu circuli, qui e h, circa hanc lineam d h punctus, à quo reflectitur ad uisum aliquis punctus lineæ declinatæ a b, sed ille punctus reflectitur à pu- ctō aliquo arcus h z prius assignati, qui est terminus lineæ suæ reflex- ionis, cum lineæ suæ reflectionis sit ultra lineā reflectionis formæ puncti b, & ita ille punctus lineæ declinatæ reflectitur ad eundem uisum à duobus punctis arcus speculi, quod est impossibile, & con- tra 16. huius, non ergo reflectitur ad uisum ab aliquo puncto arcus e h, interiacentis lineam d g, & punctum reflectionis formæ puncti b, qui arcus non impeditur per lineam interpositam uisui & speculi. Item si aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, reflectetur ad uisum ab aliquo puncto arcus e h, interiacente lineam d g, & pun- ctum reflectionis formæ puncti b, cum illa puncta, omnia sint in eadem superficie incidentiæ, sicut & centrum uisus, tunc patet per primam 11. quod omnes lineæ reflectionum sunt in eadem superficie lineæ ergo incidentiæ ipsius puncti secaret lineam incidentiæ formæ puncti b, forma ergo puncti illius sectionis reflecteretur ad eundē uisum d, à duobus punctis, scilicet, à puncto h. s. puncto reflexio- nis formæ puncti b, & ab alio puncto dato, quod totum est impossi- bile, & contra 16. huius; non ergo reflectitur aliquis punctorum lineæ a b, præter pun- ctum b, ad uisum d, ab aliquo puncto arcus e h discooperiti, licet autem reflectatur quili- bet punctus lineæ a b, ab aliquo puncto arcus h z, prius sumpti, non tamen uidebitur, cum sit in lineæ reflectionis quæ occultatur uisui, per præcedentiā puncta lineæ solidæ, & ita lineæ adiacens lineæ reflectionis formæ puncti b, non uidetur uisui sic disposito, ut præmissum est, patet ergo propositum.

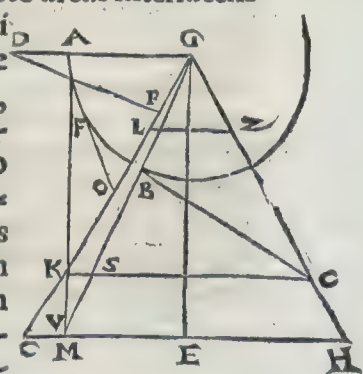
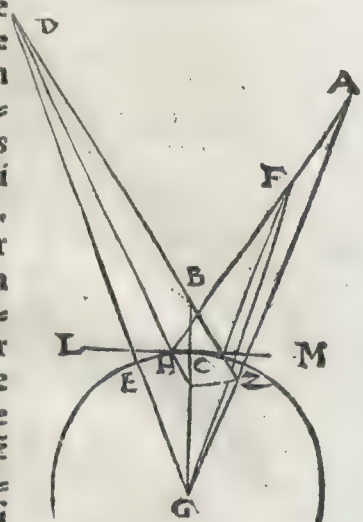
## LV.

Lineæ rectæ declinatæ à centro circuli, qui est communis sectio superfi- cie incidentiæ & speculi sphærici conuexi, centro uisus existente in eadem superficie incidentiæ, ita quod declinatio lineæ sit ad partem uisus, siue sit tangens superficiem speculi siue non, nullius puncti imago uidetur.

Sit dispositio quæ supra, & sumatur a b lineæ declinata ut proponitur, & eius decli- natio sit ex parte uisus d, dico quod nullus punctus illius lineæ uidebitur. Detur enim quod aliquis punctorum illius lineæ possit reflecti ab aliquo puncto arcus interiacens lineam reflectionis non impeditam per corpus lineæ interiacentis ui- sum & speculum & lineam d g, à cētro uisus ductam ad centrum spe- culi, & ducatur lineæ ab illo puncto ad punctum arcus sumptum, hoc unum secabit lineam reflectionis, & punctus sectionis reflecti- tur ad uisum à duobus punctis speculi, quod est impossibile. Si uero dicatur quod punctus sumptus in lineæ a b, reflectitur à puncto ar- cus circuli, qui est sub illa lineæ a b, hoc erit impossibile, quia totus ille arcus occultatur per lineam interpositam uisui, & speculo abscon- dente oēs lineas reflectionum suorum punctorum, & præterea secun- dum hanc dispositionem uisus est ex parte anguli minoris lineæ ob- lique speculo incidentis, reflexio uero solum sit ex parte anguli ma- ioris, ut patet per 33. quinti huius, non est ergo possibile aliquod punctum illius li- neæ reflecti ad uisum sic situatarum, nullius ergo puncti illius lineæ a b, imago uidetur, quod est propositum.

## LVI.

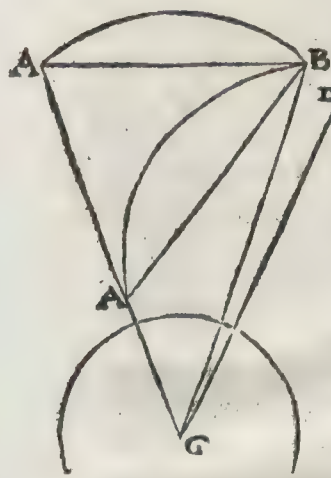
Lineæ rectæ obliquæ nō tangētis superficiem speculi sphærici conuexi  
T 2 uisui





uisu existente in superficie incidentiae, ita quod obliquatio lineae sit ad partem aliam a visu, modicum imaginis uidetur, & erit imago semper curua.

Disponantur omnia ut in praecedentibus, sitque linea a b, obliquata super superficiem speculi, ita quod producta centrum eius non transeat nec tangat superficiem speculi, sed distat punctus b aliquantulum ab illa in aere existens, sitque uisus d, incidentis illius lineae



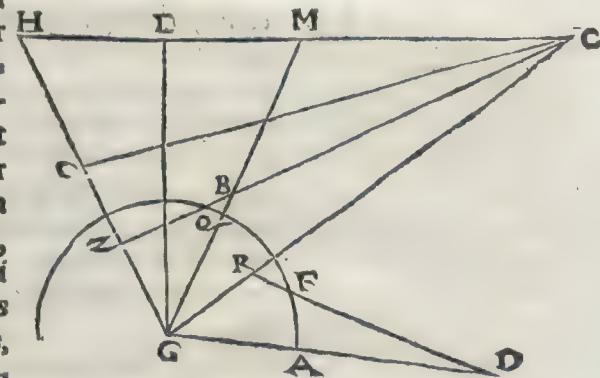
a b, dico quod modicum imaginis lineae a b, uisui occurret, ducatur enim linea d b, super superficiem speculi incidens in punctum c circuli e h z, quae est communis sectio superficiei incidentiae & superficiei speculi; a puncto quoque c, ducatur linea contingens circum p 16. tertij, quae sit l o y, & super e tantum lineam m c, fiat angulus 20. qualis angulo d c l, secans lineam a b, in puncto f, & a puncto f ducatur kathetus f g ad centrum speculi, & ducatur kathetus b e, palam itaque quod forma puncti f, reflectitur ad uisum d, a puncto c per 20. quinti huius, eritque locus imaginis in linea f g, similiterque forma puncti b, cum non habeat aliquod obstaculum reflectetur ad uisum ab aliquo puncto speculi, & locus imaginis erit in linea b g per 11. huius, & quia propter interpositionem lineae solidae quae f b, alia puncta lineae a b, non possunt reflecti ad uisum, nisi puncta lineae b f, quorum omnium imago cadit in linea ducta, a punctis sectionum linearum reflectorum punctorum b & f, & kathetorum b g & f g,

quae est res modica, patet quod imaginis lineae a b, pars modica uidetur, quod est propositum. Augetur tamen illa quantitas imaginis secundum quod centrum uisus in eadem superficie declinat plus ad superficiem speculi, unde si uisus perueniat inter superficiem speculi & punctum b, totius lineae a b uidebitur imago, tunc enim cadit haec linea a b inter lineam reflexionis formae puncti a, & inter productum kathetum a ultra lineam a b, & si taliter situeretur haec linea a b, ut cadat inter lineam reflexionis d c, & inter lineam per punctum reflexionis puncti b, transeuntem ad centrum speculi, poterit uideri imago totius lineae. Videbitur autem imago totius lineae a b, uel partis eius semper curua, quod potest ostendi per modum 50. huius, & minuitur curuitas imaginis huius lineae, secundum quod magis accesserit ad lineam transeuntem ad centrum per punctum reflexionis formae puncti b, uniuersaliter uero quidquid interpositum uisui & speculo, impedit peruentum formarum punctorum speculi ad uisum, illius imago non uidebitur in his speculis. Haec autem quae hic proposita sunt, intelligenda sunt de lineis occurrentibus uisui in arcu circuli, qui apparet uisui, utpote in arcu qui interfacet duas contingentes ductas a centro uisus ad speculum, quoniam ille solum opponitur uisui per 5. huius, linearum uero concurrentium cum speculo in parte circuli occulta uisui in aliqua potest esse equedistans lineae contingenti, & illa non uidebitur, similiter est conterminata illi illi equedistanti, & illa non uidebitur, similiter & conterminalis illi equedistanti, quae cadet sub aequedistante penitus occultabitur uisui, sed linea terminali aequedistanti cadens super ipsam ex parte illa, poterit uideri, & haec experimentantium industria ex praehabitis principiis relinquimus demonstranda, erunt tamen hoc modo uisarum linearum rectorum imagines semper curuae.

LVII.

Visu existente in superficie incidentiae lineae rectae non concurrentis cum superficie speculi sphaerici conuexi, sed aequedistantis lineae interfacenti centrum speculi & uisus, uel concurrentis cum illa extra speculum ex parte uisus, imago uidebitur curua.

Sit d centrum uisus, & g centrum speculi, & h e, sit linea uisa, quae quidem linea non concurrat cum circulo qui est communis sectio superficiei incidentiae & speculi, sed sit aequedistans lineae d g, uel secet eam ex parte d, sit quoque a b circulus qui est communis sectio superficiei incidentiae uel reflexionis, in qua sunt lineae d g & h e, & superficiei speculi ppositi, & producat lineam h g, in qua sit punctus z, imago puncti h, punctus quoque circuli a quo reflectitur forma puncti h, ad uisum d sit b, ducaturque a puncto b, linea circuli contingens, quae secet lineam h g, super punctum t, eritque punctus t finis contingentiae, ducatur etiam linea g b, quae producta necessario continet cum linea h e. Si enim h e fuerit aequedistans d g, concurrat quidam per secundam primi huius. Si uero d g concurrat cum h e, multo fortius g b concurret cum eadem p 29. primi huius, concursus quoque ille aut erit in linea h e, aut ultra hanc lineam, si ultra concurrat in puncto m. Ducatur quoque linea m g, quae erit kathetus incidentiae puncti m, erit imago puncti m, sitque q imaginata quoque linea a puncto reflexionis formae puncti m, ad lineam g m, producta, finis contingentiae sit punctus g, & ducatur linea z q, copulans loca imaginum. Similiter ducatur linea t s, copulans fines contingentiarum, sit quoque ut linea d g, secet circum a b, in puncto a, & producat a puncto a, linea contingens circum quae sit a b, palam itaque, quod arcus a b, est minor quarta circuli, cum uisus d uideat ex circulo minus medietate p 3. huius, quare angulus a g b, est acutus per ultimam sexti, & angulus u a g est rectus per 17. tertij, igitur linea a u concurret cum linea g b, per 14. primi huius, concurret ergo in puncto u. Dico quia punctus u, cadet ultra punctum s, quia cum per 17. huius, punctus m reflectitur ab aliquo puncto arcus a b, & punctus a, sit demissior illo puncto reflexionis formae puncti m, erit finis contingentiae lineae ductae a puncto a contingentis circum altior sine contingentiae illius puncti, per 60. primi huius, & ita erit punctus s, demissior puncto u. Protrahatur ergo linea t s, donec concurrat cum linea u a, concurret autem per 14. primi huius, & sit concursus in puncto k, & ducatur linea g k, quae producta concurret cum h m, per secundam, uel per 29. primi huius, sit concursus in puncto e, punctus itaque c reflectitur ad uisum d, ab aliquo puncto arcus a b, quod patet per 47. quae demonstranda sunt in 16. huius, sit lineae punctus f, a quo ducatur linea contingens speculi usque ad kathetum g c, quae quidem erit demissior quam linea a k, & sit f o, secans lineam g c, in puncto o, qui sit finis contingentiae g d, per 60. primi huius, erit punctus o demissior puncto k, sunt enim puncta k & o, fines contingentiarum, producat quoque linea d f, usque quo cadat super g c kathetum, cadet autem per 9. huius, sit ergo ut cadat in punctum r, & producat lineam z q, usque ad lineam g c, & cadat in punctum l, dico quia punctum l, est altius quam punctum r, linea enim h e & c k, & z l, aut sunt aequedistantes aut concurrunt, sint primo aequedistantes, cum ergo haec lineae aequedistantes secant lineam c g i, super tria puncta c k l, & secant utraque lineam m g & h g, & cum sit proportio lineae h g ad h c, sicut lineae g z ad z c, per 9. huius, & per 16. quinti, & similiter cum sit proportio lineae m g ad m s, sicut g q ad q s, erit eadem proportio g e ad c k, quam g l ad l k, per 2. sexti, sed palam per 11. huius, quia r est imago puncti e, linea em d f, est linea reflexionis concurrans cum katheto c g, in puncto r & o, est finis contingentiae, est ergo per 12. huius, & per 16. quinti, proportio g c ad c o, sicut g r ad r o, sed minor est proportio g c ad c k, quam g c ad c o, per 8. quinti, & ita erit minor proportio g l ad l k, quam g r ad r o, erit ergo e contrario conuersim per 6. primi huius, minor proportio l k ad g l, quam r o ad g r, est ergo minor proportio l k ad g l, ergo coniuncti m p 15. primi huius, minor proportio est o g ad r g, quam k g ad l g, sed k g est minor quam o g, ergo per 8. quinti, l g est minor quam r g, est ergo punctus r demissior puncto l, sed z q l est linea recta, ergo linea z q, est linea curua, ergo imago lineae h e, est curua, erit ergo probare quod, imago lineae h e rectae



T 3

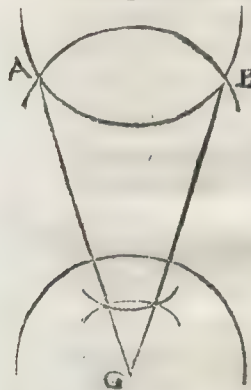


h e, recta sit curua. Si uero linea h m, t z, & z q, non sunt aequedistantes, concurrant ergo, & erit cōcurfus, aut ex pte d, aut ex parte h, sit ex parte d, & concurrat in puncto c, erit ergo per 5. huius z q t, linea recta, quare z q erit curua, est ergo imago lineae h e, rectae curua, demonstratione completa ut prius, hoc ergo est propositum.

LVIII.

Omnis arcus circuli in cuius superficie incidentiae fuerit centrum uisus imago sensibilibiter apparens intra speculum sphaericum conuexum uidetur semper curua.

Sit arcus uisus a b, & sit centrum speculi punctum g, & centrū uisus pūctum d, sitq; hoc centrum uisus in superficie incidentiae, quae est a b g, dico qd' imago arcus a b, uidetur semper curua, qā sensibilibiter intra speculū uidetur, ducatur em̄ corda a b, palamq; ex pmissis ppositionibus, qm̄ imago cordae a b, secundum omnem sui sitū, respectu speculi uidetur semper curua, nisi solū tunc qm̄ ipsa sit in katheto



incidentiae unius suae extremitatis, ut cum ipsa est perpendicularis super speculi superficiem pertransiens eius centrum, tunc em̄ ipsius imago uidetur recta, ut patet per 52. huius, arcū uero a b, esse i katheto incidentiae suae extremitatum est impossibile, cū quilibet suorum punctorum diuersum habeat incidentiae kathetū, ergo nunq; uidebitur imago arcus a b, liter dispositi in linea recta, qm̄ semp loca imaginū diuersorū punctorū in diuersis sunt kathetis, curuitas uero imaginis potest faciliter concludi secundum modum quo in praecedentibus in lineis rectis usi sumus, & coadiuuabit ad hanc 44. huius, patet ergo propositum.

LIX.

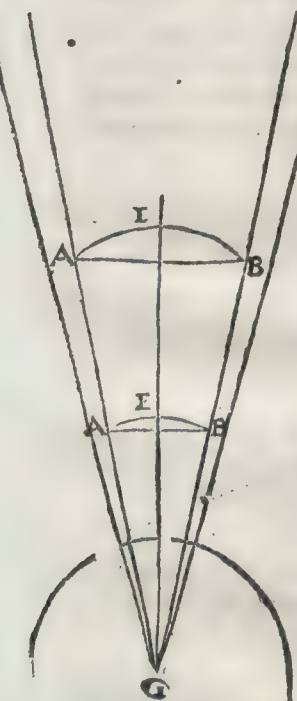
Conuexitas imaginum quorumlibet arcuum cum locis ipsarum est intra speculum sphaericū cōuexū uel extra ipsum, conuexitati arcuum sit contraria secundum situm.

Esto qd' arcus a b respiciat secundū sui concauū uel conuexum centrum speculi sphaerici conuexi, qd' sit punctum g, dico quod cōuexitas ipsius imaginis erit contraria secundum situm conuexitati ipsius speculi, qm̄ imago totaliter est intra speculum, uel totaliter extra, uel secundū partem intra, secundū partem extra, & secundū partem in ipsa superficie speculi, loca em̄ imaginum punctorū a b, motiorē a superficie speculi fuerint pproquiora centro speculi, & loca pūctorū pproquiorē speculi superficiei fuerint remotiora a centro speculi, ut patet per 23. huius, & quia imagines accipiunt continuitatem situs suarum partium a continuitate rerum, quae ipsae sunt imagines, patet qd' conuexitas ipsarum imaginū conuexitati ipso rum uisorum arcuum sit contraria secundum sitū, prout etiā ostendimus per 43. huius, patet ergo propositum.

LX.

Imaginū curuarū eiusdem arcus uisi remotioris a centro speculi sphaerici conuexi curuior uidetur.

Sit a b arcus, cuius punctus medius sit e, & cuius arcus imago sit curua, & eius corda sit a b, linea recta, sitq; centrum speculi g, dico quod accedente linea a b ad speculum, imago eius sit minoris curuitatis, & recedente ipsa sit maioris, ducantur enim katheti a g & b g, in quibus erunt loca imaginum punctorū a & b, per 11. huius, quia itaq; accedente linea recta a b, ad superficiem speculi, angulus a g b, sit maior, & recedente ipsa angulus a g b, sit minor, per 34. primi huius, imago uero puncti e, plus elongati a centro speculi sit propinquior centro speculi, & imago eiusdem approximantis speculo sit remotior a centro, extrema uero puncta illius imaginis semper sunt



in kathetis a g & a b, patet ergo quod imago arcus a b, remotioris a centro speculi plus coangustatur, & approximatis plus ampliatur, & secundum hoc ipsius curuitatis modus uariatur modo proposito, quoniam ipsius remotioris a centro speculi imago sit curuior, & propinquioris sit minus curua, qm̄ ipsa semper sit pars circuli maioris in accessu ad centrum speculi, & sit pars circuli minoris in recessu a centro, & secundū quantitatem accessus illius & recessus uariatur quantitas dictarum imaginum, patet ergo propositum.

LXI.

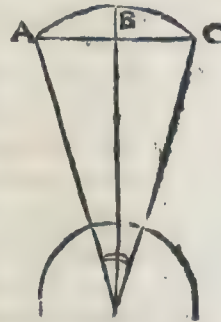
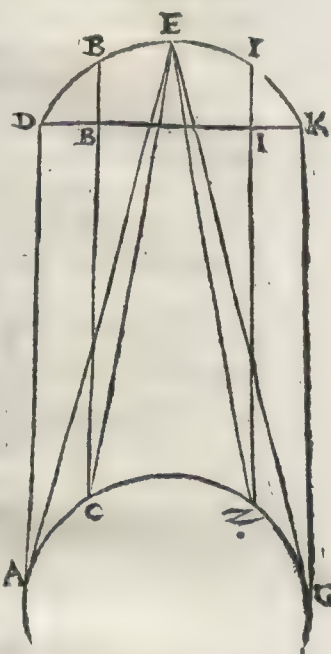
Omnis imago in superficie speculi sphaerici conuexi uisui occurrens semper apparet conuexa.

Esto speculum sphaericum conuexum a g, sit centrum uisus e, & sit linea recta uel curua uisa d h, in qua signentur puncta b & q, sitq; ut loca imaginum istorum punctorū sint in superficie ipsius speculi lineis incidentiae existentibus ipsis, quae d a, b c, i z, k g, lineis quoq; reflexionis existentibus a e, e e, z e, & g e. Si itaq; aliqua illarum linearū reflexionis sit perpendicularis super superficiē speculi, palam per 72. primi huius, qm̄ ipsa transibit centrum speculi, ergo per 8. secundū, uel per 21. primi huius, illa erit breuissima omnium linearum illarum reflexionis, & illi pproquiores sunt remotioribus breuiores, patet ergo, qm̄ illa imago uidetur curua, quoniam aliqua pars ipsius propinquior est uisui, & aliqua remotior; idem quoq; accidit, si nulla illarum linearum reflexionis sit perpendicularis super speculi superficiem, qm̄ ducta perpendiculari linea a puncto e, super superficiem speculi per 11. undecimū, palam quod omnes lineae reflexionis illi perpendiculari remotioribus sunt longiores, & sic iterū imago lineae rectae uel curuae, quae est d k, occurrens uisui in superficie speculi uidetur semper curua, & qm̄ eodem modo est demonstrandū de qualibet imagine apparete in superficie speculi, patet ergo propositum.

LXII.

Imago lineae curuae secundum eius concauitatem respicientis superficiē speculi sphaerici conuexi nonnunq; uidetur recta.

Sit linea curua a b c, opposito speculo sphaerico conuexo secundum sui partem concuam, dico quod nonnunq; imago ipsius potest uideri linea recta, ducatur em̄ eius corda recta linea quae sit a b, palam per plures praemissarum propositionum lib. huius, qm̄ in aliquo situ imago ipsius lineae rectae uidetur curua curuitate respiciente centrū speculi, quia ergo extremitates lineae curuae a b c, quae sunt a & c, uidetur, in extremitatibus imaginis lineae rectae a c, imaginetur ipsi curuae imagini lineae rectae sic subtendi corda intra speculum, Si itaq; hoc accidit, quod est possibile, sicut curuitas ipsius arcus quae est a b, sit similis curuitati imaginis ipsius cordae, ita quod eius situs uersi hinc inde sint similes, palā per 23. & per 43. huius, quod imago lineae curuae quae a b c, erit in linea recta subtensa per modum cordae ipsi imagini curuatae, uidebitur ergo linea recta imago ipsius curuae lineae a b c, quod est propositum. Patet hoc etiam aliter, quia enim ut in praemissa proxima dictum est, omnis imago in superficie speculi sphaerici conuexi uisui occurrens, semper uidetur conuexa centrum speculi respiciens secundum eius concauitatem, & eiusdem arcus imago cadens intra speculum respiciat centrum speculi secundum sui concuam, cū ergo non eatur ab extremo in extremum sine medio in huiusmodi reflexionibus & superficiebus partium eiusdem imaginis, palam quod illa imago in aliquo situ habeat dispositionem rectitudinis, et quia omnia loca imaginum punctorum illius arcus cadent in unam lineam rectam, quem situm tamen & uisus & rei uisae & speculi perquirere esset





esset longum & inutile, patebit tñ simpliciter ex præmissis uia illud perquirere uolenti, per hunc itaq; modum accidit circulum quandoq; uideri ad modū semicirculi & diametri, & ex portione circuli sit portio reuersa, ita quod imago rectæ lineæ sit curuæ, & curuæ lineæ sit rectæ, & quandoq; ambæ uidentur curuæ ad eandem partem, si curuitas arcus uisi sit minor curuitate imaginis suæ cordæ, & qñq; ad partes diuersas, sicut intersektionem duorū circuloꝝ inæqualium superficies inclusa, & harum imaginum & multa diuersitas, quā ex præmissis principijs diligenti solertia relinquimus exquirendam. In his itaq; speculis imago lineæ rectæ apparet curua, & lineæ curuæ imago semper uidetur curua, & qñq; apparet uisui curua: & qd' ostendimus de lineis, accidit etiā in ipsis superficiebus planis cōcauis et conuexis per lineas quæ insunt illis superficiebus, & idem penitus est in lineis longitudinis & latitudinis ipsarū. Si autē pponatur uisui in his speculis corpus curuum longum, modicum habens latitudinis, apparebit illius corporis curuitas manifeste, cū ipsa discerni possit, per ea quæ sunt supra corpus, aut circa illud aut intra, nō em̄ bene discernit curuitas nō magna, qñ occultæ fuerint extremitates longitudinis & latitudinis, unde in corpore conuexitatis modicæ, & quantitatis magnæ nō bene discernitur eius conuexitas, licet imago ipsius sit conuexa, cū non appareant termini corporis in longitudine uel latitudine, qui termini coadunant non modice comprehensionem conuexitatis.

LXIII.

A superficie speculi sphaerici conuexi ex diuersis superficiebus sphaerarū opposita, formæ reflexæ monstruose imaginis uidentur.

Quia em̄ diuersarū sphaericarū superficierū diuersa sunt centra, & locus imaginis cuiusq; puncti in speculis sphaericis conuexis per 11. huius, est in katheto suæ incidentiæ ducta à puncto uiso ad centrum speculi, hæc autē centra diuersificant in huiusmodi speculis irregularibus, patet ergo quod formæ diuersorū punctoꝝ in partes diuersas protrahantur, & qm̄ à tota superficie sit reflexio, & pūcta reflexa, secūdu loca diuersificant, nō secundum eundem situm, patet quod imago tota quæ ex locis talium punctoꝝ aggregat & unit suarū partium recipit inordinatū situm, uidet ergo imago in talibus speculis monstruosa, & sit extensio uniformis aliquarū suarū partium secundum uniformem extētionem illarum superficierum, & aliarum partium sit deformitas ab alijs, unde quædam imaginis partes trahuntur in longum, quædam in latum, quædam in transversum, secūdu qd partes aliquarū superficier speculi respiciunt diuersa centra diuersarū sphaerarum, patet ergo propositum.

LXIIII.

Possibile est per plura quotcunq; quis uoluerit conuexa sphaerica specula eiusdem puncti imaginem uideri.

Fiat hæc dispositio quæ in 58. quinti huius, de speculis planis dicta est, sitq; a centrū uisus, & punctus uisus b, & describatur exempli causa polygonium æquilaterum & æquiangulum, quod sit a b g d e, & ad puncta g d e, sint specula sphaerica conuexa contingētia puncta anguloꝝ æqualium, & imaginentur lineæ contingentes specula in eisdē punctis, ut in puncto g, linea s k, & qm̄ angulus b g k, est æqualis angulo d g l, palam p 20. quinti huius, qm̄ forma puncti b, reflectetur à puncto g, ad punctum d, & eadem ratione à puncto d, ad punctum e, & à puncto e, ad punctum a, hoc autē est qd' pponebat.

LXV.

A superficie unius speculi sphaerici conuexi ignem impossibile est accendi, ex plurium tamen compositione possibile.

Quoniam em̄ ut ostensum est in 15. huius lineæ reflexionis formæ eiusdem puncti & diuersis punctis eiusdem speculi sphaerici conuexi non sunt æquedistantes, attamen in centro unius uisus non concurrunt, ergo neq; radij solares uel alijs superficier huius speculi

culi incidentes in aliquo unq; puncto possunt concurrere, sed disperguntur in ipso medio, non ergo illi aggregati radij unq; corpus aliquod quodcunq; uel ipsum sit combusibile possunt incēdere, ut reflectūtur à superficie speculi unius, ex plurium tñ speculoꝝ cōpositione posset aliqd huiusmodi effici, ita ut à quolibet illoꝝ speculoꝝ uno puncto reflectetur unus radius ad unum punctū, cū alioꝝ speculoꝝ radijs concurrens, & sic fortificaretur actio radorum in illo puncto, & secundum numerum speculorum fieret numerus radorum, & unio uel aggregatio radioꝝ uirtutis. Hæc autē speculoꝝ cōpositio plus esset difficilis q̄ utilis, unde tali operi nos nō dignum credimus insisti, patet itaq; propositum.

## LIBER SEPTIMVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.



Ordinis realis series nos ammonet, ut qui planorum speculorum & sphaerarū conuexorum passiones proprias prout potuimus transcurramus, nunc ad speculorum columnariū & pyramidalium proprietates diuertamus. Sunt em̄ speculoꝝ istorum aliquæ passiones, ex passionibus præmissorum speculorum constantes uel compositæ, sicut & figuræ istoꝝ speculorum ex figuris illoꝝ præmissorū speculoꝝ aliquāliter cōponunt. Speculū em̄ columnare cū sit pars columnæ rotundæ, sicut in octaua & in decima quarta, & in decima quinta quinti huius declarauimus. Palam ex præmissis in primo libro huius scientiæ, & in principijs undecimi Euclidis, qm̄ pyramis sit ex transitu rectanguli, quod uno suoꝝ laterum fixo motis alijs circumducit, quousq; redeat ad locum unde motus accepit principium. Speculum quoq; pyramidale causatur ex motu trigoni rectanguli, cuius unum lateꝝ rectum angulū continentium figitur, & alia duo modo præmissa quousq; ad locum unde moueri cœperūt circumducuntur. Vtrumq; ergo istoꝝ speculoꝝ, quia ex motu linearū rectarum ortum habet, palam quia rectarum passiones proprias non euadit. In quantū uero illæ lineæ causant speculoꝝ figuras cū circulariter circumferuntur, in tñ hæc specula passiones circulares, hoc est sphaericas, quæ origo est circulus, cōmuniter cōsequitur, & hoc maxime in speculis colūnaribus euidentius apparet, prout manifestabimus in processu. Proprie uero istoꝝ speculoꝝ passiones ut illæ quæ secundum oxigonias sectiones accidunt, quæ solis his speculis, siue sint conuexa, siue concaua conueniunt, ex quadam cōmuni natura linearum rectarum, & motus accidunt in illis, hæc ergo specula posteriorē ordinē recipiunt à plana specula & sphaerica conuexa. Prius uero de his speculis colūnaribus & pyramidalibus conuexis prosequemur quā de quibuscunq; cōcauis & sphaericis, propter simplicitatē passionū speculoꝝ cōuexorū respectu concauorū, ut illarum quæ in alias descendunt, quæ uero præmittimus sunt ista.

Maius speculum columnare uel pyramidale conuexum uel concauum dicimus, qd' est pars maioris columnæ uel pyramidis & maius quā est pars minoris. Axem speculi columnaris uel pyramidalis, dicimus axem illius columnæ uel pyramidis cuius pars speculum existit. Bases speculorum ppositorum dicimus bases suarum columnarum uel pyramidum quæcūq;. Diametrum uisualem dicimus lineam à centro uel kathetū reflexionis. Kathetus incidentiæ dicitur ut prius linea perpendicularis ducta à puncto rei uisæ super lineam quæ est cōmunis sectio superficier reflexionis & speculi, utpote super lineam rectam, quæ est linea longitudinis speculi, uel super circulum, uel super oxigoniam sectionem, secundum quod ab aliqua istarum linearū reflexio pcedit. Finis cōtingentiæ dicitur punctus in quo alter kathetorū secat lineā in puncto reflexionis speculum secundum circulum uel sectionem oxigoniam contingentem.

V Metam

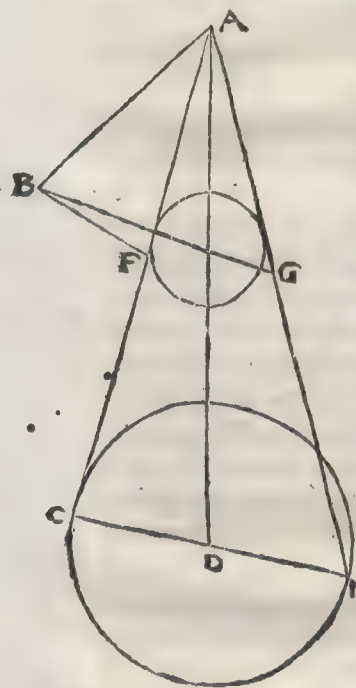


Metam locorum dicimus ut in speculis sphaericis punctum uel lineam ultra quam imagines non videntur.

## THEOREMA I.

Opposito uisui speculo columnari uel pyramidalis conuexo orthogonale erecto, ita ut uisus non sit in superficie speculi, aut ei continua linea recta à centro uisus ducta cum axe speculi in uertice acutum angulum tenente à parte superficiei speculi interiacente superficies contingentes ductas à centro uisus ad speculi superficiem solum sit reflexio ad uisum.

Hoc quod hic proponitur uniuersaliter conuenit speculo columnari conuexo, siue secundum angulum rectum siue secundum acutum sibi incidat linea uisualis, semper enim sicut per 78. quarti huius ostensum est, minus medietate superficiei columnaris uisui occurrat, & ab illa solum sit reflexio ad uisum, hæc autem superficies speculi columnaris contenta est duabus superficiibus à centro uisus productis secundum lineam longitudinis contingentibus columnam, & quoniam huius passionis idem est demonstrandi modus in utroque proposito speculorum, difficilius uero in pyramidalibus, sufficit exempli causa, propositum in speculis pyramidalibus demonstrari.



Sit itaque speculum pyramidalis conuexum, cuius axis sit a d, & uertex a diameter basis c n, centrum basis d, & sit hæc pyramis erecta super superficiem horizontis, ita quod non inclinetur super illam, & sit centrum uisus b, concurratque linea a b, à uisus centro ad uerticem speculi producta cum axe datae pyramidis continens cum ipso angulum acutum, qui est d a b, dico quod solum à parte superficiei conicæ huius pyramidis quæ interiacet superficiem contingentes ductas à centro uisus ad eandem superficiem, sit reflexio ad uisum, imaginentur enim superficiem à centro uisus prodeuntem, quæ secet pyramidem orthogonaliter per axem, & palam per 100. primi huius, quoniam communis sectio illius superficiei, & superficiei pyramidis erit circulus æquedistans basi pyramidis. Sit ergo ille circulus f g, à centro uisus ducantur duæ lineæ f g & b g, illum circulum contingentes per 16. tertij, & per 101. primi huius, ducantur à punctis f & g, duæ lineæ longitudinis pyramidis, quæ sint c f a, & n g a, palam itaque quoniam superficies in qua sunt lineæ c f a, & linea b f, continget pyramidem, si enim dicatur quod secet illam & non contingit, palam quoniam linea b f, quæ est in illa superficie secabit circulum f g, & non continget, ducta autem est ad contingentiam, secare igitur est impossibile. Superficies ergo illa pyramidem continget, & similiter ostendendum est de superficie in qua sunt lineæ n g a, & b g, quoniam & illa pyramidem continget, superficies ergo pyramidis interiacens has duas superficies contingentes uisui occurret, & solum ab hac fiet reflexio ad uisum, quia ut per 16. secundi huius, ostensum est longior radius ad circulum columnarum uel pyramidis rotundarum perueniens, quasi linea contingens est, patet ergo propositum, quoniam in speculo columnari est similiter demonstrandum.

II.

Si à centro oculi ad lineas quæ sunt termini superficierum speculorum columnarium uel pyramidalium conuexorum apparentium uisui duæ superficies reflexionis producantur, necesse est per ipsas ambas speculum contingi.

Verbi

Verbi gratia, Sint conuexo speculo columnari quod sit d f e g, duæ lineæ longitudinis, quæ sint d e & f g, sintque illæ lineæ termini superficiei columnaræ speculi apparentis uisui, ut patet ex præmissa, & per 78. quarti huius, & sit centrum uisus a, productisque lineis a d, a f, a g, a e, erunt superficies trigonæ a d e, & a f g, dico quod illæ superficies contingentes columnam. Si enim dicatur quod altera ipsarum secat columnam, ut superficies a d e, planum est quod illa sectio erit super lineam longitudinis d e, in qua cadit illa superficies, & similiter erit, præcedere si superficies a f g, secet columnam, & sit sectio super lineam f g. Sit ergo ut superficies plana pertransiens centrum uisus secet columnam æquedistans basibus, eritque per 100. primi huius, sectio communis illi superficiei & speculi circulus, qui sit b c, hæc ergo transit per duas lineas longitudinis d e, & e f g, ducantur ergo lineæ a b & a c, ad hunc circulum, hæc ergo cum sint in illis superficiibus secantibus superficiem columnaræ, secabunt circulum b c, minus ergo uidebitur à centro uisus puncto, s. a, ductis continetur, quod est contra ea quæ declarata sunt in 51. quarti huius, & similiter de basibus columnæ declarandum. Non erunt ergo illæ superficies productæ ad terminos superficiei columnaræ apparentis uisui, sed citra illas, quod est contra hypothesim. Eodem modo quoque est de speculis pyramidalibus demonstrandum, & sequitur idem impossibile, quod prius per 84. quarti huius, quod est contra hypothesim, patet ergo propositum.

III.

Communis sectio omnium superficierum à uisui productarum contingentiū speculi columnare conuexum, est linea transiens centrum uisus æquedistans axi illius speculi.

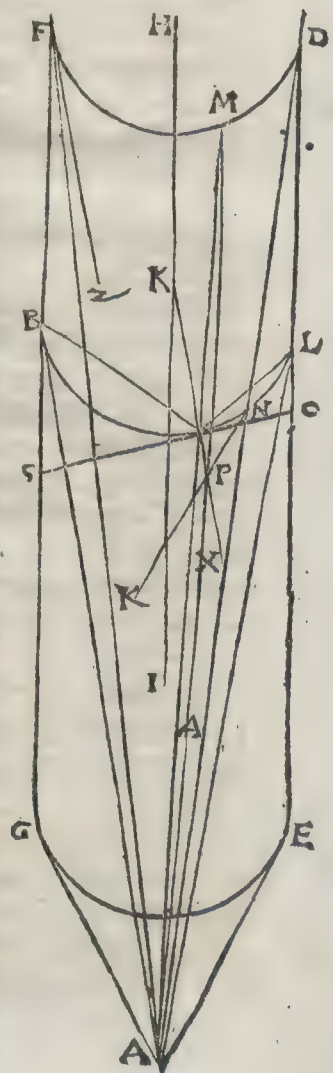
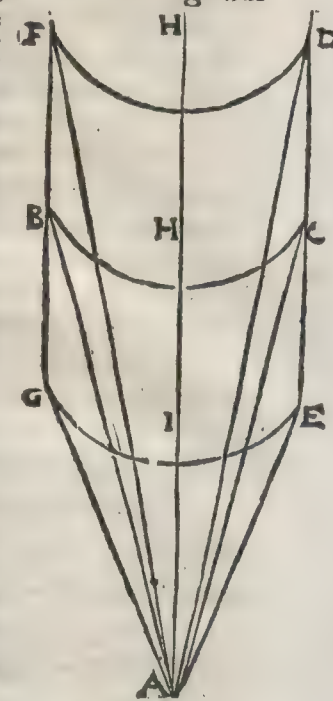
Quod hic proponitur, esto enim axis speculi columnaris conuexi h k, & basis superior columnaræ circulus f d, cuius centrum sit h, & inferior basis circulus g e, cuius centrum i, & communis sectio alicuius superficiei reflexionis & superficiei speculi columnaris sit circulus b l, cuius centrum k, cum itaque axis h i, qui orthogonaliter est super basibus, ut patet per 95. primi huius, sit etiam orthogonaliter super circulo b l, per 100. & per 23. primi huius, & per eadem sint lineæ longitudinis columnaræ d e & f g, orthogonales super circulo b l, superficies ergo contingentes columnam secundum illas lineas d e & f g, erectæ erunt super circulum b l, per 18. undecimi, ergo & super superficiem reflexionis secantem columnam secundum illum circulum b l, ergo per 19. undecimi, communis sectio illarum superficierum contingentium columnam orthogonaliter erit super illam superficiem reflexionis, ergo per 6. undecimi, illarum superficierum communis sectio æquedistans erit axi columnaræ quæ super eandem superficiem est orthogonaliter erecta, secant autem illæ superficies se in centro uisus, quoniam centrum uisus in omnibus illis existit, ut patet ex hypothesi de superficiebus planis speculum propositum contingentibus, & de superficie reflexionis ex 27. quinti huius, patet ergo propositum.

IIII.

Ad quodcumque punctum signatum in superficie apparente speculi columnaris uel pyramidalis conuexi à centro uisus ducatur linea recta, illa producta necessario speculum secabit.

Sit dispositio omnimoda præmissa, signeturque in apparente uisui portione speculi, quod est d e, f g, punctus q, & producat linea a q, dico quod

V. 2 co quod





eo quod linea a q, pducta necessario speculū secabit, pducatur em a puncto q, linea longitudinis colūnae quae sit q m, per 101. primi huius, haec itaq; linea erit aequedistans am-  
 babus lineis longitudinis d e & f g, per 31. primi. Sit quoq; ut superficies aliqua reflexi-  
 onis secet colūna ultra punctū q, secundū circulū b l, per 100. primi huius, linea ergo q m  
 necessario transibit per circulū sectionis, qui est b l, secans ipsum in puncto, sit ergo illud  
 punctum p, ducaturq; linea a p, haec ergo quia cadit intra lineas a centro uisus a, ad cir-  
 culum b l, pductas illū cōtingentes, quae sunt a b & a l, palā quae secabit circulū, ergo etiā  
 superficies a cētro uisus ad speculū superficiem, prenta, in qua sunt lineae a p & a q, secabit  
 speculū, quia illa superficies secabit superficiem columnaris speculi secundū lineā longitu-  
 dinis, quae est m q, palā ergo qm linea a q, pducta secabit speculū: eodē modo patet de q  
 libet alio dato puncto in speculis q; pyramidibus cōnexis eodē modo demonstran-  
 dum, ducta linea a uertice pyramidis ad punctū quēcūq; in illius speculi superficie datū,  
 palā est ergo, ppositū.

V.

Omnis superficies plana in aliqua linea longitudinis superficiei apparen-  
 tis uisui speculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingens speculum,  
 secat superficies a uisu productas, quae contingunt portionis apparentis ex-  
 tremitates, omnesq; illae superficies inter uisum & speculi superficiē extendunt.

Maneat superior dispositio, cōtingatq; aliqua superficies plana superficiē apparen-  
 tem speculi secundū lineā longitudinis, q̄ est m o, p 95. primi huius, ducaturq; superficies reflexi-  
 onis quae sit a b l, & in ea, pducatur linea cōtingens circulū b l, in puncto p, quae sit s p t, se-  
 palā ergo qd' linea s p t, secabit lineas a b & a l, ducat em linea p l, quia ergo linea s p t, se-  
 cat angulū a p l, patet p 29. primi huius, qm ipsa secabit lineā a l. Similiter ducta linea p  
 b, patet qd' linea s p, secabit lineā a b, palā ergo, qm lineae a l & p t concurrent. Sed linea  
 p t, est in superficie cōtingente colūna secundū lineā longitudinis m o, linea uero a l est  
 in superficie cōtingente colūna secundū lineā longitudinis d e, quae est extremitas por-  
 tionis apparentis, patet ergo, ppositū primū. Sed & oēs tales superficies, qualis est superfi-  
 cies in qua est linea s t, inter uisum & speculi superficiē, & nō extendunt, & de speculi qui-  
 cantes illā, sed & patet de centro uisus. Sit em punctū n, proximū punctū signabile sub pū-  
 cto l, in arcu l b, & imaginef aliqua superficies cōtingens superficiē colūnae in linea longi-  
 tudinis, in q̄ sit punctus n, hoc ergo necessario secabit superficiē reflexionis q̄ est a b l, qm est  
 orthogonalis super illā per 18. undecimi. Sit itaq; per tertiā undecimi superficiei reflexi-  
 onis, q̄ a b l, & dictae superficiei cōmunis sectionis linea recta, q̄ sit n r, palam ergo per p-  
 missā, qm linea n r cōtingit circulū b n, in puncto n, sed punctū n demissius est puncto l,  
 ergo cōtingens linea quae n r, erit demissior linea cōtingente q̄ est a b, per 60. primi hu-  
 ius. Nō ergo ptinget linea n r, ad punctū a centrum uisus. Eodē modo demonstrandū  
 in alijs quibuscūq; superficiibus taliter cōtingentibus superficiem apparentē speculi colū-  
 naris. Similiter q; demonstrandū est de superficiibus cōtingentibus specula pyramida-  
 lia quaecūq; patet ergo propositum.

VI.

Omnis superficies reflectionis in qua sunt linea contingens basem spe-  
 culi columnaris uel pyramidalis conuexi & linea longitudinis eiusdem spe-  
 culi idē speculū secundū lineam suae longitudinis necessario est cōtingens.

Hoc patet per modū secundae huius, qm eadem huius & illius est demonstratio. Sit  
 em resumpta figura pcedētis superficies reflexionis g a f, in qua sit linea z f, cōtingens co-  
 lumnam uel pyramidē in puncto f, & linea longitudinis colūnae uel pyramidis quae  
 est g f, dico qd' illa superficies reflexionis continget colūnam uel pyramidem, si de-  
 q; illa superficies colūnam uel pyramidem speculi secet, tunc et linea z f, basem illius  
 speculi secabit, quod est contra hypothesim, palam ergo propositum.

Opposito

VII.

Opposito uisui speculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut cen-  
 trum uisus non sit in superficie colūnae uel pyramidis, & punctus rei uisae  
 sit cum uisu in eadem superficie speculum secundum axem secante, cōmunis  
 sectio superficiei reflexionis & superficiei apparentis speculi erit linea longitu-  
 dinis speculi, & si illa communis sectio sit lineae lōgitudinis superfices refle-  
 xionis secat speculum per axem.

Sit speculū columnare conuexū, cuius axis sit h i, cuius superficies apparet uisui  
 sit e d f g, sitq; a centrū uisus, & b punctū uisum, secetq; superficies reflexionis in qua per  
 27. quinti huius, necessario sunt pūcta a & b, ipsum speculū secundum axem h i, dico qd'  
 cōmunis sectio illius superficiei reflexionis & superficiei e d f g, est linea longitudinis spe-  
 culi, qm enim per 93. primi huius, cōmunis sectio illius superficiei planae & superficiei to-  
 tius colūnae speculi est quadrangulū rectangulum sub duabus lineis longitudinis & dua-  
 bus diametris basū colūnae contentū, cum superficies reflectionis transeat per cen-  
 trum uisus, cui directe in speculo opponitur superficies apparet uisui, per primā huius,  
 patet quod cōmunis sectio illarū duarū superficierū, erit linea una longitudinis, quae est  
 unū latūs illius trianguli, quod est cōmunis sectio illius superficiei planae, & superficiei  
 totius colūnae. Sic quoq; patet per 90. primi huius, de speculo pyramidali, qm cōmu-  
 nis sectio superficiei reflexionis, & superficiei conicae speculi uisui apparentis, sit unum  
 latūs illius trigoni, quoniam est communis sectio huius planae superficiei, & totius super-  
 ficiei ipsius pyramidis speculi, quod est una linearum longitudinis pyramidalis, patet  
 ergo propositum.

VIII.

Omnium superficierum planarum superficiem speculi columnaris uel py-  
 ramidalis conuexi contingentium unica super superficiem reflexionis specu-  
 lum secundum axem secantē, est erecta, ut quae secundū cōmunem secti-  
 onem illius superficiei & speculi lineam, scilicet longitudinis superficiem ap-  
 parentem speculi per aequalia diuidentem speculum est contingens.

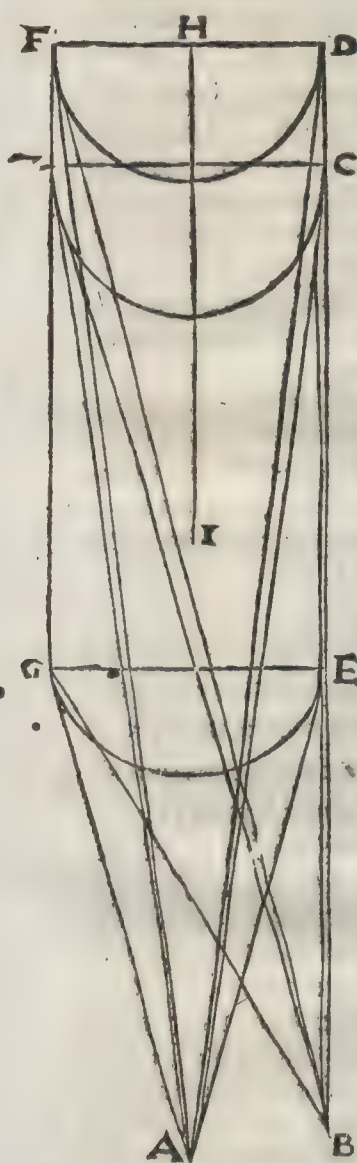
Sit speculum columnare conuexū, cuius apparet uisui superficies sit, e d f g, & axis  
 h i, sitq; centrum uisus punctum a, & communis sectio superficiei reflexionis speculum  
 secundū axem secantis & speculi, sit linea longitudinis quae m o, per aequalia diuidēs sup-  
 ficie e d f g, cōtingatq; superficiē speculi superfices planae q̄cūq; dico qd' unica illa quae secū-  
 dū lineā longitudinis m o speculū cōtingit, erecta est sup illā superficiem reflexionis, & qd'  
 oēs aliae super ipsam sunt obliquatae, ut enim patet p 92. primi huius, linea m o, rectos  
 est angulos cōtinens cū semidiāmetris basū colūnae & simul cū semidiāmetris oīm circu-  
 lorū basibus illis aequedistantiū secantiū colūna, ut patet per 100. & per 23. primi hu-  
 ius, palam quoq; per 96. primi huius, quoniam omnes perpendiculares, quae intra colū-  
 nam ducebiles sunt semp ipsam superficiē cōtingentē speculū necessario trāseūt per axē  
 speculi, oēs uero illae ppendiculares cadunt in superficie speculū secundū axē secante, ex-  
 go per diffinitionē illa superficies contingens est erecta sup superficiē illā reflexionis, o-  
 mnes ergo aliae superficies dictae superficiei speculi secundū alias lineas longitudinis cōtin-  
 gentes super illam superficiem reflexionis sunt obliquae, aliter enim illae superficies  
 contingentes se necessario interfecarent, si ab aliquo puncto lineae, quae per 3. unde-  
 cimi, est communis sectio illarum superficierum, duae lineae in illis superficiibus con-  
 tingentibus ad superficiem reflexionis perducantur, quarum extremitates in ipsa super-  
 ficie reflexionis per lineam tertiam coniungantur, erūt protracti illius trigoni duo angu-  
 li recti, quod est impossibile, non est ergo aliqua illarum superficierum speculum contra-  
 rium super illam superficiem reflexionis erecta, nisi unica in illa communi sectio-  
 ne speculum contingens, & eodem modo in speculis pyramidalibus potest demonstra-  
 tio formari, patet ergo propositum.

V 3

Opposito



Opposito uisui speculo columnari conuexo, ita ut uisus non sit in ipsa superficie columnar, & punctus rei uisae sit cum uisu in eadem superficie aequedistanti basibus columnar, communis sectio superficiei reflectionis & speculi erit circulus aequedistans basibus columnar.



Esto columnare speculum conuexum, cuius axis sit  $hi$ , & bas superior circulus  $fd$  inferior basis circulus  $ge$ , & sit centrum uisus punctum  $a$ , & punctum rei uisae sit  $b$ , sitq; speculum directae uisui oppositum, ut proponitur, dico quod quoniam superficies reflectionis quae sit  $abc$ , secabit superficiem propositi speculi, taliter quod communis sectio quae sit  $cz$ , erit circulus aequedistans basibus speculi, hoc enim patet ex hypothese, & per 100. primi huius, uel etiam hoc modo: Ducantur enim duae lineae productae a uisu contingentes speculum, quae sint  $az$  &  $ac$ , sintq;  $z$  &  $c$  puncta contingentiae opposita adinuicem in eadem superficie, & ab utroq; illorum punctorum ducantur lineae secundum longitudinem columnar, quae sint  $de$  &  $fg$ , & quoniam linea  $dc$ , est aequalis lineae  $fg$ , & linea  $ce$ , aequalis lineae  $zg$ , ex hypothese & per 25. primi huius, propter aequedistantiam basium speculi & superficiei reflectionis, palam quia linea  $zc$ , quae est communis sectio superficiei reflectionis & superficiei & speculi, aequedistabit arcibus basium, quae sunt  $df$  &  $ge$ . Ductis enim rectis lineae  $df$ ,  $oz$ ,  $ge$ , erunt illae lineae rectae aequedistantes per 33. primi huius, ergo & haec curuae, quae in eisdem sunt superficiebus, erunt aequedistantes & sunt circulares, quoniam sunt aequedistantes in eadem superficie columnari, patet ergo propositum.

Opposito uisui speculo columnari uel pyramidalis conuexo, ita ut uisus non sit in superficie columnar uel pyramidis superficiei reflectionis oblique axi speculi incidente, communis sectio superficiei reflectionis & speculi erit oxigonia sectio.

Esto ut in praemissis speculum columnare uel pyramidalis conuexum, cuius axis sit linea  $hi$ , & superficies eius apparens uisui sit  $e$  &  $fg$ , sitq; centrum uisus punctum  $a$ , & punctus rei uisae  $b$ , secetq; superficies reflectionis speculum oblique transaxem, scilicet non aequedistans basibus columnar, dico quod communis sectio superficiei reflectionis & superficiei speculi uisui apparentis est pars oxigoniae sectionis, quoniam enim ut patet per 103. primi huius, patet qd omnis superficiei secantis columnam uel pyramidem transaxem non aequedistans basibus & superficiei totius pyramidis uel columnar communem sectionem circulum esse, est impossibile, uel etiam lineam longitudinis per 7. huius, cum talis superficies plana non secet pyramidem uel columnam, secundum axis longitudinem, patet qd communis sectio superficiei reflectionis, quae plana est & partis superficiei speculi pyramidalis uel columnaris oppositae uisui, non poterit esse arcus circuli, neq; linea longitudinis, erit ergo pars sectionis oxigoniae, quia totam talem sectionem totius superficiei pyramidis uel columnaris, & superficiei planae secantis pyramidem uel columnam diximus oxigoniae sectionem in 98. primi huius, patet ergo propositum.

Com

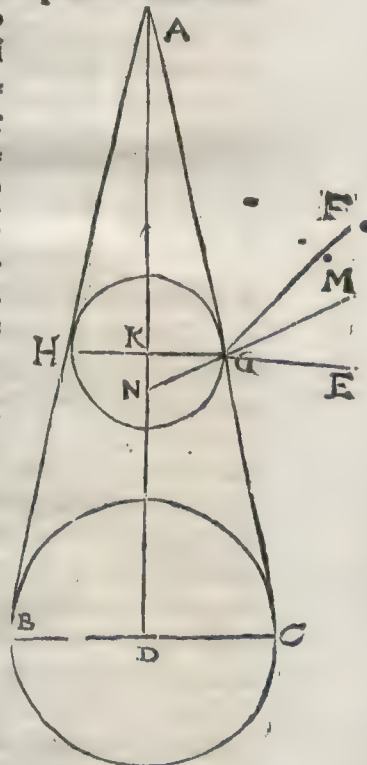
Communi sectione superficiei reflectionis & speculi columnaris circulo existente, omnes superficies planae speculum contingentes super superficiem reflectionis sunt erectae.

Remaneat dispositio quae praecessit in 9. huius, & quia per 95. primi huius, omnes planae superficies columnam contingentes secundum lineam longitudinis contingunt, patet per 92. primi huius, cum omnes lineae longitudinis rectos angulos cum semidiаметris basium contineant, quoniam omnes super illas bases sunt erectae, ergo per 100 & 23. primi huius, illae lineae omnes sunt erectae super circulum aequedistantem basibus columnar. Hic autem est circulus, qui est communis sectio superficiei reflectionis & speculi, per 9. huius, ergo per diffinitionem superficierum erectarum superficierum sunt superficies, omnes illae superficies contingentes columnam super praefatam superficiem reflectionis eriguntur, quod est propositum.

Communem sectionem superficiei reflectionis & speculi pyramidalis conuexi, circulum impossibile est esse.

Sit pyramidalis speculum conuexum  $abc$ , cuius uertex  $a$  diameter basis  $bc$ , sitq; axis speculi linea  $ad$ , est ergo per 89. primi huius, punctum  $d$  centrum basis, sitq; centrum uisus  $e$ , & punctus rei uisae sit  $f$ , dico quod forma puncti  $f$ , non potest reflecti ad uisum  $e$ , ab aliquo puncto speculi propositi, ita ut communis sectio superficiei reflectionis & speculi, cuius centrum sit  $k$ , sit circulus. Si enim hoc sit possibile, esto quod reflectatur forma puncti  $f$ , ad uisum  $e$  a puncto speculi  $g$ , sitq; circulus  $gh$  communis sectio superficiei reflectionis & speculi, cuius centrum sit  $k$ , eritq; per 100. primi huius, circulus  $gh$  aequedistans basi  $bc$ , producat ergo a puncto  $g$  extra speculum linea  $gm$ , perpendiculariter super superficiem contingentem pyramidem in puncto  $g$ , per 12. undecimi, quia uero superficies basis non est orthogonalis super superficiem contingentem pyramidem in puncto  $g$ , ideo quod omnis superficies contingens pyramidem secundum lineam longitudinis est contingens, ut patet per 95. primi huius, & linea longitudinis oblique superstat superficiei basis, palam quod superficies circuli  $gh$  aequedistans basi non orthogonalis super superficiem speculum contingentem in puncto  $g$ , producta ergo linea perpendiculari, quae est  $gm$ , intra pyramidem, palam quod ipsa non pertingat ad centrum circuli, quod est  $k$ , sed cadet sub illo in aliquo puncto axis, qui sit punctus  $n$ , & continebit linea  $mg$  n, acutum angulum cum axe uersus punctum uerticis, scilicet angulum  $gna$ , qui necessario est acutus per 32. primi, ideo quod angulus  $gkn$  est rectus per 39. primi, cum angulus  $adc$ , sit rectus, & quoniam ut patet per 27. quinti huius, punctum  $m$ , qui est terminus lineae perpendicularis super superficiem speculi, qui perpendiculariter est linea  $nam$  in superficie reflectionis consistere est necesse, linea ergo  $hkg$ , non est in illa superficie, palam ergo qd forma puncti  $f$  ad uisum  $e$ , non fiet reflexio a puncto speculi  $e$ , ut a puncto circuli. Si enim fieret reflexio a puncto  $g$ , ut a puncto circuli  $gh$ , oporteret necessario superficiem circuli  $gh$ , perpendicularare esse super superficiem planam contingentem speculum in puncto  $s$ , & perpendicularare  $mg$  produci ad centrum circuli  $k$ , quod est impossibile per praemissa, patet ergo propositum.

Opposito uisui speculo pyramidalis conuexo, ita ut uisus non sit in superficie pyramidis aut ei continua, punctusq; rei uisae sit cum centro uisus in eadem





**PERSPECTIVAE VITELLIONIS**  
eadem superficie æquedistanti basi pyramidis, impossibile est reflexionē fieri ad uisum.

Existente enim tali dispositione centri uisus & punctus rei uisæ respectu speculi pyramidalis conuexi, ut proponitur, palam per 100. primi huius, cum superficies reflexionis sit superficies plana, quia communis sectio sui & superficiei conicæ speculi est circulus, patet ergo propositum per præmissam. Est enim in illa ostensum, impossibile esse, ut communis sectio superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi sit circulus, quia si sectio illa communis esset circulus, esset ipsa per 100. primi huius, æquedistans basi speculi, & esset superficies illius circuli in superficiei reflexionis, & quia axis a d, est perpendicularis super illū circulū per 23. primi huius, erunt lineæ longitudinis pyramidis declinatæ super illum circulum angulos acutos continentes cum diametris basis, & ita essent illæ lineæ obliquæ super superficiē reflexionis, ergo in illa superficie non possit duci perpendicularis super lineam longitudinis, sed per 27. quinti huius, perpendiculari ter ducta super superficiem contingentem speculum secundum punctum reflexionis, est in superficie reflexionis & perpendiculariter super lineam longitudinis, cum quælibet superficies contingens pyramidem contingat illam secundam lineam longitudinis, ergo nunquam fiet reflectio ad usum in hoc situ formæ alicuius pñctorum rei uisæ super superficie reflexionis speculum pyramidale, ut pyramidale contingente, si uero superficies in qua est linea contingens speculi circulum secundum aliquod punctum illius circuli secet superficiem speculi, tunc est possibile ab his speculis, & ab illo puncto circuli reflexionem fieri, non ut à speculis pyramidalibus, sed in quantum ipsorum conuexa superficies communicat cum speculis sphaericis uel columnaribus conuexis, quorum passiones declarauimus in præmissis, ut tunc hæc passio ad proprietatem speculorum pyramidalium acciderit, patet ergo propositum.

xiii.

XIIII.  
Superficierum reflexionis, quarum communis sectio cum superficie speculi pyramidalis, est linea recta secundum diuersas uisus situationis, quā doq; solū unā, quandoq; plurimas ad eundē uisum possibile est applicari.

Quocumq; enim modo uisu taliter disposito, ut minus medietate superficiei conice pyramidis uideatur, per 84. quarti, tunc solū unica superficies reflectionis transit per uisum, cuius communis sectio cum superficie pyramidis sit linea longitudinis, quoniam unica tunc transibit per axem pyramidis, ostensum est enim per 7. huius, quoniam in omni superficie reflectionis factæ à speculis pyramidalibus, quando communis sectio superficiei reflectionis & speculi fuerit linea longitudinis speculi, necesse est esse axem speculi, taliter uero disposito uisui, ut tota pyramis uideatur per 92. quarti huius, non solum plures, sed etiam infinitas superficies reflexionum, quarum communis sectio est linea longitudinis, ut proponitur, possunt ad oculum applicari, quoniam tunc centrum uisus omnibus lineis longitudinis totius speculi est commune, & omnes se æqualiter habent ad uisum, cum enim radius uisualis continuus fuerit axi pyramidis, tota pyramis uidetur per 92. quarti huius, in qualibet ergo superficie reflexionis sit totus axis & linea perpendicularis super speculi superficiem ad axem transiens à puncto reflexionis, eritq; cuiuslibet superficiei reflexionis, & superficiei pyramidalis speculi sectio linea longitudinalis in hoc situ, quoniam quaelibet superficies, in qua est totus axis, communem habet lineam longitudinis illius pyramidis cum superficie pyramidis per 90. primi huius, patet ergo propositum.

XV.

XV.

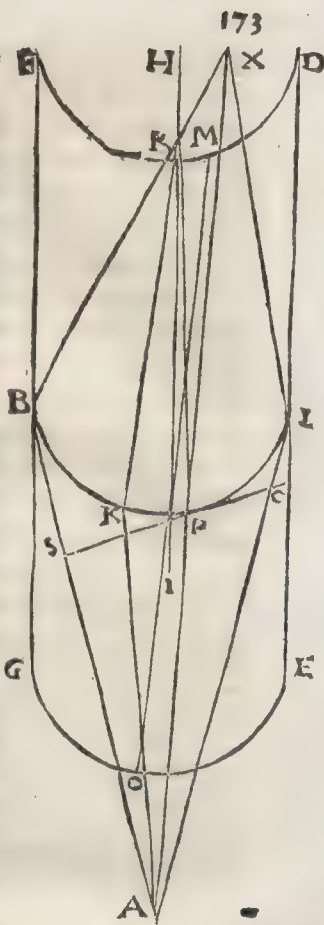
Omnia superficies reflectionis, cuius communis sectio & superficiæ speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, est linea longitudinis speculi, per æqualia diuidit superficiem speculi apparentem.

æqualia diuidit superficiem speculi apparentem.

Esto speculum columnare conuexum, cuius apparens superficies uisui, sit  $e d f g e t$   
axis  $h i$ , & sit centrum uisus  $a$ , ut prius in præmissis, patet itaq; per 6. huius, quoniam sua  
per se

LIBER SEPTIMVS.

perſectes reflexiōis taliter ſecans ſpeculū columnare uel pyramidæ  
 ſecat ipſum ſecundum axis h i longitudinem. Sit autem linea lon  
 gitudinis ſecundum quam illa ſuperficies reflexionis ſecat ſpeculū  
 linea m o, dico quod linea m o per æqualia diuidit ſuperficiem ſpe  
 culi e d fg, uiſui apparentem, patet enim per 25. quinti huius, qd'  
 illa ſuperficies reflexionis eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem con  
 tingentem columnam in linea m o, ſi ergo in linea m o ſignetur pū  
 ctum p, & ducatur linea a p, & à puncto p ducatur linea t p s, in ſu  
 perficie ſpeculum contingente, taliter ut linea ſ p t, contingat quæ  
 dam circulū columnæ æquediſtante baſibus, qui ſit b l, erit quoq;  
 linea a p perpendicularis ſuper lineam t p s, quoniam ducitur in ſu  
 perficie ſuper illam ſuperficiem erectā, ergo per 18. tertij, linea a p,  
 producta tranſit centrum circuli b l, quod ſit x, ducanturq; lineæ a  
 b & a l, quæ ſunt æquales per 58. primi huius, copulente quoq;  
 ſemidiametri x b & x l, erūt ergo trigoni a b x & a l x æquiangula p  
 s. primi, erit angulus p a t æqualis angulo p a s, ergo per 58. pri  
 mi huius, linea a p diuidit arcum l p b, per æqualia in puncto p, ſed  
 arcus l p b, eſt æquediſtans baſibus columnæ, lineæ quoq; rectæ  
 terminantes ſuperficiem ſpeculi uiſui apparentem æquediſtante li  
 neæ m o, quod patet per 92. primi huius, & p 28. primi, linea itaq;  
 m o diuiditur per æqualia baſis columnæ, eſt autem linea m o in ſu  
 perficie reflexiōis, palam ergo quod illa ſuperficies reflexionis diui  
 dit ſuperficiem ſpeculi apparentem uiſui per æqualia, & quoniam  
 in ſpeculo pyramidal ſiue unica ſiue plurimæ ſint illæ ſuperficies re  
 flexionis, ut patet per præmiſſam, ſemper eadem eſt demonſtratio,  
 patet ergo propoſitum.



XVI.

XVI.

20 Omnium superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari cōue-  
 nientis ad eundem uisum factarum unica est, cuius communis sectio & superfi-  
 cie speculi, est lineæ longitudinis illius speculi.

Sit dispositio figuræ eadem quæ in præcedenti, & quia nunquam cōmunis sectio superficie reflexionis & speculi propositi, est linea longitudinis speculi, nisi solum superficie reflexionis columnam per axem fecante per 7. huius, in hoc autem situ superficies re-  
tet per præmissam huius, aut superficies transiēs per axem h i, est unica, patet qd huius  
folius & superficie speculi communis sectio, est linea longitudinis speculi. Si autem di-  
catur quod & illa superficies reflexionis est, cuius communis sectio & superficie spe-  
culi est linea longitudinis speculi, ergo per 7. illa superficies secat speculum secundum  
axem h i, ducatur ergo in illa superficie linea à centro uisus ad axem h i, quæ sit a r k, &  
ducatur in proposita superficie reflexionis superficiem apparentem speculi per æqualia  
secante linea a p k, palam ergo quod istæ duæ rectæ includent superficiem, quod est im-  
possibile, patet ergo propositum. Unica em̄ potest imaginari superficies in qua sunt a-  
xes columnæ & centrum uisus & punctus rei uisæ, & non plures.

XVII.

XVII.

Omnium superficierum reflexionum ab eodem speculo columnari con-  
 nexo ad eundem uisum factarum unica est, cuius communis sectio & super-  
 ficiei speculi, est circulus æquedistans basibus columnæ.

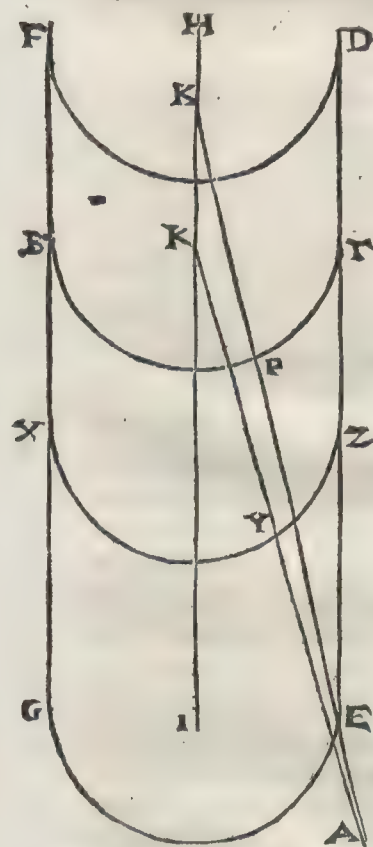
Sit dispositio quæ supra, ita ut communis sectio superficiæ reflexionis & speculi  
columnaris convexi, sit circulus, quia ergo in omni tali superficie reflexionis linea  
X perpen-



perpendicularis erecta super superficiē cōtingentem speculū in puncto reflexionis est diametro circuli basibus columnarū aequedistantis, & nō potest esse in superficie columnarū nisi unus circulus aequedistans basibus columnarū, quā cū centro uisus sit in eadē superficie, palam quia omnium superficialium reflexionum ab eodem speculo columnari cōuexo ad eundem uisum factarum unica eius communis sectio & superficiei speculi, est circulus aequedistans basibus columnarū. Si em̄ dicatur quod sint plures, sit communis sectio unius illarum superficialium & superficiei speculi linea quā sit b p t, alterius uero x y z, puncta quoq; in quibus axi columnarū incidunt centra illorum circularum sint k & r, & producantur lineae a k & a r à centro uisus ad illa puncta, palam ergo per aequedistantiam basium ad istas, quoniam in trigono a k r duo anguli ad basem k r, sunt recti, linea enim h r, cum sit pars lineae h i axis columnarū, sicut est recta super bases columnarū p q, primi huius, ita & super superficies circularū illis basibus aequedistantiū per 23. primi huius, ergo & super diametros illorum circularū est perpendicularis, sunt autem illae diametri in lineis a k & a r, linea ergo k r est perpendicularis super ambas lineas a k & a r, quod est impossibile, patet ergo propositum.

XVIIII.

Superficialium reflexionis quarum communis sectio cum superficie speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, est sectio oxigonia, plures ab eadē portione apparenti speculi ad eundem uisum est possibile applicari.



Fiat ordinatio figuræ, quæ supra in 15. huius, sitq; communis sectio superficiei reflexionis transeuntis per axem h i, linea m o, & cōmunis sectio superficiei reflexionis aequedistantis basibus columnarū circulus b p l, palam ex præhabitis, quoniam ab omnibus punctis superficiei columnaris m p b & m p l, potest fieri reflexio ad uisum a secundū partes sectionis columnaris, quia enim ad quodlibet illorum punctorum potest alius punctus rerum uisarum incidere, patet quod ad quemlibet illorum punctorum fieri potest reflexio ad uisum per primam huius, manifestum est ergo quod partes illarum sectionum columnarum uel pyramidalium possunt esse infinitæ, quarum quælibet secundum lineam perpendicularem super axem secat columnam uel pyramidem speculi, ut patet p 104. primi huius, patet ergo propositum.

XXI.

Linea longitudinis existente communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, à quocunq; punctorum illius lineæ fiat reflexio ad uisum, semper fit in eadem superficie.

Signata ut in præmissa 15. huius, superficie reflexionis circuli ut proponitur, q secet superficiem speculi secundū lineam m o, dico quod à quolibet puncto illius lineæ fiat reflexio ad uisum, semper omnes lineæ reflexionis erūt in eadem superficie a m o. quoniam enim in superficie a m o, est per 7. huius, axis h i & unica superficies contingens speculum in illa linea m o, erecta est super superficiem reflexionis, ut patet per 8. huius, palam quia quocunq; puncto in illa linea m o, sumpto perpendicularis ab eo ad axem h i ducta, semper erit in eadem superficie axe h i, & erit illa linea orthogonalis super superficiem contingentem superficiem columnarū secundum illam lineam m o, quia per 17. tertij illa linea à puncto contactus ad centrum circuli ducta est perpendicularis super lineam contingentem circum ductam in superficie columnarū contingentem, superficies ergo m o, h i, est erecta super superficiem in linea m o speculū contingentē, sed centrum uisus est in superficie orthogonalī super eandem superficiem, quoniam in superficie una est centrum uisus &

linea m o & axis speculi h i, ut patet per præmissa, una sola autem superficies est orthogonalis super illam superficiem contingentem secundum lineam m o, quoniam dato opo posito contingeret duas lineas super punctum unum ad superficiem unam orthogonaliter insistere, quod est impossibile per 13. undecimi, omnes ergo reflexiones à punctis lineæ m o, factæ sunt in una & eadem superficie, quod est propositum.

XX.

Sectione communi superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi, existente circulo, à quocunq; puncto illius circuli fiat reflexio, semper fit in eadem superficie.

Fiat figuratio ut in 17. huius, & signetur quodcunq; punctū placuerit in circulo b p t, palam, quoniam semper semidiameter illius circuli, ducta à puncto k, cētro illius circuli b p t, erit perpendicula ris super superficiem contingentem speculum in illo puncto reflexionis dato, erit ergo quælibet talium perpendicularium producta extra super superficiem contingentem columnam in eadem superficie consistens tota per primā undecimi. Est autē illa superficies ducta extra columnam superficiei reflexionis, quia ergo quælibet talium perpendicularium est in superficie illius circuli, & punctum uisus quod est a, similiter est in eadem superficie, in hac ergo sola superficie erit reflexio cuiuscunq; puncti rei uisæ facta à quolibet punctorum totius illius circuli uel portiones suæ uisæ, quod est propositum.

XXI.

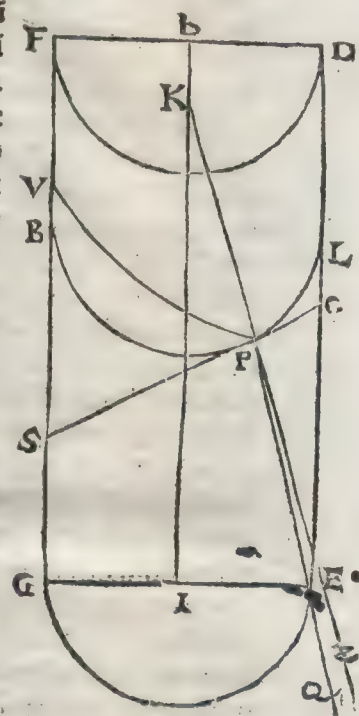
Omnis perpendicularis à puncto reflexionis super speculi columnaris conuexam superficiem erecta producta intra speculum, est diameter circuli aequedistantis basibus columnarū, & econuerso.

Sit dispositio figuræ ut prius, sitq; punctum reflexionis p, siue communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit linea longitudo nis uel circulus uel sectio columnaris, & à puncto p, ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in eodem puncto p, quæ sit p q, dico quod linea p q intelligatur produci intra speculum quod ipsa cadet in punctum k, quod est centrum circuli b p l, & erit diameter illius circuli, quia si detur quod non, cum constet per 17. tertij diametrum k p, perpendicularem esse super lineam s t, cōtingentem circum columnam, in puncto p, & ex consequenti super superficiem in illo puncto contingentem eandem lineam, in qua per 6. huius, est linea s t, cum & linea q p sit perpendicularis super eandem lineam & superficiem in eodem puncto speculum contingentem, palam quod erunt hæc duæ perpendiculares q p & k p coniunctæ in puncto p, linea una, per 14. primi, ambæ enim illæ lineæ exeunt ab uno puncto p, lineæ s p, & continet quælibet ipsa p superficiem rectum cum eadem, & danti oppositum etiam accidit ex eodem puncto contra 13. undecimi, producta enim diametro k p, extra speculum, si ipsa uero pertinet ad punctum q, sit ut ipsa pertingat ad punctum z, extra speculum super superficiem contingentem, accidit ergo ipsum p z & perpendicularem q p, eandem superficiem ad idem punctum p, productas perpendiculares esse, quod est impossibile, patet ergo propositum primum, conuersa quoq; patet per eundem modum.

XXII.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi, communi sectione quocunq; linea existente, formæ eiusdem puncti rei uisæ non fit reflexio ad uisum eundem, nisi ab uno tantum illius sectionis puncto.

X 2 Commu





Communi enim sectione superficiei reflexionis & speculorum propositorum existente linea recta per 7. huius, tunc non fiet reflexio, nisi ab uno tantum puncto illius lineae, sicut de speculis planis ostensum est per 45. quinti huius, si uero communis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris fuerit circulus, ut patet per 9. huius, tunc ab uno tantum puncto illius circuli fiat reflexio, quemadmodum in speculis sphaericis co uexis ostensum est per 16. sexti huius, si uero illa communis sectio fuerit oxigonias, ut patet per 20. huius, tunc est hoc propositum in speculis propositis specialiter demonstrandum, fiat ergo dispositio figurae ut in praemissa prima, sitque pars columnaris sectionis lineae, quae est p u, dico quod ab uno tantum puncto lineae p u, fiet reflexio ad uisum in illa superficie, dato enim quocunque puncto alio, palam quoniam perpendicularis ab illo puncto reflexionis erecta super superficie columnae, orthogonalis est super lineam longitudinis columnae per illud punctum transeuntis, quare & super axem perpendicularis erit per 29. primi, & erit illa perpendicularis diameter circuli aequidistantis basi speculi per praemissam, et superficies reflexionis & circulus ille secant se, & linea eis communis est diameter illius circuli per 104. primi huius, & diameter illa est perpendicularis super superficie speculi in illo puncto contingente, & superficies reflexionis est secans illam lineam longitudinis columnae, super qua sit contingente, & est declinata super eam, ergo & super axem erit illa superficies reflexionis declinata, sed in superficie plana super aliquam lineam declinata, ut specialiter patet de sectione oxigonias per 112. primi huius, non potest intelligi nisi una linea orthogonaliter cadens in ipsam lineam uel in ipsum axem, quoniam linea terminans illam superficiem, in uno tantum puncto secat illam lineam super qua superficies declinatur; ab uno itaque puncto tantum illius sectionis fiet reflexio. Si enim a duobus punctis illius sectionis daretur fieri reflexio ad eundem uisum, sequeretur quod in eadem superficie illius reflexionis, essent duae lineae illius superficiei orthogonales super axem columnae, quod esse non potest, cum illa superficies sit declinata super ipsum axem, perpendicularis enim ducta a puncto reflexionis cadit in circulum aequidistantem basi columnae in punctum axis, & est communis sectio superficiei circuli & huius superficiei reflexionis per 104. primi huius. Si itaque fieret reflexio etiam ab alio puncto, tunc iterum perpendicularis ducta a puncto illo reflexionis, esset per proximam propositionem diameter alterius circuli illi primo circulo aequidistantis & caderet in punctum axis, in quod non cadet superficies reflexionis. In omnibus ergo huius reflexionum superficiei ab uno tantum puncto lineae communis sit reflectio in eadem superficie respectu eiusdem uisus, quamuis respectu duorum uisuum possit fieri reflexio a duobus punctis superficiei speculi, ut a duobus diametris circuli terminis, quae est perpendicularis super ipsam sectionem, ita tamen si diameter illa sit aequalis distantiae circulorum, uel minor, ab uno uero uisu haec fieri non potest, quoniam ab illo semper uidetur minus medietate columnae speculi per 78. quarti huius, patet ergo propositum, quod nos demum particularius prosequemur, ostendentes quod in his speculis quacunque linea cum sectione superficiei reflexionis & speculi existente, ab uno tantum puncto totius speculi fiet reflexio ad uisum.

XXIII.

Linea uisa non existente in eadem superficie in qua est centrum uisus & axis speculi columnaris uel pyramidalis conuexi, si linea uisa respectu basis speculi fuerit altior uel bassior centro uisus, siue reflexio fiat a linea longitudinis speculi siue a circulo, semper fiet secundum oxigonias sectiones superficiei speculi secundum puncta illarum linearum continua secantes.

Sit linea uisa siue sit recta siue curva, quae b c, & sit centrum uisus a, sitque axis speculi columnaris uel pyramidalis conuexi d e, ducaturque linea a d & a e continentes cum axe d e trigonum a d e, in cuius superficie non sit linea b c, sed extra illam, siue secet trigonum a d e siue non, secet ipsum, fiatque linea b c reflexio ad uisum a, a superficie speculi propositi, palam autem quod ab uno puncto speculi tota linea b c ad uisum a reflecti non potest per 29. quinti huius, dico quod si linea b c reflectatur ad uisum a, a linea longitudinis speculi, quae sit s g, ut si linea b c aequidistet axi d e, & superficies in qua est linea b c secet speculum

transaxem

transaxem orthogonaliter super basem speculi. Secetur superficies in qua sunt centrum uisus & axis speculi qui est d e, ita quod communis sectio illarum superficierum sit axis d e, fiet tunc reflexio ad uisum secundum oxigonias sectiones, quibus fiat a linea longitudinis speculi, quae est s g, palam enim per 27. quinti huius, quoniam in omni superficie reflexionis oportet ut sit centrum uisus, & punctus cuius forma reflectitur ad uisum, & punctus speculi, qui est punctus reflexionis. Sit ergo ut punctus d, reflectatur ad uisum r, a puncto speculi f, & punctus a, a puncto h, & ducantur lineae a f, h f, a h, c h quia itaque punctus b, linea b c non est in superficie a d e, ex hypothesi, patet quod superficies suae reflexionis quae est a f b, secant superficiem a d e, super punctum a, & super punctum speculi f, secant ergo ipsam secundum lineam a f, & secant speculum transaxem d e, non autem aequidistant basi ex hypothesi, quoniam illa linea uisa quae b c, non est in superficie a d e, sed extra illam, superficies ergo b f a, quae est superficies reflexionis transversaliter secant axem d e, quoniam linea uisa est altior uel bassior centro uisus ex hypothesi, communis ergo sectio superficiei reflexionis & speculi per 10. huius, est oxigonias sectio. Similiterque est de puncto c, & quolibet medio puncto lineae b c, licet itaque omnia puncta lineae b c, reflectantur ad centrum uisus a, a linea longitudinis speculi, cuiuslibet tamen puncti reflexio ad uisum fiet secundum oxigonias sectiones. Similiterque demonstrandum, si superficies incidentiae lineae b c, orthogonaliter secet axem speculi, & superficiem a d e, tunc enim communis sectio superficiei incidentiae lineae b c, & superficiei speculi, fiet circulus aequidistans basi speculi, per 100. primi huius, unde si fiat reflexio ad uisum fiet ab arcu circuli aequidistantis basi speculi, quolibet tamen superficies reflexionis transiens centrum uisus secabit oblique axem speculi secundum aliquod punctum illius arcus, licet itaque omnia puncta lineae b c, reflectantur ad uisum a, ab arcu circuli speculi, sit tamen cuiuslibet puncti illius lineae reflexio secundum oxigonias sectionem. Si tamen aliquis punctus lineae b c, fuerit cum centro uisus in eadem superficie aequidistans basi speculi secante, illius solius reflexio fiet secundum circulum aliorum uero omnium punctorum reflexio fiet secundum oxigonias sectiones, & sic puncta illius superficiei diuersas afferunt uisui passiones, patet ergo propositum.

XXIII.

In omni superficie reflexionis a speculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis centrum uisus, punctum uisum, punctum reflexionis, punctum axis, in quem cadit perpendicularis ducta a puncto reflexionis super superficiem speculi consistere est necesse.

Quod centrum uisus & punctum reflexionis & punctum reflexum sint in superficie reflexionis, patet per 27. quinti huius. In omni enim superficie reflexionis necessario sunt linea incidentiae & reflexionis, quae continent tria puncta praedicta, et si superficies reflexionis secet speculum secundum lineam suae longitudinis, palam per 7. huius, quod totus axis & punctum in quod cadit perpendicularis a puncto reflexionis ducta sunt in hac superficie. Si uero communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit circulus palam, quia centrum illius circuli, qui est punctus axis, ad quod per 21. huius, omnes perpendicularares a puncto reflexionis totius circuli productae concurrunt, est in superficie reflexionis, quoniam tunc totus circulus est in superficie reflexionis. Si autem communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit sexio oxigonias, palam per 10. huius, quia haec sectio ducta a puncto reflexionis super superficiem contingentem columnam in puncto sectionis



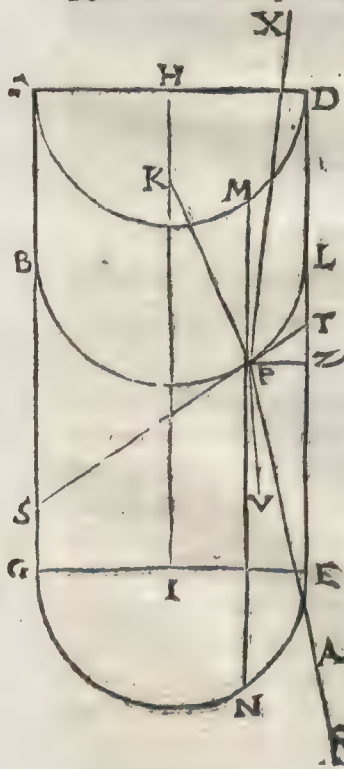
nis, patet ergo propositum secundum omnium diuersitatem ductarum sectionum.

XXV.

X X V.

In superficie apparente speculi columnaris conuexi siue communis sectio  
superficiæ reflexionis & speculi sit linea longitudinis speculi, siue circulus,  
siue oxigonia sectio, à quolibet puncto potest fieri reflexio ad uisum.

Signentur termini apparentis portionis columnæ ut prius, & sit illa portio d f g, & sit p punctus datus in superficie illa apparente, sitq; x punctus rei uisæ. Dico qd a puncto p, potest fieri reflexio formæ puncti x, ad centrum uisus quod sit a. Sit em̄ primo ut superficies reflexionis in qua sunt puncta uisæ, quod est x, & centrum uisus a, & punctus a quo fit reflexio quod est p, secet columnam speculi secundū axem h k i, erit ergo per 7 huius, cōmunis sectio illius superficiei & speculi linea longitudinis columnæ quæ sit m p n, ducat itaq; linea x p, & a puncto p, erigatur linea perpendicularis sup lineam m n, per undecimā primi, quæ sit p r z, & super punctū p, termini lineæ z p, fiat angulus æqualis angulo x p z, quæ sit z p q. Si itaq; centrum uisus quod est a, fuerit in linea p q, palam per 20. quinti huius, cū angulus incidentiæ sit æqualis angulo reflexionis, qm̄ a puncto p fiet reflexio formæ puncti x, ad uisum a, existentē in linea p q. qd si superficies reflexionis secet colūnā speculi æq̄distanter balib9, palā, qd cōis sectio erit circulus p 9. huius, fietq; iterū a puncto p, reflexio ad uisum, ducat em̄ p 10. 2. primi huius, circulus æq̄distant balib9 columnæ transiens per punctum p, qui sit b p l, cuius centrū sit k, in cuius superficie extensa extra speculū si fuerit punctū uisum, & ducatur linea x p, quæ pducta si transeat centrum circuli k, palam cū axis columnæ h k i, sit orthogonalis super superficiem illius circuli, sicut & super bases columnæ per 100. & per 23. primi huius, qm̄ & ipse axis h k i, orthogonalis erit super lineā x p, ergo & linea longitudinis columnæ quæ est m p, erit orthogonalis super lineam x p, per 29. primi, reflectetur ergo per 21. quinti huius, linea x p, in seipsum, & in ea existente uisui forma puncti x uisui occurrit. Si uero linea x p, pducta non transeat centrum circuli k, sed obliquetur ab illo, tunc copuletur semidiameter, quæ k p, quæ ut patet ex pmissis erit orthogonalis super axem h i, erit ergo linea k p, perpendicularis sup lineam longitudinis, quæ est m p, & per 29. primi, erit ergo k p perpendicularis super superficiem contingentē columnam super lineā longitudinis m p, quæ sit



in qua ducatur linea contingens circulū b p l, in puncto p, quæ  
 s p t, educaturq; linea k p, perpendiculariter super illam superfi-  
 cie in punctū u, sitq; ut prius centrū uisus qd' est a, in linea q p,  
 in eadē superficie circuli, & qm̄ in illa superficie circulū contin-  
 gente est linea s t, erit angulus k p t rectus, ergo & angulus s p t  
 est rectus per 15. primi, palā ergo quia angulus a p s, est minor  
 recto z, ergo est acutus, ergo per 13. primi, angulus a p t est ob-  
 tusus, rescindat ergo ab angulo u p t recto angulus æqualis an-  
 gulo a p u, p 27. primi huius. Si ergo linea x p, illum angulum  
 contineat, palā per 20. quinti huius, qm̄ a puncto p reflectet for-  
 ma puncti x, ad punctū a, centrum uisus, quod si linea x p, illum  
 angulum nō contineat, tunc ut prius sup punctū p, tm̄ linea u  
 p, fiat angulus æqualis angulo x p u, per 23. primi, in linea d q;  
 illum angulum continet posito centro uisus a, patet ppositū,  
 & qm̄ perpendicularis k p u, & cū puncto a, in eadem superfi-  
 cie, per pmissam erit linea a p, in eadem superficie cū linea x p,  
 & erit hæc superficies ipsa superficies reflexionis & orthogona  
 lis super superficiem speculum contingentem secundū lineam  
 m n, qm̄ perpendicularis p u, quæ est in superficie reflexionis  
 erecta est sup superficiem secundū lineam m n, speculū cōtingen-  
 tem, & est in ea circulus b p t, æquedistans basibus columnæ, &  
 similiter potest demonstrari de alijs punctis datis in dicta super-  
 ficie

LIBER SEPTIMVS.

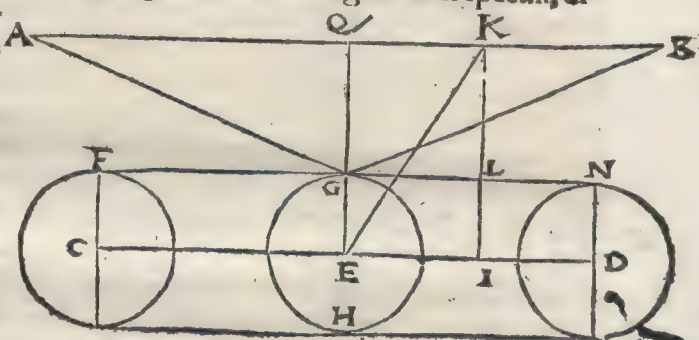
176

ficiē speculi. Idem quoq; patet si cōmunis sectio superficiei reflexionis & speculi columnaris, fuerit sectio oxigonā per 10. huius, qm̄ ut ostendimus in 21. huius, patet qd semper perpendicularis ducta ā puncto reflexionis cadit in aliquod punctum axis, & est semidiameter circuli eiusdem secantis superficiei speculi aequidistantem basibus columnar, ducta q; linea in puncto dato speculū secundū oxigoniam sectionē contingentem, & perpendiculari, si punctus rei uisæ est centrū uisus, cadant in eandem perpendicularē, uel in lineas in eadē superficiei cū perpendiculari existentes, & æquales angulos cū ipsa continentes, fiet secundum pmissā reflexio ad uisum, patet ergo uniuersaliter propositum in omni sectione, cōt superficiei reflexionis & superficiei speculi columnaris.

XXVI.

Superficiæ reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione  
linea longitudinis speculi existente formæ eiusdem puncti rei uisæ ab uno  
tantum puncto totius superficiæ speculi ad unum uisum fit reflexio.

Est speculum columnare conuextū, cuius axis sit c t. sitq; superficies reflexionis a b g. ita ut forma puncti b, reflectat ad a centrum circuli à puncto g superficie speculi, & sit cōmunis sectio superficie istarum linea f g n, quæ est linea longitudinis speculi, di-  
 co quod forma puncti b, non potest reflecti ad centrum uisus a, ab alio puncto speculi, q̃ à puncto d, ducatur em̃ à puncto g perpendicularis super superficiem contingentem columnā secundū lineam f g n, per 12. undecimi, quæ sit linea g q secans lineam a b, p̃ductam inter punctū uisum & centrū uisus in puncto q. palam p 21. huius, qm̃ hæc linea g q, producta intra speculū secat ipsum transversam c d, secet ergo in puncto e, & quia linea longitudinis quæ est f n, est in superficie reflexionis, palam, qm̃ axis c d, erit in eadem per 7. huius, ergo & punctū e, erit in illa superficie, cū itaq; una sola superficies possit intelligi in qua sunt simul omnia puncta a b g & e, & lineæ n f, & c d, palam qd' à superficie totius speculi non potest reflecti forma puncti b, ad centrū uisus, nisi à linea longitudinis f n, sed per 45. quinti huius, ostensum est quod in speculis planis ab uno solo puncto fit unius puncti reflexio ad uisum, ergo & in his speculis nō potest fieri reflexio ab alio puncto, q̃ ab uno solo puncto. s. lineæ f n, forma ergo puncti b, reflectitur ad uisum a, ab uno solo puncto superficie totius speculi, quod est propositum.



XXVII.  
Superficiæ reflexionis & speculi columnaris conuexi cōmuni sectione ex  
istente circulo basibus speculi æquedistante ab uno solo puncto superficiæ  
totius speculi formæ eiusdem puncti rei uisæ fit reflexio ad uisum.

Sit dispositio quæ in præcedente, palamq; per 17. huius, qm̄ hac hypothefi existens  
 te superficies reflexionis a b g, erit æquedistans bafibus columnæ, circulus quoq; qui est  
 cõmunis fectio superficiiei a b g, & columnæ cuius axis est c d, qui est æquedistans bafi-  
 bus columnæ fit g h, cuius centrũ sit punctũ e, dico quod à circulo g h, quæ est cõmu-  
 nis fectio superficiiei a b g, nõ potest fieri reflexio formæ b ad a uifum, nifi ab uno tantũ  
 puncto g, patuit em̄ per 16. fexti huius, quia in fpeculis fphæricis conuexis à circulo fup-  
 quem fit reflexio, nõ potest fieri reflexio nifi ab uno tantũ puncto, ergo nec in iftis fpe-  
 culis columnaribus fiet reflexio formæ unius puncti rei uifæ ad uifum, nifi ab uno tan-  
 tum puncto quod fit g. Si uero datur quod ab alio puncto fpeculi huius, ut à puncto l,  
 fimiliter fiat reflexio ficut à puncto g, producatũr à puncto dato l, linea l k, per 12. unde  
 erim̄ perpendicularis fuper fuperficiẽ columnæ, hæc ergo pducta cadet orthogonalitẽ  
 ter fuper axem c d, per 21. huius, cadat in punctũ axis, qd̄ fit l. Similiter quoq; linea l k.  
 ut patet

ut patet



ut patet ex præmissis secabit lineam a b, pductam inter punctū rei uisæ & centrum uisus, secetq; ipsam in puncto k, quod siue fuerit idē cū puncto q, siue aliud à puncto q, ducatur semper linea k e, ad centrum circuli g h, eritq; linea k e, orthogonalis super axem c d, qm̄ est insuperficie reflexionis orthogonaliter axem c d secantem, duc̄ ergo lineam k e & k l, cū linea e i, parte axis continent triangulū, cuius duo anguli sunt recti, quod est impossibile, palam ergo quod in tali dispositione non reflectitur forma puncti h, ad uisum a, ab aliquo pūcto superficiei totius circuli alio q̄ à puncto g, & hoc est ppositū.

XXVIII.

Superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communi sectione existente oxigonia, formæ eiusdem puncti rei uisæ ab uno solo puncto totius superficiei speculi sit reflexio ad uisum.

Sit superficies reflexionis a b g, cuius cōmunis sectio cū superficiei speculi columnaris sit oxigonia sectio transiens in superficie speculi punctū g, & sit b punctus rei uisæ, & a centrum uisus, & g punctus reflexionis, dico qm̄ forma puncti b, nō reflectitur ad centrum uisus a, ab aliq̄ pūcto totius superficiei speculi, nisi à pūcto g, ducat̄ em̄ à pūcto a superficiei æquedistans basibus columnæ secans speculū secundum circulū, qui sit e z l, quod si fiet pducta em̄ à puncto a, linea perpendicularis super axem columnæ, per 12. primi, erit hæc linea perpendicularis erecta super superficiē columnæ, quia erit ppendicularis super lineam longitudinis columnæ cui ipsa incidit per 29. primi, ducatur item ab eodē puncto axis quod sit q, alia linea rectum continens angulū cū axe quæ sit linea q e, ergo per 18. undecimi patet, qm̄ superficies plana lineas illas a q & q e, imaginata pertransiit super superficiē speculi erit orthogonaliter erecta, & qm̄ per 4. undecimi, axis speculi erectus est sup̄ illam superficiem, patet per 14. undecimi, & per 92. primi huius, qm̄ illa superficies æquedistat basibus speculi, ergo per 100. primi huius, cū ipsa secet superficiem columnæ æquedistans basibus, patet quod ipsa secat secundū circulū qui sit e z l, cuius centrum erit punctū q, & eodem modo à puncto g, ducatur superficies æquedistans basibus speculi quæ secet speculū secundū circulū s g p, cuius centrum sit t, & in illo circulo ducatur ab axe linea ad punctū g, quæ sit t g, & hæc per 21. huius, erit ppendicularis super superficiem contingentē columnā in linea longitudinis, in qua est punctus g. Linea q̄ q̄ g, pducta cōcurrat cū linea a b, in puncto k, cōcurrat autē per 29. primi huius, ideo quia diuidit angulū a g b, & puncta g a b, sunt in eadem superficiei reflexionis per 24. huius, ducatur etiā à puncto g, linea longitudinis speculi per 102. primi huius, quæ sit g z, cadens inter duas sectiones æquedistantes basibus speculi nunc ductas, & erit per 25. primi huius, pars axis æqualis lineæ g z, linea t q, & à puncto b, rei uisæ ducatur linea ppendicularis super superficiē secantē speculū secundū circulū e z l, per 11. undecimi, quæ sit b h, & ducant̄ duæ lineæ a z & h z, & ducatur à puncto z, in superficie illa ad axem speculi linea z q, eritq; hæc linea z q, ppendicularis super axem q t, per 21. huius, sicut & superficies e z l, in qua p̄trahitur, & erit per eandem 21. huius, eadem linea z q, ppendicularis super superficiem contingentē speculū in puncto z, quia ergo linea q z, educta extra speculi superficiē necessario diuidit angulū h z a, eo quod cōcursu lineæ h z & a z, orthogonaliter pducatur sup̄ superficiē contingentem, cui superficiei lineæ a z & h z, oblique incidunt, palam p 29. primi huius, quia pducta linea z q, cōcurrat cum linea a h, quæ subtendit angulū i z h, cōcurrat ergo in puncto l z, dico qm̄ forma puncti h, lineæ b h, reflectitur ad uisum a, à puncto speculi z, ducatur em̄ à puncto a, linea æquedistans k g, lineæ quæ sit a m, hoc utiq; per secundā primi huius, cōcurrat cū linea b g, cum qua sua æquedistans cōcurrat, sunt em̄ lineæ a b, b g, k g, omnes in eadem superficiei reflexionis, sit ergo punctus cōcursus lineæ b g & a m, punctus m, palam quoq; per 6. undecimi, qm̄ linea g z, æquedistat lineæ b h, cū utraq; ipsæ orthogonaliter sup̄ superficiem e z l, æquedistantē basibus columnæ, est ergo per 7. undecimi, linea b g m, in eadem superficiei, cū secet illas duas lineas æquedistantes. In superficie ergo reflexionis quæ est a b g, sunt tria puncta m z h, item quia linea a n i, est æquedistans lineæ k g, sed & linea z l, est

est æquedistans lineæ b g, per 33. primi, sunt em̄ lineæ g z & t q, æquales & æquedistantes, ut patet ex p̄missis, & linea t g, pducitur in punctū k, & linea q z æquedistans lineæ a m, sunt ergo per secundā primi huius, lineæ l z & a m, in eadem superficiei, & in eadem est linea h a, per 7. undecimi, igit̄ tria puncta m z h, sunt in eadem superficiei in qua sunt lineæ l z & a m, & h a, quæ est superficies h l z m, sed iam patuit supra quod sunt in superficie m b h, igitur sunt in linea cōmuni illis duabus superficiei, ergo per 3. undecimi, linea z q m, est linea recta. Cū itaq; punctus g sit punctus reflexionis ex hypothesis, erit p 20. quinti huius, angulus a g k, æqualis angulo k g b, sed angulus k g b, per 29. primi est æqualis angulo a m g, cū sit extrinsecus ad illū, & linea k g æquedistat lineæ a m, sed & angulus a g k, est æqualis angulo m a g, per eandem 29. primi, quia est illi coalternus, ergo anguli a m g & m a g, sunt æquales, ergo per sextā primi, duæ lineæ a g & m g, sunt æquales, quia uero linea g z, est erecta super superficiem a h z, ut patet ex p̄missis, erit linea g z, orthogonalis sup̄ quālibet lineā superficiei a h z, ductam à puncto z, ergo erit ppendicularis super lineam z m, angulus ergo m z g, erit rectus, erit quoq; per penultimā primi, quadratū lineæ m g, æquale quadratis duabus lineæ m g & g z, & similiter quadratū lineæ a g, æquale quadratis lineæ a z & g z. Sed quadratū lineæ m g, æquale est quadrato lineæ a g, quoniam lineæ m g & a g, sunt æquales, ablato ergo utrobique quadrato cōmuni, qd̄ est quadratū lineæ g z. Relinquitur quadratū lineæ m z, æquale quadrato lineæ a z. Esto igitur linea m z, æqualis lineæ a z, ergo per 5. primi angulus a m z est æqualis angulo z a m, sed per 29. primi, angulus l z h, extrinsecus æqualis est angulo a m z intrinseco, & angulus z a m, est æqualis angulo l z a, per eandem 29. primi, quia illi anguli sunt coalterni, ergo angulus a z l, est æqualis angulo l z h, forma ergo puncti h, incidens speculo in puncto z, reflectit̄ ad a centrū uisus à puncto speculi, qd̄ est z, ut patet per 20. quinti huius. Si uero dicat̄ quod ab illo puncto g, potest forma puncti b, reflecti ad uisum a, illud aliud punctū aut erit in linea longitudinis quæ est g z, aut in alia. Si est linea g z, ducat̄ à dato puncto lineæ g z, qd̄ sit d, linea perpendicularis super lineā g z, quæ ad utramq; partē pducta sit linea o d f, & copulent̄ lineæ a d & b d, linea itaq; o d f, per 29. primi huius, necessario secabit lineā a b, & erit æquedistans lineæ a m, per 28. primi, & linea ducta à puncto b, ad illud punctū d, necessario cōcurrat cū linea a m, per 2. primi huius, & erit punctus d, & punctus m, in eadem superficiei, qm̄ linea d f, & a m, cum sint æquedistantes sunt in eadem superficiei per 1. primi huius; linea ergo b d, aut cadet super punctum m, aut supra aliud punctum lineæ a m, si cadat super punctū m, est ducere à puncto b ad punctum m, duas rectas lineas, ut lineā b g m, & lineam b d m, quod est impossibile, qm̄ tunc duæ rectæ lineæ superficiem includerent. Si uero ad aliud punctum lineæ a m, q̄ ad punctum m, incidat linea b d, sit illud punctum n, & ducatur à puncto n, linea n z, ad punctum z, & potest p̄bari quod hæc linea n z, cum linea h z, facit lineam rectam sicut prius p̄batum est de linea m z, qm̄ em̄ puncta n z h, sunt in duabus planis superficiei, ergo sub nullarum cōmuni sectione, ergo per 3. undecimi, erit linea h z n, linea recta, & ita à puncto h, erit ducere duas lineas rectas per punctum z transeuntes, & in diuersa puncta lineæ a m, cadentes, quod est impossibile per primā undecimi, palam ergo quod à nullo puncto lineæ g z, potest forma puncti b reflecti ad uisum



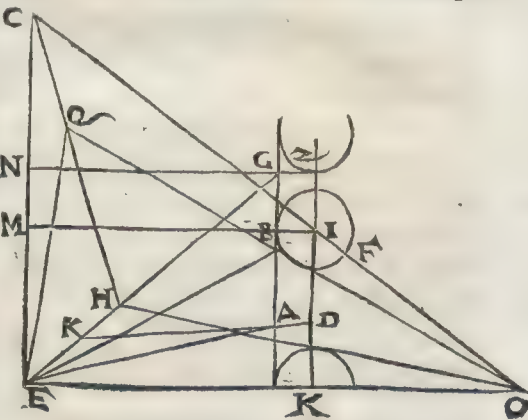
uisum a, nō à solo puncto g, si dicatur quod extra hanc lineam sumpto puncto in super-  
 ficie speculi ab illo possit flecti forma puncti b ad a uisum, ducat sup illud punctū speculi  
 linea longitudinis speculi per 101. primi huius, & à puncto circuli e z i, in quē cadit hæc  
 linea, pbat̃ur forma puncti h, reflecti ad uisum a, secundū p̃dictā p̃bationē, sed iam  
 p̃batum est, quod forma puncti h, à puncto speculi z, reflectitur ad uisum a, & ita for-  
 mæ eiusdem puncti h, ad eundem uisum a, à punctis duobus uisus circuli fiet reflexio, qd  
 est contra 16. sexti huius, et impossibile. Super est ergo ut à solo puncto speculi propo-  
 siti reflectatur forma puncti b, ad uisum a, palam em̃ quia si communis sectio superfi-  
 cie reflexionis & speculi columnaris fuerit oxigonia sectio, quia tunc non fiet reflexio  
 nisi ab uno tm̃ puncto, qm̃ ut patet per 24. huius, in omni superficie reflexionis facta ab  
 his speculis de necessitate oportet ut sit punctus axis in quē cadit perpendicularis du-  
 cta à puncto reflexionis, quæ orthogonalis est super lineā longitudinis speculi per pun-  
 ctum illud transeuntem, ergo & super axem speculi per 28. primi, qm̃ linea longitudi-  
 nis columnæ & axis semper æquedistant per 92. primi huius, est autē illa perpendicu-  
 laris cōmuni sectione oxigoniæ à cuius puncto fiet reflexio & cuidam circulo æquedi-  
 stanti basibus speculi per 104. primi huius, est ergo semidiameter illius circuli, superfi-  
 cies itaq; reflexionis, & ille circulus secant se in illa perpendiculari semidiametro circuli  
 super periferiā circuli per 21. huius, & superficies reflexionis in qua est illa sectio oxigo-  
 nia est declinata super superficiem circuli, & super illam semidiametrū, quæ est perpen-  
 dicularis à puncto reflexionis ducta super axem per 109. primi huius. Si uero ab eadem  
 oxigonia sectione fieret à duobus punctis reflexio, esset necessariū, ut ī illa sectionis sup-  
 ficie possent duci duæ perpendiculares super axem speculi, quod est impossibile, cū unus  
 uisus semper uideat minus medietate columnæ, & similiter patet per 79. quarti huius,  
 qd duo uisus uident minus medietate columnæ, quando diameter basis columnæ ma-  
 ior est q̃ distantia oculorum, hoc autem planius declaratum est in 22. huius, patet itaq;  
 propositum.

propositum. XXIX.  
 Oxigonia sectione existente cōmuni sup̄ficie reflexiōis & speculi colūna  
 ris cōuexi dati pūcti uisū, ad datum centrū uisus punctū reflexiōis inueniri.

In omni sectione superficiei reflexionis & speculi propositi existente linea longitudinis speculi, punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, sicut in speculis planis p 46. quinti huius, ostensum est. Si uero illa communis sectio fuerit circulus, tunc punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, sicut in speculis sphaericis conuexis ostensum est per 20. uel 22. sexti huius. Si autem illa communis sectio sit oxigonía qualis proponitur, sit rei uisus datus punctus b, qui reflectatur ab aliquo puncto sectionis oxigoníæ ad a centrum uisus, dico quod possibile est inueniri punctum reflexionis, ducatur em̃ a puncto a, ut in præcedenti propositione superficies æquedistans basibus columnæ, quæ secabit columnam super circulum qui sit e 3 f, & ducatur a puncto b, perpendicularis super superficiem per 11. undecimí, quæ sit b h, & per 20. uel 22. sexti huius, sicut in speculis sphaericis conuexis ostensum est, inueniatur in hac superficie punctus a quo reflectitur forma puncti h ad uisum a, qui sit punctus 3, & a puncto 3, per 10. 1. primi huius, ducatur linea longitudinis quæ sit 3 g, & ducatur linea h a, & a puncto 3, ducatur perpendicularis super lineam h a. per 12. primi, quæ sit 3 l, & huic ducatur æquedistans a puncto a, per 37. primi, quæ sit a m, & linea h 3, producatur usque concurrat cum linea a m, & sit concursus in puncto m, & a puncto m, ducatur linea ad punctum b, quæ necessario secabit lineam 3 g, cum sit in eadem superficie cum illa, quoniam cum linea b h, sit æquedistans lineæ g 3, & per 6. undecimí, eo quod ambæ lineæ b h & g 3, sunt perpendicularæ res super eandem superficiem e & i, æquedistantẽ basibus columnæ, erit ergo linea h m, in superficie illa per septimã undecimí, & ita linea m b, erit in eadẽ superficie, quæ si secat lineam 3 g, in puncto g, palam ex his quæ in præcedenti propositione præmissa sunt, quod punctus g, erit punctus reflexionis formæ puncti b ad a uisum, hæc omnia plura & alia patent per ea quæ dicta sunt in præcedenti demonstratione, & hoc est propositum, quoniam secundum hunc modum cuiuslibet dati puncti ad datum uisum punctus reflexionis poterit inueniri.

xxx.  
Lineæ rectæ æquedistantis axi speculi columnaris conuexi uisu non ex-  
istente in eadē superficie, reflexio fit à lineâ longitudinis speculi ad uisum.  
Esto axis speculi columnaris conuexi lineæ 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111. 112. 113. 114. 115. 116. 117. 118. 119. 120. 121. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200. 201. 202. 203. 204. 205. 206. 207. 208. 209. 210. 211. 212. 213. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222. 223. 224. 225. 226. 227. 228. 229. 230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. 403. 404. 405. 406. 407. 408. 409. 410. 411. 412. 413. 414. 415. 416. 417. 418. 419. 420. 421. 422. 423. 424. 425. 426. 427. 428. 429. 430. 431. 432. 433. 434. 435. 436. 437. 438. 439. 440. 441. 442. 443. 444. 445. 446. 447. 448. 449. 450. 451. 452. 453. 454. 455. 456. 457. 458. 459. 460. 461. 462. 463. 464. 465. 466. 467. 468. 469. 470. 471. 472. 473. 474. 475. 476. 477. 478. 479. 480. 481. 482. 483. 484. 485. 486. 487. 488. 489. 490. 491. 492. 493. 494. 495. 496. 497. 498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510. 511. 512. 513. 514. 515. 516. 517. 518. 519. 520. 521. 522. 523. 524. 525. 526. 527. 528. 529. 530. 531. 532. 533. 534. 535. 536. 537. 538. 539. 540. 541. 542. 543. 544. 545. 546. 547. 548. 549. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 560. 561. 562. 563. 564. 565. 566. 567. 568. 569. 570. 571. 572. 573. 574. 575. 576. 577. 578. 579. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 679. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 688. 689. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 698. 699. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 708. 709. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 717. 718. 719. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 727. 728. 729. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 737. 738. 739. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 747. 748. 749. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 757. 758. 759. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 767. 768. 769. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 777. 778. 779. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 787. 788. 789. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 797. 798. 799. 800. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 807. 808. 809. 810. 811. 812. 813. 814. 815. 816. 817. 818. 819. 820. 821. 822. 823. 824. 825. 826. 827

Elto axis speculi colūnaris conuexi, linea 3 k, & sit linea uisa axi æquedistans, quæ  
 th, eritq; centrū uisus e, extra superficiem th, 3 k, dico quod forma lineæ th, reflectitur  
 ad uisum e à linea longitudinis speculi, quæ est cōmūis sectio superficiē th, 3 k, & su-  
 pficieī speculi, & quia uisus e, nō est ī supficie th, 3 k, sit superficies per ipsum uisum tran-  
 siens secans columnā speculi æquedistanter basibus, eritq; hæc superficies secans colū-  
 nam secundū circulum per 106. primi huius, qui circulus sit b f, palam ergo cū linea h t  
 ex hypothesi æq̄distanter axi 3 k, qd' aliquis eius pūctus reflectit ad uisum e, ab aliquo  
 puncto circuli b f, sit ergo hoc à puncto b, pun-  
 ctus quoq; lineæ th, qui reflectitur ad uisum e,  
 à puncto speculi b, sit q, & ducantur lineæ q b, e  
 b, q e, & ducatur per 100. primi huius, à puncto  
 b, linea longitudinis columnæ quæ sit a b g, &  
 ducatur à puncto b, ppendicularis cadens super  
 axem 3 k, in punctum l, quæ, pducta ad lineam  
 q e, secabit ipsam p secundā primi huius, qm̄ illæ  
 quæ lineæ æquedistant, ut patet ex præmissis,  
 qm̄ superficies e q b, est superficies reflexionis, pa-  
 ter qd' punctū b cū linea e q, est in eadē supficie,  
 secet ergo linea b l, pducta ipsam lineam q e,  
 in puncto m, & sit linea m l, ducaturq; à puncto  
 e, linea æquedistās lineæ m l, p 31. primi, quæ sit e o, & pducatur linea q b, ultra punctū b,  
 q̄ quia cōcurrit cū linea m l, palā per secundā huius primi, quia ipsa concurret cum eius  
 æq̄distantē, q̄ est linea e o, sit ergo punctus cōcursus o, palā aut per 20. quinti huius, qm̄  
 angulus incidentiæ, q̄ est q b g, est æqualis angulo reflexionis, qui est e b a, anguli uero  
 m b g & m b a, sunt æquales, q̄a recti. Relinquit ergo angulus q b m, æqualis angulo re-  
 liquo, q̄ est e b m, sed per 29. primi, angulus q b m, est æqualis angulo b o e, qm̄q; extrin-  
 secus intrinseco est æqualis. Sed & angulus m b e, æqualis est angulo b e o, quia coalter-  
 nus est, ergo angulus b o e, æqualis angulo b e o, p 6. primi, in trigono b e o, latus b e, æq̄  
 le lateri b o. Sumat aut & alius punctus in linea th, qui sit punctus c, & ducat linea t a,  
 quia ergo linea t h, æquedistat lineæ longitudinis speculi, quæ est a g, per 30. primi, ideo  
 qd' utraq; illæ est æquedistans axi 3 k, palā ergo per 1. primi huius, qd' lineæ t h & a g,  
 sunt in eadē supficie cum linea t h & 3 k, axis sint in eadem supficie, ergo per 7. undeci-  
 mi, linea q b o, secans illas lineas æquedistantes, quæ sunt t h & a g, est cū illis in eadem  
 superficie, & similiter linea t o, est in eadē supficie cū illis, per 1. undecimi, sunt em̄ pun-  
 cta t & o, in dicta supficie, secabit ergo linea t o, lineā a g, sit pūctus sectionis g, & ducat  
 lineæ g e & e t, q̄a itaq; a g, q̄ est linea lōgitudinis speculi est ppendicularis sup supficieī cir-  
 culi b f, per 8. undecimi, ideo qd' axis 3 k, cui æquedistat linea a g, perpendicularis est su-  
 per eandē circuli superficie per 23. primi huius, cū ipsa sit perpendicularis super basem  
 columnæ, p 92. primi huius, superficies aut circuli b f, est pars superficieī e o b f, hæc em̄  
 superficies secat columnā æquedistantē basi, ut patet ex pmissis, ergo p diffinitionem li-  
 neæ sup supficiem erectæ angulus g b o, est rectus, & angulus g b e rectus, ergo p penul-  
 timam primi, quadratū lineæ g o, ualeat ambo quadrata lineæ g b & b o, & quadratum  
 lineæ g e, ualeat ambo quadrata lineæ g b & b e, & qm̄ ostensum est qd' lineæ b e & b o,  
 sunt æquales, erunt ipsæ quadrata æqualia, & quadratū b g utriq; est commune, erit er-  
 go quadratū lineæ g e, æquale quadrato lineæ g o, & erit igit per 6. primi, trigono e g  
 o, lineæ g e, æqualis lineæ g o, ergo p 5. primi, erit angulus g e o, æqualis angulo g o e, à  
 puncto itaq; g, ducat ppendicularis super axem speculi, qui est 3 k, per 12. primi, quæ sit  
 lineæ g 3, & hæc pducta ultra punctū g, ad lineā t e, sit 3 g n, eritq; lineæ 3 n, æquedistans  
 lineæ l m, per 28. primi, qm̄ lineæ n 3 & l m, ambæ sunt perpendiculares super axem 3 k,  
 sed & lineæ e o, æquedistat lineæ l m, ut patet ex pmissis, linea ergo 3 n, æquedistat lineæ





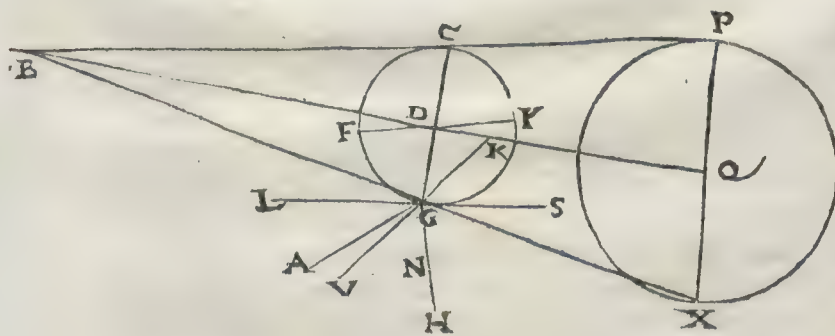
**PERSPECTIVAE VITELLIONIS**

e o, per 30. primi, erit ergo per 29. primi, angulus t g n, existens extrinsecus æqualis angulo g o e, intrinseco, & angulus n g e, æqualis angulo g e o, quia sunt coalterni. Sed angulus g e o, ostensus est esse æqualis angulo g o e, ergo angulus t g n, est æqualis angulo n g e. Cum ergo linea t g o, & linea n g 3, sunt in eadem superficie in qua est punctus g, puncta ergo a g t, erunt in eadem superficie, ergo in eadem superficie sunt lineæ e g, o g, t g, per 1. undecimi, forma ergo puncti t, reflectitur ad uisum e, à puncto speculi g, ut patet per 20. quinti huius, ppter æqualitatem angulorū t g n, & n g e. Sumpto aut in linea t h, puncto h, eiusdē distantia à puncto q, & à centro uisus e, cuius est punctus t, & dicta linea h o, transibit hāc per lineā longitudinis speculi, quæ est a g, sit punctum transitus a, & ducta à puncto a, linea ppendiculari super axem 3 k, quæ sit a d, & q pducta ad lineam h e, sit d k, & ducta linea e a penetrabit sicut prius, qā duo anguli a b e & a b o, sunt recti, & latera a e & a o, sunt æqualia, sicutq; ut prius duo anguli h a k, & e a k, æquales, forma ergo puncti h, ut supra patuit, reflectit ad uisum e, à puncto speculi a. Similiter quoq; sumpto quocūq; puncto lineæ t h, erit pbare qd' ille punctus reflectit ad e, ab aliquo puncto longitudinis speculi, quæ est a g, tota linea ergo t h, reflectitur ab una linea longitudinis speculi, quæ est a g, ad uisum e, qd' est ppositū. Et notandum est, qd' in hac dispositione figuræ punctum q, lineæ t h, est medius punctus illius lineæ, & est in eadem superficie cum centro uisus e, ppter qd' puncta t & h, æqualiter distant à uisu, & similiter puncta reflexionis quæ sunt g & a, ppter quod patet, quod lineæ g b & g a, sunt æquales, & tota dispositio figuræ sit secundū illū, quod si uisus sit inferior tota linea t h, quod sit reflexio à linea a g, prout secat plurimas oxigonias sectiones, ut patet per 13. huius, alias uero qnq; ab aliquo puncto circuli necesse est fieri reflexionem.

XXXI.

Linea longitudinis existente communi sectione superficiei reflexionis  
speculi pyramidalis conuexi, à quolibet pūcto superficiei speculi apparen-  
tis uisui potest fieri reflexio ad uisum.

tis uifui potest fieri reflexio ad uifum.  
 Esto speculū pyramidale conuexū  $b \times p$ , cuius uertex sit  $b$ , & diameter basis  $x p$ , sitq;  
 centrū basis  $q$ , erit ergo linea  $b q$ , axis ipsius speculi. Sit quoq; quicūq; datus punctus in  
 ipsius superficie apparente punctus  $g$ , & sit centrū uifus  $a$ , & punctus rei uifæ sit  $n$ , dico  
 qd' forma puncti  $n$ , reflecti potest à puncto  $g$ , ad uifum  $a$ : si fuerit in situ cōuenienti res  
 uifendi circūducatur em p. 102



existēs cū diametro g c æq̃ distat illi, est em̃ axis b q ppēdicularis sup̃ superficies amboꝝ  
 circuloꝝ x p & g t. p 23. primi huius, & pducāf linea g b, à dato puncto g, ad uerticē pyz  
 ramidis b, palā ergo p 32. primi, qm̃ angul⁹ g b d est acutus, & similiter angul⁹ b g d, est  
 acutus, cū angul⁹ b g d, sit rectus, in sup̃ficie q̃q̃ trigoni g b d, sit linea reflexiōis, q̃ est  
 a g. p 7. huius, & ex hypothesi erūt lineæ reflexiōis a g, & longitudinis b g, & axis b d  
 q̃ in eadē superficie, & qm̃ angulus b g d est acutus, fiat p 23. primi, angul⁹ b g k, rect⁹  
 pducta linea g r, ad axē, eritq̃ r g linea ppēdicularis sup̃ lineā longitudinis, q̃ est b x,  
 eritq̃ g r liea in eadē superficie cū alijs laterib⁹ trigoni b g r, p 2. undecimi, à pūcto q̃q̃  
 g, ducāf liea cōtingēs circulū p 16. tertij, q̃ sit liea l g s. eritq̃ p 27. tertij, linea l g s ppē  
 dicularis sup̃ diametrū g c, ducaturq̃ alia diameter circuli g c, perpendicularis sup̃  
 diametrum

179

LIBER. SEITIMVS.

diameter g r, quæ extrahatur à puncto d, per undecimā primi, & sit f k, eritq; sicut prius diameter f k perpendicularis super axē b q, erit ergo per 4. undecimi diameter f k perpendicularis super superficiem in qua sunt lineæ g c & b q, eritq; diameter f k æquedistās lineæ contingenti circumlo, quæ est l g s, per 17. tertij, & per 28. ergo per 8. undecimi, lineæ contingens circumlo g c, quæ est s g l, perpendicularis est super superficiē in qua sunt diameter g c & axi e l q, ergo p diffinitionē lineæ erectæ, angulo l g r, est rectus: si ergo imaginemur superficiē contingētem pyramidē, in qua sit lineā l g s, contingens circumlo b c, palam quoniā lineā r g, erecta est super illā superficiē, si ergo lineā reflexionis quæ est a g, transiens pyramidem, fiat una lineā cū lineā g r, erit ipsa orthogonalis super superficiem contingētē speculū in puncto g, fiet ergo per 2. quinti huius, formæ secundū illā lineam superficiē speculi incidentis reflexio per eandē, & si puncto n sit in illa lineā, poterit forma eius reflecti ad uisum a, à puncto speculi g, per lineā a g, si uero lineā a g nō fiat una lineā cū lineā g t, palā per conuersam 14. primi, quod angulus a g l, est minor recto uel maior, quoniā si erit rectus, tunc lineæ a g & g r, ambæ coniunctæ sunt lineā una per eandē 14. sit ergo angulus a g l acutus, & producatu r lineā r g, in continuum & directum usq; ad punctum u, eritq; lineā u g perpendicularis super superficiem cōtingentem speculū in puncto g, & erit angulus u g l rectus per 15. primi, erit ergo angulus u g a acutus, ducatur ergo in eadē superficiē lineā g h, æqualem continens angulum cum lineā u g, angulo u g a, per 23. primi. Si ergo punctus rei uisæ, qui positus est esse n, fuerit in lineā h g, palā per 20. quinti huius, quoniā possibile est a puncto g, fieri reflexionem ad uisum a, eruntq; lineæ incidentiæ, quæ est n g cū lineā reflexionis quæ est g a in eadē superficiē orthogonali super superficiem contingentem pyramidem in puncto reflexionis quod est g, reflecteturq; forma puncti rei uisæ secundū punctum n ad uisum, qui est in puncto a, à puncto speculi quod est g, & eodem modo de quolibet alio dato puncto superficiē speculi demonstrandum, patet ergo propositum.

XXXII.

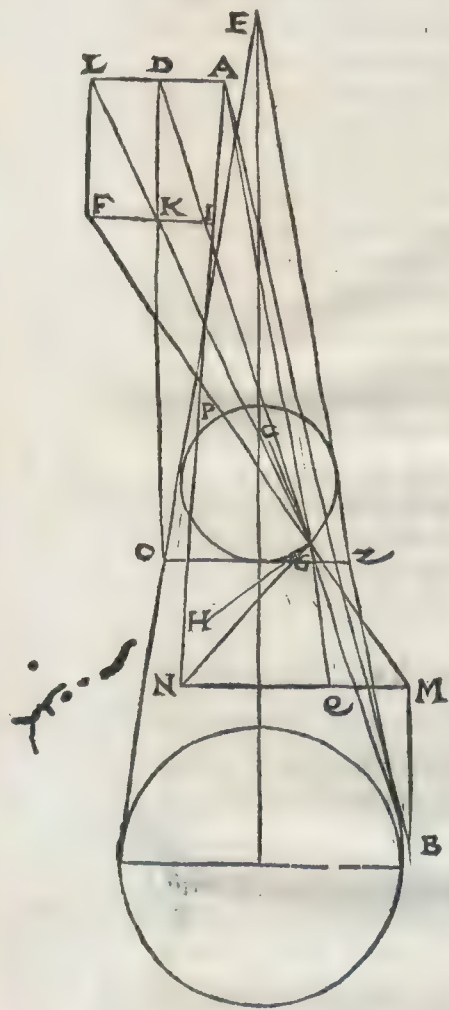
XXXII.

Dato puncto speculi pyramidalis conuexi, à quo fiat reflexio dati puncti rei uisæ ad datum centrum uisus à puncto oxigoniæ sectionis, uel à linea longitudinis speculi, possibile est loca inueniri, in quibus centro uisus & puncto rei uisæ collocatis, fiat reflexio ad uisum ab eodem dato puncto speculi pro ut est punctus circuli æquedistantis basi.

Sit a centrum uisus, b punctus rei uisæ, & sit g punctus reflexionis superficiei speculi  
 pyramidalis cōuexi, cuius uertex sit e, dico quod possibile est inueniri id quod proponit,  
 ducatur em̄ pro ut docuimus in 28. huius, super punctū g superficies æquedistans basi se-  
 cans pyramidem super circulū basi æquedistantem per 100. primi huius, quæ sit p g, cu-  
 ius centrū sit r, & ducatur linea a g & b g, a b, & à puncto g ducatur ad centrū circuli li-  
 nea g c, & uertice pyramidis, qui est pūctus e, ducatur axis e t, & quoniā superficies refle-  
 xionū semper est erecta super superficiem speculū in puncto reflexionis contingentē, ut  
 patet per 15. & per 8. huius, uel per 25. quinti huius, ducatur in superficie reflexionis li-  
 nea perpēdicularis super superficiem contingentem speculū in puncto reflectionis, qd̄  
 est g, quæ sit h g, & palā per 26. quinti huius, quoniā hæc diuidit angulū a g b, per æq̄  
 lita, ipsa ergo producta secabit lineā a b per 29. primi huius, sitq; ergo ut secet eam in pū-  
 cto z, ducatur quoq; à puncto e, uertice pyramidis linea lōgitudinis speculi, quæ sit e g,  
 & huic lineæ e g ducatur æquedistās à pūcto a, centro uisus, quæ necessario secabit super-  
 ficie m circuli p g, secet ergo ipsum in pūcto n, & sit a n, & similiter à pūcto b, ducatur li-  
 nea æquedistans eidem lineæ e g, quæ sit b m, secans superficiē circuli g p in puncto m,  
 quia utraq; ambæ lineæ a n & b m, æquedistant eidē lineæ longitudinis speculi, quæ est e  
 g, patet per 30. primi, quia ipsæ adinuicem æquedistant. s. lineæ a n & b m, à pūcto ergo  
 n ducatur p 31. primi, linea æquedistans semidiametro circuli, quæ est g r, sitq; illa æque-  
 distans lineæ n s, & ducantur lineæ n g, m g, n m, palam itaq; per 29. primi huius, quia  
 linea t g producta secabit lineam n m, ideo quia secat angulum m g n. est ei transuersim  
 ducta



ducta in eadem superficie & lineae n f & g t sunt aequedistantes, sed linea n m secat lineam f, ergo & ipsa secabit per secundam primi huius, lineam g t, secet ergo in puncto q, palam ergo per eandem secundam primi huius, quod linea m g producta secabit lineam n f, cum secet lineam g t, aequedistantem ipsi n f, sitque punctus sectionis f, & a puncto a ducatur linea aequedistans lineae perpendiculari super superficiem contingentem speculum in puncto g, quae est linea h z, & sit illa aequedistans lineae a l, palam ergo per secundam primi



huius, quod linea b g concurreret cum linea a l, quia secat eius aequedistantem lineam h z, sit ergo punctus concursus l, ducatur quoque linea quae est sectio communis superficiei contingenti speculi in puncto g, & superficiei circuli p g, quae sit linea g o, palam quod linea g o erit orthogonalis super semidiametrum circuli, quae est g t per 17. tertij, ideo quia linea g o est contingens circulum p g, quoniam ipsa ducta est in superficie plana contingente speculum in puncto g, & quoniam linea n f & g t aequedistant, erit per 29. primi, linea g o orthogonalis super lineam n f aequedistante lineae g t, sumatur etiam linea quae est communis sectio superficiei reflexionis & superficiei contingenti speculum in puncto g, palam per secundam primi huius, quia ipsa secabit lineam a l aequedistantem lineae g h, sit ergo punctus sectionis d, & erit linea g d perpendicularis super lineam a l, per 29. primi, est enim linea g d perpendicularis super lineam g h, quia cum linea h g, sit perpendicularis super superficiem contingente in puncto g, erit perpendiculariter necessario perpendicularis super lineam g d, productam ab eodem puncto in illa superficie per definitionem lineae super superficiem erectae, palam autem ex praedictis, quoniam linea n f, est aequedistans semidiametro circuli p g & g c, similiter quoque linea a l, est aequedistans lineae g h, igitur per 15. undecimi superficies in qua sunt lineae n f & a l, quae productae ultra puncta l & f, necessario concurrent per 14. primi huius, quoniam anguli f n a & l a f, ut patet sunt minores duobus rectis, est aequedistans superficiei g t h, sed & linea e g, aequedistat lineae b m, ut patet ex praemissis, ergo per primam primi huius, ipsae sunt in eadem superficie secante praedictas duas superficies aequedistantes una ipsarum super lineam e g, aliam vero super lineam f l, ergo per 16. undecimi, communes ipsarum sectiones erunt aequedistantes, erit ergo linea f l aequedistans lineae e g, sed linea a n est aequedistans lineae e g, ut patet ex praemissis, ergo per 30. primi, erit linea f l aequedistans lineae a n: uerum superficies contingens speculum in puncto g, secat easdem superficies aequedistantes quae sunt g t h & n f, & a l, una earum super lineam e g, secundum quam ipsa est speculum contingens, & aliam ipsarum super lineam o d, ergo per 16. undecimi, linea o d aequedistat lineae e g, igitur per 20. primi, erit linea o d, aequedistans lineae a n, & l f aequedistantibus lineae e g, & quia linea n f & a l inter quas ducantur lineae n a, o d, f l, sunt in eadem superficie, ducatur itaque a puncto f linea aequedistans lineae a l, per 31. primi, secans lineam o d in puncto k, & linea a n in puncto l, eritque linea f l, aequalis lineae a l per 34. primi, & similiter erit linea f k aequalis l d, & k i aequalis i p d a. Est autem per secundam 6. proportio i k ad k f, sicut n o ad o f, ergo per 7. quinti, erit proportio lineae a d ad lineam d l, sicut linea n o ad lineam o f, & quoniam a praemissis angulus b g z, est aequalis angulo a g z, quoniam linea g z diuidit angulum a g b per aequalia per 26. quinti huius, sed angulus b g z, est aequalis angulo g l a, per 29. primi, extrinsecus enim intrinseco est aequalis, & lineae h z & a l, sunt aequedistantes, similiter angulus z g a per eandem 29. primi, aequalis est angulo g a l, quia coalter nus, angulus ergo

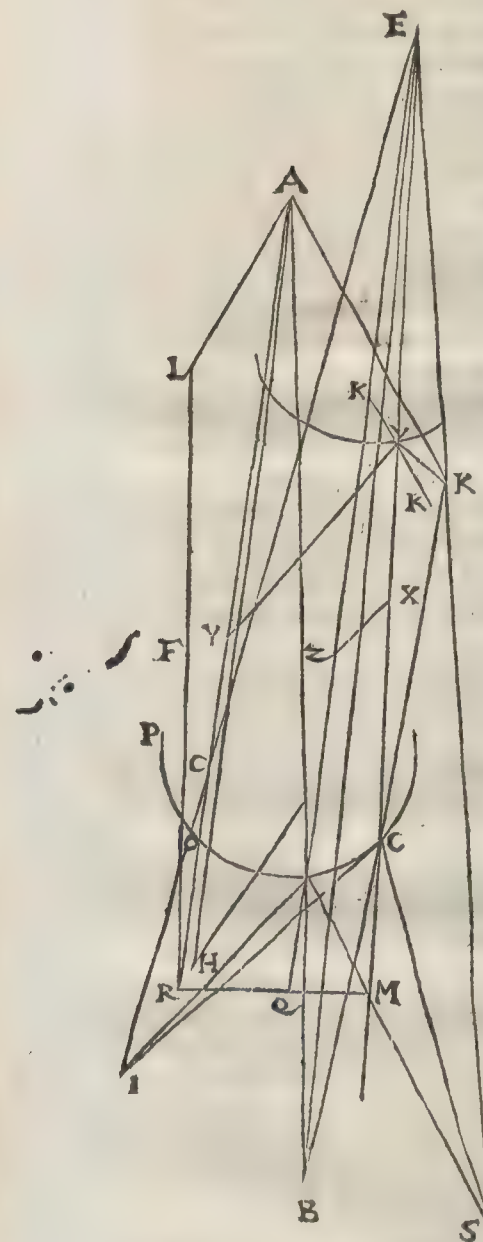
ergo g l a aequalis est angulo g a l, ergo per 6. primi, lineae g n & g l sunt aequales, & linea g d est perpendicularis super lineam a l, ut patet ex praemissis, trigonum ergo a g l, diuisum est in duos trigonos aequiangulos & similes p 31. primi huius, est ergo proportio lineae a d ad lineam d l, sicut lineae g a, ad lineam g l, sed linea a g, ut patet ex praemissis, est aequalis lineae g l, est ergo linea a d aequalis lineae d l, ergo & linea n o est aequalis lineae o f, & linea g o est per 29. primi, perpendiculariter super lineam u f, quoniam linea g o, est perpendicularis super lineam g t, ut patet ex praemissis per 17. tertij, & linea g t & n f aequedistant ut praemissum est, quia itaque angulus g o f, est aequalis angulo g o n, & linea o f aequalis lineae o n, & linea g o, communis, erit ergo per 4. primi, angulus o f g aequalis angulo o n g, sed angulus q g m, aequalis est angulo o f g, per 29. primi, cum sit ei extrinsecus, & angulus q g n, aequalis est angulo o n g, cum sit ei coalter nus, et lineae c q & n f aequedistant ut patet ex praemissis, erit ergo q g n angulus aequalis angulo a g m, ergo per 20. quinti huius, a puncto g circuli p g, potest forma puncti m, reflecti ad uisum existentem in puncto n, non tamen quod secundum circulum fiat reflexio ab his speculis pyramidalibus conuexis, sed sit scilicet quod punctus g comunicat circulo, qui est sectio sphaerae uel columnae intra speculum pyramidale, imaginare, quoniam superficies contingens circulum p g, est erecta super superficiem reflexionis, propter quod necesse habet pyramidem speculi in sui parte ampliorem, ut in ea quae est uersus basem secare secundum aequidistantiam axis pyramidis speculi, & sit superficies reflexionis, in qua sunt centrum uisus & punctus rei & circulus p g, erecta est super illam superficiem contingentem & puncta n & m, se respiciunt in superficie illius circuli secundum angulos aequales contentos cum diametro ipsius collocato ergo centro uisus in puncto n, & puncto rei uisus in puncto m uel econuerso, reflectetur semper forma ad centrum uisus corpore speculi pyramidalis non praestante impedimentum, ut si forte lineae a n & b m, cadant in ipso circulo basis, & propter corpus pyramidis speculi non ualeant a puncto g, ad uisum alii quod reflecti, & hoc est propositum. XXXIII.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexi existente linea longitudinis speculi, ab uno tantum puncto superficiei speculi sit formae unius puncti rei uisae reflexio ad uisum.

Sit dispositio omnino quae est in proxima praecedente, & reflectatur forma puncti b ad uisum existentem in puncto a, a puncto speculi pyramidalis conuexi quod sit g, ita quod communis sectio superficiei reflexionis & speculi sit linea longitudinis speculi, quae est e g, dico quod forma puncti b reflectitur ad uisum a, a solo puncto superficiei speculi, quod est g: si enim dicatur quod potest reflecti ab alio puncto superficiei speculi, tunc illud punctum aliud aut erit in linea longitudinis speculi, quae est e g, aut non, si sit in linea longitudinalis speculi, quae est e g, sit illud punctum x, & ab eo ducatur perpendicularis super superficiem contingente speculum in illo puncto p 12. undecimi, haec ergo perpendicularis sit x i, eritque eadem superficiem, tamen punctum g & x sint in eadem linea longitudinis secundum quam sunt illa quae dicta sunt in praemissa, erit ergo per 30. primi illa perpendicularis x z aequedistans lineae a l, & quia linea e z aequedistans lineae a l, & quia linea x z sicut & linea z h est in superficie reflexionis, quae per 15. & per 6. huius, est erecta super superficiem contingente speculum in linea e g, erit ergo per secundam primi huius, linea a l in superficie reflexionis huius perpendicularis, quae est x z, & erit similiter in superficie reflexionis lineae perpendicularis q est z g, igitur illae duae superficies reflexionis lineae perpendiculariter secant se super lineam a l per 19. primi huius, sed secant se etiam super punctum b, quoniam illud est quod reflectitur per utrumque, hoc autem est impossibile, quoniam punctum b non est in linea a l, ostensum est enim prius lineam f l aequedistantem esse lineae b m, quod lineae uel concurrerent si punctum b esset in linea a l, uel sequeretur puncta m et n cadere ex una parte lineae g q, non ergo fiet reflexio punctorum m & n aduicem a puncto g, quod est contra demonstrata in praemissa, restat ergo ut a nullo puncto lineae longitudinalis, q e g, praeter a puncto g, forma puncti b, possit reflecti ad centrum uisus existens a puncto a, si autem possibile est, ut refle-



ut reflectatur forma puncti b ad uisum a, ab aliquo puncto speculi extra lineam longitudinis g e, sit illum punctum u, & per 10. primi huius, ducatur linea longitudinis speculi, quae sit linea e u c. quae in puncto c, secet periferiam circuli g p, & sumatur superficies aequedistans basi transiens per punctum m, palam ergo per 8. undecimi, quoniam linea a n secat hanc superficiem, ideo quia linea e g, cui aequedistat linea a n secat eandem

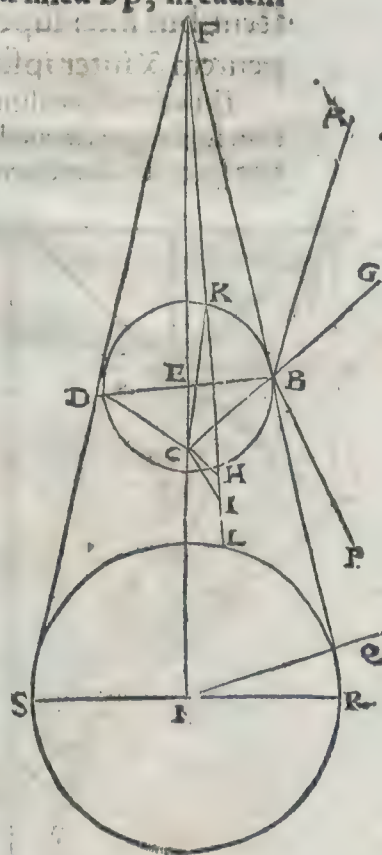


semper enim superficies hoc modo secans speculū secundum lineā e c, secabit illas superficies aequedistantes super duas lineas m c & r u, igitur ut prius illae duae lineae m c & r u, sunt aequedistantes, igitur per 10. undecimi, angulus s c m, aequalis est angulo k u r, & angulus m q aequalis angulo r u y, sed iam patuit quod angulus k u r, aequalis est angulo r u y, ergo angulus s c m, aequalis est angulo m q, quare forma puncti s potest reflecti ad uisum existentē in puncto i, a puncto speculi c, non impediēte corpore pyramidis speculi, sed iam probatum est per praemissa, quod forma puncti m, reflecti potest ad uisum existentem in puncto h a puncto g circuli p g, quoniam potest reflecti ad punctum n, &

puncta n & i sunt in eadē linea recta consistentia, ut praestensum est, poterit ergo forma puncti m a puncto speculi g reflecti ad uisum existentē in puncto l, & ita punctum s, quod est in linea s m g, potest reflecti ad uisum existentē in puncto l, a puncto g, igitur forma puncti s reflectitur ad uisum in puncto l, a duobus punctis circuli p g, quod est impossibile, & contra sedecimā sexti huius, & contra 27. huius septimi, restat ergo, ut primum sit impossibile, scilicet quod forma puncti b reflecti possit ad uisum existentē in puncto a, ab aliquo alio puncto speculi, quā a puncto g, ab uno solo ergo puncto fiet reflexio formae eiusdem puncti communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis, conuexae existente linea longitudinis speculi, quod est propositum.

**Communi sectione superficiei reflexionis & speculi pyramidalis conuexae existente oxigonia, a quolibet puncto superficiei speculi apparentis uisui potest fieri reflexio ad uisum, & ab uno uel a duobus punctis tantum.**

Est o speculū pyramidale conuexum f k s, cuius vertex f, diameter basis k s, centrūq; basis n, erit ergo axis speculi linea f n, sitq; centrū uisus punctus a, dico quod comuni sectione superficiei reflexionis & speculi existente linea oxigonia, quae sit b l, possibile est a quolibet puncto speculi ppositi fieri reflexionē, alicuius puncti uisi ad punctū a, quod est centrū uisus, sit em puncto b dato in superficie speculi, de quo dubitatur utrū ab eo possit fieri reflexio formae alicuius puncti rei uisae ad centrū uisus quod est a, ducat ergo a puncto b linea longitudinis pyramidis speculi per 10. primi huius, quae sit b f, ducaturq; a puncto b perpendicularis super illam lineā longitudinis extra speculū, quae sit b g, & super punctū b terminū lineae b g fiat per 23. primi, angulus aequalis angulo a b g, quae sit g b p ducta linea b p, in eadem superficie reflexionis, patetq; per 20. quinti huius, quia omnis punctus rei uisae existens in linea b p, reflectetur ad uisum in punctum a, sed a solo puncto b uel duobus tantū fiet reflexio ad uisum existentē in puncto a, palā em per 96. primi huius, quod si perpendicularis g b, producat in pyramidem, quoniam concurrat cū axe f n, sitq; punctus concursus e, palam ergo quoniam angulus g e f cū sit in superficie sectionis uersus uerticē pyramidis est acutus p 23. primi, qm in trigono b e f angulus c b f est rectus, circūducatur ergo per 102. primi huius a puncto reflexionis quod est b circulus speculo pyramidali, cuius diameter sit b d, et eius centrū e, secans axē f n in puncto e, & quia ille circulus per 100. primi huius, est aequedistans basi speculi, palam quia perpendicularis g c acutum angulum tenens cum axe f n, declinata erit super circū illius superficiei, quia linea aequedistans lineae g c, si producat a puncto n centrū basis speculi, patet quod declinata est super basem pyramidis, ut sit linea n q producta, ergo linea c d, a puncto axis c, ad circuli periferiam, cum angulus b c sit aequalis angulo d e c, quoniam uterq; ipsorum est rectus, omnes enim anguli cōtinenti sub semidiameteris circuli & axe se sunt aequales, & lineae a centro ad circumferentiam aequales, e c uero linea est cōmunis per 4. primi, palam quoniam latus b c, aequale est lateri c d, & omnes anguli factorum trigonorum sunt aequales, quia idem est ductis, secans speculū secundum oxigoniā sectionē, fiet ergo noxia pyramis, cuius basis est circulus b d, uertex e, & axis c e, super hanc pyramidem c b d, aut secabit, si contingat dico quod a solo puncto b, quod est punctus reflexionis tantum fiet reflexio secundum illam superficiem eandem, palam enim quod superficies reflexionis contingat pyramidem super lineam longitudinis illius pyramidis per 95. primi huius, haec autem erit linea b c, in qua est punctum b, a quo ducitur





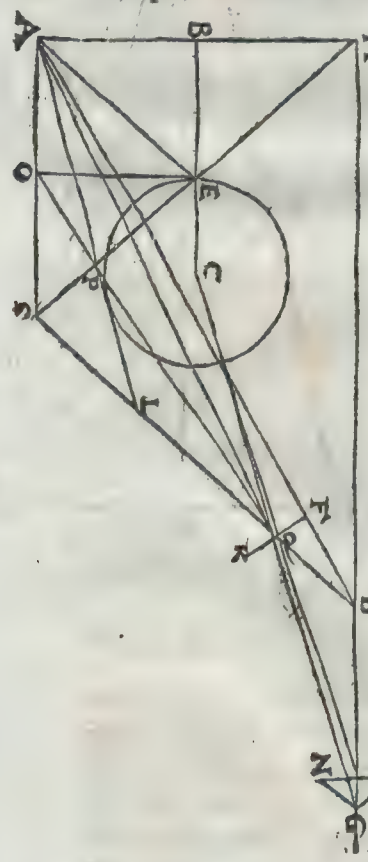
tur linea b c perpendicularis super superficiem speculi, & linea reflexionis b a, a puncto  
 quoq; f, quod est uertex pyramidis speculi ducantur lineæ plures ad sectionem oxig-  
 niæ, quæ est cõmunis sectio superficiei reflexiõis & pyramidis speculi, quæ est f k, om-  
 nes itaq; illæ lineæ cadent in superficiem circuli b d, quæ est basis pyramidis intellectæ  
 qm cadant in ipsam sectionem præter unam solam, quæ cadet in punctum reflexionis  
 b, quæ est linea f b, a solo itaq; puncto b, fiet reflexio ad uisum. Si enim detur quod ab illo  
 puncto dictæ sectiõis oxigonæ, ut a puncto l fiat ad uisum a reflexio, tunc linea ab illo  
 puncto l ad punctum c, quod est uertex pyramidis intellectæ ducta quæ sit i c, erit ut pri-  
 us perpendicularis super superficiem speculi per 96. primi huius, cum enim illa perpen-  
 dicularis necessario sit in superficie reflexionis in qua est sectio, oportet quod ipsa cadat in  
 punctum c, ergo erit perpendicularis super lineam longitudinis pyramidis speculi per  
 illud punctum i transeuntem, quæ sit f i l, sit quoq; punctus in quo linea f i, secat circuli  
 b d, punctus r, patet aut per præmissa & per 65. primi huius, quoniam linea e r a uertice  
 pyramidis intellectæ ducta ad illam lineam longitudinis necessario est perpendicularis  
 ris super illam, sicut linea c b est perpendicularis super lineam longitudinis speculi, quæ est  
 f b, quoniam ut patet per 89. primi huius anguli omnium linearum longitudinis cum  
 semidiametro basis & cū axe ad uerticẽ sunt æquales, erit ergo in triangulo c i r duo an-  
 guli recti, quod est impossibile & contra 32. primi, non ergo fiat reflexio ab alio pũcto  
 sectionis oxigonæ quæ est b i, quàm a puncto b superficie reflexionis pyramidem c b  
 d contingentem,

XXXV.

XXXV.

Dato speculo pyramidali conuexo, centroq; uisus & puncto rei uisæ existantibus inter superficiem æquedistanter basi speculum in uertice contingentem & inter ipsum basem possibile est inueniri punctum reflexionis.

Esto datū speculum pyramidale, cuius uertex sit punctus g, & fiet super ipsum uer-  
 cem superficies æquedistās basi pyramidis, quæ sit m n g, quod fiet ductis à puncto g uer-  
 tice speculi tribus lineis perpēdicularibus super axem speculi p undecimā primī, & ima-



**I**gnata plana superficie inter illas lineas extensa, sitq; a punctus rei uisae, & b centrum uisus, quæ sint ambo sub illa superficie m n g, inter ipsum scilicet & basem speculi, sitq; exempli causa punctum b, propinquius uertici b speculi g, quam punctum a, quoniam si positum fuerit esse econuerso semper eadē est demonstratio, dico quod est possibile punctum reflexionis inueniri, ducatur em a puncto a, quæ est punctus rei uisae superficies secās pyramidē æquedistantē basi ut prius, & ducatur a uertice speculi g est punctum g, linea ad punctum b, qd est cetrū uisus, quæ sit g b, hæc itaq; linea producta cadat in superficie a puncto a rei uisae ducta æquidistantē basi pyramidis, cū illa linea g b, sit inter superficies æquedistantes ducta a uertice axis ambas illas superficies transeuntis, punctus ergo in quē cadit hæc linea g b, sit punctus h, ergo p modū demonstrandi q̄ uisum sumus in 3. 2. huius demonstrari potest qm forma puncti a reflectet ad uisum existētē in puncto h ab aliq̄ puncto circuli, qd efficit superficies secās pyramidē ducta a punctis a & h, cuius circuli cetrū sit punctū axis speculi qd est t, & sit punctus reflexionis inuentus in illo circulo puncto e, & ducatur in punctū rei uisae & cetrū uisus .i. linea a b, & linea longitudinis speculi quæ sit g e & axis pyramidis speculi sit g t, & ducatur a puncto e linea ad centrum sui circuli quæ sit e c, hæc enim cadat super axē g c ppendicularit̄ p 100. & p 89. primi huius, uel p 21. huius, & adeo qd axis g c cū sit ppendicularis sup basem pyramidis speculi & etiā erectus sup superficie circuli æquedistantis illi basi per 23. primi huius, est ergo p diffinitionē lineæ sup superficie erectæ axis g c perpendicularit̄

182  
LIBER SEPTIMVS.  
g perpendicularis super semidiametrū e c, & erit linea e c erecta super lineam contingētem illū circulū in pūcto e per 17. tertij, et hæc linea e c, producta extra circulum ductis lineis h e & a e, secabit angulum ab eis contentum per æqualia, scilicet angulum h e a, per 26. quinti huius, ergo per 29. primi huius eadem linea e c producta, lineam h a ductā secabit, cum sit cum illa in eadem superficie reflexionis, ut patet per 24. huius, sit ergo linearum e c & h a punctus sectionis r y, & quia lineæ g e & e c efficiunt superficiem secantē lineā a b, sit pūctus sectionis f, & ab illo pūcto f ducatur per 12. primi linea perpendicularis sup lineā longitudinis g e, q̄ sit f q, eritq; linea f q per diffinitionē lineæ super superficie erectæ ppendicularis sup superficie cōtingētē pyramidē sup lineā g e, deinde à pūcto a ducā lineā æquidistans lineæ f q, q̄ sint lineæ a l, pducaturq; linea f q, donec cōcurrat cū axe g c, in pūcto k, ducatur itē à pūcto a lineā æquidistans lineæ r c, quæ sit a s, & ducatur à pūcto e lineā quæ sit communis sectio superficiei reflexionis, quæ est a e h, & superficiei cōtingentis pyramidē speculi in lineā longitudinis quæ est g e, & sit hæc linea e o, quæ cum sit perpendicularis super semidiametrum circuli, quæ est e t, ut patet per 17. tertij, cōtingit enim lineā e o circulum, cuius est centrum punctum t, palam quod ipsa est perpendicularis super lineam e r, ergo per 29. primi, erit linea e o perpendicularis super lineam a s, quoniam lineā a s æquidistat lineæ r r, ut patet ex præmissis, ducatur quoq; lineā b q, quæ producta necessario concurrat cum lineā a l, per 2. primi huius, quia concurrat cum eis æquidistante. l. lineā f q, sit punctus concursus l, & ducatur à puncto q lineā quæ est communis sectio superficiei contingentis speculum secundum lineam longitudinis g e, & superficiei a b l, quæ sit q p, quæ per secundam primi huius secabit lineam a l, quæ secat eius æquidistantem, quæ est f k, sit punctus sectionis p, producaturnq; lineā h e, donec cōcurrat cum lineā a s, concurrat autem per secundam primi huius, sit punctus concursus s, & ducantur duæ lineæ l s & p o, quia itaq; lineā r t est perpendicularis super axem g c, & lineā f k acutum angulum cōtinet cum axe g c, angulus em f q g per 3. 2. primi, est acutus, ideo quia angulus f q g, ut patet ex præmissis est rectus, ergo per 14. primi huius lineæ r t & f k concurrunt in aliq; puncto ultra axem g c, sed illarum æquidistātes lineæ quæ sunt a l & a s concurrunt in puncto a, suntq; in alia superficie quā lineæ r t & f k, quæ sunt in superficie g e k per primam undecimā, palam ergo quoniam superficies g a l s est æquidistans superficiei g e k, per 15. undecimā, lineæ quoq; q e & p o sunt in superficie contingente speculum in lineā longitudinis g e, & secantē illas duas superficies æquidistātes super duas lineas, quæ sunt q e & p o, igitur lineā q e æquidistat lineæ p o per 16. undecimā. & quia lineā h e producta cōcurrat cum lineā a s in puncto s, erit ergo lineā e s in superficie h e g per primam undecimā, & in eadem superficie est lineā b l, & hæc superficies secat prædictas superficies æquidistātes, q̄ sunt a l g & g e b, in duabus lineis e q & l s, igitur per 16. undecimā lineā e q est æquidistans lineæ l s, ergo per 3. 1. lineā p o quæ est æquidistans lineæ q s, ut supra patet, erit æquidistans ipsi lineæ l s, erit ergo per secundam sexti, proportio lineæ a o ad lineam o s, sicut lineæ a p ad lineam p l. sed quoniam per 20. quinti huius, angulus h e r est æqualis angulo r e a, & angulus s e a æqualis angulo h e r, per 29. primi, quoniam extrinsecus intransco est æqualis, & angulus e a s, æqualis angulo r e a, quia coalternus, palā quia angulus e s a est æqualis angulo e a s, ergo per 6. primi erit lineā e a, æqualis lineæ e s, & e o & e o similes, ergo p diffinitionem ipsorum latera æquos angulos respicientia sunt, proportionalia, sed ex præmissis patet quod latus a est æquale lateri e s, ergo & latus a o erit æquale lateri o s, ergo & lineā a p est æqualis ipsi lineæ p l, & lineā p q est per 29. primi, perpendicularis super lineam a l, cū ipsa sit perpendicularis super lineam f k æquedistantem lineæ a l, in trigonis ergo q p a & q p l, anguli a d p sunt æquales, quia recti, & latus l p est æquale lateri p a, latusq; p q ambobus trigonibus q p l & q p a est cōmune, ergo per 4. primi, erit lineā a q æqualis lineæ q l, & angulus q l a æqualis est angulo q a l, sed angulus q l a æqualis est angulo b q f, per 29. primi, cum sit ei extrinsecus, & angulus q a l, æqualis est angulo a q f, cum sit ei coalternus, erit ergo angulus b q f, æqualis angulo



angulo a q f, igitur per 20. quinti huius, forma puncti a reflectitur ad uisum b, a puncto speculi q, quod est propositum.

XXXVI.

Dato speculo pyramidalis conuexo, centroq; uisus & puncto rei uisae existantibus in superficie speculum aequedistantem basi in uertice contingente, possibile est inueniri punctum reflexionis

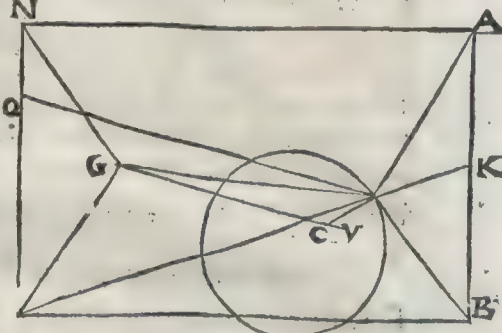
Fiat dispositio ut proximae precedentis, sitq; uertex speculi pyramidalis punctus g, in quo ipsum contingat superficies plana, quae sit m n g aequedistans basi ipsius, & sint centrum uisus & punctus rei uisae in superficie m n g, ita quod unum sit in puncto m, aliud in puncto n, dico quod possibile est punctum reflexionis inueniri, ducantur enim linea m g, n g, m n, & diuidatur angulus m n g per aequalia per lineam a g, palam ergo, per 20. quinti huius, quoniam forma puncti n a puncto speculi g reflectitur ad uisum o y, palam est quod linea m g & axis pyramidis speculi quae sit g b, sunt in superficie secante pyramidem, super lineam longitudinis pyramidis, quae sit g e, & a puncto q, ducatur perpendicularis super hanc lineam longitudinis, quae est g e, per 22. primi, quae sit q e, super punctum e ducatur superficies aequedistans basi speculi, quae secabit pyramidem uel circulum, per 100. primi huius, linea uero communis superficiei u e g, & huius circulo sit linea e c, palam ergo quoniam haec linea cadat super axem speculi in centro circuli, quod sit c, deinde a puncto m centro uisus ducatur linea aequedistans lineae longitudinis speculi, quae est g e, per 31. primi huius, quae producta in superficiem illius circuli cadat in punctum b, & similiter a puncto n, qui est punctus rei uisae ducatur linea aequedistans lineae g e, quae producta in dictam superficiem cadat in punctum a, & ducatur linea b a in superficie plana secante speculum secundum praedictum circulum, & producat lineam c e, extra speculum, quae secabit necessario lineam b a, per 29. primi huius, cum illae ambae lineae in eadem sint superficie circuli, secet ergo ipsum in puncto r, quia uero linea m b, aequedistat lineae e g, palam per primam primi huius, quae est cum ipsa in eadem superficie, quae superficies secat superficiem m n g, & superficiem b e a, super duas lineas m g & b e, superficies uero m g n & b e a sunt aequedistantes per 24. primi huius, quoniam ipsae ambae aequedistant basi speculi, ergo per 6. undecimi, linea m g est aequedistans lineae b e, similiter quoque lineae a n & g e sunt in superficie secante illas aequedistantes superficies super lineas n g & e a, igitur per 16. undecimi, linea n g, aequedistat lineae a e, similiter superficies q g e secat easdem superficies aequedistantes secundum duas lineas r e & q g, igitur ut prius lineae r e, & q g aequedistant, igitur duae lineae q g & m g aequedistant duabus lineis b e & r e, ergo per 10. undecimi angulus m g q, est aequalis angulo b e r, & angulus q g n eadem ratione est aequalis angulo r e a, ergo per 20. quinti huius, forma puncti a potest reflecti ad uisum b a puncto speculi e, si ergo a puncto a ducatur linea aequedistans ductae lineae q e, & aliae aequedistans lineae r e, & copulentur lineae m e & n e, & producat lineam m e donec concurrat cum linea aequedistans lineae ductae a puncto q, & ducatur lineae communes, ut in praedicta procedente, & iterum probatio, ut in illa, patebit quoniam forma puncti n, potest reflecti ad uisum m a puncto speculi e, igitur punctus e, erit punctus reflexionis, quod est propositum.

XXXVII.

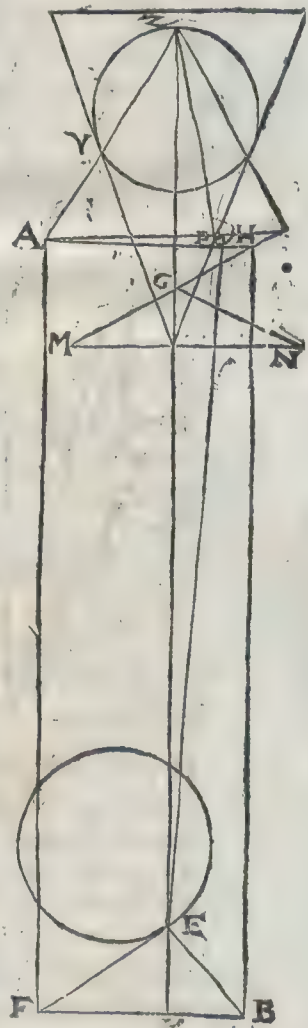
Dato speculo pyramidalis conuexo, & centro uisus & puncto rei uisae existentibus ultra superficiem aequedistantem basi speculum in uertice contingente, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Sit dispositio quae prius, & sit b centrum uisus, & a punctus rei uisae ultra superficiem m n, speculum in puncto g, uertice pyramidis contingente, dico quod est possibile inueniri punctum reflexionis, fiat enim pyramis huic opposita, & est haec pyramidis per 91. primi huius possibile lineis omnibus longitudinis speculi imaginatis protrahi ultra ipsarum communem sectionem, quae sit in uertice g, eritq; basis huius pyramidis aequedistans basi pyramidis primae, ducatur itaq; a puncto a, qui est punctus rei uisae, superficies secans hanc secundam pyramidem aequedistantem basibus unius et alterius pyramidis, & quoniam ille bases ad inuicem aequedistant, palam per 23. & 24. primi huius, quoniam illa superficies

aequedistat ambabus pyramidibus, palam autem per 100. primi huius, quoniam illa superficies secabit pyramidem illam secundum secundum circulum qui sit y z, centrum itaq; uisus, quod est b, aut erit in hac superficie pyramidem secante, aut non, si fuit in illa superficie, fiat ductio lineae ab ipso puncto b, & compleatur demonstratio si



curi 35. huius, quoniam ad hoc quod fiet reflexio formae puncti a, ad centrum uisus b, ab aliquo puncto secundae pyramidis quod sit z, quo habito compleatur demonstratio ut supra, statim patet quod si punctus b, qui est centrum uisus y, non fuerit in illa superficie, ducatur a puncto g, uertice ipsius speculi ad centrum uisus quod est b, linea g b, & producat usque quo concurrat cum hac superficie circuli y z, & sit concursus in puncto d, palam itaq; quod forma puncti a, reflectit ad uisum existentem in puncto d, ab aliquo puncto circuli y z, arcus sui interioris, ut patuit per 31. huius. Sit ergo ille punctus z, & ducantur lineae a z, d z, a d, angulum quoque a z d, diuidat lineam p z per aequalia, cadetq; punctus p, in linea a d, & ducatur linea a b, & a puncto z ducatur linea z g, per 101. primi huius, quae sit linea longitudinis secundae pyramidis, palam q; per 91. primi huius, quoniam eadem linea producta transuertit pyramidem speculi, erit linea longitudinis primi pyramidis ipsius speculi, q; sit linea g e, palam ergo quoniam superficies p z e, secabit lineam a b, secet ergo ipsam in puncto q, & a puncto q, p 12. primi, ducatur linea perpendicularis super lineam g e, & cadat in punctum e, & erit linea q e, perpendicularis super superficie cotinuentem pyramidem secundum lineam g e, quoniam linea q e, est perpendicularis super curuam sphaeram pyramidis, ut patet supra, punctum quoque fiat per 102. primi huius, superficies aequedistans basi, qui sit f e h, & ducatur a puncto b, centro uisus linea aequedistans lineae z e, longitudinis speculi, quae sit b q, concurrens cum superficie illa f e h, in puncto h, & eadem linea z e, ducatur a puncto a, rei uisae, linea aequedistans quae sit a f, secans superficiem f e h, in puncto sui, qui est f, palam itaq; per 1. primi huius, cum linea b h, sit aequedistans lineae z e, quoniam illae lineae sunt in eadem superficie, sed & puncta b & d, sunt in eadem linea, quia per 1. undecimi, lineae d z & h e, sunt in eadem superficie, quae secat superficies illas aequedistantes, scilicet y z & f e h, super duas lineas d z & h e, igitur per 16. undecimi, illae duae lineae d z & h e, sunt aequedistantes, & similiter quoniam superficies ducta per punctum a, secat pyramidem secundam aequedistantem ambabus basibus praedictarum pyramidum speculi, scilicet & pyramidis imaginatae secundum circulum y z, & superficies ducta per lineam quae est superficies f e h, secat pyramidem speculi secundum circulum aequedistantem basi speculi, patet quod superficies in qua sunt lineae a z & f e, sunt aequedistantes per 24. primi huius, lineae ergo a z & f e, sunt aequedistantes, patet ergo quod duae lineae d z & a z, aequedistant duabus lineis h e & f e, ergo per 10. undecimi, angulus d z a, est aequalis angulo h e f, copulet quoque linea h f, & quoniam linea p z, est diuidens per aequalia angulum d z a, & erit ipsa per 26. quinti huius, perpendicularis super lineam circuli y z, contingente in puncto z, ergo per 18. tertij, linea p z, producta transibit centrum circuli y z, superficies punctum e transeuntem, sit ergo communis sectio superficiei p z e, & illius circuli linea r e, sicut ergo linea r p z, transit centrum circuli y z. Similiter linea r e, diuidens angulum h e f, transibit centrum alterius circuli super quem superficies f e h, secat pyramidem speculi aequedistantem basi, & quia superficies in qua sunt duae lineae p z & e r, secat illas duas superficies aequedistantes super duas lineas p z & r e, igitur per 16. undecimi, lineae p z & r e, sunt aequedistantes, duae ergo lineae a z & p z, sunt aequedistantes duabus





PERSPECTIVAE VITELLIONIS

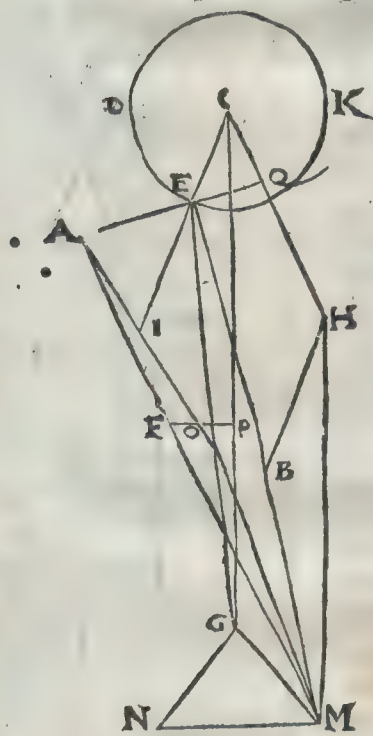
duabus lineis f e & e r, ergo per 10. undecimi, angulus a 3 p, æqualis est angulo f e r. Similiter & angulus d 3 p, est æqualis angulo r e i, qm̃ sicut totus angulus d 3 a, est æqualis toti h e f, sic medietas medietati, ergo angulus f e r, æqualis est angulo h e r, patet ergo per 20. quinti huius, qm̃ forma puncti f, ad usum existentē in puncto h, à puncto speculi e, ergo si à puncto f, p̃trahat̃ linea æquedistans lineæ q e, & alia linea æquedistans lineæ r e, & lineæ alia cōmunes, ut in 35. huius, reiterata demonstratione illius patebit, qm̃ forma puncti a, reflectitur ad usum h, à puncto speculi e, quod est p̃positum, quod si à puncto q, nō possit duci linea perpendicularis super lineam g e, nulla fiet reflexio formæ puncti a, ad usum b, in tali dispositione constitutū, aliās aut̃ semper fiet reflexio ut p̃æostensum est, & patet per 14. huius, & per 90. quarti huius.

XXXVIII.

XXXVIII.

Dato speculo pyramidalī conuexo, punctoq; rei uisæ existente sub superficīe speculū æquedistanter basi in uertice cōtingente, & cētro uisus in eadē superficīe, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Permaneat prior dispositio pmissa, & sit a punctus rei uisæ, qui sit sub superficie n g, cōtingente pyramidē speculī in uertice g, æquedistanter basi, & sit centrum uisus in illa superficie, dico qd' ad hoc possibile est inueniri punctum reflexionis, sit n centrū uisus



est g e, & punctus reflexionis formæ puncti a, ad centrū uisus, pūctum m, palam em  
pmissis, qm̄ linea h b, est æqualis & æquedistans lineæ t e, patet p 33. primi, erit linea h t  
æqualis & æquedistans lineæ b e, sed linea m h, est æqualis & æquedistans m t, axi g t, p  
25. primi huius, eo quod ipsæ sunt lineæ æquedistantes inter superficies æquedistantes p  
ductæ, ergo per 33. primi, lineæ h t, æquedistat lineæ m g, ergo p 30. primi, lineæ m g, æ  
quedistat lineæ b e, & est æqualis illi, palā etiā, quod angulus q t e, est æqualis angulo q e  
t, per 5. primi, ideo quia lineæ e q & q t, ut patet ex pmissis sunt æquales, Sed angulus q e  
t, æqualis est angulo a e i, per 15. primi, angulus ergo q t e, est æqualis angulo a e i, sed  
angulus q t e, per 29. primi, est æqualis angulo i e b, ppter hoc quod lineæ e b & t h, æq  
distant, ergo angulus i e b, est æqualis angulo i e a, patet ergo p 29. quinti huius, qm̄ for  
ma puncti a, reflectit ad uisum existentē in puncto b, à puncto speculi e, & cū lineæ æq  
æquedistans sit lineæ g e, si à puncto a, ducat lineæ æquedistans lineæ f o p, & lineæ æq  
distant

LIBER SEPTIMVS.

184

distans linea i t, & iteretur figura supra dicta 35. huius, & probatio eiusdem, palam  
quia forma puncti a reflectit ad centrum uisus existens in punctū m, a puncto speculi o.  
quod est ppositum, nec refert quādammodum demonstrauit hoc in sequenti pxima, siue  
punctum rei uisae, siue centrū uisus sit in superficie m g n, qm̄ idem est modus & ratio re  
flexionis hinc & inde.

XXXIX.

XXXIX.

Dato speculo pyramidali conuexo punctoq; rei uisæ existente ultra superficie speculi æquedistanter basi in uertice cōtingentem & centrum uisus in eadem superficie, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Remanente dispositione figuræ præcedentis, sit centrū uisus in punctum m, superficiē g m n, & sit a punctus rei uisæ ultra illam superficiē, fiatq; pyramis alia, huic opposita, & fiat super punctū a, superficies æquedistans basi huius pyramidis, & per proximam præcedentem, & inueniatur in circulo huius superficiē punctus reflexionis ex punctis inter oribus, & ducatur à puncto illa linea ad punctum g, & pducatur taliter in superficie ipsius, ut ipsa fiat linea longitudinis pyramidis ipsius speculi, inuenieturq; punctus reflexionis secundū ea quæ præmissimus in 37. huius, eiusq; probandi modus penitus, qui prius in eadem 37. & hoc est propositum.

X L.

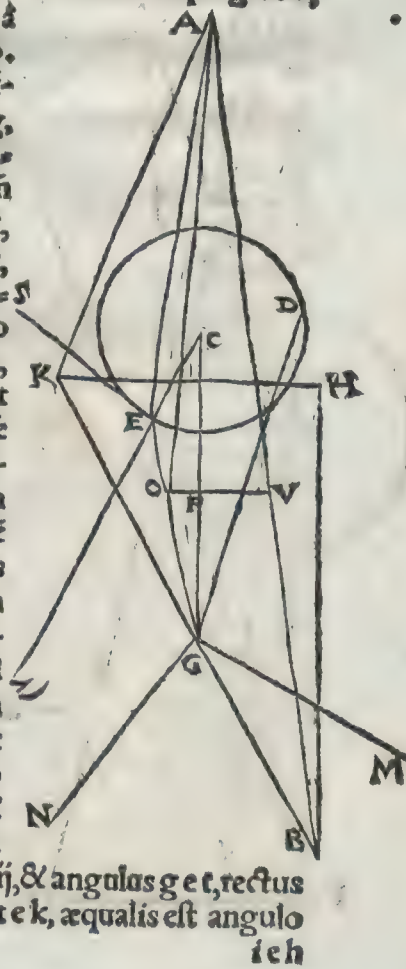
XL.

Dato speculo pyramidali conuexo punctoque rei uisæ existente sub superficie pyramidem æquedistanter basi in uertice contingente, & centro uisus super eandem, uel econuerso, possibile est punctum reflexionis inueniri.

Dispositione priori remanente si æquidistanter

Dispositione priori remanente, sit punctus a, rei uisus sub superficie m n g, & punctus uerso, a punctus rei uisus sit ultra superficiem m n g, & b centrū uisus sub superficie m n g, dico quod adhuc possibile est punctum reflexionis inueniri. Sit em exempli gratia, punctum a, sub superficie m n g & b, ultra illam ducentem.

puncto 3, sub superficie m n g, & b, ultra illam, ducatur q; a  
 puncto a, superficies aequedistans basi speculi secans per 100.  
 primi huius, pyramidē speculi super circulū qui sit d e, cuius cē-  
 trum sit t, & ducatur axis speculi qui sit g t, & ducatur linea b g,  
 a puncto ulteriori, in quo est centrum uisus ad uerticem pyra-  
 midis, quæ pducit cōcurrere necessario cum superficie a e d, qm  
 concurrat cū axe super ipsam erecto. Sit concursus punctus k,  
 in circulo d e, inueniat per 135. primi huius, punctus qui sit e,  
 ita ut linea circulū contingēs a puncto e, ducta quæ sit e s, diui-  
 dat per æqualia angulū quē continent ductæ lineæ k e & a e, co-  
 pulenturq; lineæ longitudinis quæ sint g e & g d, & a puncto b,  
 ducatur linea aequedistans lineæ g e, quæ necessario concurrat  
 cū linea k e, concurrente cū eius aequedistante quæ est g e, per se-  
 cundam primi huius, sit concursus in puncto h, palā itaq; p pri-  
 mam undecimā, quia punctus h est in superficie g e k, qm est in  
 linea k g b, quæ ducta est in illa superficie, & linea b h, est in eadē  
 superficie per 1. primi huius, qm ipsa linea b h, est aequedistans  
 lineæ g e, & ducatur linea t e i, a centro circuli t, per punctū con-  
 tactus e, palam itaq; qm superficies g t e, secans speculū transa-  
 xem g t, secat etiā lineam b a. Secet ergo ipsam in puncto u, & a  
 puncto u, ducatur ppendicularis sup superficiem contingentem  
 speculum secundū lineam longitudinis speculi, quæ est g e, hæc  
 em superficies continget circulum d e, in puncto e, q linea sit u o  
 p, secans superficiē speculi in puncto o, & axē g t in puncto p, &  
 ducant lineæ a o & b o. Cū itaq; ut patet ex pmissis, angulus a  
 e s, sit æqualis angulo s e k, & cū angulus i e s, sit rectus p 17. tertij, & angulus g e t, rectus  
 palā quod angulus i e a, est æqualis angulo t e k, Sed & angulus t e k, æqualis est angulo  
 i e h



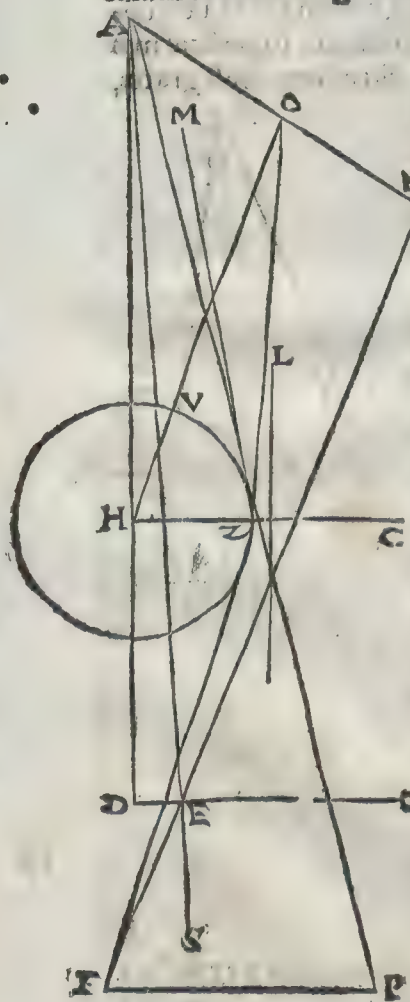


PERSPECTIVAE VITELLIONIS

e i h, p. 15. primi, ergo angulus a e i, est æqualis angulo i e h, potest ergo forma puncti a reflecti ad uisum existentem in puncto h, à puncto speculi quod est e, per 20. quinti. Si ergo à puncto a ducat linea æquedistans lineæ u p, & linea æquedistans lineæ i t, & iteretur pbatio 35. huius, palam qm̄ forma puncti a, reflectet à puncto speculi quod est o, punctum lineæ g e, ad uisum existentē in puncto b, quod est ppositū, & qm̄ semper est eodem modo demonstrandū quodcūq; puncto a uel b fuerit ex quacūq; altera parte superficiei m n g, patet idem qd' pponebat, & imaginendū est ita quod in figura solida punctum b, cadat in lineam e g, qd' in plano non potuimus taliter figurare. Palam itaq; ex pmissis sex theorematibus, cū non sit possibile alio modo se habere punctū rei uisæ secundū sitū reflexibilitatis à speculis pyramidalibus conuexis ad centra uisus nisi modis ppositis, qm̄ aut ambo erunt sub superficie m n g, aut atq; ultra illam, aut ambo in illa, aut unū in illa, aliud sub illa uel ultra illam; aut unum sub illa, aliud ultra illam, & omnibus his modis reflexionis punctū est inueniri, uniuersaliter ergo in tota superficie speculi pyramidalis cōuexi quocūq; modo se habente rei uisibilis puncto ad centrum uisus, punctum reflexionis est possibile inueniri, quod principaliter quærebatur.

XLII.

XLI.  
Speculo pyramidali conuexo super ipsius basem erecto possibile est res  
Etam lineam rei uisæ & centrum uisus sic sisti, ut ab una linea longitudinis  
speculi fiat formatum cum omnium punctorum illius lineæ reflexio ad uisum.



185

LIBER SEPTIMVS.

concurreret cū linea a n, p. 14. primi huius, quia cum angulus a e f, sit rectus, angulus e a n est acutus, concurrant ergo in puncto n, & à puncto e, ducatur linea æquedistans lineæ t h, quæ sit e q, per 3. 1. primi. Itemq; ab eodē puncto e, ducatur linea æquedistans lineæ m z, quæ sit e l, palā aut qd' linea m z, est perpendicularis super lineā a e, per 22. primi huius, qm̄ ipsa est perpendicularis super lineā t h, ut super diametrum circuli quem ipsa est cōtingens in puncto z igitur lineā l e, cum ipsa sit æquedistans lineæ m z, est per 29. primi, ppendicularis super lineam a e. Sunt quoq; lineæ m z & a e, in eadem superficie per 1. primi huius, cū ipsæ sint æquedistātes, pducaturq; lineā q e, ultra punctū e, et hoc per 2. primi huius, secabit axē a h, cū ipsa sit in eadē superficie cū lineā h t, p. 1. primi huius, secet ergo axē in puncto d, eritq; angulus h d q, acutus æqualis angulo a h t, per 29. primi, fiat q; superficies l e d q, secās pyramidem, erit ergo illius superficie & superficie pyramidis cōmunis sectio oxigonia per 103. primi huius, cū ergo lineā a e, sit ppendicularis sup lineā f n, & super lineā d q, & sup lineā l e, patet p diffinitionē lineæ erectæ sup superficie, qm̄ lineā longitudinis pyramidis, q̄ est a e, erecta est super superficie illius sectionis oxigonia, quæ est l e d q, & quia lineā a e, est ppendicularis sup lineā f e n, erit ergo lineā f n, in superficie illa secante pyramidē secundū illam sectionē, fiat ergo ut in illa superficie sectionis à puncto f, ducat lineā f p, per 3. 1. primi, æquedistans lineæ e q, ergo per 9. undecimi, erit lineā f p, æquedistans lineæ z t, uerū cū angulus o z t, est acutus ideo qd' angulus o z h, est obtusus, erit p. 13. primi, angulus t z f, obtusus, ducat itaq; à puncto z, lineā faciens t z, angulū æqualē angulo o z t, q̄ quidē lineā pducta necessaria secabit lineā f p, per 2. primi huius, cū lineā f p, sit æquedistans lineæ z t, secet ergo ipsam in puncto p, & ducatur lineā p e, quæ per 1. undecimi, erit in superficie l d q, erit ergo angulus a e p, rectus, ut patet ex pmissis per diffinitionē lineæ sup superficie erectæ, cū ergo lineæ p z & o z, ut patet ex pmissis, in eadē superficie pyramidē secante, & angulus o z t, æqualis sit angulo t z p, palā per 20. quinti huius, q̄a forma punctio, reflectitur ad uisum existentē in puncto p, à puncto speculi z, uerū q̄a angulus o z t, per 29. primi, est æqualis angulo z f p, quia est extrinsecus illi, & angulus h z f, æqualis est angulo o z t, per 15. primi, Sed angulus z p f, æqualis est angulo p z t, per 29. primi, quia est coalternus, palam quia angulus z f p, æqualis est angulo z p f, ergo per 6. primi, latus z f, æquale est lateri z p, & quia angulus f e z est rectus, ideo q̄a lineā a e est perpendicularis super lineā f n, palā per penultimā primi, q̄a quadratū lineæ f z, ualet ambo quadrata lineæ e f & e z. Sed eadē ratiōe quadratū lineæ z p, ualet ambo quadrata lineæ e z & e p, qm̄ ut patet ex pmissis, angulus p e z, est rectus, quadratū uero lineæ est æquale quadrato lineæ z f, qm̄ ut patet ex pmissis lineæ z f & z p, sunt æquales, illa ergo duo quadrata hinc inde sunt æqualia, ergo ablato cōmuni quadrato lineæ z e, remanet quadratū lineæ e p, æquale quadrato lineæ e f, igit' latus f e, æquale est lateri p e, ergo p. 5. primi, angulus e p f, est æqualis, angulo e f p. Sed angulus n e q, est æqualis angulo e f p, per 29. primi, qm̄ extrinsecus est illi, & angulus q e p, æqualis angulo o p f, q̄a coalternus est illi, angulus ergo n e q & q e p, sunt æquales, qm̄ cū sint in eadē superficie q̄ est p e n, palā p. 20. quinti huius, qm̄ forma puncti n, reflectit ad uisum existentē in puncto p, à puncto speculi qd' est e. Similiterq; diuidat à puncto f, q̄cūq; lineā ad aliqd' punctū lineæ z e, & ipsa flectet ad punctū p, à puncto aliq' lineæ z e, quæ secat illa lineā, simili modo & omniū huius lineæ, pbatio sumet initium à lineā ppendiculari, q̄ est f e, & à pre lineæ e z, q̄erit cōtōp, ab aliquo puncto lineæ z e, q̄a de oibus est eadē demonstratio, qd' et patet p. 34. qm̄ ti huius. Si itaq; q̄cūq; lineā recta cuiuscūq; rei uisæ, ponat' in loco lineæ a o n, et cētū uisus sistat in pūcto p, semper fiet reflexio ad uisum ab aliq' puncto lineæ a z e, q̄ est linea longitudinis speculi, & hoc pponebat' faciendū, patet ergo, ppositū.

X L I I.

XLII.

Cum superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis conue-  
xi communis sectio fuerit linea longitudinis, erunt loca imaginum & distan-  
tia ipsarum à uisibus, quæ & in speculis planis.



Quando causa in diuersis subiectis uniuocatur, & passio uniuocabitur, ob hoc nō re-  
petimus illa hic quae in speculis planis dicta sunt in quinto libro huius scientiae, quia u-  
trobique in planis, scilicet, & propositis speculis lineae incidentiae & reflexionis incidit &  
reflectuntur à lineis rectis, erit utrobique locus imaginis in perpendiculari à puncto uiso  
ducta super superficiem speculi tantum distans à superficie speculi quantum punctus rei  
uisae distat ab eadem speculi superficie, ideo quod semper imago rei uisae uidetur in cō-  
cursu lineae reflexionis cum katheto incidentiae in omnibus his speculis, ut patet per 37.  
quinti huius, patet ergo propositum.

X L I I I.

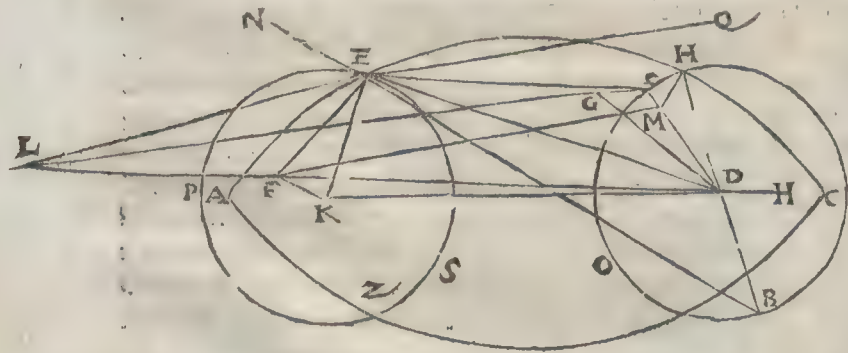
Cūm superficiei reflexionis & speculi columnaris conuexi communis se-  
ctio fuerit circulus, erunt puncta reflexionum & loca imaginum, quae est in  
speculis sphaericis conuexis.

Erit enim aliquando locus imaginis intra speculum columnare conuexū, aliquando  
in superficie speculi, aliquando extra speculū, secundū modū quē kathetus incidentiae & linea  
reflexionis in diuersis punctis concurrunt, cuius quī causam & demonstrationē quae-  
rit, recurrat ad ea, quae in sexto huius scientiae libro de speculis sphaericis cōuexis demo-  
strata sunt, nam eadē penitus est ratio hinc inde, quia & fines contingentiarum & metes  
imaginum & loca & eadem proportionēs linearum sunt in illis speculis & in istis, patet  
itaque per illa propositum, nec uisum est nobis dignum in his amplius immorari.

X L I I I I.

A puncto sectionis columnaris cui incidit kathetus incidentiae ad perpē-  
diculārē ductam à puncto reflexionis super superficiē speculi columnaris cō-  
uexi ducta recta ad axem continente angulum acutum cum eadem erit con-  
cursus katheti incidentiae cum illa perpendiculari sub axe.

Hoc quod hic pponitur demonstrandum patet per 114. primi huius, ut autē huic no-  
stro pposito conclusio Mathematica sensibilibiter applicetur, eandē demonstrationē dū-  
ximus imitandam. Sit ergo a b c, columnaris sectio, & sit e datus pñctus, cui incidit ka-  
thetus incidentiae formae puncti n, qui sit punctus rei uisae 3 b, sit punctus reflexionis à  
quo ducta sit linea b d, perpendicularis super axem speculi, qui sit h k secetque kathetus in-  
cidentiae ductus à puncto n, qui est punctus rei uisae ipsum speculum secundum punctū  
propositae sectionis, qui est e, dico uerū esse quod proponitur, ducatur em linea e d, sit  
ita, ut fiat e d b angulus acutus, sit ergo q e l, linea contingens sectionem in puncto e &  
super punctum sectionis, fiat circulus aequedistans basibus speculi per 102. primi huius,  
quae sit b t o, cuius centrū sit d, ducatur à puncto e, linea longitudinis speculi per



101. primi huius, quae sit e t,  
à puncto quoque d per 11. pri-  
mū, ducatur linea d g, perpendi-  
cularis super lineam b d, in  
ipsa circuli superficie, palam  
ergo quod superficies h d g,  
cum per axem h k, transeat,  
qui per 92. primi huius, est  
erectus super circuli superfie-  
ciem per 18. undecimi. Super-  
ficies uero contingens spe-  
culum in puncto b, erit aequi-  
distans superficiei h d g, speculū secantī, ideo em quia linea longitudinis speculi ducta à  
pñcto b, est aequidistans axi h k, & linea h t o, circulum contingens super punctū b, est aequi-  
distans lineae g d, per 29. primi, angulus em g d b, est rectus, ut patet ex pmissis, & angu-  
lus cōtēntus sub linea d b, & sub linea cōtingente circulū in puncto b, rectus, per 17. ter-  
tij, ergo illae superficies aequedistant per 14. undecimi, igitur superficies in qua sunt li-  
neae

neae l e & t e, non est aequedistans superficiei h d g, quod patet per 24. primi huius, qm su-  
perficies contingens sectionem oxigoniam in puncto b, nō est aequedistans superficiei  
contingenti eandem sectionem in puncto e, in quo sunt lineae l e q, cōtingens sectionem  
& linea longitudinis quae est e t, angulus em e d b, ut patet ex hypothesi est acutus, super-  
ficies ergo h e g, non aequedistat superficiei l e t, ergo concurrerit cū illa, concurrat ergo in  
linea l g, & ducatur linea g t, quae necessario erit contingens circulū b t o, cū superficies in  
q ducit linea g t, ipsum speculū sit contingens, ducta autē linea t d, erit angulus g t d, re-  
ctus, per 17. tertij, qm linea t d est diameter circuli, & linea g t, contingit illum circulum  
in puncto t, fiat quoque ut prius super e, punctum sectionis circulus aequedistans basibus  
speculi q sit e s p, et centrū huius circuli sit punctus axis, q k, et ducatur linea k e, & ducatur  
etiam linea d l, quae quidem secabit superficiem circuli e l p, secet ergo illam in puncto f,  
quia itaque punctum d, est in superficie sectionis per 24. huius, cum ipsa sectionis superfi-  
cies sit superficies reflexionis, & punctū l, qd est punctū lineae contingentis sectionem  
est in eadem superficie sectionis, ergo per primā undecimi, tota linea d l, est in superficie se-  
ctionis, punctum ergo f, est in superficie sectionis, sed ipsum est in superficie circuli e s p.  
Est ergo in cōmuni sectione illae superficiei circuli & sectionis, sed & punctum e, est in  
ambabus eiusdem superficiebus, ergo item p. 1. undecimi linea e f, ducta erit in ambabus  
illis superficiebus, ergo per 19. primi huius, secundum lineam e f, secant se superficies se-  
ctionis & circuli e s p, ducatur itaque linea k f, & à puncto f, ducatur perpendicularis super  
& ducatur linea b t o, per 11. undecimi, qui sit f m, cadetque punctus m in linea d g, ut patet,  
m huius, sunt enim lineae k d & f m, ambae ppendiculares super superficiem circuli b t a, qm  
illi circuli aequedistant per 24. primi huius, utraque em ipsarū aequedistat basibus colum-  
nae per 100. primi huius, qm ergo linea f m, est aequalis & aequedistans lineae d k, quae est  
pars axis, ergo per 33. primi, linea k f, aequalis & aequedistans est lineae d m, & similiter  
erit m f, linea aequalis & aequedistans lineae longitudinis quae est e t, per 37. primi, quoniam  
linea e t, est aequalis & aequedistans axi k a per 92. primi huius, cū sit linea longitudinis  
speculi, & erit ut prius linea k e, aequalis & aequedistans lineae d t, & linea e f, aequalis est  
& aequedistans lineae t m, per eandē 33. primi, uerū etiā superficies k d l g, quia transit axē  
columnae, & angulus g d b, est rectus, orthogonalis est super superficiē sectionis oxigo-  
nial, quae est a b c, per diffinitionē superficiei erectae, & eadem superficies k d l g, ortho-  
gonalis est super superficiē circuli e s p, qm illa superficies k d l, transiens per axem, per  
18. undecimi, erecta est super bases columnae, ergo & super superficiem circuli e l p, aequi-  
distans basibus erecta est in eadem superficie k d l, quia itaque ducta superficies k d l, est  
erecta super superficiem sectionis oxigoniae & circuli e s p. Est ergo orthogonalis super  
lineam communem dictae sectionis & circuli quae est linea e f, per 19. undecimi, & quia  
linea e f, est erecta super superficiem k d l, in qua ducta est linea k f, igitur p. diffinitionem  
lineae super superficiē erectae angulus e f k, est rectus, ergo & angulus t m d, est rectus p.  
10. undecimi, latera em illos angulos continentia inaequedistantibus circulorum super-  
ficiibus ptracta aequalia sunt & aequedistantia, ut patet ex pmissis, cum ergo angulus d  
m t, sit rectus, & angulus g t d, sit rectus per 17. tertij, in trigono ergo orthogonio d t g,  
ducta est ab angulo ad basem perpendicularis t m, ergo per 8. & 16. sexti, idem quod sit  
ex ductu lineae d m, in g m, est aequale quadrato lineae m t, & qm linea g t, contingit cir-  
culum b t o, cum sit in superficie contingente ducta ad punctum contingentiae quod est  
t, palā quod linea l g, est aequedistans axi k d, quoniam enī superficies secundum lineam lon-  
gitudinis speculū cōtingentes sunt erectae super basem columnae, superficies ergo per  
19. undecimi, earū cōmunis sectio quae in pposito est linea l g, super eandē superficiem  
basium perpendicularis erit, aequedistabit ergo axi h k, per 6. undecimi, ergo etiā aequi-  
distabit lineae f m, per 30. primi, quia ergo in trigono l g d, linea f m, aequedistat basi l g,  
patet per secundā sexti, quoniam secat alia latera illius trigoni pportionalit. Est ergo pro-  
portio lineae d f ad f l, sicut lineae d m ad m g, ergo permutatim per 16. quinti, erit pro-  
portio lineae d f ad d m, sicut lineae f l ad m g, sed linea d f, maior est qm linea d m, per 19.

22 2 primi



PERSPECTIVAE VITELLIONIS

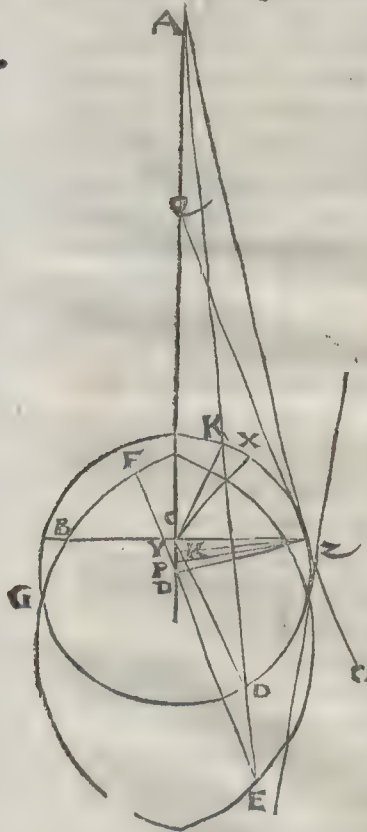
primi, qm̄ in trigono fdm, angulus fmd, est rectus per 8. undecimi, ergo & linea fl, est maior q̄ linea mg, ergo idem quod sit ex ductu lineæ fd in fl, maius est illo quod sit ex ductu lineæ dm in mg, ergo & quadrato lineæ tm, sed linea tm, est æqualis lineæ ef, ut patet ex p̄missis, ergo illud qd sit ex ductu lineæ dfin fl, maius est quadrato lineæ ef, Est ergo in trigono del, angulus led, maior recto p 30. primi huius, q̄a si esset rectus, tunc cum linea ef, sit perpendicularis super lineam dl, esset per 8. & per 16. sexti, idem qd sit ex ductu lineæ dfin fl, æquale quadrato lineæ ef, Restat ergo ut linea perpendicularis super lineam contingente sectionē a e bc, quæ est linea ql, ducta à puncto e, cadat sub linea e d, non perueniens in punctum d, sit ergo illa ppendicularis linea eb, & q̄a angulus e db, est acutus, & angulus deu, acutus, qm̄ angulus ueq est rectus, ergo per 14. primi huius, lineæ e u & b d, productæ concurrent in puncto aliquo sub axe hk, & sub concursu lineæ e d, cum linea bd, quod est evidens, patet ergo propositum.

XLV.

XLV.

Perpendicularem ductam à puncto reflexionis sectionis pyramidalis sua per superficiem speculi pyramidalis conuexi cum katheto incidentiæ puncto remotiori à uertice speculi q̃ sit punctus reflexionis incidentiæ sub axe speculi concurrere est necesse, dum tantum linea à puncto incidentiæ katheti ducta ad perpendicularem super axem angulum contineat acutum.

Hæc quoq; ppositio patet per 113. primi huius, ut iam facilius pyramidibus speculatis applicetur. Sit speculum pyramidale cōuexum a b g, cuius uertex sit a, & axis a k, cadatq; in ipsum sectio oxigonia, à cuius circūferentia formæ puncto g, lineæ uisæ reflectatur ad uisum, quæ sit b f e z punctū quoq; reflexionis sit e, & sit lineæ e d, existens à puncto



e, quod est punctū reflexionis ppēdicularis sup superficie contigētē speculū, q̄ pducta in superficie sectionis, concurrat quidē cū axe a k, per 14. primi huius, angulus em̄ e a k, est acutus. & angulus a d est rectus, concurrat ergo in puncto d, sitq; kathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à puncto speculi e z, g sit h z, dico qđ kathetus h z, cōcurrerit cū perpendiculari e d, ultra punctū d, sub axe speculi ducat ēm linea t z q, quæ contingat sectionē b e f, in puncto z, cū sit punctum z, remotius à puncto a, uertice speculi, q̄ sit punctum e, ducta quoq; linea z d, angulū acutum contineat cū perpendiculari e d, super ipsū axem speculi in quo cadit punctū d, transeat quoq; super punctū z, superficies æquedistans basi speculi, quæ secando speculum faciat circulū r z g, per 100. primi huius, iste ergo circulus secat sectionē b e f in duobus tm locis per 104. primi huius, qm̄ circulus est ppendicularis super axē a d, & sectio est obliqua super eandem axem, & ducātur linæ a z & a e, linea quoq; a e, quæ ex hypothesi est breuior q̄ linea a z, ideo quod punctum z, remotius est à uertice pyramidis q̄ punctum e, prahatur ultra punctum e, donec concurrat cum circūferentia circuli r z g, & sit concursus punctus o, ergo punctus o, est remotior à puncto a, uertice speculi q̄ sit punctus e, eritq; linea a o, æqualis linæ a z, per 89. primi huius, ideo quia ambæ à uertice pyramidis ducantur ad circuli circūferentiā. Cum ergo exierit à puncto o, perpendicularis sup superficiē cōtingentē speculū secundum lineam a d, concurret illa linea cum axe a k, ultra punctum d, cui prius data est incidere perpendicularē e d, per 2. primi huius. Sit ergo punctus concursus k, erit em̄ linea o k, æquedistans linæ e d, per 6. undecimi, ducantur ergo linæ k z & d z, & qa linea k z est æqualis linæ k o, p 65. primi huius, est em̄ k polus circuli, sed linea a d, est æqualis linæ a z, p 89. primi huius, cū sint linæ lōgitudinis unius pyramidis, & linea a k, cōis est ambobus

157  
ambobus illi a trigonis, erunt ergo per 8. primi trianguli a o k & a z k anguli, sed an-  
gulus a o k est rectus, ergo & angulus a z k est rectus, est ergo linea k z perpendicularis  
super lineam longitudinis speculi a z, quæ est in superficie contingente speculum, est er-  
go linea k z erecta super superficiem contingentem speculum secundum lineam a z, er-  
go per 18. undecimi, & superficies z k o est erecta super illam superficiem contingen-  
tem, & quia à puncto z ducta est linea contingens sectionem quæ est c z q, cum ergo  
ut patet linea k z sit erecta super superficiem speculum contingentem secundum lineam a z  
& communis sectio superficiæ sectionis, & illius superficiæ speculū contingentis sit linea  
r z q cōtingēs sectionē, erit linea k z ppendicularis super lineam t z q, erit ergo angulus k  
z q rectus per diffinitionē lineæ super superficiē cōtingentē, & quia ut patet ex præmis-  
sis angulus k z q est rectus, trigonū q q a z k erectū est super superficiē speculū secundū  
lineam a z cōtingentē, & linea b z est similiter ppendicularis super hanc superficiē contin-  
gentē. Extrahamus ergo à pūcto z cōmunē sectionē superficiæ circuli r z g, & superficiæ  
pyramidē secundū lineam a z cōtingētis, hoc aut per 3. undecimi est linea recta, sit ergo  
hæc linea z y, est palā per præmissa q linea z y cōtingit circulū r z g, sit quoq; cētrū huius  
circuli c, & producatz c z angulus c z y, est rectus per 17. tertij, & ducatur à pun-  
cto c, quod est centrum circuli r z g, linea continens cum linea z c angulum rectum per  
13. primi, & sit linea c f, linea ergo c r, est æquedistans lineæ z y per 28. primi, linea uero  
c r, est ppendicularis super superficiē a z c per 4. undecimi, ideo quia angulus z c r est re-  
ctus ex præmissis, & angulus z c a, est rectus, ideo quia axis a c est perpendicularis sup  
superficiē circuli r z g, per 39. primi huius, & quia etiam axis est perpendicularis sup ba-  
sem pyramidis, cui circulus æquedistat, ergo & axis erit erectus super circumulum per 23.  
primi huius, linea ergo z y æquedistans lineæ c r, est perpendicularis super superficiem  
a z c per 8. undecimi, ergo linea a q contingens sectionem, est obliqua super superficiē  
a z c, ergo & super lineam c z, producatz ergo à puncto z in sectionis superficie extra  
ipsam sectionis periferiam lineæ recta continens cum lineam t q angulum rectum per un-  
decimam primi, quæ sit z b, & quia punctus d per 24. huius est in superficie sectionis in  
aliquo puncto axis, palam quod ipsum aliud est à puncto k, qui est punctus axis inferio-  
r puncto d extra superficiem sectionis, sed punctus z est in ipsius superficie, patet ergo  
quoniam linea k z est extra superficiem sectionis, linea ergo k z secat lineam, z h, nec  
continuat cum ipsa, quoniam linea z h est in superficie sectionis, & linea k z est ex-  
tra illam, & quoniam lineæ k z & h z secant se in puncto z, patet quod ipsæ sunt in alia  
qua superficie una per 2. undecimi, sint ergo lineæ z k & z h in alia superficie præter sup-  
ficiem sectionis, quæ secet superficiem sectionis super lineam p z h in ambabus istis su-  
perficiebus existentem per 19. primi huius, & sit z p eadem linea cum z h, quæ est produ-  
cta in superficie sectionis, linea uero d z, quæ est in superficie sectionis, est extra superfi-  
ciem in qua sunt lineæ k z & z h, sed linea z k continet cum linea z q, angulum rectum  
ideo quia ut prædictum est linea k z est perpendicularis super superficiem contingentem  
super pyramidem quæ transit lineas a z & z q, & superficies k z h secat superficiem d z h,  
linea d z est in superficie sectionis ut supra patet, & secatur à linea k z in pūcto z, & pū-  
cta c & q sunt à lateribus superficiæ k z p h, ergo & superficies h z k, secat superficiem d  
z q, differētia ergo cōmunis superficie h z k & d z q, & in superficie h z k est quoq; illa cōis-  
sectio linea recta per 3. undecimi, cōtinet ergo illa linea cū lineam z q angulū rectū, nā li-  
nea z q cū sit ppendicularis sup lineam z h, et sup lineam z k, patet p 4. undecimi, qm ipsa est  
erecta sup superficiē h z k, ergo & sup lineam z p, & qm superficies h z k, secat superficiem  
d z q & declinatio superficiæ h z k à superficie sectionis, cuius pars est superficies d z q  
sit ex parte semidiametri z t, erit linea quæ est differentia communis his duabus super-  
ficiebus media inter duas lineas q z & z d, ergo angulus q z d est obtusus, & h z est in su-  
perficie in qua sunt lineæ d z & z q, quæ est superficies sectionis, & continet cū lineam  
z q angulum rectum, linea ergo z h producta intra sectionem ultra punctum z, secabit  
angulum d z q, & linea h z, concurrent cum linea e d sub puncto d, puncto axis per 14.



Primi huius, angulus enim  $yde$  est acutus ex hypothesi, & angulus  $dzp$  acutus, kather itaq; incidentiæ qui est  $hz$ , cum perpendiculari  $e$  d, quæ dicitur à puncto reflexionis super superficiem speculum contingentem, concurrat sub axe & sub puncto ipsius axis, qui est  $d$ , sit itaq; punctum concursus  $p$ , & hoc est propositum.

XLVI.

XLVI.

Perpendicularẽ ductam à puncto reflexionis sectionis pyramidalis su-  
per superficiẽ speculi pyramidalis cõuexi, cū katheto incidentiæ puncto, p-  
pinquiori à uertice speculi quàm sit punctus reflexionis incidentiæ sub axe  
speculi cõcurrere est necesse, altioris quoq; puncti kathetus cum eadem per-  
pendiculari concurret remotius sub axe, dum tamẽ linea à puncto superiori  
cūppẽdiculari ducta à pũcto inferiori super axem angulũ cõtineat acutum.

Sit ut in præmissa speculum pyramidale convexum a b g, cuius uertex sit a, & axis a d, sitq; in ipso sectio pyramidalis, quæ b f e z, punctum quoq; reflexionis sit e, sitq; linea e d perpendicularis super superficiem speculi cōcurrentes cum axe a k in puncto d in superficie sectionis, sitq; cathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à puncto e, qui sit h z, cuius punctum z sit propinquius uertici speculi quàm pūctum e, ita tamē quod linea z d, cum linea e d in puncto d contineat angulum acutum, dico quod uerticū est quod, ponitur, circūducatur em̄ à puncto z, ipsi speculo circulus per 102. primi huius r g z, & ducantur lineæ a z & a e, linea quoq; a e ex hypothesi est longior, quàm linea a z, patet per 100. & 89. primi huius, quoniam abscinditur per superficiem circuli r z g, ideo quia pūctum z propinquius est uertici pyramidis, quæ est a, quàm punctū e sit ergo ut abscindatur in pūcto o, est ergo punctū o propinquius uertici ipsius speculi, quàm e pūctum, eritq; linea a o æqualis lineæ a z per 89. primi huius, cum ergo erit à puncto o, perpendicularis super lineam a o, quæ sit o k, secans axem a d in puncto k, erit per 28. primi huius, linea o k æquedistans lineæ e d, ducantur ergo lineæ k z & d z, & q̄a linea k z est æqualis lineæ k o per 65. primi huius, est em̄ pūctus k polus circuli k z b g, sed linea a o est æqualis lineæ a z per 89. primi huius, et linea a k, est cōmunis ambobus illis trigonis, erūt ergo p 8. primi trigoni a d k & a z k æquianguli, sed angulus a o k, est rectus per 29. primi, ideo quia angulus a e d est rectus, & linea e d & o k æquedistans, ergo & angulus a z k est rectus, est ergo linea k z perpendicularis super lineam longitudinis speculi a z, quæ est in superficie contingentem speculum, est ergo linea k z erecta super superficiem contingentem speculum secundum lineā a z, ducta quoq; à puncto z linea cōtingentem sectionem in puncto z, quæ sit t z q. Perficiat demonstratio, ut in proxima præmissa, patetq; propositum nunc ut prius, cadat enim punctus p, quæ sit communis sectio catheti incidentiæ ducti à puncto z cū perpendiculari e d sub axe a d & sub puncto d, & si in periferia ipsius sectionis signetur punctus propinquior uertici quàm sit punctum z, qui sit pūctus x, ab eo quoq; ducatur cathetus incidentiæ qui sit x y, qui eodem modo si angulus x d e, fuerit acutus demonstrabitur cōcurrere cum perpendiculari e d sub axe a d, sit concursus in puncto y, dico quod pūctus y remotior erit sub axe a d, quàm punctum p, non enim secabit linea x y angulū a z p, neq; lineam z p, quoniam cathetus ductus à puncto altiori ulterius protenditur sub axem, & cathetus angulum rectum continens cum perpendiculari e d concurrerit cum illa in puncto axis d, reliqui uero catheti horum medij, à quorum punctis incidentiæ ductæ lineæ ad punctum d, angulos continent acutos, cum perpendicularis e d non secabit lineam d p, patet ergo propositum.

## LXVII.

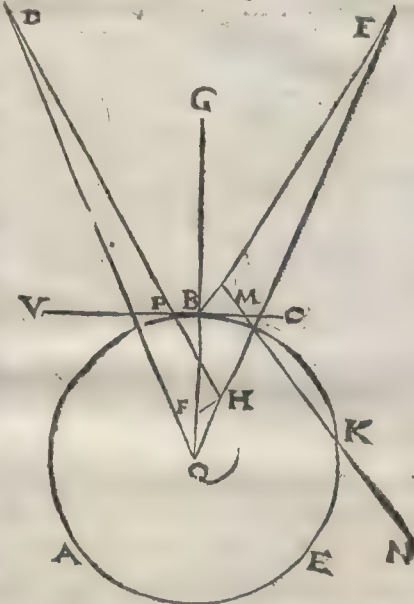
LXVII.

Kathetum incidentiæ linea reflexionis intra sectionem oxigoniam secante, & à puncto reflexionis ducta contingente, quæ secet kathetum, erit totius katheti proportio ad partem sui resectam intra sectionem oxigoniam, sicut partis extrinsecus resectæ ad eam quæ utrasque interiacet sectiones. Esto

188

ESTO a b c sectio oxigonia, cuius punctus b, sit punctus reflexionis, & sit e punctus rei usque, d centrum uisus, a puncto quoque reflexionis quod est b, ducatur linea perpendicularis super superficiem contingentem speculum in puncto b, qui sit g b q, ducta intra speculum propositum in punctum q, & ducatur a puncto e, linea e k perpendicularis super ipsam sectionem, aut super lineam sectionem contingentem, ut fuerit possibile, ducatur quoque linea contingens speculum in puncto b, quae sit t b u, & alia contingens sectionem in puncto k, duae itaque perpendiculares, quae sunt g b q & o k, concurrent intra sectionem sub axe speculi per tres praecedentes, sit ergo punctus concursus illarum perpendicularium punctum q, sed hoc in proposito aliter declarandum. Ducatur enim linea e b o b k, b, palam per 29. primi huius, & expressis, quoniam linea k m, cadet intra superficiem e k b, & linea b t, cadet intra eandem superficiem, igitur linea b t, secabit lineam e k, sit ut secet ipsam in puncto t, & linea k m secabit lineam b e, & sit ut secet ipsam in puncto m. Cum ergo angulus e k m sit rectus, ut patet ex praemissis, palam quod angulus e k b maior est recto, & similiter quod angulus g b t est rectus, erit angulus g b k maior recto, palam ergo per 14. primi huius, quoniam duae perpendiculares g b & e k concurrent in aliquo puncto super superficie reflexionis, cum sint in eadem superficie, sit ut prius earum concursus in puncto q, similiter quoque angulus d b k, est maior angulo recto, qui est g b t, qui est rectus, ut patet ex praemissis, ergo per 14. primi huius linea d b & e k concurrerit, sit ipsarum concursus punctus h, igitur per 37. quinti huius, punctus h, est locus imaginis formae puncti e, dico itaque quod erit proportio lineae e q, quae est kathetus incidentiae formae puncti e, ad lineam q b, sicut linea e t ad lineam t h, quae enim linea e k et b e concurrunt in puncto e, ducatur a puncto h linea h f aequae distans lineae e b, per 31. primi, & quoniam angulus e b t, est per 20. quinti huius, aequalis angulo d b u, & per 15. primi, angulus d b u, est aequalis angulo t b h, palam quod angulus e g b, sit aequalis angulo c b h, Restat ergo ut angulus e g b, sit aequalis angulo h b q, ideo quia anguli c b q & c b g, sunt recti et aequales, cum igitur linea c b diuidatur angulo e b h per aequalia, erit per 3. texti, proportio lineae e t, ad c h, sicut linea e b, ad b h, sed per 29. primi, angulus e b g, est aequalis angulo h f b, angulus ergo h f b, est aequalis angulo h b f, quoniam ut posuimus est angulus e b g, est aequalis angulo h b f ergo per 6. primi, linea e h b, est aequalis lineae h f, ergo per 7. quinti, proportio lineae e b ad lineam h f, sicut ad lineam h b, est autem proportio lineae e b, ad h f, sicut linea e q ad q h, per 4. sexti, quia per 29. primi, trigona e q b & h q b, sunt aequiangula, erit ergo proportio lineae e b ad h b, sicut linea e q ad q h, erit ergo per 11. quinti, proportio lineae e t, ad lineam t h, sicut linea e q, ad lineam q h, quod est propositum.

XLVIII.



## XLVIII.

In omni speculo columnari uel pyramidali conuexo, communi sectione superficiei reflexionis & speculi oxigonia existente linea recta interiaccens punctum concursus duarum præmissarum perpendicularium & locum imaginis maior est linea recta interiaccens locum imaginis & punctum reflexionis.

Sit omnimoda dispositio & probatio, ut in precedente proxima, & quia est proportio lineæ e q ad lineam q h, sicut lineæ e b ad lineam h f, per 4. sexti, & proportio lineæ e b ad lineam h b, sicut lineæ e q ad lineam q h, per 11. quinti, ergo pmutatim p 16. qnti, pportio lineæ e q ad e b, sicut q h ad h b, sed lineæ e q maior est q̄ lineæ e b, p 19. primi, eo qd angulus e b q maior est recto, ut patet exp̄missis, q̄a angulus t b q. est rectus, ergo lineæ q h est maior q̄ lineæ h b, qd ē ppositū, est em̄ p̄ctū q illud in q cōcurrūt duæ ppendiculares g b q & e b

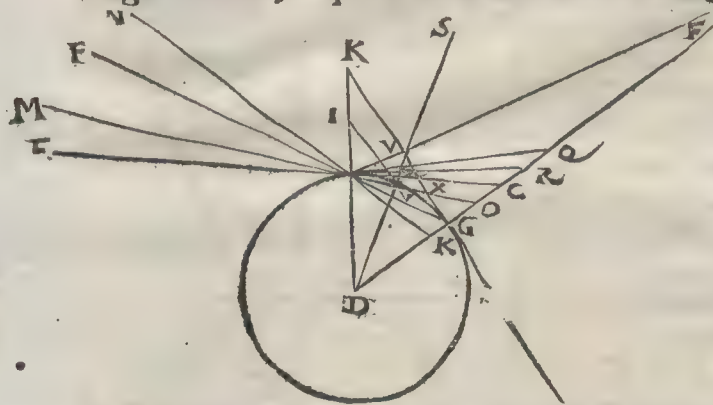


& e b, quæ est kathetus incidentiæ & punctus h locus imaginis formæ puncti e, & punctus b est punctus reflexionis formæ puncti e ad centrum uisus existens in puncto d.

XLIX.

Communi sectione superficiæ reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis conuexi existente oxigonia, formæ rei uisæ oblique speculo incidente, locus imaginum formarum uisorum punctorum quandoq; erit in superficie speculi, quandoq; intra speculum, & quandoq; extra ipsum.

Quod hic proponitur locum habet, cum punctus rei uisæ non fuerit in diametro uisuali perpendiculari super superficiem speculi, tunc enim unius solius forma puncti super lineam perpendicularem accedit ad speculum, & secundum eandem lineam reflectetur ad uisum, utpote punctus ipsius perpendicularis lineæ, quæ est in superficie oculi uidentis, punctus enim ultra superficiem oculi sumptus non potest reflecti super hanc perpendicularem, quia non potest accedere ad speculum super lineam perpendicularem propter rationem assignatam in 32. quinti huius, & similiter non potest reflecti forma illius puncti ad



uisum ab alio puncto speculi, quam a puncto illo cui incidit linea perpendicularis, si enim daretur hoc possibile fieri, tunc accideret duas perpendiculares ductas a superficie speculi concurrere in centro eiusdem uisus, quod esset contra 6. undecimi, & contra 20. primi huius, & duo anguli trianguli fierent recti, quod esset contra 33. primi, & impossibile, in tali ergo situ perpendicularis reflectitur tantum in seipsam, sit autem nunc ut

forma rei uisæ incidat superficiem speculi non perpendiculariter, sed oblique, & esto ut superficies reflexionis secet speculum columnare conuexum, & communis eorum sectio sit oxigonia sectio, quæ a b g, a cuius punctum a sumatur linea contingens sectionem, quæ sit e a t, & ducatur perpendicularis a puncto a per 11. primi, super lineam, et intra sectionem quæ sit a d, cadatq; punctus d intra sectionem, palam ergo per 115. primi huius, quod linea d a dividit sectionem in duas partes, in quarum utraq; est punctus unicus in quo puncto linea sectionem contingens erit æquidistans lineæ d a, sit ergo citra unum illorum punctorum alius, qui sit punctus g, cuius puncti contingens concurrat cum lineæ d a in puncto h extra sectionem, & ducatur linea perpendicularis super hanc lineam contingentem, quæ est g h per undecimam primi, perpendicularis sit g q, secans lineam aliam contingentem quæ est e a t, in puncto t, erit ergo punctum t, finis contingentiæ per definitionem, & hæc quidem perpendicularis, quæ g q, necessario concurrat cum lineæ h d per 14. primi huius, ideo quod angulus q g h est rectus, & angulus g h d acutus, sit ergo in puncto d ipsarum concursus, & ducatur linea g a, quæ producat extra sectionem usq; ad punctum p, & ducatur linea q a, igitur angulus q a h, aut est æqualis angulo h a p, aut maior aut minor, si sit æqualis, incidit ergo forma puncti q speculo in puncto a, & reflectetur ad centrum uisus existens in puncto p per 20. quinti huius, & locus imaginis punctus g, qui est punctus sectionis oxigoniæ & superficiæ columnaris speculi per 37. quinti huius, quoniam in illo puncto concurrat kathetus incidentiæ ductus a puncto rei uisæ, quæ est q, super lineam contingentem sectionem in puncto g, cum lineæ reflexionis, quæ est p a, & quia punctus g est in superficie speculi, patet quod tunc uidebitur imago formæ puncti q in superficie speculi, si uero in lineæ g q supra punctum a, sumatur alius punctus ut f, & ducatur linea f a, erit quidem angulus f a h minor angulo h a p. Est enim angulus f a h minor angulo q a h, qui est æqualis angulo h a p, fiat ergo angulus f a h super a terminum b e h æqualis angulo qui sit h a n, per 23. primi, & producat lineam a n intra

intra sectionem, concurrentq; cum katheto f q g d, & sit punctus concursus k, palam ergo per 20. quinti huius, quod forma puncti f, reflectitur a puncto speculi, quod est a, ad uisum existentem in puncto n, et locus imaginis formæ puncti f, erit in puncto k, & imagines omnium punctorum lineæ q f, quæ sunt ultra punctum q, erunt intra columnam speculi, ut patet per 34. quinti huius, & ex præmissis, si non inter punctum q & punctum t, qui est finis contingentiæ, ponatur punctum aliquod, ut r, & angulus r a h maior angulo q a h, ergo & angulo h a p, fiat ergo ei æqualis angulus, qui sit h a m, palam quod linea m a producta cadet super lineam g q extra sectionem, ideo enim quia linea p a continens cum lineæ a h, angulum p a h æqualem angulo q a h, cadit in ipsum sectionem in punctum g, patet quia linea m a, secabit lineam g q, extra sectionem, sitq; ut cadat in punctum o, erit ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti k, in puncto o, & omnium punctorum lineæ r q, excepto puncto q, imagines erunt extra speculum intra punctum o & g, si autem angulus q a h, fuerit minor angulo h a p, secetur ex angulo h a p, angulus h a n, æqualis angulo q a h, per 27. primi huius, palam ergo ut prius quod formæ puncti q imago erit in puncto k, & omnium superficiem punctorum lineæ q f, imagines erunt intra sectionem, si uero punctus r, sumatur inferior puncto q, ita ut angulus r a h sit æqualis angulo h a p, tunc erit imago formæ puncti r in sectionis puncti g, quod est in superficie speculi & omnium punctorum inter r & q, imagines erunt intra speculum, si uero angulus q a h fuerit maior angulo h a p, fiat angulus h a m æqualis angulo q a h, palam quod linea m a producta secabit sectionem, linea enim e a t, est contingens sectionem in puncto a, propter quod linea m a producta necessario sectionem secabit, secet ergo in puncto b, & ducatur linea contingens sectionem in puncto b, qui concurrat cum lineæ d h in puncto l, concurrat autem per 14. primi huius, angulus enim d b l est rectus, & angulus l d b acutus, ducta lineæ d b, eritq; angulus d l b acutus per 32. primi, cum angulus d b l sit rectus, est ergo per 13. primi, angulus h l b obtusus, linea ergo l b concurrat cum lineæ h g, ut patet per 69. primi huius, ex parte punctorum b & g, quia quantum ad hoc eadem ratio est in circulis & in sectionibus, facietq; cum ipsa angulum acutum, ducatur ergo perpendicularis super lineam l b a puncto b, & per 11. primi, quæ sit g s, hæc ergo coniuncta cum lineæ d b, fiat lineæ una per 14. primi, quoniam utraq; ipsarum cum lineæ l b, in eodem puncto qui est b, continet angulum rectum, & lineæ b s, secabit lineam h g, sit ut secet ipsam in puncto x, & quoniam lineæ l b protracta concurrat cum lineæ h g, & angulus s b l, est rectus, patet quod lineæ b s cum lineæ h g ex parte puncti h, continet angulum acutum per 14. primi huius, erit quoque angulus s x h acutus, ergo & angulus g y b illi contrapositus similiter est acutus per 15. primi, quæ uero lineæ h g, secant lineam q a, sit punctus sectionis u, & quoniam angulus h g d, est rectus, & lineæ q a concurrat cum lineæ f d g in puncto q, quoniam omnes hæc lineæ sunt in una superficie, palam per 14. primi huius, quod lineæ h g cum lineæ q a, continet angulum acutum super punctum u, qui est angulus h u a, quia ergo angulus s x h est acutus, & angulus q u g, contrapositus angulo h u a, per 15. primi, est acutus, patet per 14. primi huius, quod lineæ s b & q u concurrunt, sit ergo concursus ipsarum in puncto z, forma itaq; puncti z, mouebitur ad speculum per lineam z a, & reflectetur per lineam a m, ad uisum existentem in puncto m, & locus imaginis erit punctus b, & loca omnium imaginum punctorum lineæ z s, ultra punctum z, erunt intra sectionem & omnium punctorum lineæ z b, quæ sunt circa z, loca imaginum erunt extra sectionem, quod est propositum.

L.  
Lineæ rectæ æquidistantis axi speculi columnaris conuexi, centroq; uisus existente in eadem superficie, reflexionem possibile est fieri a tota linea longitudinis speculi ad uisum, imagoq; eius uidebitur recta æqualis rei uisæ.



Esto speculum columnare, ut in 30. huius, cuius axis  $zh$ , æquedistat linea recta quæ sit  $th$ , erit ergo per 30. primi huius, & per 92. primi huius, linea  $th$  æquedistans lineæ longitudinis speculi columnaris, quæ existens in eadem superficie  $thzk$ , sit linea  $ag$ , dico quod si uisus, cuius centrum sit  $e$ , fuerit in eadē superficie  $thzk$  cū lineæ  $th$ , & cum axe  $zk$ , possibile est, ut oīa puncta lineæ  $th$  reflectantur ad uisum  $e$ , quoniam per 30. huius, possibile est, ut puncta reflexionis omnium punctorum lineæ  $th$ , sint in linea longioris columnæ, quæ est  $ga$ , quia illa linea superficiē reflexionis in qua sunt uisus  $e$ , & axis  $zk$  & linea  $th$ , & superficiē columnæ est communis, ut patet per 93. primi huius, uidebitur ergo imago formæ lineæ  $th$  recta, ideo quia quælibet perpendicularis ducta à puncto lineæ  $th$ , erit in eadem superficie cum uisū & axe, & probabitur loca imaginum punctorum lineæ  $th$  esse secundum lineam rectam disposita, sicut in speculis planis per 52. quinti huius, existit probatum de lineis rectis uisū, patet ergo propositum.

L I.

Lineæ rectæ æquedistantes axi speculi columnaris conuexi, uisū non existente in eadem superficie, imago curua uidetur modicæ curuitatis, & minor reuifa.

Sit dispositio quæ prius in 30. huius, reflectaturq; forma lineæ  $th$ , à linea longitudinis speculi, quæ sit  $ag$ , dico quod imago lineæ  $th$ , uidebitur aliquā curua, forma enim puncti eius quod est  $q$ , ut supra patuit reflectitur ad uisum  $e$ , à puncto speculi  $b$ , qui est punctus circuli  $b$ , linea ergo à puncto  $q$ , ducta ad centrū circuli  $b$ , quod est  $l$ , quæ erit  $ql$ , & ipsa est kathetus incidentiæ formæ puncti  $q$ , quoniam ut patet per 17. tertij, linea  $ql$ , est perpendicularis super lineā contingentem circulo  $b$ , cuius periferia est communis sectio superficiē reflexionis & speculi, hic quoq; kathetus  $ql$ , ut patet, concurrat cum perpendiculari producta à puncto  $b$ , quod est punctū reflexionis super ipsam superficiem speculi super axe  $zk$ , & erit cōcursus in puncto axis  $l$ , scilicet in cētro circuli  $b$ , per 96. primi huius, cōcurrat ergo linea  $ql$  cū lineā  $ml$ , in puncto axis  $l$ , producat q; linea reflexionis, quæ est  $eb$ , quousq; cōcurrat cū katheto  $ql$ , & sit punctus concursus  $c$ , uidebitur ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti  $q$  in puncto  $c$ , & est punctus  $c$ , per 1. undecimi, in superficie in qua sunt linea  $qh$ , & axis  $zk$ , est linea longitudinis  $ag$ . Item forma puncti  $t$ , lineæ  $th$ , reflectitur à puncto speculi  $g$ , per 10. huius, est punctus sectionis oxigonæ cū puncto  $c$  sit altior centro uisus, quod est  $e$ , nec ipsa sunt in eadem superficie. Est autē à puncto  $t$ , unā tñ ducere perpendicularē sup ipsam oxigonā sectionē, quæ est communis sectio superficiē reflexionis & speculi, uel super lineā cōtingentē speculū in puncto aliq; oxigonæ sectionis per 12. primi, sit ducta, hæc ergo per 14. primi huius, uel per 44. huius, cōcurrat cū perpendiculari ducta à puncto eiusdem sectionis quod est  $g$ , super axe  $zk$ , quæ est linea  $ngz$ , eritq; cōcursus sub axe, hoc est sub puncto  $z$ , qui est concursus perpendicularis,  $nz$ , & axi  $zk$ , qm ducta linea  $tz$ , erit angulus  $tn$  acutus, ideo quod angulus  $nz$  est rectus, axe  $kz$  producta ultra punctum  $z$  ad punctum  $ry$ , producat itaq; linea  $nz$  ultra punctum  $z$  ad puncto  $x$ , & ducatur à puncto  $g$ , linea cōcurrēs cum linea  $nz$ , producta ultra punctum  $z$  in puncto  $x$ , concurrat autem per 14. primi huius, ideo quia angulus  $xn$  est rectus, uel acutus, & angulus  $xt$  acutus, secetq; linea  $tx$  in puncto  $y$ , & producat linea  $eg$ , ultra punctum  $g$ , donec concurrat cum linea  $tx$ , cōcurrent autem per 29. primi huius, linea enim  $eg$  producta secat angulum  $tx$ , ergo & basem  $tx$ , quoniam illæ lineæ sunt in eadem superficie ut patet, sit ipsarum sectio in puncto  $i$ , erit ergo punctus  $i$ , locus imaginis formæ puncti  $t$ , per 37. quinti huius, similiter ducta à puncto  $h$ , lineæ  $th$ , quæ sit orthogonalis super lineam contingentem speculum in aliquo puncto sectionis oxigonæ, à qua reflectitur forma puncti  $h$  ad uisum  $e$ , per decimam huius, illa concurrat cum perpendiculari  $da$ , sub puncto  $d$ , qui est punctus axis per 14. primi huius, uel per 44. huius, concurrat ergo in puncto  $p$ , & ducatur linea  $ea$ , ultra punctum  $a$ , donec concurrat cum linea  $bp$  & sit

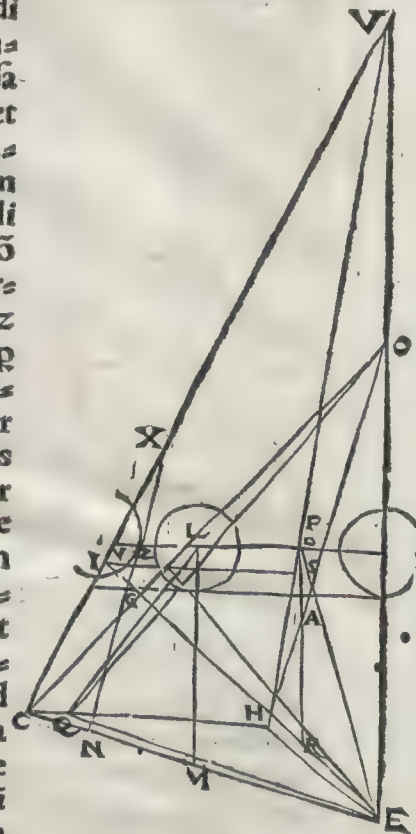
& sit secundum præmissos modos punctus concursus  $s$ , erit quoq; ut prius punctus  $s$  imago puncti  $h$ , ducatur quoq; linea  $sr$ , palam ergo cum linea  $ci$  concurrat in puncto  $x$  cum perpendiculari,  $nz$ , quæ est æquedistans lineæ  $eo$ , quod eadem concurrat cum linea  $eo$ , per secundam primi huius, concurrat ergo in puncto  $u$ , similiter linea  $hs$ , cum concurrat cum perpendiculari  $dr$ , quæ est æquedistans lineæ  $eo$ , concurrat cum linea  $eo$  per eandem secundam primi huius, sed quoniam situs puncti  $t$  lineæ  $th$ , respectu puncti  $e$ , quod est centrum uisus, idem est cum situ puncti  $h$ , & eadem distantia à uisū, qm linea  $th$ , æquedistat axi  $zk$ , & similiter puncta  $t$  &  $h$ , æqualiter distant à puncto  $q$ , & ut patet ex præmissa in 30. huius, situs puncti  $t$  & puncti  $h$ , ad punctum  $o$ , est idem, et punctorum  $i$  &  $s$  respectu puncti  $o$ , est etiam idem situs, ut patet ex præmissis in præsentī demonstratione, ergo per primam undecimi, erit linearum  $ci$  &  $hs$  respectu lineæ  $eo$ , idem situs, lineæ ergo  $ci$  &  $hs$  concurrent super idem punctum lineæ  $eo$ , cōcurrent ergo in puncto  $u$ , erit ergo  $cu$  triangulus, & in superficie huius trianguli erit linea  $is$ , axis autem speculi, qui est  $zk$ , non est in hac superficie, uerum linea  $ch$ , est in eadem superficie cum axe, ut patet ex hypothesi & per secundam primi huius, ergo superficies illa secat superficiem trianguli  $cbh$  super lineā cōmunem, quæ est  $ch$ , non super aliam, cum ergo punctus  $c$  sit in superficie lineæ  $th$ , & similiter axis  $zk$ , sit in eadem superficie, & punctus  $c$  non sit in linea  $th$ , ergo non est in superficie trianguli  $tuh$ , & duo puncta  $i$  &  $s$ , sunt in superficie illius trianguli, linea ergo  $is$  erit curua per primam undecimi, & quia ipsa est imago lineæ  $th$ , palam quod imago lineæ rectæ, quæ est  $th$ , est curua, quod est primum propositum, sed eius curuitas modica est, quia perpendicularis ducta à puncto  $c$  ad lineam  $is$  ad punctū  $f$ , sectionis lineæ  $is$ , & superficiē circuli est ualde parua sed quanto maior fuerit linea uisa, quæ est  $th$  æquedistans lineæ longitudinis speculi, tanto imago eius erit minus curua, & quāto minor fuerit linea  $th$ , tanto curuitas erit maior, & quoniam linea  $t$  minor est quā linea  $tq$ , & linea  $sc$ , minor quā linea  $hq$ , quoniam linea  $is$ , à quo modicum declinat linea  $i$  &  $s$ , cadit inter lineas  $t$  &  $h$ , concurrentes in puncto  $u$ , & est quasi æquedistans lineæ  $th$ , sicut & axi  $kz$ , patet ergo quod linea imaginis quæ est  $is$ , minor est reuifa, in qua est linea  $th$ , & hoc est secundum propositum, patet ergo totum quod proponebatur.

L II.

Superficie lineæ rectæ uisæ, superficiem in qua est axis speculi columnaris conuexi orthogonaliter secante, centroq; uisus existente in utraq; superficie à circumferentia circuli, quæ est communis sectio ductarum superficiērum & speculi fiet reflexio, lineæq; rectæ uisæ imago erit curua.

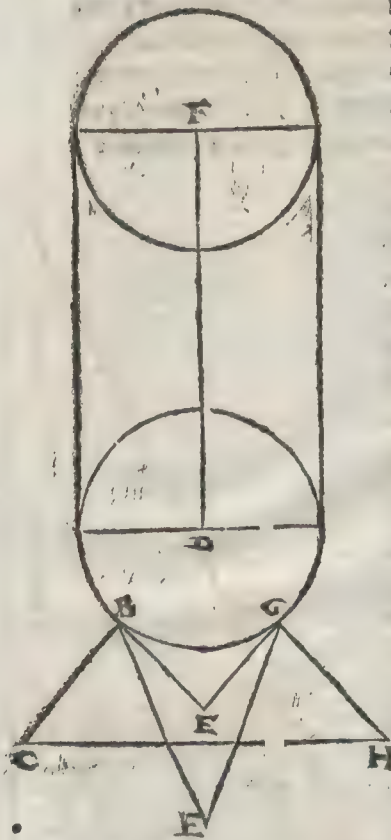
Esto linea  $th$  in superficie plana orthogonaliter secante superficiem in qua sunt centrum uisus  $e$ , & axis dati speculi columnaris, qui sit  $d$ , sitq; punctum  $e$  in superficie cum linea  $th$ , erit ergo punctum  $e$  in linea, in qua illæ duæ superficies se intersecant, quod necesse est esse per 19. primi huius, & per primam undecimi, dico quod formæ totius lineæ  $th$  à circumferentia circuli, quæ est communis sectio superficiērum, & superficiērum columnæ ipsius speculi qui sit  $gb$ , fiet reflexio ad uisum, aut enim centrum uisus, quod est  $e$ , erit retrō lineā  $th$ , & tunc cum illa linea sit corporalis est diafona, eius densitas oculabit uisui speculum, & non fiet reflexio, nisi forte solæ formæ capitum lineæ quæ sunt  $t$  &  $h$ , appareant & reflectantur ad uisum à circulo speculi, qui est  $bg$ , & erit formarum horum capitum imago tendens ad curuitatem, sicut per 65. sexti huius, patuit

bb 2 de specu





de speculis sphaericis cōvexis. Si uero fuerit linea  $th$ , diafona grōssa diafonitatis, ut cristallus, de hoc sermo alter erit in decimo libro huius scientiæ, sed si linea  $th$  siue existente diafona siue non, fuerit uisus sub illa intra ipsam, & speculum, tunc occultabitur pars lineæ  $th$ , ppter interpositionem capitis in quo est uisus, pars autem illa lineæ  $th$ , quæ uideri potest non obstante capitis impedimēto, reflectetur à circulo  $bg$ , ad uisum, eodem penitus modo quem de speculis sphaericis cōvexis ostēdimus suo loco, est ergo imago lineæ rectæ  $th$ , taliter uisæ semper curua, quod si centrum uisus, fuerit extra terminos lineæ  $th$  in eadem superficie ut prius, & fiat reflexio ad formæ lineæ  $th$  ad uisum, uidebitur imago lineæ  $th$  tota curua, ut patet secundum præmissa, & hoc est propositum.

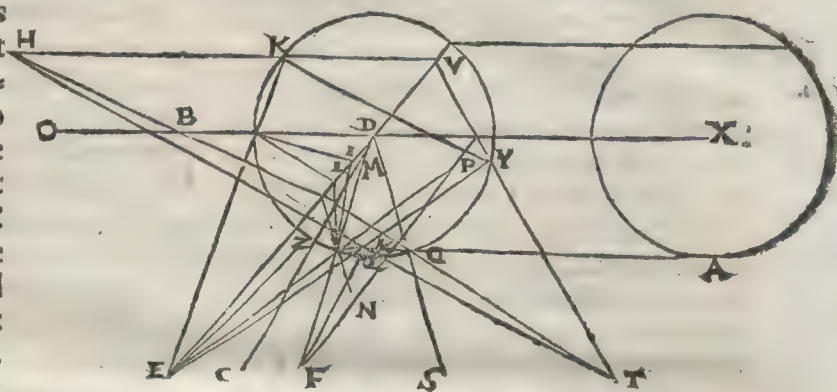


Lineæ rectæ uisæ superficie orthogonaliter axem speculi columnaris conuexi secante, centroq; uisus nō existente in eadem superficie, factaq; reflexione ad uisum æqualiter distantem ab extremis illius lineæ, eius imago uidetur maximæ curuitatis.

Sit superficies plana in qua est linea  $th$  orthogonaliter secās superficiem, in qua sunt centrum uisus  $e$ , & axis speculi columnaris conuexi, quod sit  $bk$ . Sitq; centrum uisus  $e$ , non in eadē superficie cum linea  $th$ , cuius extrema  $t$  &  $h$ , sicut appropinquat, qualiter distent à centro uisus  $e$ , palamq; per 10. huius, quoniam committuntur sectiones omnium in superficie reflexionis & speculi, erunt oxigoniz, & quoniam ex hypothesi forma pū

cti  $h$ , reflectitur ad uisum  $e$ , ab aliquo puncto speculi propositi, sit ergo ut hoc fiat à puncto  $b$  per 29. huius, & quia punctus  $t$ , eiusdem est distantia à puncto  $e$  quod est centrum uisus, cuius est punctum  $h$ , patet quod forma puncti  $t$ , reflectitur ad uisum  $e$ , ab aliquo puncto speculi, sit illud punctum  $g$ , & cum extrema puncta lineæ  $th$ , sint eiusdem situs & longitudinis à centro uisus  $e$ , erunt etiā puncta reflexionum formarum illarū punctorum quæ sunt  $b$  &  $g$  eiusdē distantia & situs à puncto  $e$  centro uisus, igitur duo puncta  $b$  &  $g$ , erunt in circulo æquedistante basibus speculi, quæ cadet semper inter lineam  $th$  & inter superficiem trāseuntem centrum uisus  $e$ , & secantem speculum æquedistanter basibus ipsius speculi, quod ideo accidit, quia puncta reflexionū quæ sunt  $b$  &  $g$ , plus decident ad centrum uisus ad quod sit reflexio, quā ipsa puncta  $h$  &  $c$ , quorum formæ reflectuntur, sit ergo ille circulus  $bzg$ , cuius centrum sit  $d$ , ducantur itaq; lineæ incidentiæ quæ sunt  $hb$  &  $tg$ , & lineæ reflexionū quæ sunt  $be$  &  $ge$ , & à cētro  $d$  ducatur perpendicularis super lineas circulum  $bzg$ , cōtingentes in pūctis  $b$  &  $g$ , quæ sint  $dg$  &  $db$ , palā quia per 21. huius, qm̄ illarū perpendiculariū partes, quæ sunt  $gd$  &  $db$  sunt semidiametri circuli  $bzg$ , & ducatur linea à pūcto  $d$ , centro circuli ad cētrū uisus quæ sit  $ed$ , & pro ducatur lineæ incidentiæ quæ sunt  $hb$  &  $tg$ , donec cōcurrant cū lineæ  $ed$ , cū autē pūcta  $h$  &  $t$ , sint eiusdē situs & distantiæ respectu puncti  $e$ , & respectu centro  $d$ , palā quod lineæ  $hb$  &  $tg$ , habebūt eundē sitū respectu lineæ  $ed$ , concurrent ergo in idē punctū illius lineæ  $ed$ , esto qd cōcurrēt in pūctū  $b$ , ducaturq; linea lōgitudinis columnæ speculi in qua sit pūctus  $z$ , & sit hæc linea in superficie plana, in qua est cētrū uisus & axis speculi, sitq; linea  $az$  & ducantur lineæ  $lz$  &  $dz$ , & quoniam superficies in qua sunt cētrū uisus & axis speculi interfecat superficiem in qua est linea  $th$ , sit punctus lineæ  $t$ , in quo hæc sectio punctus  $q$ , & à puncto  $q$ , ducatur linea æquedistans lineæ  $dz$ , cadat quidem hæc linea per 21. primi huius, super axem speculi ex una parte & super lineam  $lz$  ex alia cadat ergo in pūctum  $n$  lineæ  $lz$ , palā autē per 20. quinti huius, qm̄ angulus  $hbo$ , q̄ est angulus incidentiæ formæ pūcti  $h$ , est æqlis angulo  $obe$ , q̄ est angulus reflexionis, sed angulus

$hbo$ , per 15. primi huius, est æqualis angulo  $lbd$ , qm̄ est ei contrapositus, & angulus  $obe$ , æqualis est duobus angulis  $bde$ , &  $bde$ , per 32. primi, cum in triangulo  $ebd$ , ipse sit extrinsecus angulus ergo  $lbd$ , æqualis est eisdē duobus angulis, scilicet  $bde$ , &  $bde$ , secetur itaq; ex angulo  $lbd$ , angulus qui sit  $mbd$ , æqualis angulo  $bde$ , per 27. primi huius. Remanet ergo angulus  $mbd$  æqualis angulo  $bde$ , quia ergo in triangulo  $ebm$ , angulus  $bem$ , est æqualis triangulo  $mbd$ , & angulus  $bme$ , cōmunis uterq; illoꝝ trigonoꝝ erit per 32. primi, angulus  $mbe$ , trigoni maioris æqualis angulo  $mbd$ , trigoni minoris, est ergo per 46. proportio lineæ  $em$  ad  $bm$ , sicut lineæ  $bm$  ad  $ml$  ergo per 16. sexti, illud quod sit ex ductu lineæ  $em$  in  $ml$ , æquale est quadrato lineæ  $bm$ , ducatur quoq; linea  $mz$ , & qm̄ angulus  $bdm$ , maior est angulo  $zdm$ , quia em̄ angulus  $sde$ , est æqualis angulo  $ode$ , ppter identitatem situs punctoꝝ reflexionū, quæ sunt  $b$  &  $g$ , à centro uisus  $e$ , quæ causatur ut præostensum est ex identitate situs punctoꝝ uisorum, qui sunt  $h$  &  $t$ , respectu uisus  $e$ , angulus uero  $sde$ , maior angulo  $zdm$ , nec totum sua parte ergo & angulus  $bdm$ , est maior angulo  $zdm$ . Sed & duo latera  $z d$  &  $dm$ , sunt æqualia duobus lateribus  $bd$  &  $dm$ , qm̄  $bd$  &  $z d$ , sunt ex centro ad circūferentiā, & latera  $dm$  est commune, erit ergo per 24. primi, latus  $mb$ , maius latere  $mz$ , illud ergo quod sit ex ductu lineæ  $em$  in  $ml$ , maius est quadrato lineæ  $zm$ , sit ergo ductus lineæ  $em$ , in lineam  $mi$ , minor q̄ sit lineæ  $mz$ , æqualis quadrato lineæ  $mz$ , & ducantur lineæ  $lb$ ,  $iz$ , &  $ez$ , & quia trianguli  $ezm$ , &  $zmi$ , quorū cōmunis angulus est  $zmi$ , per 6. sexti, sunt æquianguli, ppter laterum suorum proportionalitatem ex 16. sexti, quæ continent illum communem angulum, erit ergo angulus  $mzi$ , æqualis angulo  $zei$ , est ergo angulus  $mzi$ , qui est maior angulo  $mzi$ , maior angulo  $zed$ . Sed qm̄ angulus  $mbd$ , constitutus est æqualis angulo  $bdm$ , erit lineæ  $md$ , æqualis lineæ  $mb$ , per 6. primi. Sed lineæ  $mb$  est maior q̄ lineæ  $mz$ , ut patet ex pmissis, ergo lineæ  $md$ , est maior q̄ lineæ  $mz$ , ergo per 18. primi, erit angulus  $mdz$ , maior angulo  $mzd$ , igitur angulus  $dzi$ , maior est duobus angulis  $edz$ , &  $zed$ , angulus enim  $dzi$ , continet angulū  $mzi$ , maiore angulo  $zed$ , qm̄ angulus  $mzi$ , qui est pars anguli  $mzi$ , æqualis est angulo  $zed$ , ut supra patuit. Item præter angulum  $mzi$ , cōtinet angulum  $dzi$ , & angulū  $dzm$ , maiore angulo  $mdz$ , angulus uero  $nze$ , est æqualis angulo  $dzi$ , per 15. primi, & angulus  $ezc$ , per 32. primi, æqualis est duobus angulis  $zed$  &  $zed$ , est ergo angulus  $nzo$ , maior angulo  $ezc$ , secet ergo ex angulo  $nzc$ , per 27. primi huius, angulus æqualis angulo  $ezc$ , qui sit  $zcf$ , ducta lineæ  $zf$ , quæ quidem concurret cum lineæ  $nq$ , per 2. primi huius, qm̄ concurrat in puncto  $z$ , cum lineæ  $cd$ , æquedistante lineæ  $nq$ , concurrat ergo super punctum  $f$ , cū ergo angulus  $fzc$ , sit æqualis angulo  $ezc$ , palam per 20. quinti huius, qm̄ reflectetur forma puncti  $f$ , ad uisum  $e$ , à puncto speculi  $e$ , sed forma puncti  $q$ , reflectitur ad uisum ab aliquo puncto lineæ longitudinis speculi ut reflectis per punctum  $z$ , reflectitur ergo à pūcto quod est ultra punctū  $z$ , q̄ si detur lineæ ducta à puncto  $q$ , ad illum punctum reflexionis secabit lineam  $fz$ , ille ergo punctus sectionis reflectet ad uisum  $e$ , à duobus punctis lineæ longitudinis speculi, qui est  $z$  &  $a$ , à puncto  $z$ , & ab alio puncto dato, quod est impossibile, per 26. huius. Sumatur ergo punctus reflexionis formæ puncti  $q$ , ultra punctū  $z$ , & sit punctus  $k$ , à quo reflectat forma pūcti  $q$ , ad uisum  $e$ , & ducatur linea incidentiæ quæ sit  $lk$ , & lineæ reflexionis quæ sit  $ek$ , & producat lineæ  $ek$ , donec concurrat cum lineæ  $nq$ , concurrat autē lineæ  $ek$ , cum





linea n q, per 2. primi huius, quia concurret cum linea d c, æquedistante linea n q, hæc em in eadem superficie est inter puncta e & k, cōcurrunt itaq; lineæ e k & n q, & sit punctus concursus p, erit ergo per 37. quinti huius, punctus p, locus imaginis formæ puncti q, sed punctus h, reflectit ad uisum e, à puncto sectionis oxigonie, cū non sit in eadem superficie cū uisue, si ergo à puncto h, ducatur kathetus incidentiæ formæ puncti h, qui erit linea perpendicularis super lineam rectam contingentē sectionem oxigoniam in ali quo puncto ipsius sectionis, palam quia kathetus ille concurret cū perpendiculari o b d, sub axe per 44. huius, concurrant ergo in puncto aliquo, similiter à puncto t, est ducere unum kathetum incidentiæ, lineam, s. perpendicularē super sectionem oxigoniam, à cuius sectionis puncto reflectitur forma puncti t, ad uisum e, quæ sicut prius concurret cū perpendiculari s g d, sub axe, & qm semidiameter b d & g d, non possunt esse linea una, ut patet per 78. quarti huius, palam per 112. primi huius, qm reflexio formæ puncti h & t, sit ex hypothesi, & per 23. huius, à duobus punctis duarum sectionū columnarum scilicet lineæ z d, pductam transspeculum se interfecantium per 24. huius, & per 1. undecimi, & 19. primi huius, & qm puncta h & t, lineæ h t, sunt eiusdē situs respectu lineæ e d, ideo em quod illa puncta h & t, sunt eiusdē situs respectu uisus e, ex hypothesi, linea uero e d, quia diameter uisualis est in eadem superficie cū axe speculi & centro uisus, habet ergo puncta h z t, eundē sitū respectu lineæ e d, & puncta sectionis similiter p quæ transeunt katheti incidentiæ ducti à punctis h & t, & hæc omnia accidunt propter identitatem situs punctoꝝ h & t, respectu uisus e, & respectu lineæ e d, palam ergo quod illi duo katheti à puncto h & t, ducti sup illas sectiones, quoz ut patet ex pmissis quilibet concurret cū linea e d, ambo cōcurrent in eodē puncto lineæ e d, concurrant ergo in puncto u, quia linea e b, pducta cōcurrat cū linea h u, sit punctus cōcursus r, concurratq; linea e g, cum linea t u, in puncto y, & ducat linea r y, palā ergo per 37. quinti huius, quia punctus r est imago formæ puncti h, & punctum y, est imago formæ puncti t, habemus quoq; triangulū e r y, & extra superficiē huius trianguli est punctum z, superficies ergo huius trianguli altior est q̃ linea e p, si centrum uisus fuerit altius q̃ linea h t, & est bassior si centrum uisus fuerit bassius q̃ linea h t, est ergo punctus p, semper extra illam superficiē lineæ ergo r p y, est semper curua per 1. undecimi, sed ipsa imago lineæ t h ut patet p. 37. quinti, est ergo imago lineæ h t, modo proposito situata respectu centri uisus & speculi columnaris conuexi semper curua curuitate non modica, quod est propositum.

LIII.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi columnaris conuexi, cuius superficies oblique secat axem, imago uidetur curua diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs.

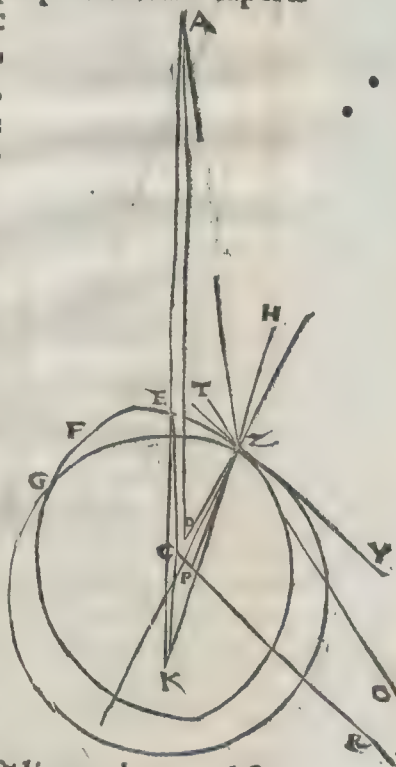
Quia em per 51. huius, patet quod linea recta æquedistans axi speculi columnaris conuexi imaginē habet non rectam sed curuā, licet modicæ curuitatis, lineæ uero cuius superficies orthogonaliter secat axem speculi uisū non existente in eadem superficie cū linea uisā, imago semper uidetur curua per proximā pmissam, palam per eandem, qm lineæ inter has duas sitæ, quæ magis accedūt ad uisum lineæ æquedistantis lineæ longitudinis columnæ, habebuntur imagines plus accedentes rectitudini, lineæ uero quæ plus appropinquant lineis, quarum superficies orthogonaliter secant axem plus accedunt in suis imaginibus ad curuitatem, & augmentatur uel minuitur curuitas imaginum secundum accessum uel recessum linearum ad alterum istorum situum, & hoc est propositum.

LV.

Forma omnis lineæ rectæ incidentis uertici speculi pyramidalis conuexi oblique super axem reflectitur ad centrum uisus intra illam & superficiem speculi constitutum à linea longitudinis speculi, imagoq; ipsius uidetur curua modicæ curuitatis cuius conuexitas est ad uisum.

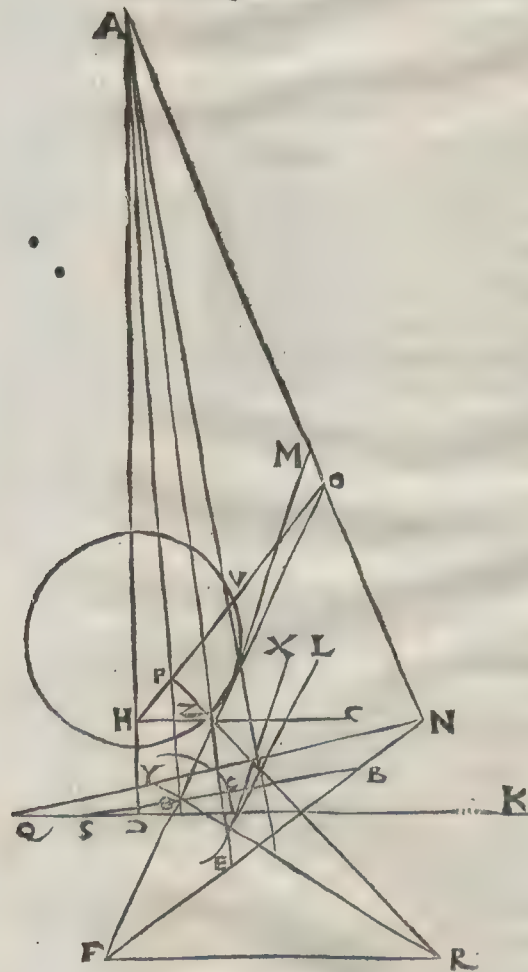
Sit speculum pyramidale conuexū a b g, cuius uertex sit a, & cuius axis sit a d, signeturq;

turq; in superficie conica eius linea longitudinis utcuq; contingit, quæ sit a z, per 101. primi huius, ducaturq; punctum z, superficies æquedistans basi pyramidis, hæc ergo per 100. primi huius, secabit pyramidē speculi secundū circulū qui sit z u, & ducat per 11. primi, à puncto z, perpendicularis super lineam longitudinis z a, quæ pducta ad axem speculi, quæ est a d, cadat in punctum h, concurret autem cū axe per 96. primi huius, uel per 14. primi huius, ideo quia angulus d a z, est acutus, & à puncto z ducatur linea continens circulū z u, per 16. tertij, quæ sit z m, & ducat à puncto a, linea continens cū utraq; lineæ a z & a h, angulum acutū, quæ sit extra superficiē cōtingentē pyramidē super lineam a z, hoc em est possibile, cū angulus h a z, sit acutus, sit ergo illa linea a n, & in superficie in qua sunt lineæ a n & a h, ducatur à puncto h, linea continens cum linea a h, angulum æqualem angulo z h a, per 23. primi huius, hæc ergo linea concurret cum linea a n, per 14. primi huius, ideo quod ut patet ex pmissis, duo anguli n a h, & a h z, sunt acuti, sit ergo punctus concursus o, linea itaq; h o, secabit circumferentiā circuli z u, ideo em quod angulus a h o, est æqualis angulo a h z, oportet quod lineæ z h & o h, sint in eadem superficie, secet ergo linea h o, periferiā circuli in puncto u, & pducatur linea longitudinis speculi quæ a u, & extrahatur linea perpendicularis h z, extra speculum ad punctum c, & ducatur linea o z, & pducatur in continuū & directum, & sit o z f, & producat linea a z, ad punctū e, angulus ergo f z h, est acutus, per 15. primi, quia linea o z, cū linea t z, continet angulum acutū, est em angulus a z c, rectus, & quia linea o z, secat superficiē contingentē speculū super lineā a z, super quā erecta est linea h z, ut patet ex pmissis, angulus, itaq; a z h, existente recto, angulus o z a, est acutus, ergo per 15. primi, relinquitur ut angulus e z f, sit acutus, à puncto ergo f, ducatur perpendicularis super lineam a e, per 12. primi, & pducatur in continuū & directū donec concurrat cū linea a o, in puncto n, cōcurrat autē linea f e, cū linea a o, per 14. primi huius, ideo quia angulus e a o est acutus, & angulus a e n, rectus, & ducat à puncto e, linea e d, æquedistans lineæ z h, erit ergo per 8. undecimi, linea e d, perpendicularis super superficiē contingentē pyramidē secundum lineā a e, cum linea z h, sit perpendicularis super eandē superficiem, & ducatur à puncto e, linea e l æquedistans lineæ z m, & imaginetur superficies, in qua sint lineæ e l et e d, secare pyramidē, erit quoq; communis sectio huius superficie & superficie conicæ ipsius speculi sectio oxigonica p. 103. primi huius, qm illa superficies l e d, est obliqua super axem a d. Sit ergo illa sectio d e, linea uero m z, quæ est contingens circulū z u, est perpendicularis super lineam a e, per 22. primi huius, ideo quia axis a h, erectus est super superficiem illius circuli per 89. primi huius, & linea z m, est perpendicularis super illius circuli diametrū per 17. tertij, est ergo linea z m, erecta sup superficiē a z h, ut patuit in 41. huius, qm superficies circuli, & superficies a z h, sunt adinuicē erectæ, ergo linea l e, æquedistans lineæ z m, per 8. undecimi, est perpendicularis super superficiē a d e, ergo angulus a e l, est rectus, qd tamē facilius patet per 29. primi, quia em angulus a z m, est rectus, erit & angulus a e l, rectus. Sed angulus a e n, est rectus, & similiter angulus a e d, est rectus per 29. primi. Ideo quia angulus a z h, est rectus, & linea e d, æquedistans lineæ z h, ergo per 5. undecimi, lineæ n e, l e d e, sunt in eadē superficie sectionis, & linea a e, est erecta super superficiē illius sectionis, cū omnes illæ lineæ cū linea a e, concurrant ad angulos æquales & rectos, ergo linea f n, est in superficie sectionis, ptraatur itaq; lineæ d e, in continuū & directū usq; ad punctum k, & extrahat à puncto f, linea æquedistans lineæ d e k, quæ sit f r, hæc ergo linea æquedistabit lineæ h z, per 30. primi, & producat à puncto z, in superficie o z h, linea recta continens cū linea z c, angulū æqualem angulo o z c, qui est acutus per 13. primi, quia ut supra patuit, angulus o z h, est obtusus





tus, hæc ergo linea cōcurrat cum linea  $fr$ , per 2. primi huius, quia secabit lineam  $3h$ , æquedistantē lineæ  $fr$ , & est in superficie eius, quia linea  $3f$ , est in superficie eius. Oēs autē lineæ æquedistantes sunt in eadem superficie per 1. primi huius, concurrat ergo in puncto  $r$ , & sit angulus  $r3c$ , æqualis angulo  $o3c$ , & quia angulus  $o3c$ , est æqualis angulo  $3fr$ , per 29. primi, quia est extrinsecus illi, & angulus  $c3r$ , æqualis est angulo sibi coaliterno, qui est angulus  $3rf$ , palā quod angulus  $3fr$ , est æqualis angulo  $3rf$ , ergo per 6. primi, lineæ  $3f$  &  $3r$ , sunt æquales. Et quia linea  $fe$ , est in superficie sectionis, & linea  $fr$ , est æquedistans lineæ  $ed$ , quæ est in superficie sectionis. Est ergo per 2. primi huius, & per 7. undecimi, linea  $fr$ , in superficie illius sectionis, pducatur quoque linea  $re$ , erit ergo linea  $re$ , similiter in superficie sectionis per 7. undecimi, & qm̄ superius declarātū est, quod linea longitudinis speculi, quæ est  $ea$ , est perpendicularis super superficiē sectionis, uterque ergo angulus  $aer$ , est rectus per diffinitionē lineæ sup̄ superficiē erectæ, quadratum ergo lineæ  $f3$ , ualeat duo quadrata lineæ  $3e$  &  $fe$ , p 46. primi. Similiter quadratum lineæ  $3r$ , ualeat duo quadrata lineæ  $3e$  &  $er$ . Sed quadratū lineæ  $3f$ , est æquale quadrato lineæ  $3r$ , quia & linea lineæ est æqualis ex pmissis. Est autē ambobus cōmune quadratum lineæ  $3e$ . Relinquit ergo quadratū lineæ  $fe$ , æquale quadrato lineæ  $er$ , erit ergo linea  $fe$ , æqualis lineæ  $re$ , ergo p 5. primi, duo anguli  $erf$ , &  $efr$ , sunt æquales. Sed angulus  $ner$ , est æqualis angulo  $erf$ , per 29. primi, quia est ei extrinsecus, & angulus  $ker$ , est æqualis angulo  $erf$ , quia est ei coalternus. Sūt ergo anguli  $ner$  &  $ker$ , æquales, ergo per 20. quinti huius, forma puncti  $n$ , reflectitur ad uisum existentē in puncto  $r$ , à puncto speculi  $e$ , & forma puncti  $o$ , reflectit ad uisum existentē in puncto  $r$ , à puncto speculi  $3$ , & omnis linea pducta à puncto  $f$ , ad aliquod punctum lineæ  $on$ , secabit lineam  $3e$ , patet quoque secundū præmissa quod illa linea erit æqualis lineæ pductæ à puncto  $r$ , ad idē punctum, quia linea  $a$  est perpendicularis super superficiē, in qua sunt lineæ  $re$  &  $fe$ , quæ est superficies sectionis, & duæ lineæ  $fe$  &  $re$ , sunt æquales, omnes ergo lineæ extractæ à punctis  $f$  &  $r$ , ad aliquod unum punctum lineæ  $3e$ , sunt æquales iterandū modū pbandi quouls sumus prius, patet ergo qd̄ forma omnis puncti, q̄ est in linea  $on$ , cōuertetur ad uisum existentem in puncto  $r$ , ex illo puncto speculi quod secatur in linea  $3e$  omnis quoque linea extracta ex uertice pyramidis, qui est  $a$ , cadensque oblique super axē pyramidis speculi, q̄ est  $a$ , ita ut angulos acutos contineat cū axe  $a$ , & cū linea lōgitudinis quæ est  $a3$ , uel alia quocūque pmissō modo demonstrari potest, quia aliqua pars ipsius reflectit ad uisum tunc dispositū respectu illius uisibilis ut nunc est dispositū punctum  $r$ , respectu lineæ  $on$ . Similiterque patet, q̄ in hac dispositione formarum totius lineæ  $aon$ , reflectent ad uisum in puncto  $r$  existentē, & si punctus  $r$ , ulterius pducatur in maiori distantia à puncto  $3$ , & augmentabit quantitas lineæ  $aon$ , secundū illud, & huius quidē simile demonstrātū est per 41. huius, nunc uero hoc pmissum in hoc proposito theoremate, ut studiosus indagare ea quæ sequuntur facilius possit. Omnibus itaque ex his suo modo dispositis cōtinet linea  $nd$ , secabit ergo lineam  $nd$ , circumferentiā sectionis, nam duo puncta  $d$  &  $n$ , sunt in eadem superficie sectionis, & punctū  $n$ , est extra circumferentiā sectionis, d uero est intra illam, secet ergo linea  $nd$ , circumferentiā sectionis in puncto  $e$ , & quia triangulus  $a$   $h$   $o$ , est totus in eadem superficie



per 21. undecimi, palam quoniam linea  $nd$ , erit in superficie trianguli  $aoh$ , per 1. undecimi, puncta enim  $d$  &  $m$ , sunt in lineis  $a$   $o$  &  $a$   $h$ , ergo & linea  $nd$ , est in superficie eadē cum illis, erit ergo punctus  $c$ , in superficie trianguli  $aoh$ . Similiter etiam duo puncta  $a$  &  $u$ , sunt in superficie huius trianguli  $aoh$ , ut patet ex præmissis, quoniam linea  $ho$ , secabat periferiam circuli  $3u$ , in puncto  $u$ , sic enim notauimus punctum illud, tria ergo puncta quæ sunt  $a$  &  $u$  &  $c$ , sunt in superficie huius trianguli  $aoh$ , sed puncta  $a$   $b$   $c$ , sunt omnia in superficie speculi, ergo tria puncta  $a$   $u$   $c$ , sunt in linea communi, quæ est linea recta per 90. primi huius. Fiat enim sectio secundum axem speculi, ergo puncta  $a$   $u$   $c$ , sunt in linea recta, protrahatur ergo linea  $au$ , recta ad punctum  $c$ , & producat lineam  $r3$ , ultra punctum  $3$ , quæ secabit lineam  $oh$ , per 29. primi huius, ideo quia lineæ  $r3$  &  $ho$ , sunt in eadem superficie, & linea  $r3$ , quæ secat angulum  $f3c$ , secat angulum eius contra possum, qui est  $h3o$ , ergo & basem illi subtensam quæ est  $hd$ , necessario secabit, secet ergo ipsam in puncto  $p$ . Est ergo punctus  $p$ , in superficie trianguli  $aoh$ , producat quoque linea  $ap$ , & protrahatur ultra  $p$ , secabit ergo lineam  $dn$ , per 29. primi huius, secat angulum  $d$   $a$   $n$ , secet quoque ipsum in puncto  $g$ , & quia punctus  $f$ , non est in superficie contingente pyramidem speculi transeuntem per lineam  $a3e$ , sed oblique incidit eidem, ut patet ex præmissis. Est autem in superficie sectionis, & quoniam superficies sectionis non est erecta super superficiem  $a$   $d$   $e$ , per 103. primi huius, patet per 4. undecimi, quia necessario erit angulus  $a$   $d$   $e$  acutus, quoniam angulus  $a$   $e$   $f$  est rectus, angulus ergo  $d$   $e$   $n$ , per 13. primi, est obtusus, ergo angulus  $d$   $e$   $n$ , est acutus, per 32. primi, cadit ergo in triangulo amplexigonio, qui est  $d$   $e$   $n$ , & sit linea  $e$   $x$   $i$ , contingens sectionem in puncto  $c$ , per ea ergo quæ præmissa sunt in demonstratione 4. quinti huius, & etiam ex eo quoniam angulus  $d$   $e$   $x$  est obtusus, palam quod perpendicularis extracta ex puncto  $c$ , super lineam  $c$   $x$ , contingentem sectionem secat angulum  $d$   $e$   $x$ , & quod concurret cū linea  $e$   $d$  sub puncto  $d$ , hæc ergo perpendiculariter secet lineam  $e$   $d$ , producta ultra punctū  $d$ , in puncto  $r$ , perpendicularis ergo extracta ex puncto  $n$ , super lineam contingentem sectionem secabit lineam  $e$   $d$ , ultra punctum  $f$ , remotius à puncto  $d$ , q̄ sit punctum  $f$ , siue ista perpendicularis cum linea  $e$   $d$ , concurrant ultra circumferentiā sectionis uel intra illam; perpendicularis enim extracta à puncto  $n$ , super lineam contingentem sectionem non secabit angulum  $d$   $e$   $x$ , sicut linea perpendicularis ducta à puncto  $c$ , secat angulum illum, ut enim patet per 46. huius, & per 113. primi, erit illa perpendicularis remotior à linea  $n$   $e$ , q̄ sit linea  $n$   $d$ , hæc ergo perpendiculariter secat axem speculi, qui est  $a$   $d$ , in puncto altiori q̄ sit punctū  $d$ , sit ergo perpendicularis extracta à puncto  $n$ , super lineam contingentem sectionem in puncto suæ incidentiæ linea  $n$   $q$ , & linea  $re$ , secat lineam  $n$   $e$ , in puncto  $e$ , qui est punctus sectionis. Si ergo linea  $re$ , quæ est linea reflexionis extrahatur motuum & erectum, palam quod ipsa secabit lineam  $n$   $q$ , per 29. primi huius, quoniam ipsa protracta secat angulum  $q$   $e$   $n$ , secabit ergo basem  $qn$  in trigono  $n$   $e$   $q$ , sic ergo  $n$   $t$ , secet ipsum in puncto  $x$ . Item quia punctum  $e$ , quod est in superficie sectionis est extra superficiem trigoni  $a$   $nd$ , quod trigonum secabit superficiem sectionis, quia superficies  $a$   $nd$ , non est superficies sectionis, cum sicut patet ex præmissis, punctum  $a$ , sit extra superficiem sectionis, & linea  $a$  sit perpendicularis super superficiem sectionis, & punctus  $e$ , est in circumferentiā ipsius sectionis, est autem linea  $n$   $c$   $d$ , communis ambabus illis superficiebus trigoni, scilicet  $a$   $n$   $d$ , & sectionis, ergo per 19. primi huius, linea  $n$   $c$   $d$ , est communis sectio illarum superficie, scilicet trigoni  $a$   $nd$ , & sectionis linea  $n$   $q$ , concurrat cum ipsa sectione ultra punctū  $e$ , ut supra declaratum est, ergo linea  $n$   $q$ , est ultra superficiem trigoni  $a$   $nd$ , sed linea  $ap$   $g$  est in ipsa superficie trigoni  $a$   $nd$ , punctus ergo  $y$ , qui p 37. huius, est locus imaginis formæ puncti  $n$ , cum ipse sit communis sectio lineæ reflexionis, quæ est  $re$ , & katheti incidentis formæ puncti  $t$ , quæ est linea  $n$   $q$ , erit ultra lineam  $ap$   $g$ , uisui itaque existente in puncto  $r$ , & forma alicuius rei uisæ reflexa ad centrum uisus in puncto  $r$ , à linea longitudinis speculi, quæ est  $3e$ , ut nunc in præcedentibus ostensum est, quod forma puncti  $o$ , reflectitur ad uisum existentem in puncto  $r$ , à puncto speculi  $3$ , & forma puncti  $n$ , à puncto

per 21. undecimi, palam quoniam linea  $nd$ , erit in superficie trianguli  $aoh$ , per 1. undecimi, puncta enim  $d$  &  $m$ , sunt in lineis  $a$   $o$  &  $a$   $h$ , ergo & linea  $nd$ , est in superficie eadē cum illis, erit ergo punctus  $c$ , in superficie trianguli  $aoh$ . Similiter etiam duo puncta  $a$  &  $u$ , sunt in superficie huius trianguli  $aoh$ , ut patet ex præmissis, quoniam linea  $ho$ , secabat periferiam circuli  $3u$ , in puncto  $u$ , sic enim notauimus punctum illud, tria ergo puncta quæ sunt  $a$  &  $u$  &  $c$ , sunt in superficie huius trianguli  $aoh$ , sed puncta  $a$   $b$   $c$ , sunt omnia in superficie speculi, ergo tria puncta  $a$   $u$   $c$ , sunt in linea communi, quæ est linea recta per 90. primi huius. Fiat enim sectio secundum axem speculi, ergo puncta  $a$   $u$   $c$ , sunt in linea recta, protrahatur ergo linea  $au$ , recta ad punctum  $c$ , & producat lineam  $r3$ , ultra punctum  $3$ , quæ secabit lineam  $oh$ , per 29. primi huius, ideo quia lineæ  $r3$  &  $ho$ , sunt in eadem superficie, & linea  $r3$ , quæ secat angulum  $f3c$ , secat angulum eius contra possum, qui est  $h3o$ , ergo & basem illi subtensam quæ est  $hd$ , necessario secabit, secet ergo ipsam in puncto  $p$ . Est ergo punctus  $p$ , in superficie trianguli  $aoh$ , producat quoque linea  $ap$ , & protrahatur ultra  $p$ , secabit ergo lineam  $dn$ , per 29. primi huius, secat angulum  $d$   $a$   $n$ , secet quoque ipsum in puncto  $g$ , & quia punctus  $f$ , non est in superficie contingente pyramidem speculi transeuntem per lineam  $a3e$ , sed oblique incidit eidem, ut patet ex præmissis. Est autem in superficie sectionis, & quoniam superficies sectionis non est erecta super superficiem  $a$   $d$   $e$ , per 103. primi huius, patet per 4. undecimi, quia necessario erit angulus  $a$   $d$   $e$  acutus, quoniam angulus  $a$   $e$   $f$  est rectus, angulus ergo  $d$   $e$   $n$ , per 13. primi, est obtusus, ergo angulus  $d$   $e$   $n$ , est acutus, per 32. primi, cadit ergo in triangulo amplexigonio, qui est  $d$   $e$   $n$ , & sit linea  $e$   $x$   $i$ , contingens sectionem in puncto  $c$ , per ea ergo quæ præmissa sunt in demonstratione 4. quinti huius, & etiam ex eo quoniam angulus  $d$   $e$   $x$  est obtusus, palam quod perpendicularis extracta ex puncto  $c$ , super lineam  $c$   $x$ , contingentem sectionem secat angulum  $d$   $e$   $x$ , & quod concurret cū linea  $e$   $d$  sub puncto  $d$ , hæc ergo perpendiculariter secet lineam  $e$   $d$ , producta ultra punctū  $d$ , in puncto  $r$ , perpendicularis ergo extracta ex puncto  $n$ , super lineam contingentem sectionem secabit lineam  $e$   $d$ , ultra punctum  $f$ , remotius à puncto  $d$ , q̄ sit punctum  $f$ , siue ista perpendicularis cum linea  $e$   $d$ , concurrant ultra circumferentiā sectionis uel intra illam; perpendicularis enim extracta à puncto  $n$ , super lineam contingentem sectionem non secabit angulum  $d$   $e$   $x$ , sicut linea perpendicularis ducta à puncto  $c$ , secat angulum illum, ut enim patet per 46. huius, & per 113. primi, erit illa perpendicularis remotior à linea  $n$   $e$ , q̄ sit linea  $n$   $d$ , hæc ergo perpendiculariter secat axem speculi, qui est  $a$   $d$ , in puncto altiori q̄ sit punctū  $d$ , sit ergo perpendicularis extracta à puncto  $n$ , super lineam contingentem sectionem in puncto suæ incidentiæ linea  $n$   $q$ , & linea  $re$ , secat lineam  $n$   $e$ , in puncto  $e$ , qui est punctus sectionis. Si ergo linea  $re$ , quæ est linea reflexionis extrahatur motuum & erectum, palam quod ipsa secabit lineam  $n$   $q$ , per 29. primi huius, quoniam ipsa protracta secat angulum  $q$   $e$   $n$ , secabit ergo basem  $qn$  in trigono  $n$   $e$   $q$ , sic ergo  $n$   $t$ , secet ipsum in puncto  $x$ . Item quia punctum  $e$ , quod est in superficie sectionis est extra superficiem trigoni  $a$   $nd$ , quod trigonum secabit superficiem sectionis, quia superficies  $a$   $nd$ , non est superficies sectionis, cum sicut patet ex præmissis, punctum  $a$ , sit extra superficiem sectionis, & linea  $a$  sit perpendicularis super superficiem sectionis, & punctus  $e$ , est in circumferentiā ipsius sectionis, est autem linea  $n$   $c$   $d$ , communis ambabus illis superficiebus trigoni, scilicet  $a$   $n$   $d$ , & sectionis, ergo per 19. primi huius, linea  $n$   $c$   $d$ , est communis sectio illarum superficie, scilicet trigoni  $a$   $nd$ , & sectionis linea  $n$   $q$ , concurrat cum ipsa sectione ultra punctū  $e$ , ut supra declaratum est, ergo linea  $n$   $q$ , est ultra superficiem trigoni  $a$   $nd$ , sed linea  $ap$   $g$  est in ipsa superficie trigoni  $a$   $nd$ , punctus ergo  $y$ , qui p 37. huius, est locus imaginis formæ puncti  $n$ , cum ipse sit communis sectio lineæ reflexionis, quæ est  $re$ , & katheti incidentis formæ puncti  $t$ , quæ est linea  $n$   $q$ , erit ultra lineam  $ap$   $g$ , uisui itaque existente in puncto  $r$ , & forma alicuius rei uisæ reflexa ad centrum uisus in puncto  $r$ , à linea longitudinis speculi, quæ est  $3e$ , ut nunc in præcedentibus ostensum est, quod forma puncti  $o$ , reflectitur ad uisum existentem in puncto  $r$ , à puncto speculi  $3$ , & forma puncti  $n$ , à puncto

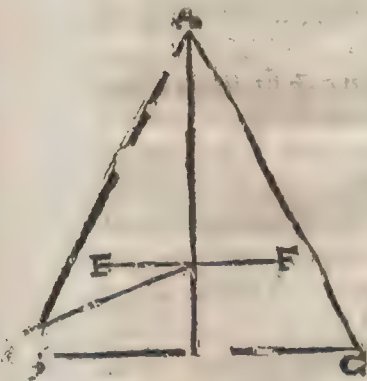


speculi e, tunc punctus p, erit locus imaginis formae puncti o, per 37. quinti huius, quoniam ipsum punctum p, est communis sectio lineae reflexionis r, & katheti incidentiae forma puncti o, qui est linea o h, & punctus y, est locus imaginis formae puncti n, forma uero puncti a, ut debetur in suo loco proprio, quia est in uertice pyramidis, & erit imago lineae a o n, linea tra siens per puncta a p y, sed haec linea est conuexa, quia punctum y, est ultra lineam a p g, sit ergo illa linea imaginis curua, quae est linea a p y, iam aut patuit quod formae omnium punctorum lineae a n, reflectatur ad uisum existentem in puncto r, a linea longitudinis speculi, quae est a e, lineae ergo reflexionum p quas reflectuntur illae formae sunt omnes in superficie trianguli r a e, omnes ergo imagines punctorum lineae a n, sunt in hac superficie, ergo linea a p y, quae est conuexa, est in hac superficie, & punctus p, quae est locus imaginis formae puncti o, & prior centro uisus qui est punctus r, & sit punctus y, quae est locus imaginis formae puncti n, propter quod erit conuexitas huius imaginis respiciens centrum uisus, eritque conuexitas parua, & diameter huius imaginis, quae diameter est linea a y, erit maior quam sit linea a n, cuius imaginis est ipsa diameter, erit aut illius diuersitatis excessus in modica quantitate. imagines ergo linearum quae extrahuntur ex uerticibus pyramidalium speculorum conuexorum oblique super axem speculi, comprehenduntur a uisui, a talibus speculis secundum lineam longitudinis suae reflexae, & apparere conuexae, & hoc est propositum.

LVI.

Omnis forma lineae rectae aequedistantis latitudini speculi pyramidalis conuexi uisu existente extra eius superficiem speculum aequedistanter basi secantem reflectitur ad uisum secundum oxigonias sectiones, imagoque ipsius uidetur curua maximae curuitatis, cuius conuexitas est ad uisum.

Esto speculum pyramidale conuexum, cuius uertex sit a, diameter basis b c, est ergo ipsius latitudo trigonum a b c, sitque centrum uisus d, & linea recta uisa sit e f, aequedistans superficiei trigoni a b c, sitque centrum uisus d, extra superficiem, in qua linea e f, existente per ipsam, secaretur speculum aequedistanter suae basi, dico quod forma lineae e f, reflectitur ad uisum d, secundum oxigonias sectiones speculi superficiei secantis, non enim potest reflecti secundum lineam longitudinis speculi, quoniam tunc oportet ut concurret cum axe speculi uersus



uerticem per 41. huius, & quod oblique incidet eidem, cuius oppositum dicit hypothesis, a superficie uero istorum speculorum secundum circulum non fit reflexio per 12. huius, oportet ergo de necessitate ut harum linearum reflexio cum sit ad uisum fiat secundum oxigonias sectiones, & quoniam katheti incidentiae qui sunt perpendiculares super illas oxigonias sectiones, qui sunt perpendiculares super lineas illas sectiones contingentes cum lineis reflexionum, concurrunt enim in eadem linea aequedistante lineae uisae, sed in lineis diuersis, ideo imagines talium linearum sic dispositarum respectu superficierum istorum speculorum uidentur curuae, sicut de speculis columnaribus ostendimus in 53. huius. Sunt aut imagines harum linearum multum curuae, ita ut ipsarum curuitas sit manifesta sensui, sitque centrum illarum imaginum extra superficiem, in quibus est conuexitas formarum harum linearum, sicutque diametri imaginum harum linearum multo minores ipsis lineis, quod accidit propter augmentum suae curuitatis, patet ergo propositum.

LVII.

Linearum rectarum superficiebus speculorum pyramidalium conuexorum non secundum concursum cum uertice axis neque aequedistanter latitudini speculi, sed inter haec oblique incidentium imagines sunt curuae diuersae curuitatis secundum modum quo plus participant sitibus extremis.

Quod hic proponitur satis euidenter habet causam, lineae enim rectae applicatae his speculis neque secundum lineam longitudinis ut in 41. & 55. huius, neque aequedistanter latitudini speculi, ut in praemissa medio modo secundum quod plus approximant uni situi uel alteri

participant modos curuitatis, unde illae quae plus approximant in suo situ lineis existentibus in longitudine speculi, habent formas minus conuexas, quae uero plus approximant lineis in aequedistantibus latitudini speculorum, habent formas magis manifeste conuexas, sed tortuose tamen, quia quae appropinquat plus uertici speculorum, habent formas strictiores & conuexiores, quae uero appropinquant plus basi speculi, habent formas ampliores, ueruntamen omnium illorum imaginum conuexitas erit manifesta, patet ergo propositum.

LVIII.

Omnis forma rei uisae in speculis pyramidalibus conuexis uidetur pyramidalis similis speculi pyramidalitati.

Quod hic proponitur patet per 40. sexti huius, quoniam ibidem monstratum est in speculis sphaericis conuexis, quod quanto minus fuit illud speculum, tanto minores erunt circuli cadentes in superficie ipsius, & sic imagines erunt propinquiores centro, & ideo erunt minores, similiter quoque sectiones cadentes in aliquo speculo pyramidalis, illae quae sunt propinquiores uertici sunt minores & strictiores, & sic locus imaginis erit propinquior puncto in quo cum axe speculi concurrunt perpendiculares ductae super superficies contingentes ipsa specula in punctis reflexionum oxigoniarum sectionum, a quarum punctis sit reflexio ad uisum, erunt ergo illae imagines minores, sectiones uero oxigoniae quae sunt propinquiores basi habent contrariam dispositionem alijs superficiebus, quoniam ipsae sunt ampliores, ut patet per 116. primi huius, unde loca imaginum sunt remotiora a puncto in quo concurrunt praedictae perpendiculares ductae super superficies contingentes ipsa specula in punctis reflexionum, sunt ergo imagines maiores, & propter hoc accidit, quod imagines formarum uisarum in speculis pyramidalibus conuexis sunt pyramidales similes pyramidalitati speculorum, quod enim ex formis fuerit propinquius uertici speculi, erit strictius & quod fuerit propinquius basi erit latius, omnino enim forma rei uisae quae comprehenditur per reflectionem ab aliquo speculorum facta assimilabitur superficiei speculi a qua reflectitur illa forma, ut patet per 38. quinti huius, reliquae uero omnes fallaciae quae accidunt uisui ex speculis columnaribus conuexis, accidunt etiam istis, unde non est iterum talibus immorandum, e conuerso etiam quaecumque fallaciae accidunt in speculis his pyramidalibus, accidunt etiam in ipsis columnaribus, excepta pyramidatione imaginum, quoniam oxigoniae sectiones columnarum speculorum, quae sunt eiusdem decliuitatis super axem columnae, omnes sunt aequales, & pars omnis talis sectionis cacumen speculi respicientis est similis parti sibi aequali in eodem situ respicienti basem speculi, quod non est in sectionibus oxigonij pyramidum, quae ut ostensum est per 116. primi huius, omnes ad partem basis pyramidum dilatantur, secundum quod circuli ipsas aequedistanter basibus secantes sunt maiores, qui circuli omnes in columnis sunt aequales, patet itaque propositum.

LIX.

In speculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis maioribus maiora uidentur idola, reique uisae propinquioris imago uidetur maior.

Propositae passionis aliaeque quae plures communes sunt his speculis columnaribus uel pyramidalibus & speculis sphaericis conuexis, unde istarum passionum sicut & aliarum communium idem hinc demonstrandi est modus, uerum si in propositis his speculis fiat communis sectio superficiei reflexionis & speculi sectio oxigoniae, quae non accidit in speculis sphaericis, cum in illis solum sint circuli, tunc in his quae in hoc nostro libro praemisimus, hic erit in ipsis sectionibus ut illic in circulis demonstrandum, patebitque propositum ingenio diligenti.

LX.

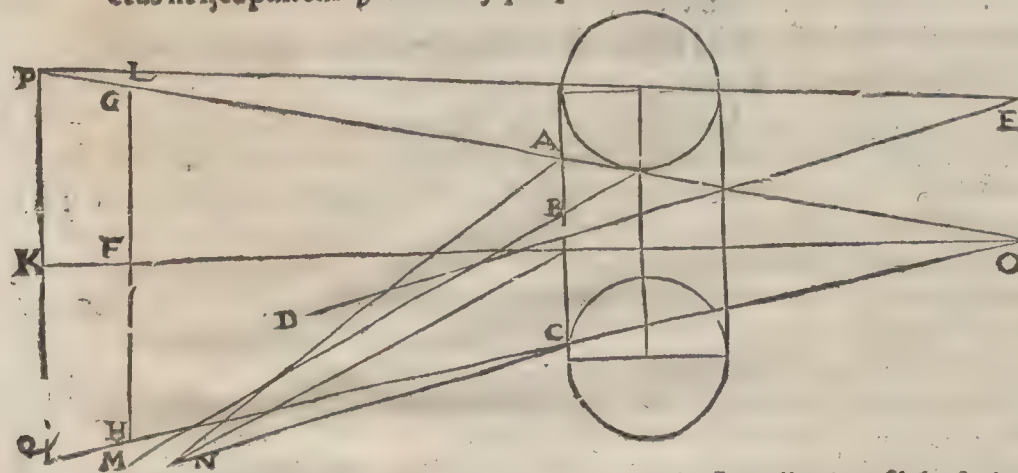
Possibile est speculum columnare uel pyramidale conuexum taliter sitti, ut intuens uideat in aere extra speculum imaginem rei alterius non uisae.

Sit speculum columnare conuexum, cuius linea longitudinis sit a b c, quod erigatur super basem suam in loco aliquo domus conuenienter amplae, ita ut linea a c, cuius medius punctus sit b, erecta super pauimentum domus, ducaturque linea contingens speculum in puncto b, perpendiculariter super lineam a b, quae sit d b e, quae secundum puncta d & e tangat



PERSPECTIVAE VITELLIONIS

tangat parietes domus, & illa puncta signentur in ipsis domus parietibus. Superficies itaq; in qua est linea d b e, quæ est orthogonalis super axem speculi, palam qm̄ secat speculum secundū circulū per 100. primi huius, sup punctū itaq; d, parietis domus signato puncto f, ut p̄p̄n̄quius, cōuenienter possit fieri, ducat à puncto f, linea æquedistans lineæ speculi, quæ est a b c, cuiuscunq; quantitatis placuerit, quæ sit g h, & eius mediū p̄ctus sit f, copuleturq; linea f b, quæ producat̄ ultra punctum f, trans murum in puncto k, & perfo



totalis illa  
cissio rimæ secundum extensionem lineæ b f k, sitq; illa rima f k l, & à puncto speculi,  
quod est b, ducatur lineæ erecta super superficiem speculi, quæ erit perpendicularis super  
lineam d e, quæeducta extra speculū sit b m, angulo quoq; k b m, fiat super punctum  
b, terminum lineæ m b, angulus æqualis, qui sit m b n, ducta lineæ b n, à punctis quoq; g  
& h, quæ sunt extrema puncta lineæ g f h, ducantur lineæ ad speculum quæ sint g a & h c,  
quæ pductæ cōcurrant in puncto o superficiet circuli secantis speculū in puncto b, ducatur  
q; lineæ b o, facta quoq; tali refectione lineæ b n, per 3. primi, ut ipsa fiat æqualis lineæ  
b o, dico quod si in puncto n, ponatur centrum uisus, quod ad ipsum reflectetur forma li  
neæ g f h, à lineæ longitudinis speculi, quæ a b c, hoc autem patet per 30. huius, forma  
quoq; totius lineæ g f h, uidebitur extra speculū. s. intra speculū & inter lineam g f h. s. ci  
tra punctum d, lineæ d e, cōtingens speculū in puncto b, ut patet per 49. huius. Si itaq;  
lineæ o g & o h, pducantur trans murū in puncta, & copulet lineæ una quæ sit p k q, in q  
tabula aliqua depicta ordinetur ultra murū, ita ut mediæ lineæ formæ in illa tabula depi  
ctæ situetur super lineam p k q, taliterq; disponat quod per uisum existentē in puncto n,  
uel citra illud uideri nō possit forma depicta in tabula, uidebit tñ uisū sic disposito imago  
illius formæ in aere reflexa à speculi superficie columnaris. Simili quoq; modo diligens  
intuitor potest sistere speculū pyramidale cōuexū in centrū uisus per 41. & p 49. huius;  
à speculis uero sphericis conuexis adeo regularis reflexio nō fiet ut à ppositis speculis,  
patet ergo ppositum. Secundū hunc itaq; modū studiosus percuntator inuigilet, quoniā  
hoc quod hic præmissimus in præsentī theoremate exempli causa fecimus, ut ex huius li  
bri septimi diffusiore uia perquisitionis diuersi artificii pateat animæ diligenti.

## LIBER OCTAVVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.



PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

**N**otificatis aliquantisper passionibus speculorum planorum & conuexorum regularium ut sphaericorum columnarum & pyramidalium, superest nunc ut de speculorum concavorum proprietatibus aliqua describamus, sicut de illis in quibus plus resultat reflexionum diuersitas & mirabilis diffusio naturalium formarum visumque aspicientium deceptio multiformis. Specula uero concava regularia prout in quinto huius scientiae libro propositione octaua declarauimus, sunt tantum tria, scilicet:

LIBER OCTAVVS. 125  
scilicet sphaericum, columnare & pyramidale, inter quæ primo de sphaericis concavis in  
presenti libro tractabimus, utpote de illis quorum passiones ueluti simpliciores alijs in  
reliqua concava specula descendunt. Et quoniam principia communia his speculis sphæ-  
ricis concavis & sphæricis conuexis, in principio sexti libri scientiæ huius præmissimus,  
ideo ipsa, ut ex præmissis supposita, hic non reiteramus, ea tamen quæ propria sunt his  
speculis duximus explicanda.

Imaginem conuersam dicimus, quæ totalem situm rei uisæ uariat, ut si caput intuentis, quod est sursum, uideatur deorsum, & secundum hoc totus situs partium imaginis respectu situs partium rei uisæ uarietur.

THEOREMA I.

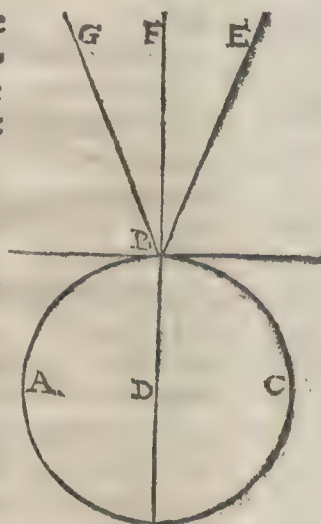
THEOREMA I.  
Opposito uisui speculo sphaerico concauo, communis sectio basis pyra-  
midis uisionis & superficiei concauæ speculi, erit circulus sphaeræ quandoq;  
magnus quandoq; minor illo.

Quandoq; enim tota sphaerae concavae superficies uidetur, quandoq; pars eius maior, quandoq; minor, ut patet per 72. quarti huius, secundum hoc ergo illa communis sectio basis pyramidis uisionis & superficiei speculi uariatur, cum autem superficies basis pyramidis sit superficies plana, & superficies concavorum speculorum sit sphaerica, patet per 110. primi huius, quod ipsorum communis sectio semper est circulus, hoc ergo quandoq; est circulus magnus, ut quando transit centrum speculi, quandoq; minor circulo magno, ut cum non transit centrum speculi, sed cadit extra illud, patet ergo propositum.

## II.

Commune sectionem superficiæ reflexionis & superficiæ speculi sphaerici concavi necesse est circulum magnum uel arcum circuli magni suæ sphaeræ esse, ex quo patet, quod omnis superficies reflexionis secat sphaeram speculi concavi per æqualia.

Huius propositi theoremat<sup>is</sup> nō est alia demonstratio, quā quæ facta est supra in primo theoremate sexti libri huius, ubi idem proponitur de sphaericis speculis conuexis, & quia sphaerae concavitas sic respicit centrum, sicut & ipsius conuexitas & superficies reflexionis, est superficies plana erecta super superficiem speculi, per 25. quinti huius, patet propositum, quoniam idem erit modus demonstrandi hic qui supra. Est enim speculum sphaericum concavum a b c, cuius centrum d, & sit centrum uisus g, reflectaturq; forma puncti e ad uisum g, à puncto speculib, dico quod superficiei reflexionis, quæ est e b g & superficiei speculi communis sectio est circulus a b c. Sit enim superficies plana contingens sphaeram in puncto b, à quo puncto erigatur linea f b super superficiem speculum in illo puncto b contingentem per 12. unde cimi huius, hæc ergo cadet necassario in ipsa superficie reflexionis per 26. quinti huius, & eadem linea f b producta ultra punctum b necessario transibit centrum sphaerae per 72. primi, quæ est d, producta quoq; sit diameter sphaerae, ergo & circuli magni illius sphaerae, & quoniam hæc diameter communis est superficiei reflexionis & ipsi sphaerae, palā ergo propositū.



## III.

III.  
In omni superficie reflexionis, à speculis sphaericis concavis centrum uisus  
centrum speculi, punctum reflexionis, punctum uisum, terminumq; diame-  
tri uisualis à centro uisus per centrum sphaerae ducti, ad sphaerae superficiem  
constitire est necesse.

Cum superficies reflexionis contingat lineam incidentiæ & reflexionis, palā quoniam continet punctum rei uisæ, cuius forma reflectitur in punctum reflexionis à quo reflectitur, & centrum uisus ad quod reflectitur, & quoniam cōmunis sectio superficiē

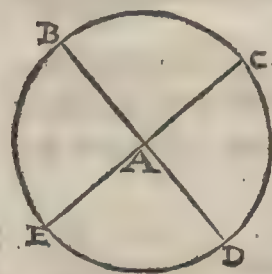


reflexionis & superficiei speculi sphaerici concaui, est circulus magnus per aequalia diuis dens sphaeram per praemissam, palam, quia in qualibet superficiei reflexionis est centrum speculi, quia quaelibet ipsarum transit centrum sphaerae ipsius speculi, cum quaelibet illarum superficierum sit erecta super superficiem planam speculum in puncto reflexionis contingente per 25. quinti huius, & per 1. undecimi, producta diametro uisuali per centrum uisus & centrum sphaerae, terminus illius diametri necessario erit in eadem superficiei, cum alijs duobus suis punctis, praedicta ergo 5. puncta necessario sunt in omni superficiei reflexionis, quae sit a propositis speculis, & hoc est propositum.

IIII.

Centro uisus uel puncto rei uisae in centro speculi sphaerici concaui existente, a quolibet puncto fiet reflexio in se ipsum, ex quo patet, quod in hoc situ uisus non comprehendit, nisi se tantum, & quod punctus rei uisae existens in centro speculi non reflectitur aliquo modo ad uisum.

Esto speculum sphaericum concauum, cuius centrum sit a, & signetur in ipso aliquis suorum magnorum circulorum, qui b c d e, & centrum uisus in centro speculi, quod est punctum a, dico quod a quocunque puncto fiet reflexio ad uisum, semper oportet ut reflectatur radius in se ipsum: dato enim quod a puncto b, fiat reflexio ad centrum speculi a, in quo est centrum uisus, palam ergo per 72. primi huius, quoniam linea u a, quae est linea reflexionis, est perpendicularis super superficiem contingente speculum in puncto b, sed omnis perpendicularis in se ipsam semper reflectitur per



21. quinti huius, si ergo linea b a est perpendicularis super superficiem speculi, palam quia linea incidens fuit perpendicularis, & eadem cum linea b a, dato enim opposito, sequitur angulum incidentiae inaequalem esse angulo reflexionis quod est contra 20. quinti huius, & impossibile, linea itaque a b, reflectitur in seipsam, ut ipsa est facta linea b a, & quoniam in hoc situ uisus, omnes lineae incidentes superficiei speculi, sed semidiametri ipsius, palam quoniam omnes anguli incidentiae sunt inter se aequales, per 43. primi huius, quia sunt anguli semicirculorum, reflectuntur ergo necessario in seipsos, uide-

biturque in tota superficiei speculi forma aspicietis oculi una forma, & apud superficiei speculi apparebit, & nulla alia forma, tunc uidebitur reflecti ad uisum, & ex hoc patet, cum uisus fuerit in centro a, quod ipse uidebit se a quolibet puncto speculi dati perpendiculariter, & quod nihil aliud uidebit per reflexionem a superficiei speculi, quoniam ab uno puncto speculi ad centrum plures perpendiculares duci non est possibile, ut patet per 20. primi huius, similiter neque punctus rei uisae existens in centro uisus reflectitur ad uisum, sed solum in seipsam, quoniam omnes lineae incidentiae sunt perpendiculares super superficiem speculi, unde non reflectuntur nisi in seipsas, & hoc est propositum, & haec quidem dicta sunt non praestante impedimento uisui capitis densitate. Si ergo centrum uisus hominis uidentis constitutum fuerit in diametro sphaerae speculi concaui, & in centro eius, cum quaelibet linea a uisui ad superficiem speculi ducta sit perpendicularis super ipsam, tunc ut prius demonstratum est, comprehendet uisus se ipsum, & non comprehendetur forma alicuius puncti speculi, nisi puncti portioni circuli interiacentis lineas longitudinis pyramidis uisualis, quae a centro speculi intelligitur protendi, quoniam cuiuslibet alterius puncti cadet in speculis super lineam a uisui declinatam, & necessario reflectetur super illam lineam declinatam, quare linea reflexionis non transibit per centrum speculi, & ita non pertingat ad centrum uisus, patet ergo propositum.

V.

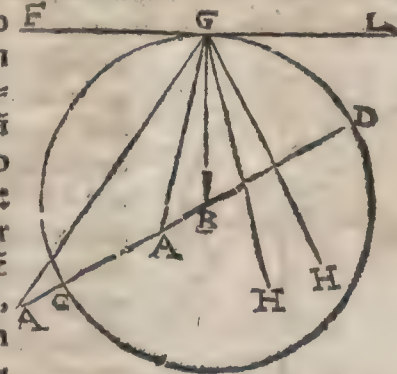
Centro uisus existente in aliqua semidiametro speculi sphaerici concaui extra centrum speculi, impossibile est ad uisum reflecti formam alicuius punctorum illius semidiametri oblique speculo incidentem, reliqua uero semidiameter est possibile.

Hoc quod hic proponitur euidenter declaratur, si enim centrum uisus fuerit in semidiametro aliqua propositi speculi, sed non in centro, non comprehendit uisus formam alicuius puncti semidiametri, in qua est oblique speculo incidentem, quoniam angulus quem efficiunt duae lineae, quarum una ducatur a puncto sumpto in illa semidiametro, & alia a centro uisus in idem speculi punctum, non poterit diuidi per lineam perpendiculari rem ab illo puncto speculi ductam, cum illa perpendicularis tendatur ad centrum speculi, secundum formam alicuius puncti alterius semidiametri coniunctae semidiametro, in qua est centrum uisus, ad complendam diametrum speculi, in qua constitutus est uisus oblique speculo incidentem, percipere potest uisus, utpote formam illius puncti, a quo ducta linea incidentiae ad aliquod punctum speculi, ab eodem puncto speculi ducta linea reflexionis ad uisum, angulus ab illis lineis contentus diuiditur per aequalia, per lineam ab illo puncto reflexionis ad centrum speculi productam, haec enim est proprietas reflexionis in omnibus speculis, ut angulum a linea incidentiae & linea reflexionis contentam diuidat perpendicularis a puncto reflexionis ducta per aequalia per 26. quinti huius, ille ergo punctus poterit in speculo uideri, & non est nisi unus talis punctus in quibuscunque diametri speculi consistens, qui ab uno circulo speculi ad uisum reflecti possit, quoniam centro speculi ad quod terminatur perpendicularis ducta a puncto reflexionis & centro oculi existentibus fixis, erit punctus ab uno circulo speculi reflexus semper unus, a diuersis uero circulis speculi diuersa puncta diametri possibile est reflecti, patet ergo propositum.

VI.

Posito uisu extra centrum speculi sphaerici concaui a quolibet puncto speculi potest fieri formae alterius reflexio ad uisum, nisi solum ab illo puncto cui incidit diameter uisualis.

Esto per secundam huius, communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphaerici concaui circulus magnus, qui sit g d c, cuius centrum sit b, & centrum uisus sit a, & ducatur a b a centro uisus per b centrum speculi diameter uisualis, quae sit a b d incidentis superficiei speculi in puncto d, dico quod a quolibet puncto speculi dati potest fieri reflexio formae puncti alterius rei uisibilis ad uisum a, nisi a solo puncto d, sit enim datus alius punctus qui sit g, ducatur ad ipsum semidiameter b g, & continuetur linea reflexionis quae sit g a, & ducatur linea f g l, contingens circulum magnum speculi transeuntem puncta g d c, palam per 15. tertij, quia angulus b g f & b g l sunt recti per 42. primi huius, quoniam angulus b g a, erit acutus, cadit enim linea a g inter diametrum, & lineam contingentem f g l, quae est extra speculum, ubicunque ponatur esse centrum uisus siue intra, siue extra circulum g c d, constitutur quoque per 23. primi, in eiusdem circuli superficiei super lineam l g ad punctum g, angulus aequalis angulo f g a, quae sit h g l, erit ergo angulus h g b, aequalis angulo b g a, & quoniam angulus contingentiae est minimus angulus per 15. tertij, palam quod ab angulo b g l, recto abscisso quocunque angulo acuto rectilineo, semper linea illa acutum angulum continens cadet intra circulum g c d, quoniam solus angulus contingentiae cadet extra circulum: posito itaque quocunque puncto uisibili in linea h g, semper fiet reflexio formae alicuius sui puncti ad uisum a, & eodem modo de quolibet alio speculi puncto extra punctum d, dato demonstrandum, sed & a puncto d fiet reflexio, cum enim linea a d sit perpendicularis super superficiem con-

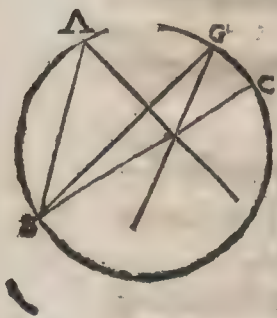


Si ergo aliquod interponatur non dia sonum inter centrum uisus, quod est a, & punctum speculi d, nulla fiet reflexio ad uisum impediante medio. Si uero nullum tale interponatur, solius puncti superficiei oculi forma uidebitur ab eodem oculo, nihilque aliud, & hoc est propositum.



In speculis sphaericis concavis si supra periferiam uel extra ponatur centrum uisus, oculus non uidetur, nisi per diametrum speculi reflectatur.

Sit speculi concavi sphaerici circulus magnus a b g, sitq; centrum uisus in puncto b, super speculi periferiam, & ducantur lineae b a & b g, non per centrum, & quoniam angulus maioris portionis, ut patet per 43. primi huius, est maior, angulus uero reflexionis semper debet esse aequalis angulo incidentiae, ut patet per 20. quinti huius, palam quia non fiet reflexio secundam lineam a b, sed fiet ad partem maioris anguli, & similiter est de puncto g, quoniam non fiet reflexio secundam lineam b g, sed ad partem anguli maioris per 23. quinti huius, si enim forma puncti b, a punctis a & g, reflectetur in se ipsum, tunc anguli portionum ad punctum a, & ad punctum g, essent aequales, quod est impossibile, & contra 43. primi huius, per diametrum tamen cuiuscunque circuli magni totius speculi sphaerici concavi potest uisus incidens reflecti in se ipsum, quoniam omnium semicirculorum eiusdem circuli, anguli sunt aequales per eandem 43. primi huius, sed tunc non fiet reflexio in unius puncti superficiei speculi diametraliter incidentis, ut secundum lineam b

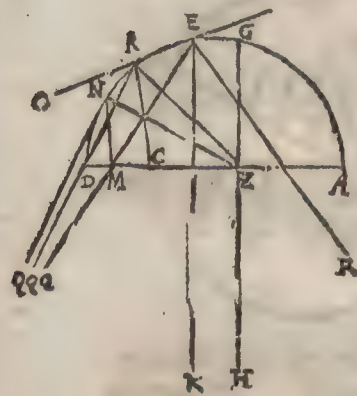


c, quae non percipitur, quia indiuisibilis est, & omne quod uidetur diuisibile est, quia sub angulo uidetur per 18. tertij huius, alij uero puncti incidentes oblique reflectuntur ad partem anguli maioris, & non perueniunt ad uisum nisi illi quorum reflexiones lineae incidunt superficiei uisus, & figurantur in illo puncto rei uisae sitibus permutatis, quod autem non reflectitur, non uidetur, in his itaq; speculis sphaericis concavis, si super periferiam speculi, uel extra ponatur centrum uisus, non uidetur oculus nisi per diametrum speculi reflectatur, idem enim accidit si extra periferiam speculi propositi oculus ponatur, & eodem modo demonstrandum, quoniam linearum inaequalitas naturam reflexionis non immutat, patet ergo propositum.

VIII.

Ab altera parte productae diametri extra circulum speculi sphaerici concavi uisu posito siue in transversali diametro, siue extra illam, siue citra illam, nihil rerum in illa parte dispositarum possibile est uideri.

Esto communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphaerici concavi circulus a g d, cuius centrum sit z, & producatu semidiameter z g, extra speculum ad punctum h, ducaturq; a centro z, per undecimam primi, alia diameter perpendiculariter super lineam h g, quae a z d, & sit centrum uisus in puncto b ab altera parte diametri h g, & a puncto b, ducatur linea aequidistans lineae h g per 31. primi, quae sit linea b e, incidens superficiei speculi in puncto e, dico quod nulla rerum uisibilium positorum ab illa parte diametri h g, & linea b e, in qua scilicet est uisus, potest uideri, detur enim si sit possibile, ut



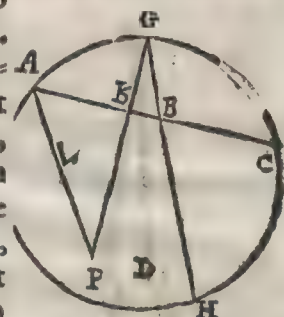
punctus q, ab illa parte positus ad uisum existentem in puncto b, reflexus ualeat uideri. Incidatq; forma puncti q ad punctum speculi, quod est e, producta linea incidentiae, quae sit q e, & a puncto e contingens circulum per 16. tertij, quae sint p e o, & ducatur linea e z, si ergo forma puncti q, a puncto speculi e, reflectatur ad uisum existentem in puncto e, est palam per 20. quinti huius, quoniam angulus q e o, erit aequalis angulo b e p, sed angulus b e p est maior angulo recto, quia per 17. tertij, est angulus z e p, rectus, ergo & angulus q e o, est maior recto, quod est contra 13. primi, palam ergo quod forma puncti q, non reflectitur a puncto e ad uisum b, sed neq; ab aliquo alio puncto, arcus e d, quoniam niam idem accidit impossibile, sed super terminum lineae z e per 23. primi, constituto angulo aequali angulo b e z, possibile erit punctorum linearum productae, quae sit r e, formas a puncto e, reflecti ad uisum existentem in puncto b, idem quoq; patet uisu posito in puncto t, citra diametrum a d, producta linea e k, uel posito ipso in

so in puncto m diametri a d, ducta linea m n, copulatis quoq; lineis z k, z n, & facta deductione ut prius, patet ergo propositum.

IX.

In concavis speculis sphaericis si inter centrum speculi & periferiam fuerit punctum rei uisae, possibile est ut quandoq; in centro unius uisus a diuersis punctis speculi lineae reflexionis concurrant.

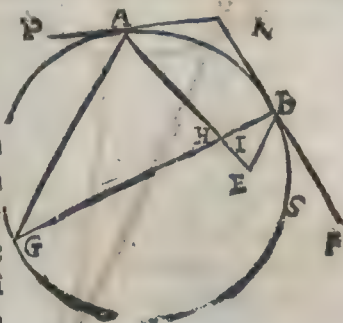
Sit speculum sphaericum concavum, cuius maior circulus sit a g, centrum quoq; sit punctus d, & sit punctum rei uisae b constitutum inter centrum d & periferiam circuli a g, fiatq; reflexio formae puncti b, a puncto speculi quod sit a, & a puncto speculi quod est g, dico quod lineae incidentiae quae sunt b a & b g, possunt reflecti ad centrum unius uisus in puncto uno existentis, sit enim primo ut linea b g reflectatur ad uisum existentem in puncto p, producantur quoq; lineae incidentiae a punctis a & g, ad aliam partem periferiae, quae sint lineae a t & g h, haec ergo lineae aut sunt aequales, aut inaequales, sint primo aequales, erit ergo arcus a g c per 27. tertij, aequalis arcui g c h, erit ergo per 43. primi huius, angulus proportionis qui est t a g, aequalis angulo portionis qui est b g t, sed & angulus h g t est aequalis angulo p g a, per hypothesim, & per 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiae est aequalis angulo reflexionis, & angulus t a g sit aequalis angulo l d i, relinquitur ergo aequalibus angulis hinc & inde ablati, ut angulus h g p sit aequalis angulo e a l. Sit autem punctus in quo linea p g secat lineam c a, punctus r, angulus ergo p r c, per 16. primi, maior est angulo p g h, ergo & angulo l a c, quia ergo angulus p r a, cum angulo p r t est aequalis duobus rectis per 13. primi, patet quod angulus p r a cum angulo r n l minor est duobus rectis, ergo per 14. primi huius, lineae g p & a l concurrent, sit concursus punctus p. Si itaq; in puncto p, ponatur centrum uisus, palam quod ipse uidebit formam puncti b reflexum a duobus punctis speculi quae sunt a & g, est similiterq; demonstrandum si lineae a e & g h fuerint inaequales, uel si linea a c sit maior quam linea g h, tunc enim per 43. primi huius, angulus portionis qui est c a g, erit maior angulo portionis qui est h g c, remanetq; per modum quo praecessimus prius angulus h g p maior angulo c a l, fietq; angulus p r b maior angulo h g p & maior angulo l a r, ergo ut prius lineae g p & a l concurrent, sitq; concursus punctus p, & est idem quod prius, quod si linea a c fuerit minor quam linea g h, tunc per modum quo uisum prius, erit angulus l a c minor angulo p g h, sed & angulus p a b, maior est angulo p g h. Si itaq; angulus l a c sit maior angulo p r b, concursus fiet ut prius linearum a b & p g ad punctum p, per 14. primi huius, si uero angulus l a c sit maior angulo p a b, fiet idem per 14. primi huius, concursus illarum linearum ultra arcum a g, qui impeditur per corpulentiam speculi, unde tunc non fiet reflexio ad uisum. Similiter quoq; si angulus l a c fuerit aequalis angulo p r b, tunc per 28. primi, lineae a l & p g aequidistant. In nullo ergo puncto concurrent, nunquam ergo fiet formae unius puncti, quae est u, reflexio ad unum centrum uisus a duobus punctis speculi sphaerici concavi, patet ergo propositum.



X.

Lineae reflexionis a speculis sphaericis concavis puncto rei uisae existente in periferia speculi uel extra illam, nonnunquam in uisum centro uisus a diuersis punctis speculi concurrunt.

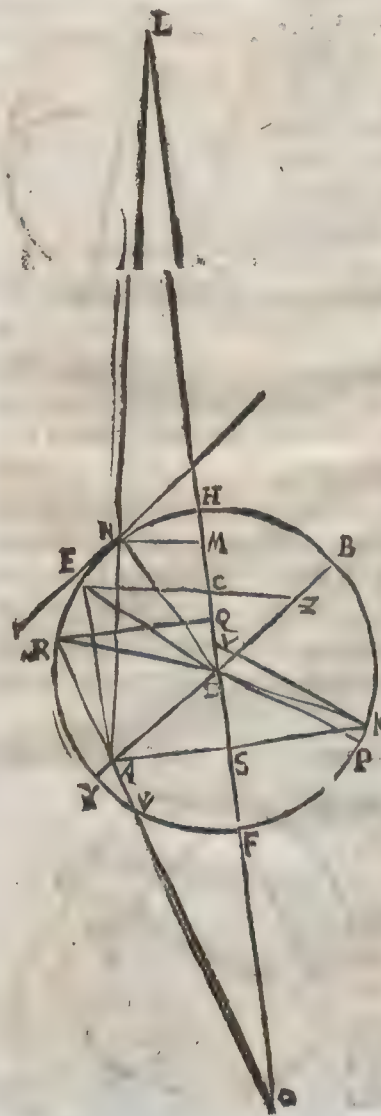
Sit speculum sphaericum concavum g a b f, sitq; punctum rei uisae g, quod sit constitutum in aliquo circumferentiae puncto, quod est punctum g, sitq; u t g punctum rei uisae, reflectatur a duobus punctis arcus g a b, quae sint puncta a & b, fiatq; reflexio formae puncti g, a puncto speculi b ad punctum e, & a puncto





PERSPECTIVAE VITELLIONIS

puncto a ad punctum l, dico quod lineas reflexionum quæ sunt b e & a l, possibile est cõcurrere, ducantur itaq; lineæ contingẽtes speculum in punctis a & b, contingatq; ipsum lineæ k a p in puncto a, & lineæ k b f in puncto b, & ducantur lineæ e b & b g & l a & a g. Sit quoq; ut lineæ a l & g b, secent se in puncto h, quia itaq; omnes anguli constituti sunt per punctum b sunt æquales omnibus angulis constitutis super punctum a, per 13. primi, & per 20. quinti huius, angulus e b f, est æqualis angulo k b g, & angulus l a k, æqualis est angulo p a g, & anguli contingentia omnes sunt æquales per 15. tertij, angulus uero g a b maioris portionis circuli, maior est angulo g b f minoris portionis per 43. primi huius, ergo angulus k b h, maior est angulo p a g, ergo angulus e b f maior est angulo k a h, propter æqualitatem angulorum hinc inde per 20. quinti huius, palam ergo quia angulus e b g minor est angulo l a g. Sed angulus l a g est minor angulo g h l, per 16. primi, angulus ergo g h l est maior angulo g b e, sed angulus l h g cū angulo b h l, ualeat duos rectos per 13. primi, ergo anguli g b e & b h l sunt minores duobus rectis, ergo per 14. primi huius, lineæ a l & b e concurrent, sit concursus punctus e. Si itaq; centrum uisus fuerit in puncto e, patet quod à duobus punctis speculi fiet ad ipsum formæ puncti reflexio g, quod si extra periferiam ponatur punctus g, accidit hoc idem, & eadem est demonstratio, non est tamen hoc uniuersale, quia possibile est non concurrere, ut si anguli g b e & g h l sint æquales uel maiores duobus rectis, tunc enim lineæ b e & a l non concurrent, uel si concurrant hoc erit retro speculum, ubi uisus constitutus retro speculum formas reflexas non poterit uidere, patet ergo propositum,



Locus imaginum formarum à speculis sphae-  
ricis concavis reflexarum, quandoq; est in pun-  
cto reflexionis, quãdoq; est ultra speculum, quan-  
doq; inter uisum & speculum, quandoq; in super-  
ficie ipsius uisus, quandoq; retro uisum.

Quando enim forma puncti rei uisæ uidetur secundum cathetum suæ incidentiæ, tunc enim necessario imago uidetur in ipsa superficie speculi in puncto scilicet sue reflexionis, quando uero formæ obliquæ incident superficibus propositorum speculorum, tunc diuersificantur loca imaginum ut proponitur. Ad quod declarandum sit a centrum uisus, & punctus d centrum speculi sphaerici concavi, & ducatur superficies plana per hæc duo puncta, quæ erit superficies reflexionis, quoniam ipsa est orthogonalis super quamlibet superficiem contingentem speculum secundum punctum illum superficiei speculi, cui incidit diameter uisualis. Secabit ergo superficiem speculi dati, & erit communis sectio illarum superficiesum circulus magnus per secundam huius. Sit ergo ille circulus h b f g, & ducatur linea a centro uisus ad centrum speculi, quæ sit a d, & a puncto a ducatur ad circuli periferiam linea maior quam linea a d, quæ sit a e & a puncto d, ducatur ad circulum linea æquedistans lineæ a e, quæ sit d h & producaturs linea a d ex utraq; parte sui ad circumferentiam in puncto l & b, taliter ut compleatur diameter i a d b, & ducatur linea d e, quia itaq; linea a e, est maior, quam linea a d, palam per 18. primi, quoniam angulus

LIBER OCTAVVS.

198

h<sub>u</sub>e a d, est minor angulo a d e, est ergo per 32. primi, angulus a e d, minor angulo re-  
cto, siue angulus a d e fuerit rectus uel obtusus, uel acutus, sed per 29. primi, angulus e d  
h, est æqualis angulo a e d, quia sunt coalterni. Est ergo angulus e d h minor recto, super  
punctum quoq; e lineæ d e, fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a e d, qui sit d e t,  
palam itaq; quoniam lineæ e t cadit intra circulum, quoniam si caderet extra circulum  
fieret ille angulus aut rectus, si lineæ producta circulum contingeret, aut obtusus, si seca-  
ret: quod totum patet ducta lineæ contingente circulum in puncto e, patet per 16. tertij,  
& quia hoc est possibile, ut patet ex præmissis, palam quia lineæ t e, cadet intra circulum,  
secabitq; lineam d h, sitq; punctus sectionis t, & erit lineæ t æqualis lineæ d t per 6. pri-  
mi, sunt enim anguli e d t & e d e æquales, & quoniam angulus a d e, maior est angulo a  
e d per 16. primi, palam quia angulus a e d maior est angulo d e t, ergo per 14. primi hu-  
ius, lineæ e t non æquedistat lineæ a b, concurrant ergo, sitq; punctus concursus z, deinde  
a puncto a ducatur ad arcum e h, lineæ a n, quæ concurrat cum lineæ a e in puncto a, & in  
ter ipsam lineam d h, sibi æquedistantem producat, palam per secundam primi huius,  
quia concurrat cum lineæ d h, sit ergo punctus concursus l, & ducatur lineæ d n, & super  
punctum n lineæ d n fiat angulus æqualis angulo d n a, per lineam m y, quæ sit m n d, &  
quia angulus d n a, est acutus per quadragesimam secundam primi huius, erit etiam an-  
gulus d n m acutus. Ideo enim, quia angulus in semicirculo est rectus per 30. tertij, om-  
nis angulus contentus a quacumq; lineæ & termino diametri, palam quod est acutus, con-  
curret ergo lineæ n m cum lineæ d h, sit concursus in puncto m, ducatur etiam a puncto  
a, lineæ ad arcum e i f, quæ sit a g, & ducatur lineæ d g, fiatq; angulus q g d, æqualis angulo  
lo d g a, & quoniam ut prius angulus d g a, est acutus per 42. primi huius, erit etiam angulus  
q g d acutus, cōcurrat ergo lineæ g q, cū lineæ d h sit concursus in puncto q, palam  
quoq; cum lineæ g a, concurrat cum lineæ a e, quoniam per secundam primi huius, con-  
currat cum lineæ d h illius æquedistante, sit concursus punctus ex parte puncti f, angulus  
enim g a d est maior angulo e a d, ergo per decimam quartam primi huius, ad partem ma-  
iorem angulorum fiet concursus, secetq; lineæ g o periferiam circuli in puncto y. Sitq;  
arcus g y maior arcu g h, quod autem lineæ g q, cadit inter puncta d & h, palam satis est  
ex præmissis, sed & idem patere potest ex hoc, quia cum arcus quem secat lineæ, g o ex  
circulo h b, f g, qui est arcus g y sit maior arcu g h, producat lineæ g d ad periferiam cir-  
culi in punctum p, eritq; arcus h p maior arcu y p, ergo per 32. sexti, erit angulus h g d ma-  
ior angulo a g d, sed angulus q g d est æqualis angulo a g d, ut patet ex præmissis, ergo  
angulus h g p, est maior angulo a g d, lineæ ergo g q, diuidit angulum h g d, ergo per 29  
primi huius, diuidit & basem d h, cadet ergo punctum q, inter puncta d & h, tunc a pun-  
cto a ducatur ad arcum f b, lineæ a k secans lineam d f in puncto s, ita ut sit lineæ k s ma-  
ior quam pars diametri, quæ est f d, hoc autem facile per septimam tertij, ut si lineæ d f di-  
uidatur per æqualia in puncto aliquo, & lineæ a k ducatur per illum punctum, aut per  
punctum alium uersus punctū d, hæc itaq; lineæ a k, sic ductæ, ducatur lineæ d k, palā ergo  
per quadragesimam secundam primi huius, quod angulus d k a est acutus, fiat ergo super  
punctum k terminum lineæ d k, angulus d k a, angulus æqualis qui sit d k u, ut itaq; per  
decimam octauam primi, angulus k d f, sit maior angulo d k s, ideo quia lineæ f k est ma-  
ior quam lineæ d f, erit ergo angulus k d s maior angulo d k u, palam ergo per decimam  
quartam primi huius, quia lineæ u k concurrat cum lineæ d h, sit ergo concursus in pun-  
cto u, palam itaq; per uicesimam quinti huius, & secundum prædicta, quod forma pun-  
cti t, a puncto speculi e, reflectitur ad uisum, qui est in puncto a, cathetus quoq; inciden-  
tiæ formæ puncti t, est lineæ t d, quæ per 72. primi huius, est perpendicularis super super-  
ficiem contingentem speculum, cum sit transiens per eius centrum, & ipsa est æquedistans  
lineæ reflexionis, quæ est a e, nunquam ergo concurrat cum illa, apparebit ergo imago  
formæ puncti t in ipso puncto reflexionis quod est e, forma uero puncti z, reflectitur si-  
militer a puncto e, ad uisum existentem in puncto a, cathetus quoq; suæ incidentiæ qui  
est b z d, ductus a puncto z, per centrum speculi concurrat cum lineæ reflexionis, quæ est  
a e in puncto a, locus itaq; imaginis formæ puncti z, per 37. quinti huius, erit centrum ui-

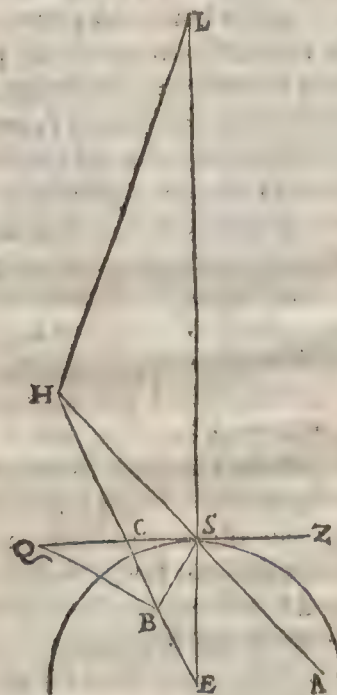
dd



sus quod est a, forma uero puncti m a puncto speculi, quod est n, reflectitur ad uisum a, & perpendicularis ducta a puncto m, quae est kathetus incidentiae, qui m d, concurrat cum a n, linea reflexionis in puncto l, quod est ultra speculum, & forma puncti m, habet locum imaginis in puncto l sub speculo, forma uero puncti q, peruenit ad punctum speculi quod est g, & ex puncto g reflectitur ad uisum a, & locus imaginis suae est in puncto o, quod est ultra uisum, & forma puncti u peruenit ad punctum speculi quod est k, & reflectitur ad uisum in puncto a, & kathetus suae incidentiae quae est perpendicularis, ab eo ducta trans centrum speculi d, est linea u d, concurrens cum linea a k, linea reflexionis in puncto f, locus itaque imaginis suae est punctum f, quod est inter uisum & speculum, palam itaque ex praedictis cum imaginum a speculis sphaericis concavis reflexarum quaedam uidentur in superficie ipsius speculi, ut in ipso puncto reflexionis, quaedam uidentur ultra speculum, quaedam inter uisum & speculum, quaedam in superficie ipsius uisus, quaedam citra uisum, quod est propositum, & si centrum uisus sit extra circulum speculi, uel in circumferentia ipsius, idem accidit, & eodem modo est demonstrandum, quoniam semper linea a e sit maius quam linea d, & accidunt omnia, ut prius, patet ergo quod proponebatur.

XII.

Imaginum reflexarum a speculis sphaericis concavis diuersa sit a uisu comprehensio secundum suorum locorum propriam diuersitatem.



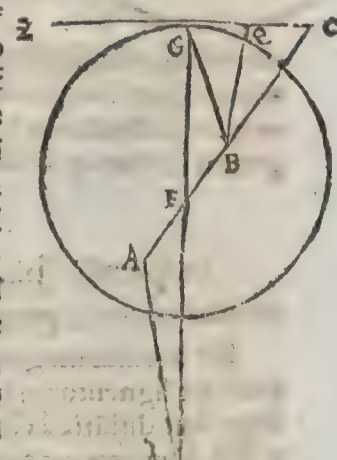
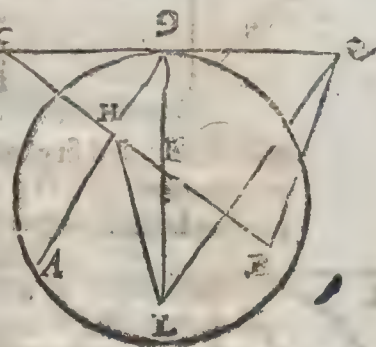
Remaneat dispositio praecedentis in tota formafigurationis, cum itaque locus imaginis fuerit ultra speculum, ut in puncto l, aut inter uisum & speculum, ut in puncto f, tunc quia formas sibi oppositas semper perfectius acquirit uisus, comprehenditur ueritas illius imaginis. Cum uero locus imaginis fuerit in puncto reflexionis, ut cum perpendicularis ducta a puncto rei uisae aequidistant linea reflexionis, tunc enim locus imaginis est in puncto e, quia cum punctus e, per 3. secundi huius, sit punctus naturalis diuisibilis sensibilis, utpote capax imaginis formae rei sensibilis, quae est diuisibilis, cum sit naturalis sumpto uisum medio puncto intellectuali, erit imago cuiuscunque illius puncti sensibilis, pars quae fuerit ultra medium punctum sumptum apparens ultra speculum, & imago partis alterius quae fuerit citra punctum medium apparebit inter uisum & speculum, & cum totalis forma secundum partes posteriores sui sphaerae speculi, & anteriores uersus uisum semper uideatur una & continua, necessario forma illius puncti sensibilis proximi puncto intellectuali uidebitur in ipsius superficie speculi in puncto f reflexionis, aliae quoque partes formae sensibilis circumiacentes illud punctum uidebuntur ab illo puncto declinare modo dicto, quaedam ad uisum & intra speculum, quaedam ultra speculum, uerum in imaginibus, quarum locus est punctus a, quod est centrum uisus, ueritas ipsarum non comprehenditur, unde sapientius accidit error uisui in formis sic uisus. Ad huius autem maiorem euidentiam, ut non solum demonstratio, sed etiam experientia doceat quod praemisimus, erigatur super superficiem speculi sphaerici concavi, stipes ligneus uel ferreus perpendiculariter, qui sit maior medietate semidiametri speculi, & circa caput huius stipitis ponatur centrum uisus, & dirigatur uisualis radius ad punctum speculi, cuius distantia a stipite sit maior quam distantia centri uisus a diametro per stipitem transeuntem, apparebit quoque imago illius stipitis ultra uisum, nec erit certa apprehensio formae ipsius, imò apparebit, quasi curua, cum tamen stipes sit formae lineae

lineae rectae, ex quo patet quod in his speculis non comprehenditur ueritas imaginis, nisi cuius locus fuerit ultra speculum aut inter uisum & speculum, ut haec patere possunt per experientiam situm stipitis & uisus uarie diuersificant, & accidit eidem quod cum centrum uisus fuerit in perpendiculari per lignum transeunte, non plene comprehendet formam illius ligni, patet ergo propositum.

XIII.

In speculo sphaerico concavo est proportio katheti incidentiae ad rectam a centro speculi ad locum imaginis productam, sicut linea a puncto rei uisae ad finem contingentiae ductae ad lineam a finem contingentiae ad locum imaginis productam.

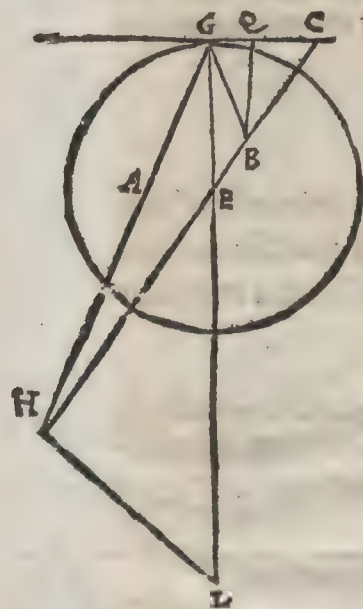
Esto speculum sphaericum concavum, cuius centrum sit e, & sit b punctus rei uisae, & sit a centrum uisus, & sit g punctus reflexionis, & contingat linea z g, circulum qui est co-reflexionis ad centrum speculi, & linea incidentiae, quae b g, & kathetus incidentiae, qui sit linea e b, qui productus concurrat cum linea z g, in puncto t, concurrent autem per 14. primi huius, cum sint in eadem superficie reflexionis per 3. huius, & per 1. undecimi, & cum per 17. tertii, angulus e g, sit rectus, & angulus uero g e b sit acutus, sit ergo punctus t, finis contingentiae, ut patet ex principio sexti libri huius, educatur quoque extra circulum linea reflexionis, quae sit a g, kathetus itaque e b, concurrat cum a g, linea reflexionis extra punctum g, quae est punctus reflexionis, & haec ideo, quia linea e d & a g, sunt duae lineae rectae, quarum a g secatur lineam z g, in puncto g, & sit angulus a g t obtusus, quoniam angulus e g t est rectus, linea uero e b, secatur lineam z g, in puncto t, & sit angulus e t g acutus, per 32. primi, non ergo concurrunt lineae e b & a g, in puncto g, aut igitur lineae a g & e b, cum non sunt aequidistantes, ut patet ex hypothese, concurrent ultra punctum g, aut intra puncta g & a, sit ergo ut concurrant ultra punctum g, & sit concursus in puncto h, qui erit locus imaginis per 37. quinti huius, dico quod est eadem proportio katheti e b, ad lineam e h, reflexionis & katheti incidentiae, qui est locus imaginis, quae est proportio lineae b t, interiacentis punctum rei uisae, & finem contingentiae, & punctus concursus lineae reflexionis cum incidentiae katheto incidentiae qui est locus imaginis formae puncti b, qui est punctus rei uisae, producat enim perpendicularis quae e g, ultra speculum, & a puncto h, qui est locus imaginis formae puncti b, ducatur linea aequidistans lineae incidentiae, quae b g, per 31. primi, quae necessario per 2. primi huius, concurrat cum producta linea e g, cum sua aequidistans, quae b g, concurrat cum eadem, sit punctus concursus l, & a puncto b, ducatur linea aequidistans lineae g h, quae ut prius necessario concurrat cum linea z t, per secundam primi huius, cum linea g h, concurrat cum eadem, sit concursus punctus q, & quoniam angulus b g e, est aequalis angulo a g e, per uigesimam quinti huius, sed angulus b g e, est aequalis angulo g l h, per uigesimam nonam primi, & angulus a g e, aequalis est angulo l g h, per 15. primi, erit ergo angulus g l h, aequalis angulo h g l, ergo per 6. primi, erit linea l h, aequalis lineae g h. Similiter quoque angulus b g q, aequalis est angulo a g z, quia cum anguli e g z & e



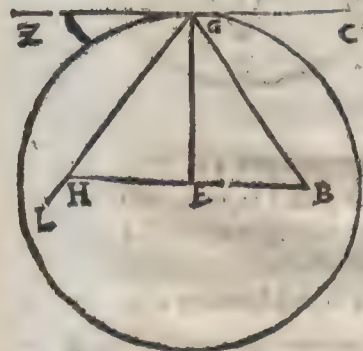
dd 3 gq.



g q, sint æquales, quia recti, & anguli b g e & e g a, sint æquales: Remanent anguli residui  
 æquales, sed & angulus a g z, æqualis est angulo b q g, per 20. primi, angulus ergo b g q,  
 æqualis est angulo b q g, ergo per 6. primi, lineæ b g, est æqualis li-  
 neæ b q, proportio itaq; lineæ b g, ad h l, est sicut lineæ b q, ad line-  
 am h g, per 7. tertij, sunt enim antecedentia & consequentia æqualia  
 inter se, quia uero angulus g h t, æqualis est angulo t b q, per 29.  
 primi. Sunt enim illi anguli coalterni inter lineas æquedistantes,  
 & angulus q t b, æqualis est angulo h t g, per 15. primi, sed & angu-  
 lus h g t, æqualis est angulo t b q, per 29. primi, ergo trianguli t q b  
 & g t h sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, est proportio lineæ q b,  
 ad lineam h g, sicut lineæ b t, ad lineam t h, sed lineæ b q, æqualis est  
 lineæ b g, ergo per 7. quinti, est proportio lineæ b g, ad lineam h g,  
 sicut lineæ b t, ad lineam t h, ergo per 11. quinti, est proportio lineæ  
 b t, ad lineam t h, sicut lineæ b g, ad lineam h l, quia uero per 29. pri-  
 mi, trianguli h e l, & b e g, sunt æquianguli, erit per 4. sexti, propor-  
 tio lineæ e b, ad lineam e h, sicut lineæ b g, ad lineam h l, ergo ut pri-  
 us erit proportio lineæ e b, ad lineam e h, sicut lineæ b t, ad lineam  
 t h, quod est propositum, eadem quoq; est demonstratio, si locus ima-  
 ginis fuerit inter a centrum uisus, & g punctum reflexionis, aut si  
 fuerit in puncto a, aut ultra illā. Si uero linea in puncto reflexionis spe-  
 culi cōtingens, quæ est z g, non concurrat cum katheto incidēte,



qui est b e h, sed sit ei æquedistant, ducatur à puncto contingentia, quod est g, linea perpendicularis quæ sit g e, super lineam b g h, per 12. primi, eritq; per 29. primi, linea e g, perpendicularis super lineam z g, quia itaq; angulus b e g, est æqualis angulo h e g, quia uterq; est rectus, & angulus b e g, æqualis est angulo b g e p 20. quinti huius, palam per 32. primi huius, quoniam triangulus b g e, æqualis angulus est triangulo h g e, ergo per 4. sexti, est proportio lineæ b e, ad lineam e h, sicut lineæ b g, ad lineam g h, quod est propositum, ut prius, non enim tali facta dispositione est alius punctus finis contingentia quam punctum g, quod est punctus contingentia, similiterq; demonstrandum si locus imaginis fuerit in ipso centro uisus, tunc enim punctum b, qui est concursus lineæ reflexionis & katheti incidentia, est locus imaginis, sit idem cum puncto a, qui est centrum uisus, nec oportet in illius demonstratione aliud adijci, nisi quia per 3. sexti est proportio katheti b e, ad lineam e a, ductam à centro speculi ad locum imaginis, sicut lineæ b g, ad lineam g a, quoniam linea g e, dividit angulum a g b per æqualia, per 20. quinti huius. Erit ergo ut prius proportio lineæ b t, ad lineam t h, sicut lineæ b e, ad lineam e a, quod est propositum, & hoc est uniuersale ad omnes modos imaginum ubicunq; uisui occurrentium, patet ergo propositum.

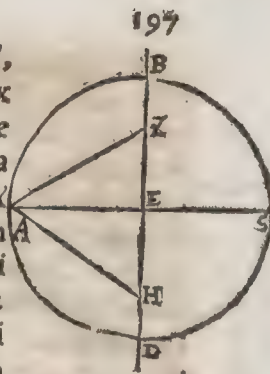


**XIII.** In speculis sphaericis concavis possibile est quandoq; reflexionem fieri secundum totam peripheriam unius circuli.

Sit circulus magnus speculi sphaerici concaui, qui a b g d, cuius diameter est b e o, centrū e, signenturq; sup̄ diametrū b e d, duo puncta ex utraq; pte cētri e, quæ sint h & z, æqualiter distātia à cētro e, erūt ergo lineæ h e & z e æquales, ducatur quoq; à cētro p i, primī, diameter g e a, perpendiculariter super diametrū b d, & copulētur lineæ h a & z a, quia itaq; in trigonis h e a & z e a, duo latera h e & z e sunt æqualia ex hypothesi, & lineæ e a, cōmunis est utriusq; trigonorū anguli h e a & z e a sunt æquales, quia recti palam per 4. primī, qñiā angulus h a e, est æqualis angulo z a e, ergo per 20. quinti huius, puncta h & z, ad se inuicē mutuo reflectūtur à puncto speculi quod est a, idē quoq; patet ductis lineis h g & z g qñiā istorū punctorum mutua reflexio fiet à puncto g, si itaq; fixa diametro b d imā

LIBER OCTAVVS.

b d, imaginemur reuolui trigonum a h z, circa diametrū b d, linea trigoni, quæ est h z, manente fixa. tunc punctū a, motū perueniet in punctum g, & ex inde reuerteretur ad locū suū primū, motuq; suo describet in concauitate speculi circuli ū, à quo totali fiet formatū punctorū h & z, ad seinuicē mutua reflexio, q̄niā ad quemcūq; punctū illius circuli ducātur lineæ à punctis h & z, semper ducta semidiametro à centro ad illud punctū anguli ad punctum illius circuli erunt æquales, & ita ab illo puncto fiet reflexio per z. quinti huius. Si ergo centrum uisus fuerit in puncto h, reflectetur ad ipsum forma puncti z, à tota periferiā illius circuli. Si tamē puncta h & z, inæqualiter, distent à centro e, non fiet reflexio à circulo illo, sed forte fiet ab alio circulo quem describit motu suo punctus reflexionis, patet ergo propositum.



XV.

XV.

Duobus punctis in una diametrorum speculi sphaerici concaui se orthogonally secantium existentibus sub inæquali distantia à centro impossibile est ab aliquo punctorum periferiæ semicirculi, in quo est punctus à centro remotior illorum punctorum adinuicem fieri reflexionem, à reliqui uero semicirculi duobus punctis est possibile.

Sit speculi sphaerici concavi circulus magnus, qui a b g d, cuius cētrum e, secentq; se  
 in ipso duæ diametri orthogonaliter, quæ sint a g & b d, in quarum una quæ k d, sunt duo  
 puncta h & z, inæqualiter distantia à cētro e, sitq; h propinquius centro e, & z remotius,  
 sitq; punctus h, in semicirculo a b g, & punctus z, in semicirculo a d g. dico quod ab ali-  
 quo punctorum semicirculi a d g, non potest fieri istorū punctorū adinuicē reflexio, sit  
 etenim, si possibile est, ut fiat à puncto a, & ducatur linea a h, abscindaturq; à linea e z, li-  
 nea æqualis lineæ h e, per 3. primi, quæ sit e t, & ducatur linea t a, palam ergo per 4. primi  
 quia angulus h a e, est æqualis angulo t a e, sed angulus e a t, per 29. primi huius, est mi-  
 nor angulo e a z, angulus ergo h a e, est minor angulo z a e, non ergo fiet punctorū h &  
 z, mutuā reflexio à puncto speculi a, per 20. quinti huius, sed neq; ab aliquo alio puncto  
 arcus a d g. Sit enim, si possibile est, ut fiat istorū punctorū reflexio à puncto k, periferiæ  
 semicirculi qui a d g, & ducantur lineæ h k, e k, & z k, Erunt itaq; per 30. quinti huius, an-  
 guli h k e, & z k e, æquales, linea ergo k e, diuidit angulū h k e, per æqualitā, ergo per 3. se-  
 cundi huius, erit proportio lineæ h k, ad k z, sicut h e ad lineam e z, sed linea e h est minor q̃  
 e z, ut patet ex hypothesi, ergo linea h k, est minor q̃ h z, est autē linea h k maior q̃ k z, q̃  
 niam est maior q̃ linea e k, per 19. primi, ut enim patet angulus h e k, est obtusus maior  
 angulo h e a recto, sed linea e k, est æqualis lineæ e a, quæ est maior q̃ linea k z, ut patet.  
 Est ergo linea h k maior q̃ linea z k, & sequitur ex datis ipsam esse minorem, quod est im-  
 possibile, non ergo fiet reflexio formæ puncti h, ad punctū z, uel e conuerso ab aliquo p̃-  
 ctorū arcus a k g. ab aliquibus uero p̃ctis periferiæ semicirculi a p g, mutuā reflexio, æ  
 istorū punctorū fieri est possibile, quoniā est possibile esse aliquod punctū arcus a b, ut po-  
 tep. ad quod ductis lineis h p, e p, z p, fiat proportio lineæ z p, ad lineam h p, sicut lineæ z  
 e, ad lineam e h, ergo per 3. sexti, angulus h p z diuidetur per æqualia per lineam e p, & si  
 militer possunt fieri in arcu b g, patet itaq; quod proponebatur, quoniā ab aliquo pun-  
 cto arcus b g, ut à puncto q, similiter potest fieri reflexio ductis lineis h q, e q, z q.

xvi

XVI.

Duobus punctis in una diametro speculi sphaerici superficiei concavi exi-  
stentibus sub inæquali distantia à centro speculi, si excessus distantiarum ad  
minorem distantiam proportionem habeat, quam pars diametri interiacen-  
tis ambo puncta ad partem interiacentem punctum centro propinquius &  
speculum impossibile est à circulo illius diametri illorum punctorum fieri mu-  
tuam reflexionem.



Sit speculi sphaerici concaui imaginis circulus a b g d, cuius centrum e, & diametrum b d, sintq; duo puncta 3 & h, constituta super illam diametrum b d, quorum remotior a centro e, sit punctus 3, & propinquior punctus h, erit ergo linea 3 e maior quam linea h e. Sitq; ipsarum excessus linea 3 t, dico quod si proportio lineae 3 t, ad lineam t e, uel ad h e, fuerit sicut lineae 3 h, ad lineam h b, quod impossibile est reflexionem fieri ab aliquo punctorum circuli a b d g, patet enim per praemissam quod non potest fieri reflexio ab aliquo puncto punctorum semicirculi a d g, sed neq; ab aliquo punctorum semicirculi a b g, derur enim si sit possibile a puncto l, arcus a b, & ducatur linea l b, & ipsi aequidistans ducatur a centro speculi per 1. 3. primi, quae sit linea m e n, & ducatur linea l 3, l e, & l h, secabit itaq; per 2. primi huius, linea l 3, linea n m, sit punctus sectionis m, perducatur quoq; linea l h, ultra punctum h, quae similiter per 2. primi huius, secabit lineam m n, sit punctus sectionis

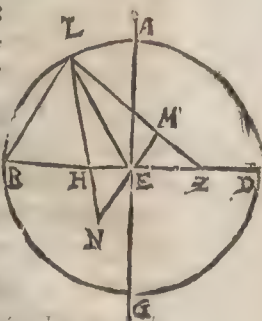


XVII.

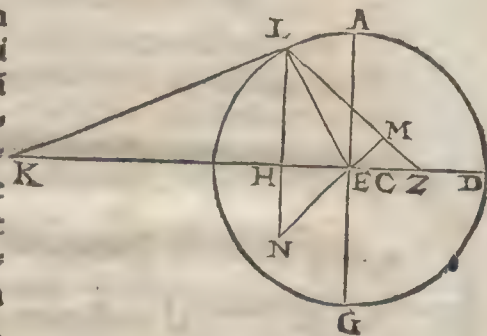
XVII.

Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in una diametro speculi sphaerici concaui & inæqualiter distantibus à centro, si excessus distantiarum ad minorem distantiam proportionem habeat quam pars diametri interiacentis puncta data ad lineam maiorem parte diametri interiacente punctum centro propinquius & periferiam fiet reflexio, possibileq; est punctum reflexionis inueniri.

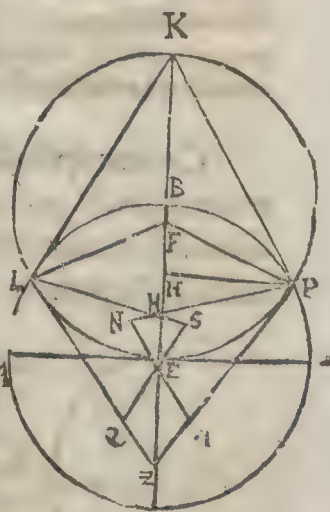
Sit speculi sphaerici concavi maior circulus a b g d, cuius centrū e, & diameter sit: b d, in qua sit centrum uisus quod sit 3, & punctus rei uisae quod sit h, distetq; centrum uisus 3, plus à centro speculi quod est e, quàm punctus rei uisae qui est h, sitq; proportio excessus distantiae maioris quod est 3 e, ad minorem quae est h e, sicut partis diametri inter puncta distantis, quae est 3 h, ad lineam maiorem parte diametri quae est inter punctū h & peripheriam, quae est h b, dico qd in hoc situ fiet reflexio, & quod est impossibile, punctum rei flexio

[illegible]

per 18. quinti, coniunctim proportio lineæ 3 k, ad lineam h k, sicut lineæ  
3 e, ad lineam t e, eritq; permutatim per 16. quinti, proportio lineæ 3 k, ad lineam 3 e, sicut  
lineæ h k ad lineam t e, uel ad eius æqualem lineam h e. Est autem proportio lineæ k  
h, ad lineam e h, sicut lineæ k l, ad lineam n, per 4. sexti, quoniam trigona h l k, & h n e, sunt  
æquiangula per 29. primi. Ideo quia lineæ k l & n e, sunt  
æquedistantes, proportio uero lineæ k 3, ad lineam e 3, est  
sicut proportio lineæ k l, ad lineam e m, per 4. sexti, quoniam  
trigona k l 3 & e l 3 sunt æquiangula per 29. primi, quia li  
nea e m æquedistat lineæ k l, lineæ itaq; n e & m e, ad lineam  
k l, eandem habent proportionem, quoniam ex hypothesi est po  
portio lineæ k 3, ad lineam 3 e, sicut lineæ k h, ad lineam h e, er  
go per 9. quinti, lineæ e n & e m, sunt æquales, linea uero l e  
est communis duobus trigonis l e n, & l e m, & anguli l e n et  
l e m, sunt æquales, qui sunt recti per 29. primi, angulus e  
nim k l e, est rectus per 17. tertij, ergo per 4. primi, duo an  
guli 3 l e, & e l h, sunt æquales, ergo per 26. quinti huius,  
forma puncti h, reflectitur ad punctum 3, uel econuerso, &  
puncto speculi quod est l, patet ergo propositum. Osten  
sum est enim, quia si punctum 3, reflectatur ad punctum h, &



reflexi enim, quia sit reflexio mutua datorum punctorum in hoc situ, & inuentus est punctus  
reflexionis quod proponebatur. Ex his itaque manifestum est, quod si linea e 3, fuerit maior  
quam linea e h, & sit proportio lineae k 3, ad lineam 3 e, sicut lineae k h,  
ad lineam e h, quod in omnibus speculis sphaericis concavis consti-  
tutus super centrum e, quorum semidiameter fuerit maior quam linea  
e h, & minor quam linea e k. fiet mutua reflexio punctorum h & 3, ad-  
inuicem a duobus punctis communis sectionis circuli speculi & cir-  
culi cuius diameter est linea e k. Sit enim in linea k h punctus, qui  
sit b, & super centrum e, describatur circulus ad quantitatem unius  
semidiametri e b, qui sit a b g d. Si quoque in speculo sphaerico, concavo,  
& diuidatur linea e k, per aequalia in puncto f, per 10. primi, fiatque  
super centrum f circulus, cuius diameter sit e k, haec ergo secabit cir-  
culus a b g d, in duobus punctis per 10. tertij, quae sint puncta l &  
p, dico quod punctorum h & 3, mutua reflexio fiet a punctis l & p,  
ductur enim linea k l, k p, e b, e p, erit ergo angulus k l c rectus,  
per 30. tertij, ergo per 15 tertij, linea k l contingit circulum a b g d  
cum sit perpendicularis super diametrum ipsius quae est e l, ducta  
itaque a puncto e, linea n e o y, aequidistans lineae k l demonstrabitur  
ut prius, quoniam puncta h & 3, mutuo reflectentur adinuicem,  
a puncto k & l. Similiter quoque ductis lineis 3 p & h p, & linea g e f,  
aequidistante lineae k p, nam eadem est demonstratio hinc inde. Sem-  
per enim anguli incidentiae & reflexionis ad puncta l & p, sunt aequales, patet ex premis-  
sis quod si linea incidentiae & reflexionis quae est h l, sit perpendicularis super lineam e k



ee quoniam



quoniam linea 3 l, necessario circuli contingit, cuius diameter est linea e k, efficiturque tunc angulus 3 l h, maximus illorum angulorum, secundum quos in hoc situ potest fieri reflexio, ducatur enim a puncto f, quod est centrum circuli k l e p, linea f b, erit per 5. primi, angulus f l e, aequalis angulo f e b. Sed angulus f e l, est aequalis duobus angulis e 3 l & e l 3. p. 32. primi, cum sit illis extrinsecus in trigono 3 e l, angulus quod f e l, est aequalis duobus angulis e 3 l & e l 3. Sed angulus e l 3, est aequalis angulo e l h, remanet ergo angulus f l h, aequalis angulo e 3 l. Sit quoque angulus h l 3, communiter additus utrobique, erit ergo angulus f l 3, aequalis duobus angulis e 3 l & h l 3, ex hypothesi est rectus, patet per 32. primi, quod illi duo anguli qui sunt h l 3, & h l 3, sunt aequales uni recto. Angulus ergo f l 3 est rectus, linea ergo l 3 contingit circuli k l e m, p. 15. tertij. Sequitur ergo idem quod prius, & hoc est notandum, quod in hac dispositione centrum visus & ipsorum visibilium semper locus imaginis est in centro visus patet per 37. quinti huius, quoniam ut patet ibi, concurrunt cathetus incidentiae cum linea reflexionis, patetque ex praemissis, quomodo in hac dispositione de facili inuenitur punctus reflexionis, imò puncta duo quae sunt inter sectiones duorum circulorum, patet ergo propositum.

XVII.

Duorum punctorum in eadem diametro speculi sphaerici concaui existentium formis ex aliquo puncto speculi adinuicem reflexis easdem ab aliquo puncto alio eiusdem quartae illius circuli impossibile est reflecti.

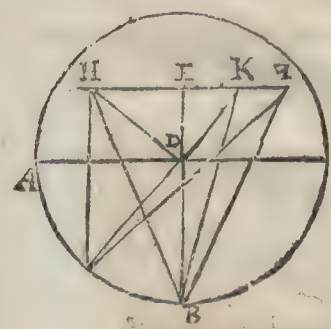
Sit dispositio quae in figuris proximis, reflectaturque forma puncti h, ad punctum z, a puncto speculi l, dico quod impossibile est, ut formarum illorum punctorum reflexio fiat ad inuicem ab aliquo alio puncto illius eiusdem quartae circuli, quae est b a, quae a puncto l. Si enim si possibile est, ut fiat a puncto l, eiusdem quartae, & ducantur lineae z l, h l, z f, e f, quia itaque angulus z l h, diuisus est per aequalia per lineam e l, patet per 3. sexti, quia est proportio lineae z l, ad lineam l h. Sicut lineae z e ad lineam e h, similiter quia angulus z f h, diuisus est per aequalia per lineam e f. Erunt per 3. sexti, proportio lineae z f, ad lineam l h, si cut lineae z e, ad lineam e h, ergo per 11. quinti, erit proportio lineae z f, ad lineam l h, sicut lineae z l, ad lineam l h, ergo per 16. quinti, erit permutatim proportio lineae z f ad lineam z l. Sicut lineae f h, ad lineam l h, sed linea z f est minor quam linea z l, per 7. tertij, ergo linea f h est minor quam linea h l, quod est contra eandem 7. tertij, quoniam est li-



nea a h, propinqua centro speculi quod est e, quam linea h l, & quoniam de quolibet puncto quartae circuli ab alio quod a puncto l. Similiter quoque demonstrandum est in quarta circuli, quae est b g, si ab illius aliquo puncto fiat reflexio, patet ergo propositum.

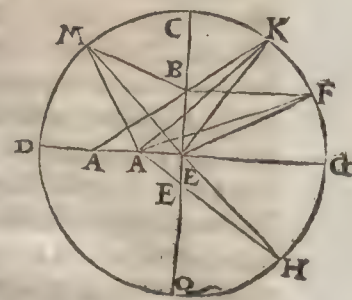
XIX.

Centro speculi sphaerici concaui existente extra lineam connectentem centrum visus, & punctum rei visae in diametris diuersis existentia, & aequaliter distantia a centro speculi, ab uno tantum puncto semicirculi, in cuius semidiametris illa puncta non consistunt, sit reflexio ad visum.



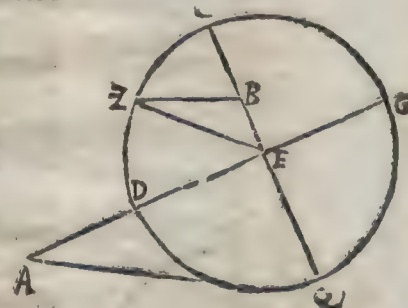
quod duo latera b e & e h, sunt aequalia duobus lateribus b e & z e, & anguli b e z

be z, sunt aequales, quia recti, ergo per 4. primi, patet quoniam anguli z b e, & h b e, sunt aequales, sit ergo p. 20. huius reflexio formae puncti h, a puncto speculi b, ad centrum visus quod est z, dico itaque quod non potest ab aliquo alio puncto speculi fieri haec reflexio. Si enim detur quod fiat a puncto t, ducantur lineae z t & t h, & a centro d, ducatur ad punctum reflexionis t, linea d t, quae producta ad lineam z h, secet ipsam in puncto k, quae itaque per 20. quinti huius, linea k t, diuidit angulum z t h, per aequalia, patet per 3. sexti, quoniam est proportio lineae z t, ad lineam t h. Sicut lineae z k, ad lineam k h, sed linea z k, est minor quam linea z e, ergo & linea k h. Erunt ergo linea z t, minor quam linea t h, sed p. 7. tertij linea z t, est maior quam linea z h, & linea h b maior quam linea h t, erunt ergo linea z b, minor quam linea h b, quod est contra praemissa, & contra 4. primi. Non ergo reflectetur forma puncti h, ad centrum visus existens in puncto z, a puncto speculi t. Similiter quoque demonstrandum est de quolibet puncto semicirculi a b g, patet ergo propositum.



Centro visus & puncto rei visae existentibus in diametris diuersis circuli magni sphaerici speculi concaui, possibile est reflexionem fieri ab aliquo puncto arcuum interiacentium diametros circuli transeuntis per illa puncta, non autem ab aliquo puncto arcuum aliorum.

Circulus qui est communis sectio superficiei reflexionis & speculi sphaerici concaui, sit d g t q, & sit a centrum visus intra speculum sphaericum concauum, & sit e centrum speculi, & sit b punctus rei visae, & ducatur diameter d a g, per centrum visus a, & ducatur diameter t q, ut contingit, dico quod si fuerit b, punctus rei visae in semidiametro e t, potest fieri reflexio formae eius ad visum a, ab aliquo puncto semicirculi d t g, & ab aliquo puncto semicirculi t q, qui est d q g, ducatur enim a puncto b, rei visae ad aliquod punctum semicirculi g t d arcus quartae t d, quod sit punctus m, linea incidentiae quae sit b m, & ducantur lineae b a & m a, & ducatur diameter e m quae quia diuidit basem a b, trigoni a m b, diuidit etiam angulum b m a, p. 20. primi huius, producat ergo semidiameter m e, ad partem circumferentiae, quae opponitur puncto m, in punctu, qui sit punctus h, arcus g q, & ducantur lineae b h & a h, secabit quoque linea a h, diametrum t q. Sit ut secet ipsum in puncto r, & linea h b, secabit eandem diametrum t q, in puncto s. Sunt quoque puncta b & c, ex diuersis partibus centri e, linea ergo e h, diuidet angulum a h b, per 20. primi huius, quoniam diuideret ei basem subreclam, quae est b c, dico itaque quod forma puncti b, potest reflecti ad visum a uel ab aliquo puncto arcus interiacentis semidiametros e t & e d, in quibus sunt puncta a & b, qui est arcus t d, & similiter ab aliquo puncto arcus illi arcui oppositi interiacentis alias semidiametros illi conteminales, qui sunt e g & e q, utpote ab aliquo puncto arcus, qui est a g, & quod non potest reflecti ab aliquo puncto arcus g t. Si enim hoc dicatur esse possibile, sumatur tunc aliquis punctus arcus g t, qui sit k, propinquius puncto t, & ducantur lineae a k & k b, producat ergo linea k b, donec cadat super diametrum d g in punctu o, cadet autem per 14. primi huius, ideo quia angulus b e d est rectus, & angulus k b t est acutus, & omnes illae lineae sunt in eadem superficie, quoniam ergo puncta o & a, sunt in eadem parte centri circuli, quod est e, patet quod perpendicularis ducta a puncto k, ad centrum e, non diuidit angulum o k a, & ita forma puncti b, non potest reflecti ad visum a a puncto speculi quod est k. Similiter sumpto alio puncto quod sit f, ita ut linea b f, sit aequidistans diametro d g, uel quod angulus f b r, fiat obtusus. Semper enim tunc patebit, quoniam perpendicularis e f, non diuidit angulum b f a, p. 29. primi huius, quoniam cadet extra a b, basem trigoni a b f, non ergo potest reflecti forma puncti b, ad visum a, a puncto speculi f, ergo neque ab aliquo puncto arcus oppositi arcui





PERSPECTIVAE - VITELLIONIS

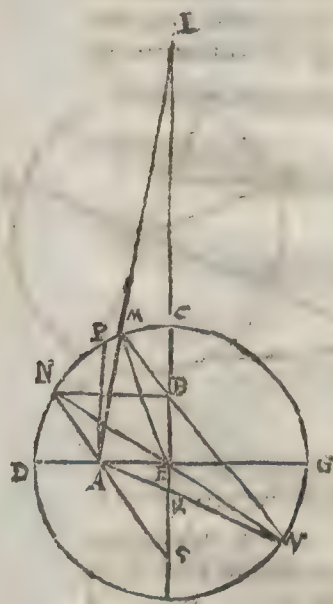
g t, qui est arcus d q, eodē quoq; modo demonstrandū si b punctus rei uisæ fuerit in superficiē speculi, aut extra speculū, dū tamē punctū a, quod est centrū uisus, sit intra speculū, & idem erit modus probandi. Similiter quoq; si punctus a, centrū uisus fuerit in superficiē speculi, & pūctus b, fuerit interius uel exterius, idē est probandi modus. Si etiā centrū uisus a, fuerit extra speculū, & pūctus b, rei uisæ fuerit intra speculū, patet idē quod propositū est. Ducantur enim à pūcto a, cētro uisus lineæ cōtingente circulū g t d, per 16. tertij, quæ sint lineæ a h & a 3, & ducantur duæ diametri una uisualis quæ sit a e g, & alia quæ sit t e q, & sit b pūctus rei uisæ in diametro t e q, palam itaq; ex præmissis, quia reflectitur forma pūcti b, ad uisum a, ab aliquo puncto arcus t d. Igitur ab aliquo pūcto arcus t 3, quæ impossibile est ut reflectatur ab aliquo pūcto arcus 3 d, quoniā ille arcus cadit sub pūcto cōtingentiæ, & etiā ppter inæqualitatē angulorū, quoniā per 15. tertij, angulus e 3 a est rectus, & angulus b 3 e per 42. primi huius, erit minor recto, cui sūt inæquales oēs anguli cōstituti super lineā 3 a. Similiter q; ab aliquo pūcto arcus q g, q est oppositus arcui e d, potest fieri reflexio formæ pūcti b ad uisum existentē in puncto, sed ab arcu t g, uel d g nulla fiet reflexio propter supradicta, similiterq; permutato puncto b, in aliam diametrum quæ sit idem diameter t q, idem accidet quod prius, patet ergo propositum.

XXI.

XXI.

Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in diuersis diametris circuli magni speculi sphaerici concaui, si à centro uisus ducatur linea æquedistans diametro in qua est punctum rei uisæ secans circulum, erunt omnia loca imaginum punctorum reflexorum ab arcu speculi interiacente terminum diametri rei uisæ, & illam æquedistantem extra speculum & loca imaginum reflexarum à reliquo arcus interiacente diametros erunt ultra uisum, oppositi uero arcus loca imaginum erunt inter centrum uisus & speculum.

Sit dispositio quæ prius, & ducatur à pũcto a, linea æquedistans semidiametro t e, quæ  
 sit a p, dico quod loca imaginũ reflexarum à punctis arcus t p, erunt extra speculum, loca  
 vero



in 10. huius, nunq̃ aut̃ est possibile locū imaginis esse in cētro uisus, nisi cū punctus re-  
flectat & cētrū uisus in eadē sunt diametro. Tūc enim facta reflexione, utuncq̃ sit possibile,  
semper patet qđ linea reflexionis & kathetus incidentiæ cōcurrunt in centro uisus, quo-  
niā solus ille punctus ambabus illis lineis est cōmunis, patet itaq̃ quod proponebatur.  
Semper enim eodē modo est demonstrandū propositum, siue punctū a, cētrū uisus sit in  
tra speculū, siue in superficie speculi, siue extra speculū, dū tamen linea a puncto a, ducta  
reque

LIBER OCTAVVS. 203

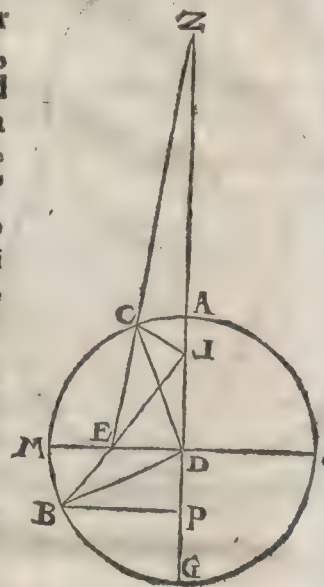
æquedistanter diametro in qua est punctum rei visæ secet circulum speculi, & non con-  
tingat ipsum, forma uero reflexa à puncto p secundum lineam p a, si punctus cuius for-  
ma reflectitur fuerit in semidiametro t e, cui æquedistat linea a p, potest uideri in ipsa spe-  
culi superficie, ut ostendimus in undecima & duodecima libri huius.

X X I I.

x x i i .

Quilibet punctus diametri circuli magni speculi sphaerici concaui potest  
 esse locus imaginum quantumcunq; producatur .

Sit a d diameter circuli speculi sphaerici concavi, qui sit a p m g, cuius circuli centrum sit d, producatuꝛq; extra circulum, & signetur in ipsa punctus z, sitq; punctus e cētrum uisus intra circulum in semidiametro m p, dico quod punctus z, sitq; punctus e cētrum test esse locus imaginis, ducantur enim linea e t z, per t pūctum circumferentiæ circuli, & ducatur linea d c, erit angulus e c d acutus, per 43. primi huius, fiat itaq; angulus d c l super terminum lineæ d c, æqualis angulo e c d, per 23. primi, secetq; linea c l diametrum d a in puncto l, palam itaq; per 20. quinti huius, quoniam forma puncti l, reflectitur ad uisum existentem in puncto e, à pūcto speculi qd' est c, & eius imaginis locus est in pūcto z, per 37. quinti huius, quoniam in illo puncto concurrat kathetus incidentiæ, qui est d l z, cū linea reflexionis quæ est c e, & assumatur punctus diametri a g intra circulum, qui debet ostendi posse esse locus imaginis, ut si ille pūctus sit l, palam quia & ipse erit locus imaginis alicuius formæ, ducatur enim linea e l, & producatuꝛ usq; ad punctum circumferentiæ quod sit b, & ducatur linea d q; eritq; angulus d b e acutus, per 42. primi huius, fiat ergo æqualis sibi, qui sit d b p, palam itaq; per 20. quinti huius, quoniam reflectitur forma puncti p ad uisum e, à puncto speculi b, & locus imaginis formæ puncti p est punctus l, per 37. quinti huius, sumpto quoq; quolibet puncto alio eadem est probatio, patet ergo propositum.

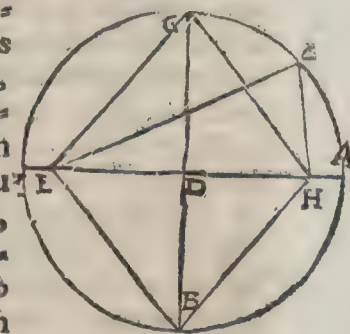


XXIII.

XXIII.

Centro uisus & puncto rei uisæ in eadem circuli magni diametro existens  
 tibus punctorum reflexorum à speculis sphæricis concauis quilibet est locus  
 imaginis centrum uisus, possibile est ut ab uno tantum semicirculi puncto si  
 atreflexio ad uisum, uel tantum à quolibet unius alterius circuli determinati  
 puncto.

Esse circulus speculi sphaerici concavi  $gzb$ , cuius centrum sit  $d$ , & intersecant se in ipso duae diametri  $za$  &  $g$  b orthogonaliter, & sit in diametro  $za$  punctus  $e$ , qui sit centrum uisus  $zh$ , qui sit punctus rei uisae, sit in eadem diametro  $za$ , quoniam ubicunque fuerint centrum uisus, & punctus rei uisae in una illius circuli diametro, semper possunt distae diametri taliter producti, ut se orthogonaliter intersecant.

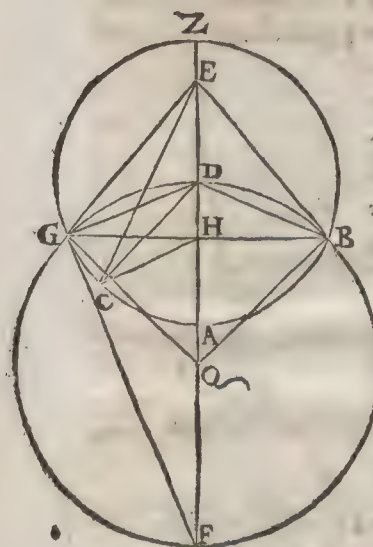


centra uisus & speculi est æqualis lineæ d h aut non. Si sit æqualis, neæ h g, h b, e g, e b, palam itaq; per 4. primi, quoniam triangulus h g d est æqualis triangulo g d e, & æqualis triangulo h d b & triangulo e d b, & ipsorum anguli respicientes æqualia latera sunt æquales, & quoniam angulus h g d est æqualis angulo d g e, palam quia angulus h g e, diuiditur per æqualia per lineam g d, potest ergo per 26. quinti huius, forma puncti h à puncto speculi g, reflecti ad uisum in punctum e, & erit per 37. quinti huius, locus imaginis punctus e, quod est centrum uisus similiterq; potest forma puncti h à puncto speculi b, reflecti ad uisum in punctum e, & erit iterum locus imaginis punctum e, per eandem quæ prius. Si itaq; diametro z a manente



PERSPECTIVAE VITELLIONIS

nente immobili, semicirculus  $zga$ , imaginetur moveri per sphaeram speculi, aut etiam solus triangulus  $hge$ , moveatur fixa manente latere  $e$   $h$ , palam quia punctus  $g$ , motu suo describit circulum, & a quolibet puncto illius circuli reflecti potest forma puncti  $h$  ad uisum  $e$ , & locus imaginis erit semper punctus  $e$ , quod est centrum uisus, quod autem ab alio puncto speculi quam ab aliquo puncto illius circuli non possit forma puncti  $h$ , reflecti ad uisum  $e$ , manifestum est. Si enim reflecteretur ab alio circulo quam ab illo quem



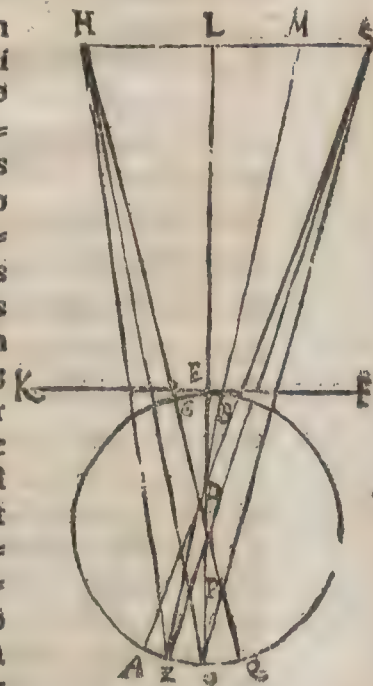
LIBER OCTAVVS. 204

speculi habente sensibilem latitudinem, cuius medium mathematicum est circulus prædictus, & sunt puncta e & h poli illius circuli. Cum autem linea e d fuerit maior quam linea d h, in tantum poterit esse maior in quantum non reflectetur forma puncti h ad uisum e a puncto speculi g, prout ostendimus per 17. huius, ubi enim fuerit proportio, excedat linea e d super lineam d h, ad lineam h d maior quam linea e h ad lineam a h, non poterit forma puncti h reflecti ad uisum e, per 16. huius, eritque proportio lineæ e a ad lineam a h maior quam lineæ e d ad lineam d h, aliàs enim non poterit reflecti forma puncti h ad uisum in punctum e, quia si datur quod possit reflecti, sit ut reflectatur à puncto g, dico itaque quod necessario sequitur, ut maior sit proportio lineæ e a ad lineam h a, quam lineæ e d ad lineam d h, erit enim ex 42. primi huius, angulus h d g acutus, erit quoque per eandem 42. primi huius, angulus d g h minor recto, ducatur itaque à puncto g, linea contingens circulum a g z b, quæ sit g f, hoc ergo necessario concurret cum lineæ e h, per 14. primi huius, cum angulus h d g sit acutus, & angulus d g f rectus, per 17. tertij, sit concursus punctus f, erit ergo per 13. huius, kathetus incidentiæ qui est h d ad lineam d e, ductam à centro speculi ad locum imaginis, sicut lineæ h f ductæ à puncto rei uisæ ad finem contingentiæ ad lineam f e, ductam à fine contingentiæ ad locum imaginis, ergo per 5. primi huius erit econuerso proportio lineæ e f ad f h, sicut lineæ e d ad lineam d h. Sed maior est proportio lineæ e a ad lineam a h, quam sit lineæ e f ad lineam f h, per 4. primi huius, quoniam æquali lineæ quæ est f a, addita utrobique minuitur proportio, igitur maior est proportio lineæ e a ad lineam a h, quam sit lineæ e d ad lineam d h. Si itaque forma puncti h reflectatur ad uisum e, necessarium est ut proportio lineæ e a ad lineam h a, sit maior quam lineæ e d ad lineam d h, hoc itaque cum fuerit erit ex hac dispositione centri uisus & puncti rei uisæ sicut prius demonstratum, palam ergo sunt omnia quæ proposita sunt, cum centrum uisus & punctus rei uisæ fuerint in eadem diametro circuli propositi speculi, patet ergo propositum.

X X i i i i

Puncto rei uisæ & centro uisus existentibus extra speculum sphaericum  
 concuum non in eadem diametro circuli qui est communis sectio superficie  
 reflexionis & speculi non possibile ut fiat ad uisum reflexio nisi ab uno tantū  
 puncto, & unicus tantum imaginis erit locus.

Est c punctus rei uisæ, & h centrum uisus, & sit d centrum speculi, & ducantur lineæ  
hd, cd, hc, superficies itaq; reflexionis, quæ per 3. huius, est superfici-  
es h d c, secatur superficiem speculi per secundam huius, super circulum  
quæ sit e b q g, palam itaq; quod forma puncti c non reflectitur ad ui-  
sum h, nisi ab aliquo puncto huius circuli, non enim sit aliqua reflexio  
extra superficiem reflexionis, producat itaq; lineæ h d, ultra cen-  
trum d, donec secet circumferentiam circuli, & sit punctus sectionis  
a, & producat lineæ c d ultra punctum d, secans circulum in puncto  
q, incidatq; lineæ h d circulo in puncto g, & lineæ c d in puncto b, pa-  
lam ergo per 20. huius, cum solum sit possibilis reflexio ab arcubus  
interiacentibus diametros, in quibus sunt centrum uisus, & punctus  
rei uisæ, quod forma puncti c ad uisum existentem in puncto h, non  
reflectitur ab aliquo puncto arcus q g uel arcus b a, reflectitur itaq;  
aut ab aliquo puncto arcus g b, aut ab aliquo puncto arcus q a, diuidatur  
itaq; angulus c d h per æqualia per 9. primi, diuidatq; ipsum lineæ d e  
l, secans circuli periferiam in puncto e, & lineam h c in puncto l, & a  
puncto e, ducatur lineæ contingens circulum per 16. tertij, quæ sit  
k e f. Si itaq; puncta c & h fuerint super aliam lineam contingen-  
tem, ubicunq; consistent, palam quod non est possibile reflecti for-  
mam puncti c ad uisum h, ab aliquo puncto h g. Si enim a puncto  
e ducatur lineæ ad aliquem interiorem punctum huius arcus, lineæ  
a puncto h, ad idem punctum ducta cadet super eundem arcum ex  
terius





Verius & non interius, cum punctum sit extra speculum, & ita non erit reflexio à parte in-  
 teriori cōcauitatis, scilicet speculi. ipso corpore speculi impediēte, ab arcu uero a q pos-  
 sibile est, ut fiat reflexio, quoniam lineas ductas à puncto c, & à puncto h, cōcauitati illi-  
 us arcus possibile est incidere, producatur itaq; linea l d, donec secet arcū a q, & pūctus  
 sectionis z. dico quod à puncto z reflectetur forma puncti c ad h centrum uisus, ducan-  
 tur enim lineæ c z, h z, secetq; linea h z kathetum incidentis, qui est c d q, in puncto p, cū  
 itaq; angulus c d h sit diuisus per æqualia, patet qd angulus c d z est æqualis angulo h d z,  
 per 13. primi, lineæ itaq; c d & h d, aut sunt æquales aut non, si sunt æquales, & linea d z  
 est cōmunis, erit per 4. primi, triangulus c z d æqualis triangulo h z d, & angulus c z h,  
 est diuisus per æqualia per lineam d z, ergo per 20. quinti huius, forma puncti c reflecte-  
 tur ad uisum in punctū h, à puncto speculi z, sed neq; est possibile à puncto alio arcus re-  
 flecti formam puncti c ad h. Sic enim si est possibile quod reflectatur à puncto o, & ducā-  
 tur lineæ c o & h o, linea quoq; o d m ducta per centrum speculi, diuidat angulum c o h  
 per æqualia, secetq; lineam h c in puncto m, palam ergo per 8. tertij, quoniā linea c z est  
 minor quā c o, & linea h o est minor q̄ linea h z, est autem per 3. sexti, cum angulus c z  
 h sit diuisus per æqualia, proportio lineæ c z ad lineam h z, sicut lineæ c l ad lineam h l,  
 proportio uero lineæ c o ad lineam h o, per eandē 3. sexti, est sicut lineæ c m ad lineam m  
 h, sed per 9. primi huius, maior est proportio lineæ h z ad lineam c z, q̄ linea h o ad lineā  
 c o, ergo per 11. quinti, maior est proportio lineæ h l ad lineam l c, q̄ linea h m maioris,  
 q̄ sit linea h l ad lineam m c minorem, q̄ sit linea l c, quod est impossibile, semper enim  
 est minor proportio quantitatis minoris ad maiorem q̄ maioris ad minorem, quod faci-  
 liter patet per 9. primi huius, non ergo fiet reflexio formæ puncti c ad uisum h, à puncto  
 speculi o. Similiter etiam demonstrandum, quod à nullo alio nisi à solo puncto z, quod  
 est propositum, quod si lineæ c d & h d sint inæquales, fiat reflectio maioris ad æqualitē  
 minoris, per 3. primi, & ordinetur demonstratio ut prius, & quoniam forma puncti cui-  
 uscunq; rei uisæ in eadem lineā existentis semper reflectitur ab eodem puncto cuiuscun-  
 que speculi ad uisum in quocunq; puncto eiusdem lineæ existentis, quoniam linearum  
 inæqualitas naturam reflexionis nō immutat, ut patet per 20. quinti huius, semper enim  
 angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, patet quod quæcunq; istarum linearū  
 fuerit maior q̄ alia quod non impediatur propter hæc reflexio, & quod tantum ab uno  
 puncto speculi fiet reflexio, & hoc per diligentiam perquirentis secundum modum præ-  
 missum poterit declarari, & quia in tali dispositione cētri uisus, & puncti rei uisæ ab uno  
 tantum puncto speculi fit reflexio ad uisum, patet quod unica est linea reflexionis quæ  
 h z, unicus est ergo locus imaginis, scilicet punctus p, in quo est linea reflexionis quæ est  
 h z secat kathetum incidentiæ quæ est c d q, patet ergo propositum.

xxv.

Si angulum à duobus diametris circuli magni speculi sphaerici concavi contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circumferentia & diametri medij ducantur perpendiculares super alias duas diametros, puncta diametrorum, in quæ cadunt perpendiculares ad se inuicem reflexuntur tantum ab illo puncto circumferentiæ, & à puncto sibi opposito, & quodlibet punctum diametri interiaccens illa puncta, & centrum speculi reflexitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistanti à centro ab eisdem duobus punctis, & loca imaginum erunt tantum duo.

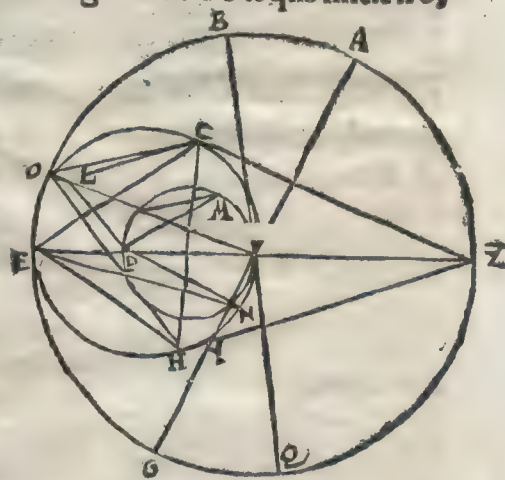
dem duobus punctis, & loca imaginum erunt tantum duo.

Sint circuli qui est communis sectio superficiæ reflexionis & speculi sphaerici concaui, cuius centrum d, duæ diametri a g & b q, & diameter e d z diuidat angulum b d g per æqualia per 9. primi, & a puncto speculi cui incidit diameter z p e, ducantur duæ perpendicularares super duas semidiametros b d & d g, per 12. primi, quæ sint e c & e h, palam ergo per 26. primi, quod trianguli e c d & e h d sunt æquales & equianguli, quoniam enim angulus b d g diuisus est per æqualia per lineam d e, & anguli e c d & e b d sunt recti, & linea e d est ambobus illis trigonis cōmunis, patet ergo quod angulus c e d est æqualis angulo

205

LIBER OCTAVVS.

angulo d e h, ergo per 20. quinti huius, forma puncti c reflectitur ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi quod est e, & eodem modo forma puncti h reflectitur ad uisum existentem in puncto c à puncto speculi e. Similiterq; fiet reflexio à puncto z ductis lineis c z & h z, cum enim ex præmissis lineæ c d & h d sint æquales, & per 13. primi anguli h d z & c d z sint æquales, erunt per 4. primi anguli c z d & d z h æquales, fiet ergo mutua reflexio punctorum c & h, ad inuicem à puncto speculi quod est z, patet autē per 20. huius, qđ nō reflectet forma pūcti c ad pūctū existentē in pūcto h, ab aliq̃ puncto huius, & qm̃ idem accidit impossibile contra 9. primi huius, qđ in proxima præmissa ducta prius linea c h: quod uero ab aliquo puncto arcus b g alio quā puncto e, non possit fieri reflexio formæ puncti c ad uisum h sic patebit, detur enim quod illa reflexio possit fieri à puncto o, & ducantur lineæ c o & h o, d o, fiatq; circulus secundū quantitatem diametri d e, palam ergo per 30. tertij, cum anguli e c d & e h d sunt recti, quoniam ille circulus transibit per quatuor puncta quæ sunt c d h e, cum itaq; punctus e, sit communis utriusq; illorum circularum, & sit super eandem diametrum e d, cōtingat circulus maior minorem tantum in puncto e, p. 12. tertij, & nō in alio, circulus itaq; minor qui est e c d h secabit lineam d o productam in minori circulo, quoniam si non secaret, tunc contingeret in puncto o circumulum maiorem, & sic ipsum contingeret in duobus punctis quod est impossibile. Sit ut secet ipsum in puncto l, & ducantur lineæ f l & h l, quia uero ut patet ex præmissis, linea c d est æqualis lineæ d h, erit arcus d h circuli minoris æqualis arcui d c, per 27. tertij, ergo per 26. tertij, angulus c l d est æqualis angulo d l h, ergo per 13. primi, angulus c l o est æqualis angulo h l o, sed angulus l o c est æqualis angulo l o h, p. 20. quinti huius, & ex hypothesi, & latus o l est cōmune ambobus trigonis c o l & h o l, ergo per 26. primi, illi trigoni sunt æquales & æquianguli, erit ergo linea c o æqlis lineæ h o, quod est impossibile, quoniam per 7. tertij, linea h o est maior quā linea h e, & linea c o est minor quā linea c e, per eandem 7. tertij, linea uero c e ut præmissum est, æqualis est lineæ h e, est ergo linea h o maior quā linea c o, non ergo reflectetur forma puncti c ad uisum existentem in puncto h à puncto speculi o, sed neq; ab aliquo alio pūcto arcus e b. Similiterq; est deducendū, si punctus o, à quo supponit fieri reflexionem cadat in aliquod punctum arcus e g inter puncta e & g. Restat ergo ut forma puncti c non reflectatur ad uisum h, ab aliquo puncto arcus b g, nisi à solo puncto e, nec ab aliquo puncto arcus a q nisi à solo puncto z. Item à puncto e ducatur qualislibet linea e i, & ducatur arcus b i, & ducatur arcus c i, & ducatur arcus d i, & ducatur arcus e i, & ducatur arcus f i, & ducatur arcus g i, & ducatur arcus h i, & ducatur arcus i k, & ducatur arcus l k, & ducatur arcus m k, & ducatur arcus n k, & ducatur arcus o k, & ducatur arcus p k, & ducatur arcus q k, & ducatur arcus r k, & ducatur arcus s k, & ducatur arcus t k, & ducatur arcus u k, & ducatur arcus v k, & ducatur arcus w k, & ducatur arcus x k, & ducatur arcus y k, & ducatur arcus z k, & ducatur arcus a k, & ducatur arcus b k, & ducatur arcus c k, & ducatur arcus d k, & ducatur arcus e k, & ducatur arcus f k, & ducatur arcus g k, & ducatur arcus h k, & ducatur arcus i k, & ducatur arcus j k, & ducatur arcus k k, & ducatur arcus l k, & ducatur arcus m k, & ducatur arcus n k, & ducatur arcus o k, & ducatur arcus p k, & ducatur arcus q k, & ducatur arcus r k, & ducatur arcus s k, & ducatur arcus t k, & ducatur arcus u k, & ducatur arcus v k, & ducatur arcus w k, & ducatur arcus x k, & ducatur arcus y k, & ducatur arcus z k, & ducatur arcus a k, & ducatur arcus b k, & ducatur arcus c k, & ducatur arcus d k, & ducatur arcus e k, & ducatur arcus f k, & ducatur arcus g k, & ducatur arcus h k, & ducatur arcus i k, & ducatur arcus j k, & ducatur arcus k k, & ducatur arcus l k, & ducatur arcus m k, & ducatur arcus n k, & ducatur arcus o k, & ducatur arcus p k, & ducatur arcus q k, & ducatur arcus r k, & ducatur arcus s k, & ducatur arcus t k, & ducatur arcus u k, & ducatur arcus v k, & ducatur arcus w k, & ducatur arcus x k, & ducatur arcus y k, & ducatur arcus z k, & ducatur arcus a k, & ducatur arcus b k, & ducatur arcus c k, & ducatur arcus d k, & ducatur arcus e k, & ducatur arcus f k, & ducatur arcus g k, & ducatur arcus h k, & ducatur arcus i k, & ducatur arcus j k, & ducatur arcus k k, & ducatur arcus l k, & ducatur arcus m k, & ducatur arcus n k, & ducatur arcus o k, & ducatur arcus p k, & ducatur arcus q k, & ducatur arcus r k, & ducatur arcus s k, & ducatur arcus t k, & ducatur arcus u k, & ducatur arcus v k, & ducatur arcus w k, & ducatur arcus x k, & ducatur arcus y k, & ducatur arcus z k, & ducatur arcus a k, & ducatur arcus b k, & ducatur arcus c k, & ducatur arcus d k, & ducatur arcus e k, & ducatur arcus f k, & ducatur arcus g k, & ducatur arcus h k, & ducatur arcus i k, & ducatur arcus j k, & ducatur arcus k k, & ducatur arcus l k, & ducatur arcus m k, & ducatur arcus n k, & ducatur arcus o k, & ducatur arcus p k, & ducatur arcus q k, & ducatur arcus r k, & ducatur arcus s k, & ducatur arcus t k, & ducatur arcus u k, & ducatur arcus v k, & ducatur arcus w k, & ducatur arcus x k, & ducatur arcus y k, & ducatur arcus z k, & ducatur arcus a k, & ducatur arcus b k, & ducatur arcus c k, & ducatur arcus d k, & ducatur arcus e k, & ducatur arcus f k, & ducatur arcus g k, & ducatur arcus h k, & ducatur arcus i k, & ducatur arcus j k, & ducatur arcus k k, & ducatur arcus l k, & ducatur arcus m k, & ducatur arcus n k, & ducatur arcus o k, & ducatur arcus p k, & ducatur arcus q k, & ducatur arcus r k, & ducatur arcus s k, & ducatur arcus t k, & ducatur arcus u k, & ducatur arcus v k, & ducatur arcus w k, & ducatur arcus x k, & ducatur arcus y k, & ducatur arcus z k, & ducatur arcus a k, & ducatur arcus b k, & ducatur arcus c k, & ducatur arcus d k, & ducatur arcus e k, & ducatur arcus f k, & ducatur arcus g k, & ducatur arcus h k, & ducatur arcus i k, & ducatur arcus j k, & ducatur arcus k k, & ducatur arcus l k, & ducatur arcus m k, & ducatur arcus n k, & ducatur arcus o k, & ducatur arcus p k, & ducatur arcus q k, & ducatur arcus r k, & ducatur arcus s k, & ducatur arcus t k, & ducatur arcus u k, & ducatur arcus v k, & ducatur arcus w k, & ducatur arcus x k, & ducatur arcus y k, & ducatur arcus z k, & ducatur arcus a k, & ducatur arcus b k, & ducatur arcus c k, & ducatur arcus d k, & ducatur arcus e k, & ducatur arcus f k, & ducatur arcus g k, & ducatur arcus h k, & ducatur arcus i k, & ducatur arcus j k, & ducatur arcus k k, & ducatur arcus l k, & ducatur arcus m k, & ducatur arcus n k, & ducatur arcus o k, & ducatur arcus p k, & ducatur arcus q k, & ducatur arcus r k, & ducatur arcus s k, & ducatur arcus t k, & ducatur arcus u k, & ducatur arcus v k, & ducatur arcus w k, & ducatur arcus x k, & ducatur arcus y k, & ducatur arcus z k, & ducatur arcus a k, & ducatur arcus b k, & ducatur arcus c k, & ducatur arcus d k, & ducatur arcus e k, & ducatur arcus f k, & ducatur arcus g k, & ducatur arcus h k, & ducatur arcus i k, & ducatur arcus j k, & ducatur arcus k k, & ducatur arcus l k, & ducatur arcus m k, & ducatur arcus n k, & ducatur arcus o k, & ducatur arcus p k, & ducatur arcus q k, & ducatur arcus r k, & ducatur arcus s k, & ducatur arcus t k, & ducatur arcus u k, & ducatur arcus v k, & ducatur arcus w k, & ducatur arcus x k, & ducatur arcus y k, & ducatur arcus z k, & ducatur arcus a k, & ducatur arcus b k, & ducatur arcus c k, & ducatur arcus d k, & ducatur arcus e k, & ducatur arcus f k, & ducatur arcus g k, & ducatur arcus h k, & ducatur arcus i k, & ducatur arcus j k, & ducatur arcus k k, & ducatur arcus l k, & ducatur arcus m k, & ducatur arcus n k, & ducatur arcus o k, & ducatur arcus p k, & ducatur arcus q k, & ducatur arcus r k, & ducatur arcus s k, & ducatur arcus t k, & ducatur arcus u k, & ducatur arcus v k, & ducatur arcus w k, & ducatur arcus x k, & ducatur arcus y k, & ducatur arcus z k, & ducatur arcus a k, & ducatur arcus b k, & ducatur arcus c k, & ducatur arcus d k, & ducatur arcus e k, & ducatur arcus f k, & ducatur arcus g k, & ducatur arcus h k, & ducatur arcus i k, & ducatur arcus j k, & ducatur arcus k k, & ducatur arcus l k, & ducatur arcus m k, & ducatur arcus n k, & ducatur arcus o k, & ducatur arcus p k, & ducatur arcus q k, & ducatur arcus r k, & ducatur arcus s k, &amp



angulus  $m d p$  æ qualis angulo  $p d n$ , & latus  $p d$  commune, erit per 4. primi, angulus  $m d p$  æ qualis angulo  $d p m$ , per 26. tertij, eruntq; trianguli  $d m p$  &  $d n p$  æquianguli per 32. primi, & quia linea  $n d$  est æqualis lineæ  $d m$ , erit per 4. sexti, linea  $m p$  æqualis lineæ  $n p$ , & quia angulus  $m p d$  est æqualis angulo  $n p d$ , erit ergo per 13. primi, angulus  $m p e$  æqualis angulo  $n p e$ , ergo per 4. primi, linea  $e p$  existente communi triangulo  $n p e$ , & trian-



PERSPECTIVAE VITELLIONIS

gulus m e p, erit angulus n e p æqualis angulo m e p, palam ergo quod forma punctim, reflectitur ad uisum existentem in puncto n, à puncto speculi quod est e, & eorum b a, inuicem fiet mutua reflexio, similiter à puncto z, & nō ab aliquo alio puncto arcus b a, uel arcus g q per 20. huius, neq; ab alio pūcto arcus b g quā à pūcto e, nec ab alio puncto arcus q a quā à puncto z. In his enim est eadem deductio quæ prius. Palam itaq; secundum modum prædictum, quia sumpto puncto lineæ m d, & ductis lineis ad punctum illud à punctis c d h, & sumpto pūcto ultimo in quo circulus minor secabit diametrum, & à puncto sectionis ductis lineis ad puncta c & h, semper formæ illius puncti erit reflexio ad punctum sibi simile lineæ d n, tantundem distans à centro speculi quod est d, fietq; illa reflexio à puncto speculi e, & à puncto illi opposito diametraliter quod est punctum z, eruntq; loca imaginum tantum duo, in quibus duæ lineæ reflexionis quæ sunt e h & z h, cōcurrant cum katheto incidentiæ qui c d, patet ergo propositum. Hoc tamen est magis evidens si diametri b q & a g, secent se ad angulos non rectos, quoniam tūc loca imaginum cadunt aut retro uisum, aut inter uisum & speculum. Si uero illæ diametri secuerint se ad angulos rectos, tunc ad huc loca imaginum erunt tantum duo, quoniam tūc ut patet per 28. primi, lineæ reflexionis quæ e h, est æquedistans katheto incidentiæ quæ est c d, & uidebitur una imago formæ puncti c, in puncto reflexionis quod est e, per 11. huius, reliqua uero uidebitur in puncto x, quod sit communis sectio lineæ reflexionis quæ est z k, & kathetus incidentiæ qui est c d, & sic loca imaginis diuersantur secundum quantitates angulorum à diametris contentorum, patet ergo propositum.

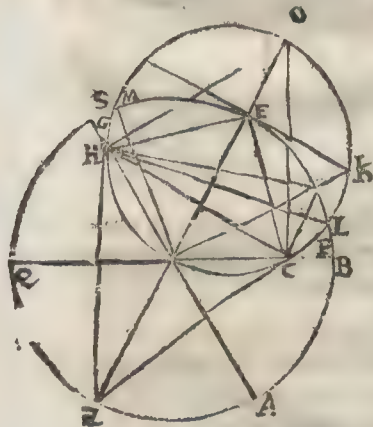
XXVI.

quantitates angulorum à diametris contentorum, patet ergo propositum.

X X V I.

Si angulum à duabus diametris magni circuli speculi sphaerici concavi contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto sectionis circumferentiæ & diametri medi ducantur perpendiculares super alias duas diametros, quodlibet punctum unius diametrorum sectarum interiacens perpendiculares & circumferentiam, reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condistans à centro, à quatuor tantum circumferentiæ punctis, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

Sint ut in proxima, circuli qui est communis sectio speculi sphaerici concavi, & superficie reflexionis duæ diametri b q & a g secantes se super punctum d, centrum speculi. Si diameter a g dividat angulum b d g in æqualiter, & constans a centro, & punctum q sit in circumferentia, & punctum g sit in centro, & sit



206

LIBER OCTAVVS.

do diameter eius, & ducatur per 16. tertij, linea contingens circulum b a z g in puncto e, quæ sint k e, & quoniã circulus c d h o secat circulum b a z g, necesse est ipsum secari in duobus punctis per decimam tertij, sint illa duo puncta l & m, & ducatur lineæ c l, h l, d l, c m, h m, d m, cū itaq; linea recta quæ est c d, sit æqualis lineæ h d, ut patet ex præmissis, erit arcus c d æqualis arcui d h, per 27. tertij, erit ergo per 26. tertij, angulus c l d æqualis angulo d l h, & ita forma puncti c reflectitur ad uisum h à puncto l, & similiter angulus c d m est æqualis angulo d m h, per 26. tertij, ergo forma puncti c, reflectitur ad uisum h à puncto m, palam igitur quod forma puncti c reflectitur ad uisum h, & à punctis e z, l m, & quoniam lineæ reflexiōis sunt quatuor, scilicet h e, h l, h m, h z, patet quod in communi sectione unius cuiuscunq; ipsarum & katheti incidentiæ, qui est c d, sit locus imaginis, & si aliqua illarum linearū fuerit æquedistans katheto c d, erit locus imaginis in puncto reflexionis per 11. & 13. huius, loca ergo imaginum sunt quatuor uiciorum locorum reflexionis, non potest autem forma puncti c reflecti ad uisum h, ab alio puncto præter hoc, detur enim si possibile est ut fiat reflexio formæ puncti ad uisum h, à puncto alio speculi præter hæc quatuor, quod sit punctum f, & ducantur lineæ c f, h f, d f, & producat d f quousq; concurrat cum linea contingente circulum b a z q in puncto e, & sit exempli causa, punctus concursus k, qui sit communis sectio lineæ e k, & periferiæ circuli d c, h e, concurrent autem lineæ d f & e k, per 14. primi huius, & ducantur lineæ c k & h k, erit itaq; ex hypothesi, & per 20. quinti huius, angulus c f d æqualis angulo d f h, ergo per 13. primi, erit angulus c f h æqualis angulo h f k, sed angulus c h k est æqualis angulo f k h, per 26. tertij, arcus enim in quos ad periferiam cadunt illi anguli, scilicet arcus circuli c d h o, qui sunt d h & d c, sunt æquales, & lineæ f k est communis, erunt ergo per 26. primi, trianguli c k f & h k f æquales, ergo per 4. sexti, lineæ c k æqualis lineæ h k, quod est impossibile, quoniam ut patet per 8. tertij, lineæ h k est maior quàm lineæ h o, & lineæ c k minor est quàm lineæ c o, lineæ uero c o est æqualis lineæ h o, per præmissa, & eodem modo deducendū si in arcu m g sit datus punctus f, qm̄ idem sequitur possibile dato puncto f, in arcu g b, ubicunq; extra tria puncta m e l, quia si punctus k, qui est punctus lineæ contingentis cadat extra periferiam circuli m d c o, copulatis lineis à punctis sectionis lineæ e k, ad periferiam circuli minoris præmissio modo erit deducendum, palam ergo quod non reflectatur forma puncti c ad uisum h, ab aliquo alio puncto quàm ab his quatuor punctis. Si enim circulus fiat habens centrum in lineæ d z ad modum circuli c d, h o, habentis centrum in lineæ c o, palam per modū 24. huius, ductæ lineæ c h, quoniam lineæ à punctis c & h ad punctum z, terminum diametri, d z ductæ, si ad partem aliam ultra puncta c & h fuerint ductæ, arcus interiacentes earū alteram & diametrum e d z æquales, qui sunt p e & s e, resecant ergo æquales angulos cum diametro in puncto z constitutum, & est possibile reflexio quæ sit à puncto z, ad alia uero puncta arcuum uiciorum ductæ à punctis c & h, lineæ semper arcus inæquales resecant, & ab hoc in æquales angulos constituunt super circumferentiam circuli maioris, & per modum quo uisum sumus in 24. huius, sequitur impossibile contra nonam primi huius, ut manifestatum est per ea quæ præmissa sunt, patet ergo propositum, quoniã tantum à quatuor punctis sit reflexio tali existente dispositione, et tantum sunt quatuor loca imaginum, quod est propositum.

XXVII.

XXVII.

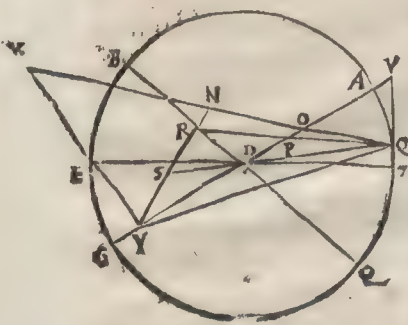
Puncto rei uisæ & centro uisus in eadem superficie circuli magni speculi sphaerici concaui, diuersis tamen diametris, & sub inæquali distantia à centro speculi existentibus in arcu illius circuli interiacente reliquas semidiametros in quibus illa puncta non consistunt, punctum reflexionis inuenire, ex quo patet, quod ab uno tantum puncto illius arcus fit reflexio in hoc situ.

Sic ut prius circulus, qui est communis sectio superficiæ reflexionis, & superficiæ speculi sphaerici concavi a b g q, cuius centrū d, & ducantur duæ diametri a d g & b d q, ff 2



PERSPECTIVAE VITELLIONIS

& diametere d z diuidat angulum a, ab alijs duabus diametris contentū per æqualia,  
ſicq; c punctus rei uitæ poſitus in ſemidiametro b d propinquier centro ſpeculi d, quā  
ſit punctus h, qui ſit centrum uiſus poſitus in ſemidiametro g d, dico quod in hac diſpo-  
ſitione punctorum c & h poſſibile eſt in arcu a q punctum reflexionis inueniri, & quod  
in iſto arcu unicus huius reflexionis eſt pñctus. Sumatur enim extra circulum linea l y,  
& diuidatur per 19. primi huius, in puncto m, taliter ut ſit proportio linearū y m ad lineam  
m l, ſicut linearū h d ad lineam d c, & diuidatur item linea y l per æqualia in puncto  
n, per decimā primi, & à puncto n perpendicularis n k ſuper lineam y m, per undecimā  
primi, & ſuper punctum l, terminum linearū y l, per 23. primi, angulus æqualis medietati  
anguli a d c per lineā f l, erit itaq; angulus f l y, acutus ſive angulus a d c fuerit acutus  
ſive rektus, uel etiam obtuſus, ſed angulus f n l eſt rektus, ergo per 14. primi huius, linea  
f l concurret cum linea n k, concurrunt ergo in puncto f, & per 134. primi huius, à pun-  
cto f linea n k ad hanc f l concurrens cum latere n k in



107

a puncto i, linea aquedistans lineis h x, per 3. primi, quæ sit i u, producaturs quotq; linea  
d a, donec cõcurrat cũ linea i u, concurreret autẽ per 2. primi huius, quæ cõcurrit cũ eius  
aquedistante quæ est h x, fietq; concursus punctus u, eritq; triangulus o u i, per 15. &  
29. primi, æquiangulus triângulo, h o x, ergo per 4. sexti, est pportio lineæ h o ad lineam  
ou, sicut lineæ x o ad lineam o i, est autẽ ut patuit ex pmissis proportio lineæ x o ad li-  
neam o i, sicut lineæ y m ad lineã m l, ergo per 11. quinti, erit pportio lineæ h o ad lineã  
ou, sicut lineæ z m ad lineam l m, est ergo per eandẽ 11. quinti, proportio lineæ h o ad li-  
neam o u, sicut lineæ h d ad lineam d c, sed quoniã triangulus h r i, æqualis est triangu-  
lo h r x, per 1. sexti, quoniã ex hypothesi lineæ x r est æqualis lineæ r i, & lineæ h r, est pe-  
pendicularis super lineã x i, palam quia angulus h x r, est æqualis angulo r i h, ergo an-  
gulus r i h est æqualis angulo u i o, quia per 29. primi, anguli h x i & u i o sunt æquales,  
cum sint coalterni inter lineas x h & u i aquedistantes, ergo per 3. sexti, erit proportio  
lineæ h o ad lineam ou, sicut lineæ h i ad lineam i u, est ergo pportio lineæ h i ad lineam  
i u, per 11. quinti, sicut lineæ h d ad lineam d c, uerũ angulus u i d, ut patet per præmissa  
maior est angulo d i h, secetur ergo ab angulo u i d, angulus æqualis d i h, per 27. primi  
huius, & sit angulus p i d, sitq; punctus p, in diametro d a, & ducatur linea p t, palam  
itaq; per 13. primi huius, qđ proportio lineæ h i ad lineam i u, constat ex proportionem  
lineæ h i ad lineam p i, & ex proportionem lineæ p i ad lineam i u, sed per 3. sexti, propor-  
tio est lineæ h i ad lineam i x, sicut lineæ h d ad lineam d p, quoniã angulus p i h diuisus  
est per æqualia per lineam d i, igitur proportio lineæ h i ad lineam i u, quæ est propor-  
tio lineæ h d ad d c, constat ex proportionem lineæ h d ad d p, & lineæ p i ad i u, & pro-  
portio lineæ h d ad d t, constat ex proportionem lineæ h d ad lineã d p, & ex proportionem  
lineæ d p ad lineam d t, est igitur per 13. primi huius, proportio lineæ d p, ad lineam d  
t, sicut lineæ p i ad lineam u i, uerũ ut supra patuit, angulus r i u, est medietas anguli u i  
h, qm̃ angulus u i r est æqualis angulo h x i, per 29. primi, & angulus h x i est æqualis r i  
h, per 4. primi, est ergo angulus r i h, medietas anguli u i h, & angulus d i h, est medie-  
tas anguli p i h. Restat ergo ut angulus d i o, sit medietas anguli p i u, sed angulus d i o,  
cũ sit æqualis angulo f l y, est medietas anguli p d t, igitur angulus p i u, est æqualis an-  
gulo p d t, est autẽ ut patet per pmissa proportio lineæ d p ad lineam d t, sicut lineæ p i,  
ad lineam i u, igitur per 6. sexti, triânguli p i u & d p t sunt æquianguli, igitur per 4. sexti  
illi trigoni sunt similes, & angulus u p i, æqualis est angulo d p t, ergo per 14. primi, li-  
nea t p i, est linea una recta cum angulo o p t uterq; tñ illos angulos æqualis, qui sunt  
u p i & t p d, ualet duos angulos rectos p 13. primi, qm̃ ergo linea t p i, est linea una res-  
ta, erit ipsa linea incidentiæ formæ puncti t, & anguli t i d & d i h sunt æquales, ut pa-  
tet ex pmissis, palam ergo per 20. quinti huius, quod forma puncti t, reflectitur ad ui-  
sum existentẽ in puncto h, à puncto speculi, quod est i, semp̃ eadem est probatio, siue  
punctus rei uisæ qui est t, sit extra circulũ speculi siue intra, similiter siue punctũ h, quod  
est centrum uisus sit extra circulum speculi siue intra, dum tñ distent inæqualiter à cen-  
tro speculi, patet ergo, ppositum, sit em̃ reflexio ab uno tantũ puncto arcus a q, interia-  
centre illos diametros, in quibus puncta h & t, non consistunt, & qm̃ à puncto m, impossi-  
bile est duci aliã lineã sup lineã f l, diuidentẽ ipsam secundum proportionem qua diuisit  
ipsam lineam m c k, ut per 120. primi huius manifestum est, quia non est possibile in p-  
posito arcu inueniri aliud pũctum præmissæ reflexionis, patet ergo quod pponebatur.

Si angulum à duabus diametris circuli magni speculi sphaerici concaui contentum diuidat alia diameter per æqualia ab omni puncto arcus interioris semidiametros primas, in quibus puncta reflexa non consistunt præter punctum cui incidit diameter angulum diuidens infinita punctorum paria inæqualiter à centro circuli distantium reflectuntur,



A geometric diagram of a circle with points labeled A, B, C, D, E, F, G, H, I, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z. The diagram shows various internal lines and arcs, including a vertical line segment E'F, a horizontal line segment CD, and several other lines connecting points on the circumference and interior of the circle.

XXIX.

eundem uisum, ab alio puncto eiusdem arcus est impossibile reflecti.  
Remaneat omnimoda dispositio theorematum precedentis, & sit ut punctus rei uisus, g est t, in semidiámetro circuli d b, à puncto arcus a q, quod sit h, reflectat ad uisum existentem in puncto l, semidiámetro d g, plus distantem à centro speculi quod est d, & punctus rei uisus qd' est t, sintq; puncta t & l, ambo intra speculū, dico quod forma puncti t, ad uisum l, possibile est reflecti ab alio puncto arcus a q, & à puncto h. Si enim sit ipsum possibile ab alio puncto reflecti ad uisum l, sit illud punctū k, & ducantur lineæ t k, l k, d k, l t, t h, l h, & lineæ n d h, & producatuſ linea k d, quousq; cadat in lineam l t, in punctum p, cadat autē p 29. primi huius, ut in pmissa ostendimus, quia itaq; ut patet ex hypothesi, forma puncti t, reflectitur ad uisum existentē in puncto l, à puncto speculi h, palam per 20. quinti huius, qm̄ angulus t h l, diuiditur per æqualia per lineam n d h, ergo

X X X

XXXI.

XXXI.

Centro uisus extra circulum qui est communis sectio superficie reflexio-  
nis



nis & speculi sphaerici concaui existente, si à visu ducantur duæ lineæ circuli contingentes, & diameter circuli à quolibet puncto arcus interiacentis terminum ultimum diametri & punctum contingentiae præter quod ab illis punctis potest fieri reflexio ad visum punctorum inæqualiter distantium à centro circuli cum centro visus.

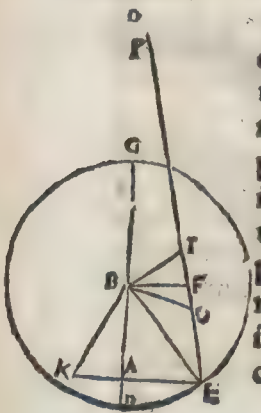
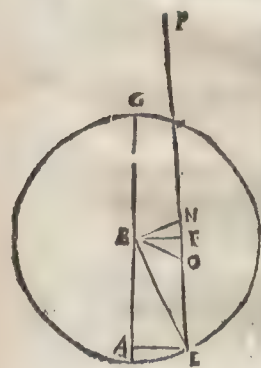
Huius demonstratio evidens est per præmissa, sit enim centrum visus h, extra circulum d l g, cuius centrum est b, ducatur diameter h d b g, patetque per 6. huius, quod à puncto g, non sit aliqua reflexio ad visum, ducanturque à puncto h, quod est centrum visus duæ lineæ contingentes circulum d l g, per 16. tertij, quæ sint, h t & h q, palamque est per ea quæ dicta sunt in 24. huius, quoniam ab arcu q d t, nulla sit reflexio ad visum existentem in puncto h, sed nec ab aliquo puncto contingentiæ quæ sunt q & t, potest fieri reflexio ad visum existentem in puncto b, quoniam angulus contingentiae est indivisibilis, & lineæ q h & t h, sint circuli contingentes, & ut patet per 42. primi huius, omnis angulus contentus sub termino cordæ & diametro est acutus, angulus vero b q h est rectus, non ergo fiet ab illis punctis reflexio alicuius formæ ad visum in punctum h.



à reliquis vero punctis arcus q g t, excepto puncto g, potest fieri reflexio, demonstratio ne 6. & 24. huius reperita, patet ergo propositum, servata hypothese præmissa.

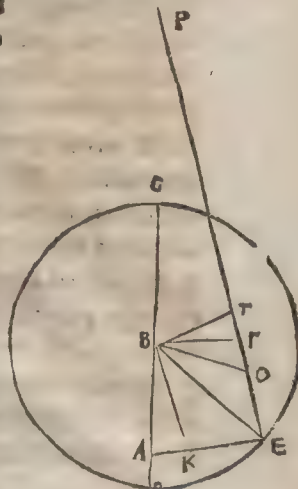
XXXI.

Centro visus intra circulum qui est communis sectio superficie reflexionis & speculi sphaerici concaui existente, factaque reflexione ab aliquo puncto circumferentiæ formæ alicuius punctorum inæqualiter distantium à centro speculi cum centro visus diameter circuli in qua est punctus reflexus, cum diametro in qua est centrum visus facit angulum extrinsecum angulo reflexionis quandoque maiorem, quandoque minorem angulo constanti ex angulis incidentiæ & reflexionis.



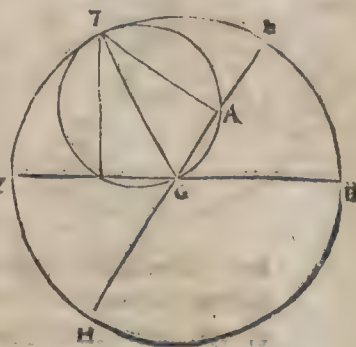
Stante priori dispositione 30. huius, ducatur à centro speculi quod est b linea b f, perpendicularis super lineam e a, aut ergo linea b a est perpendicularis super lineam e a, aut non, sit primo perpendicularis, & erunt duo anguli f b a & f e a, æquales duobus rectis per 3. primi, ideo quod in quadrilatero f b a e, alij duo anguli sunt recti ex hypothese, ducatur itaque linea super lineam e f, & erunt duo anguli o b a & o e a, minores duobus rectis, ideo quod angulus b o e est obtusus, & angulus b a e rectus, erit ergo angulus o b g, qui per 13. primi, cum angulo o b a, valet duos rectos, maior angulo o e a, qui est angulus constans ex angulo reflexionis & incidentiæ, cum triangelus e b f, sit æqualis triangulo e b a, quia cum angulus b f e sit æqualis angulo b a e, quoniam uterque rectus, & angulus b e f, est æqualis angulo b e a, per 20. quinti huius, erit per 26. primi, angulus e a b, æqualis angulo e b f, est enim b e latus utriusque illorum trigonorum commune, eritque per 4. sexti, latus f b, æquale lateri b a, quoniam ipsa respiciunt angulos æquales, sed latus o b, per 18. primi, maius latere b f, ergo & ipsum est maius latere b a, ducta vero linea b n, super aliquod punctum lineæ f p, erunt per præmissa duo anguli n b a & n e a, maiores duobus rectis, sed per 13. primi, duo anguli n b a & n b g, valent duos rectos, ergo angulus n b g, minor est angulo n e a, & linea n b erit per 18. primi, maior quam linea b f, erit ipsa maior quam linea b a. Itaque forma puncti n, reflectitur ad visum existentem in puncto a, à puncto speculi quod est b, & inæqualiter distat à centro speculi quod est b, cum centro visus quod est a, & diameter b n, in qua est punctus rei visæ quod est n, cum diametro a b g, in qua

qua est centrum visus quod est a, facit angulum n b g, minorem angulo n e a, qui est angulus constans ex angulis incidentiæ & reflexionis, diameter vero o b, cum diametro a b g, continet angulum o b g, maiorem angulo o e a, patet ergo propositum. Si vero linea b g, non fuit perpendicularis super lineam e a, tunc per 12. primi, à puncto b super productam lineam e a, ducatur perpendicularis quæ sit b k, quæ quidem siue cadat ultra lineam a b, siue citra versus punctum e, semper eadē probatio. Sit enim linea b f, perpendicularis super lineam e p, & sit linea f t, æqualis lineæ a k, & ducatur linea t b, palam itaque quoniam in trigono f e b, angulus e k b, est rectus æqualis angulo f e b trigoni f e b, & angulus k e b, per 20. quinti huius, est æqualis angulo f e b, linea vero e b, est latus commune, ergo per 26. primi, illa trigona f b e & k b e, sunt æqualia, & erit linea b f, æqualis lineæ k b, sed linea a k, æqualis est lineæ f t, ex hypothese, ergo per 4. primi, in trigonis b t f & b k a, erit linea b t, æqualis lineæ b a, & angulus a b k, æqualis angulo f b t, addito ergo utrobique comuni angulo f b a, erit angulus k b f, æqualis angulo a b t, sed duo anguli k b f, & f e a, valent duos rectos per 32. primi, quia in quadrilatero k b f e, alij duo anguli qui sunt b f e & b k e sunt recti, ergo duo anguli t b a & t e a, valent duos rectos, sed per 13. primi, angulus t b g, cum angulo t b a, valet duos rectos, ergo angulus t b g, æqualis est angulo t e a, qui est angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis, si igitur à centro speculi quod est b, ad lineam t e, ducatur linea ultra punctum t, faciet angulum cum diametro b g, ex parte puncti g, minorem angulo t e a, quoniam faciet minorem angulum t b g, qui est æqualis angulo t e a, & erit illa linea maior quam linea a b, quia erit per 18. primi, maior quam linea b t, quæ est æqualis lineæ a b, quælibet vero linea ducta ab aliquo puncto lineæ t e, ad centrum speculi quod est b, faciet angulum cum diametro b g, maiorem angulo t b g, ergo & maiorem angulo t e b, et erit quælibet illarum linearum minor quam linea b t, ergo erit minor quam linea b a, patet ergo propositum.



Centro visus & puncto rei visæ in diversis diametris circuli, qui est communis sectio superficie reflexionis & speculi sphaerici concaui existentibus, & inæqualiter distantibus à centro speculi, si ab aliquo puncto circumferentiæ circuli fiat reflexio, impossibile est diametrum in qua est punctus rei visæ cum diametro in qua est centrum visus angulum extrinsecum angulo reflexionis æqualem constituere angulo constanti ex angulis incidentiæ & reflexionis.

Sit b centrum visus, & centrum speculi sphaerici concaui sit g, & ducatur diameter per puncta b & g, quæ sit z d, sitque a punctus rei visæ, & esto ut aliqua superficies plana secet sphaeram speculi super circulum z e d, per 69. primi huius, dico si forma puncti a, existens ab aliquo puncto circuli z e d, & si inæqualis est distantia puncto rum a & b, à centro speculi quod est g, quod diameter a g, cum diametro b g, ex parte puncti d, faciet angulum a g d, quem impossibile est esse æqualem angulo constanti ex angulis incidentiæ & reflexionis, si vero hoc sit possibile ponatur inesse, & sit punctus reflexionis t, sitque linea d g, inæqualis lineæ b g, & ducantur lineæ t a, t b, t g, b a, & fiat circulus transiens per tria puncta a g b, trigoni a b g, per 5. quarti, transibit ergo ille circulus necessario per punctum t, si enim transeat extra punctum t, tunc ductis lineis à punctis a & b, ad aliquod punctum unum illius circuli extra punctum t, & ducta linea b a, erit angulus contentus per lineas ductas ad illud punctum circumferentiæ minoris circuli per 17. primi, minor angulo a t b, sed



g g sed



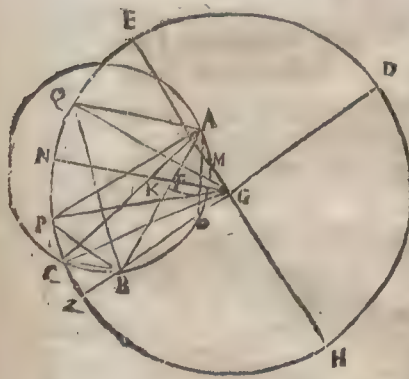
sed accidit ipsum esse æqualem angulo a t b, palā enim per 21. tertij, quoniam ille angulus cum angulo a g b, ualet duos rectos, quoniam oēs duo anguli quadrilateri inscripti circulo ex aduerso collocati, ualet duos rectos, sed angulus a b g, cū angulo a g d, per 13. primi, ualet duos rectos, angulus uero a g d, æqualis est angulo a t b ex hypothesi, ergo angulus a g b, cum angulo a t b, ualet duos rectos, erit ergo ille angulus constitutus super arcum minoris circuli æqualis angulo a t b, quod est contra 21. primi, similiter quoque accidit idem impossibile, si circulus ille transiens puncta illa tria quæ sunt a g b, non ceciderit in punctum t, sed citra illud, & erit eadem deductio, quæ prius, restat ergo, ut circulus transiens per puncta a g b, transiet etiam per punctum t, cum itaq; angulus a t g, sit per 20. quinti huius, æqualis angulo b t g, erit arcus a g, æqualis arcu g a, per 25. tertij, ergo per 28. tertij, erit linea b g, æqualis lineæ g a, proposita autem est esse inæqualis, hoc ergo est impossibile, patet itaq; propositum, quoniam angulus a t b, constans ex angulis incidentiæ & reflexionis, formæ puncti a, ad centrum uisus existens in puncto b, semper est inæqualis angulo contento à diametris, in quibus sit punctus rei uisæ, & centrum uisus extrinseco illi angulo incidentiæ & reflexionis, quod est propositum.

XXXIII.

Centro uisus & puncto rei uisæ in diuersis diametris circuli qui est communis sectio superficiæ reflexionis & speculi sphaerici concaui existentibus & inæqualiter distantibus à centro speculi, si à duobus punctis arcus interiacentis diametrum in qua est centrum uisus, & aliam in qua est punctus rei uisæ si et reflexio, non erit uterque angulus constans ex angulo incidentiæ & reflexionis minor angulo extrinseco angulo cadenti in eundem arcum à ductis diametris contento.

trīs contento.

Sit, ut in præmissa proxima centrum uisus  $b$ , & punctus rei uisæ  $a$ , centrum speculi sphaerici cōcaui sit  $g$ , & ducatur diameter per centra  $b$  &  $g$ , quæ sit  $3 d$ , feceritq; superficies plana speculum secundum diametrum  $3 d$ , eritq; per 69. primi huius, sectio communis circulus qui sit  $e d h$ ,  $3$ , ducaturq; diameter  $e h$ , in qua sit punctus rei uisæ, qui est  $a$ , sitq; linea  $b g$ , quæ est distantia centri uisus, à centro speculi maior q̃ linea  $a g$ , dico quod si forma puncti  $a$ , reflectitur ad uisum existentem in puncto  $b$ , à duobus punctis arcus  $e$ , non erit iterq; angulus constans ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo  $a g d$ . Sint enim duo puncta à quibus sit reflexio formæ puncti  $a$ , ad uisum existentem in puncto  $b$ , quæ sunt puncta  $t$  &  $q$ , & ducantur lineæ  $b t$ ,  $g t$ ,  $a t$ ,  $b q$ ,  $g q$ ,  $a q$ , sit itaq; angulus  $b t a$ , constans ex angulo incidentiæ, qui est  $a t g$ , & ex angulo reflexionis qui est  $g t b$ , sit

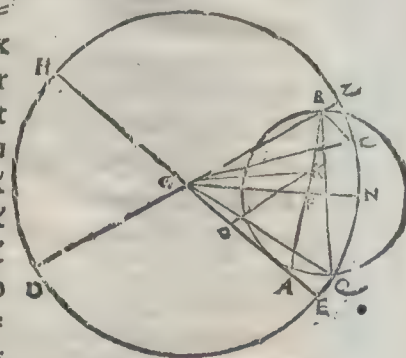


ior quàm linea fa, diuidatur itaq; linea ab, per æqualia in puncto k, per 10. primi, & fiat  
per quintam quarti, circulus transiens per tria puncta quæ sunt a b t, quia circulus ille  
transibit per punctum g, sed circa illud uisus puncto a & b, dato enim quod circulus non  
transeat centrum g, sequeretur per 22. tertij, angulum a gb, cum angulo atb, æqualem  
esse duobus rectis, quoniam illi duo anguli erunt ex aduerso collocati in quadrilatero in  
scripto

LIBER OCTAVVS.

210

Scripto illi minori circulo. Sunt autem illi duo anguli minores duobus rectis, quod patet ex hypothesi, cum angulus  $bta$ , sit minor angulo  $agd$ , qui per 13. primi, cum angulo  $agb$ , ualet duos rectos, igitur ille minor circulus non transibit per centrum maioris circuli quod est  $g$ , similiter quoque dico quod non transibit ille circulus minor punctum reflexionis secundum quod est  $q$ , dato enim quod transeat punctum  $q$ , cum non transeat centrum  $g$ , sit punctus in quo linea  $g$  secat periferiam illius circuli punctus  $m$ , quia itaque anguli  $aqm$  &  $mqb$ , sunt æquales per 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, & sunt constituti super illius circuli circumferentiam, palam per 25. tertij, quoniam arcus  $am$ , æqualis erit arcui  $mb$ , quod est impossibile. Sit enim punctus in quo linea  $gt$ , secat circulum punctus  $o$ , eritque palam per easdem 20. quinti huius, & 25. tertij, quoniam arcus  $ao$ , est æqualis arcui  $ob$ , est autem arcus  $ao$  maior arcu  $am$ , fiet ergo arcus  $ob$ , maior arcu  $mb$ , pars suo toto, quod est impossibile, non ergo transibit ille circulus per punctum  $q$ , restat ergo ut ille circulus transeat ultra punctum  $q$  neminē citra punctum  $q$  transeat, eadem penitus erit improbatio quæ prius. Ducatur item linea à puncto  $o$  ad punctum  $k$ , quæ sit  $ok$ , hæc ergo diuidit chordam  $ba$ , per æqualia, & similiter arcum  $ba$ , ut patet ex præmissa, ductis ergo chordis  $bo$ , &  $ao$ , quæ erunt æquales per 28. tertij, patet per 8. primi, quod linea  $ok$  perpendicularis erit super lineam  $ba$ , sed per 19. primi, angulus  $bag$ , maior est angulo  $abg$ , est enim linea  $bg$ , maior quàm linea  $ga$ , ex hypothesi, & per 32. primi, angulus  $bf g$ , ualet duos angulos  $fag$  &  $fga$ , & per eandem 32. primi, angulus  $afg$ , ualet duos angulos  $fbg$  &  $f g b$ , sed ex præmissis angulus  $afg$ , est æqualis angulo  $f g b$ , & angulus  $fag$ , maior est angulo  $fbg$ , ergo angulus  $afg$ , minor est angulo  $fbg$ , est ergo angulus  $gfa$ , acutus, & angulus  $gfb$  obtusus, per 13. primi, ergo angulus  $nfk$  est acutus per eandem 13. primi, sed angulus  $okb$  est rectus, ut patet ex præmissis, ergo per 14. primi huius, linea  $ok$ , producta cōcurrat cum linea  $gn$ , ultra lineam  $bf$ , non autem sub illa, ideoque si concurreret cum linea  $gf$ , in puncto  $k$ , fierent per primam sexti, trigona  $agk$  &  $bgk$ , æqualia, cum ipsa sint eiusdem altitudinis, & eorum bases, quæ sunt  $bk$  &  $ak$ , sint æquales, sed & eorum anguli, qui sunt  $bgk$  &  $agk$  sunt æquales, angulus enim  $agb$ , diuisus est per æqualia per lineam  $gf$  in qua cadit punctum  $k$ , ergo per 14. sexti, sequitur latus  $bg$ , fieri æquale lateri  $ag$ , quod est contra hypothesim, uel sequitur per tertiam sexti, lineam  $b k$ , fieri maiorem quàm fuerat linea  $a k$ , quia rectæ, & contra præmissa. Idem quoque accidit impossibile si punctus  $f$ , cadat inter puncta  $b$  &  $k$ , fiet enim linea  $b k$ , maior quàm linea  $bf$ , est autem linea  $bf$ , per tertiam sexti, maior quàm linea  $fa$ , & ita est linea  $bf$ , maior quàm linea  $ka$ , quod totum est impossibile, cadet ergo punctus  $f$ , inter puncta  $k$  &  $a$ , fiet ergo linearum  $ok$  &  $gn$ , concursus ultra lineam  $bf$ . Facto item circulo transeunte per tria puncta, quæ sunt  $a$  &  $q$  punctum  $g$ , fieret per 21. tertij, angulus  $a q b$ , æqualis angulo  $agd$ , per 13. primi, quod est contra præmissam proximam, transibit ergo ille circulus citra punctum  $g$ , & per 24. quinti huius, & per 25. tertij, linea  $g q$ , diuidit arcum illius circuli, qui est  $ab$ , per æqualia  $ko$ , quæ ut patet ex præmissis diuidit chordam  $ba$ , per æqualia, ergo linea  $ko$ , concurrat cum linea  $gu$ , intra lineam  $fb$ , & ultra punctum  $o$ , quia enim, ut supra ostensum est, linea  $ok$ , est perpendicularis super lineam  $ba$ , punctumque  $o$ , cadit in periferiam circuli minoris, qui est  $a q b$ , à punctis ergo  $a$  &  $b$ , copuletur ut prius chordæ  $bo$  &  $ao$ , patetque per 4. primi, quoniam chordæ  $bo$  &  $ao$  sunt æquales, ergo per 27. tertij, arcus  $ao$ , est æqualis arcui  $b$ , arcus enim  $ba$ , diuisus, per æqualia in puncto  $o$ , per lineam  $g q$ , lineæ ergo  $ok$  &  $gn$ , concurrunt in puncto aliquo circa lineam  $bf$ , & ultra punctum  $o$ , quoniam linea  $gn$ , diuidens per æqualia angulum  $agb$ , cadit inter puncta  $k$  &  $o$ , ut supra patuit, linea ergo  $ko$ , concurrens cum linea  $ba$ , de necessitate prius concurreret cum linea  $ga$ .





sub linea b f, cuius contrarium iam patuit in praemissis. ostensum enim fuit, quia concurrebat cum linea g a, ultra lineam b f, & ita sequeretur duas rectas lineas includere superficiem quod est manifestum impossibile. Restat ergo ut angulus a q b, non sit minor angulo a g d, aut quod forma puncti a, non reflectatur ad visum in punctum b, a puncto q, quod est contra hypothesein & impossibile, est ergo angulus a q b, non minor angulo a g d, ex quo sequitur propositum quod in hac dispositione non erit uterque angulorum constantium ex angulis incidentiae & reflexionis minor angulo extrinseco angulo cadenti in arcum contentum a duabus diametris circuli, in quarum una est centrum visus, & in altera punctus rei visae, patet ergo propositum, quoniam semper similis erit improbatio sumpto quocunque alio puncto arcus e n, sed neque ab aliquo puncto arcus j n, possibile est fieri reflexionem formae puncti a, rei visae ad visum existentem in puncto b, ita ut angulus constans ex angulis incidentiae & reflexionis factae a puncto c, & ab illo alio puncto arcus n j, sit uterque minor angulo a g d, remanente enim dispositione figurae prioris. Sit quae est anguli a t b, sicut a puncto arcus n j, fiat reflexio formae puncti a, ad visum b. Sit itaque quod angulus constans ex angulo incidentiae & reflexionis qui sit f r, punctum p, sit minor angulo a g d, sicut & angulus constans ex angulo incidentiae & reflexionis, qui est supra punctum t, minor est eodem angulo a g d, ducantur itaque lineae a p, b p, g p, secabit ergo linea g p, lineam k o, quoniam ut praemissum est linea g t, dividit arcum a b, minoris circuli per aequalia in puncto o, per 25. tertij, est enim per 20. quinti huius, angulus a t g, aequalis angulo g t b, & eundem arcum dividit linea k o, per aequalia, & quoniam am ut praestensum est, patet quod linea k o, concurrat cum linea g n, linea g p, secat angulum n g c, cui subtenditur linea k o, concurrat cum linea n g, ultra lineam b f, erit ergo per 26. primi huius, linea g p, secabit lineam k o. Sit itaque punctus sectionis linearum g p & k o, punctus b, & ducatur linea t p, cum itaque duae lineae g t & g p sint aequales, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, & per 5. primi, angulus g t p, aequalis angulo g p t, & uterque acutus per 32. primi, ducta ergo linea perpendiculari a puncto t, super lineam g t, erit illa perpendicularis per 15. tertij, contingens speculi circulum, qui est e d h 3, & pro ducta cadet super terminum diametri minoris circuli per 20. tertij, cum angulus quem efficit illa perpendicularis cum linea t g, respiciat semicirculum minoris, linea enim t o, cadit super lineam k o, sitque angulus t o k, minor recto per 42. primi, linea enim o k, est pars semidiametri circuli minoris propter hoc quod angulus o k b est rectus, & linea k o, pro ducta secat circulum minorem transiens per eius centrum per 1. tertij, ideo quod ipsa secans lineam b a, orthogonaliter & per aequalia secat ipsam necessario, ergo illa perpendicularis producta concurrat cum linea k o, per 14. primi huius, eritque punctus concursus in puncto termini diametri circuli minoris per 20. tertij, cum ille angulus in semicirculo sit rectus qui sit super punctum t, tantum linea g t, sed linea t p, est inferior illa perpendiculari ex parte puncti n, igitur quaecunque linea ducatur a puncto g, centro speculi ad lineam t p, secans diametrum o k, illa cadet necessario in aliquod punctum lineae t p, citra perpendicularem, cum igitur linea g p, cadat in punctum p, & secet lineam o k, erit punctus praeter illam perpendicularem, & infra arcum minoris circuli, cui subtenditur illa perpendicularis, factio igitur circulo transeunte per tria puncta, quae sunt a b p, transibit quidem ille circulus per punctum l, quoniam linea p l secabit illum circulum sicuti prior rem circulum a b t, secabit linea t o, circulus itaque a b p, secabit circulum a b t, in duobus punctis a & b, & cum exeat a puncto b, & iterum redeat in punctum p, inferiorem puncto t, cum sit citra illum circulum versus punctum t, necessario secabit illum circulum in tertio puncto quod est contra 10. tertij, & impossibile. Restat igitur ut forma puncti a, non reflectatur ad visum existentem in puncto b, a duobus punctis arcus j n, ita ut quilibet angulorum illorum sit minor angulo a g d, palam ergo quod impossibile est ut forma puncti a, reflectatur ad visum b, a duobus punctis arcus interiacentis eorum diametros qui est e 3, ita ut uterque angulorum constantium ex angulis incidentiae & reflexionis sit minor angulo a g d, quod est propositum.

10

XXXV.

In speculis sphaericis concavis duo puncta qui diuersis diametris, & inaequalis distantiae a centro speculi existentia a duobus punctis speculi arcus scilicet interiacentis semidiametros in quibus illa puncta consistunt ad se mutuo reflectantur, possibile est inueniri.

Sit circulus, qui est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei speculi sphaerici concavi, cuius centrum d, & sumatur in ipso duae diametri, quae sint g a & b h, secantes se in centro d, dico quod possibile est fieri quod proponitur, dividatur enim angulus g d b per aequalia, per semidiametrum d e, & in semidiametro b d sumatur punctus m ultra punctum d, in quem cadit perpendicularis ducta a puncto e, super diametrum b d, & sumatur linea n d, in diametro d g, aequalis lineae m d, & fiat per 5. quarti, circulus transiens per tria puncta m d n, hoc ergo necessario transibit ultra punctum e, si enim detur, quod ille circulus transeat punctum e, ducantur lineae m e & n e, fierique quadrangulum d m e n, intra circulum, ergo per 21. tertij, duo anguli istius quadranguli ex aduerso collocati, ut quae sunt a puncta m & n, sunt aequales duobus rectis, quod est impossibile, dum duo anguli e m d, & e n d, ambo sunt acuti minoris duobus rectis, ideo quod lineae e m & e n, cadunt ultra perpendiculares ductas a puncto e, super semidiametros b d & g d, similis quoque fiet deductio, si circulus transeat citra punctum e, tunc enim anguli illius quadranguli cadentes super punctum m & n, erunt iterum minores rectis, transit igitur circulus d m n extra punctum e, secabit ergo circulum proportio ipsius speculi in duobus punctis per 10. tertij, sint illa duo puncta c & l, & ducantur lineae n c, m c, n l, d l, m l, & ducatur linea m n secans lineam e d in puncto f, & lineam c d in puncto p, cum itaque ut patet ex praemissis, lineam m d sit aequalis lineae n d, & linea p d, communis ambobus trigonis p d m & p d n, & angulus p d m aequalis angulo p d n, palam per 4. primi, quoniam triangulus p m d, aequalis est triangulo p n d, erit quoque angulus f p d aequalis angulo n p d, & uterque rectus, angulus itaque p f d est acutus per 32. primi, ducatur ergo a puncto f, linea perpendicularis super lineam d c, per 11. primi, quae producta ad circumferentiam minoris circuli sit linea f k, haec itaque secabit lineam l n, uel non secabit, si non secet, erit quaelibet punctus lineae l n propinquior puncto n quam punctus k, si secet palam itaque quoniam aliquis punctus lineae l n, erit inferior puncto k, plus approximans ad punctum n quam punctum k sit ille punctus z, & ducatur linea c z, quae producat utque ad circumferentiam circuli minoris cadatque in punctum o, arcus itaque n o, aut est minor arcu c l, aut non. Si non fuerit minor abscedatur ex eo arcus minor arcu l c, & ducatur ad terminum illius arcus linea a puncto c, & erit idem sicuti si arcus n o sit minor arcu l c, sit ergo arcus n o minor quam sit arcus c l, ergo per ultimam sexti angulus c n l est maior angulo o c n. Secetur ergo ex angulo c n l angulus aequalis angulo o c n, qui sit i n z, cadatque punctum i in lineam c z, per 29. primi huius, & super punctum c, linea m c per 23. primi, fiat angulus aequalis angulo o c n, qui sit angulus q c m, cum itaque angulus c m l sit maior angulo m c q, quia arcus c l est maior arcu n o, ut patet ex praemissis, arcus uero n o, determinat quantitatem anguli m c q qui est aequalis angulo o c n, palam ergo per 14. primi huius, quoniam concurrat linea c q, cum linea l m, sit itaque concursus in puncto q, cum igitur angulus f m c sit aequalis duobus angulis m q c & m c q, per 32. primi, & angulus l n c sit aequalis angulo l m c, per 26. tertij, sunt enim constituti super eundem arcum qui est l c, & cum angulus i n z ex praemissis sit aequalis angulo m c q, erit angulus i n c aequalis angulo m q c, est ergo per 32. primi, angulus m c q aequalis angulo i n c, cum angulus o c n sit aequalis angulo m c q, & similiter triangulus i n z, est per 32. primi, aequalis angulo c n z, cum angulus c n, est ergo per 4. sexti, proportio lineae n c ad lineam c q, sicut lineae n i ad lineam m q, & similiter est proportio lineae c n ad lineam c z, sicut lineae n i ad lineam n z, sed linea c z, est maior quam linea c q, quod patet per hoc, sit enim r, punctus in quo linea c z secat lineam k f, angulus itaque c f r est rectus, cum linea f k sit perpendicularis super lineam c d, ergo

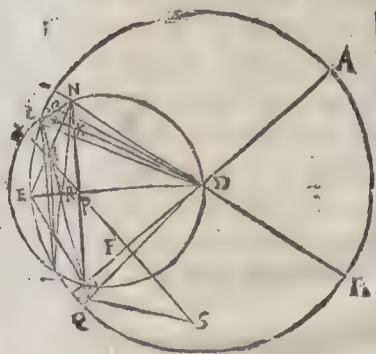
gg

3

ergo



ergo p. 32. primi, angulus  $fcr$  est acutus, quia uero linea  $dm$ , ut patet ex præmissis est æq<sup>l</sup>  
lis lineæ  $dn$ , erit per 27. tertij, arcus  $dm$  æqualis arcui  $dn$ , ergo p. 26. tertij, angulus  $m$  c  
 $d$  est æqualis angulo  $d$   $cn$ , sed angulus  $q$   $cm$  est æqualis angulo  $o$   $cn$ . ex præmissis, sit er  
go angulus  $q$   $cf$  æqualis angulo  $fcr$ , quia ex æqualibus angulis constat, angulus ergo  
 $q$   $cf$  est acutus, & linea  $kf$  est perpendicularis super lineam  $cd$ , angulus quoq<sup>ue</sup>  $cfk$  est  
rectus, ergo per 14. primi huius, linea  $kf$  producta cōcurrat cum linea  $cq$ , sit punctū cō  
iunctiōis  $f$  & linea producta  $df$  puncto  $c$  usq<sup>ue</sup> ad punctum  $f$ , quod est



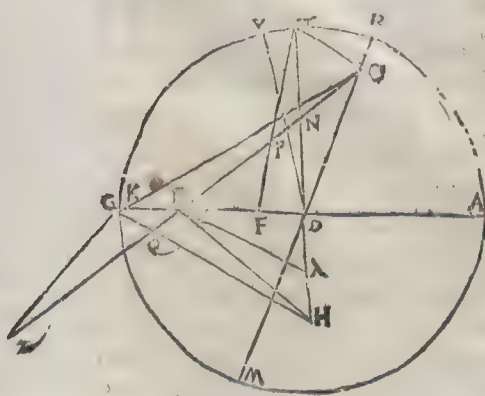
ductur linea d x, & quoniam per 22. tertij, angulus l n d cum angulo l m d, ualet duos re-  
 ctos, & angulus l n d æqualis angulo q m d, ergo per 4. primi, triangulus x n d est æqua-  
 lis triangulo d m q, & linea d x æqualis lineæ d q, & angulus x d n est æqualis angulo q d  
 m, & angulus d x n æqualis angulo q d m, sed angulus d x z est maior recto, cum sit ma-  
 ior angulo d n x, per 16. primi, & angulus d n x est maior recto per 30. tertij, quoniam ca-  
 dit in proportionem minorem semicirculo qui est d n l, & etiam patet hoc per 21. tertij,  
 quoniam enim angulus l m d est acutus, patet quod angulus d n l est obtusus, ergo per 17.  
 primi, linea d z est maior quàm linea d x, ergo linea z d est maior quàm linea q d, form  
 ergo puncti q potest reflecti ad punctum z, à duobus punctis speculi quæ sunt c & l, & z  
 puncta q & z, sunt inæqualis distantie à centro & in diuersis diametrīs, quod patet ide o  
 quod angulus x n d est æqualis angulo q d m, addito ergo communi angulo q d x, sed a  
 gulus n d m est minor duobus rectis, ergo & angulo q d x, ergo magis angulus q d x est t  
 minor duobus rectis, ergo duo puncta q & z, non sunt in eadem diametro, sed in diuersis  
 & hoc est propositum.

XXXVI.

XXXVI.

A speculis sphaericis concavis duobus punctis inaequaliter distantibus à centro, & in diuersis diametris existentibus ad se inuicem reflexis à duobus punctis arcus interiacentis illas semidiametros in quibus illa puncta consistunt impossibile est ipsa à puncto alio illius arcus ad se inuicem reflecti.

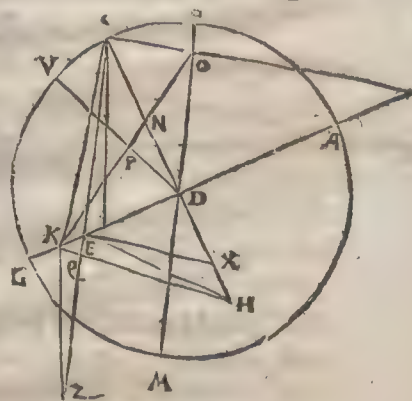
Sit circulus speculi sphaerici concaui a g h, cuius centrū sit d, & sint duo puncta k & o, ad se inuicem reflexa à duobus punctis arcus h g, sitq; punctum k, remotius à centro spe-



c, d, k c, & ex angulo o c k, secetur per 27. primi huius, angulus æqualis angulo o d a, qui

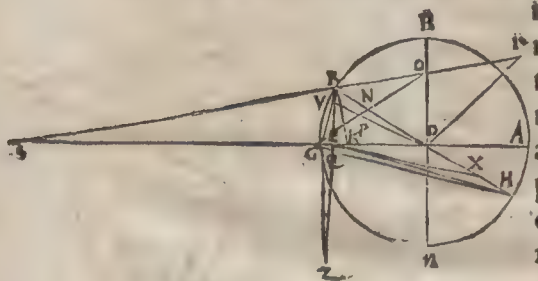
LIBER OCTAVVS.

qui sit c o f, ducta linea c f super diametru g d, & diuidatur angulus f c k per æqualia, per  
9. primi, ducta linea c e super lineam k f, & à puncto k, ducatur linea æquedistans lineæ  
c f, per 31. primi, quæ sit k z, & quoniam linea c f æquedistans lineæ k z, concurrat cum li-  
nea c e in puncto c, patet quod linea k z concurrat cum linea c e, producta per secūdum  
primi huius, sit ergo linea k z concurrēs cū linea c e in puncto z, & ducatur linea o k, &  
per 9. primi, diuidatur angulus o d k per æqualia per lineā k o, in puncto p, cū ergo sit li-  
nea k d maior q̃ linea o d, ut patet ex hypothesi, & quia per 3. sexti, est proportio lineæ  
k d ad lineam d o, sicut lineæ k p ad lineam p o, erit linea k p maior q̃ linea p o. Item sit  
ut linea d c secet lineam k o in puncto n, palam quod linea d p u cadet inter duo puncta  
k & n, nō autē inter duo puncta n & o, quia enim angulus k p d ualet duos angulos p o d  
& p d o, & angulus o p d ualet duos angulos p d k & p k d, sed angulus p d o est æqualis  
angulo p d k, & angulus k o d maior est angulo o k d, per 19. primi, ergo angulus k p d  
maior est angulo o p d, est ergo angulus k p d maior recto per 13. primi, & angulus o p  
d, est acutus, sed angulus k n d est acutus, quod patet si fiat circulus transiens per tria pun-  
cta o c k, per 5. quarti, hic enim transibit infra punctū d, quod est centrū circuli maioris,  
quoniam cū angulus o d k sit maior angulo o d a ex hypothesi, erunt duo anguli o d k &  
o c k, maiores duobus rectis, quod esset impossibile per 21. tertij, sed si circulus ille transi-  
ret punctū d, uel supra punctum d, quoniam eadē est demonstratio, linea uero n d diuidet  
k c o, arcum illius circuli per æqualia, per 25. tertij quoniam diuidit angulū o c k per æ-  
qualia ex hypothesi, fiet autē illa diuisio arcus k o infra punctum d. Si uero ab illo pun-  
cto diuisionis arcus o k, ducatur linea ad mediū punctum lineæ o k, quæ est chorda illius  
arcus o k, erit linea illa perpendicularis super lineam o k, per 8. primi, & cadet illa perpē-  
dicularis inter puncta p & k, cū linea k p sit maior q̃ linea p o, & angulus super punctū  
n, ex parte illius perpendicularis erit acutus, ergo & ex parte p erit acutus, & angulus su-  
per punctum p ex parte o, erit acutus, hoc enim ostensum est superius. Si ergo detur, qd  
punctum p cadat inter duo puncta n & o, impossibile erit per-  
pendicularē illam cadere inter puncta n & p, quia tunc seca-  
ret lineam d p, & fieret triangulus cuius unus angulus esset re-  
ctus, & alius obtusus, quod cum sit impossibile, necesse est an-  
gulum k n d esse acutū, ergo per 13. primi, angulus o n d est ob-  
tus, punctū ergo p nō cadet inter pūcta n & o, quoniam cum  
angulus o n d sit obtusus, & ut patet ex pmissis angulo d p k est  
obtus, sequeretur ergo in trigono d n p, duos esse angulos ob-  
tusos, quod cū sit impossibile per 32. primi, palam quia pūctus  
p, nō cadet inter pūcta n & o, nō cadit etiā in punctū n, ut  
est euident. cadet ergo inter puncta k & n, quia ergo ut patet  
ex pmissis angulus k c d est medietas anguli k c o, sed & an-  
gulus k c e est medietas anguli k c f, angulus uero k c o maior est angulo f c o, in angulo  
k c f, restat ergo ut angulus e c d sit medietas anguli f c o, sed angulus f c o est æqualis an-  
gulo o d a, igitur angulus e c d est medietas anguli o d a, cū angulus o d f ualet duos re-  
ctos per 13. primi, & tres anguli trianguli e c p, ualet duos rectos per 32. primi, tres ergo  
anguli trigoni e c d sunt æquales duobus angulis o d a & o d f, ablato ergo angulo e c d,  
hinc inde illis angulis cōmuni, & ablato angulo e c d, qui est medietas anguli o d a, restat  
ut angulus e c d æqualis sit medietati anguli o d a, & toti angulo o d n, sed angulus o d p  
qui est medietas anguli o d k cū medietate anguli o d a est rectus, est autē angulus o d p  
maior angulo o d n, quod patet per 29. primi huius, cū sicut patet ex pmissis pūctum  
n, lineæ d n cadat inter pūcta p & o, est ergo angulus o d p cū medietate anguli o d a ma-  
ior angulo o d n, cū medietate anguli o d a, patet ergo cū angulus o d k cū medietate an-  
guli o d a sit rectus, quoniam angulus e c d est acutus, quare per 15. primi, et contra possi-  
tus, qui est angulus k e z, est acutus, igitur si per 12. primi, à puncto k ducatur perpendi-  
cularis super lineam c z, illa cadet inter puncta e & z, quia ut patet ex pmissis linea  
k e, nō est perpendicularis super lineam c e z, Si uero dicatur quod illa perpendicula-





ris cadat ultra punctum e, super lineam c e, tunc cum angulus c e k, per 13. sit obtusus, ac-  
 cidit triangulum habere duos angulos, unum rectum & alium obtusum, quod est impos-  
 sibile, per 32. primi, cadet itaq; perpendicularis illa inter puncta e & z, quæ sit linea k q;  
 hoc autem seruato nunc quidem necessarium interponimus, scilicet quod linea k c, se hæ-  
 bet ad lineam c f, sicut linea k d ad lineam d o, est enim linea c o, aut æquedistans lineæ k  
 o, aut concurrens cum illa. Sit primum æquedistans, erit ergo per 29. primi, angulus o d  
 a, æqualis angulo c o d, est ergo angulus c o d æqualis angulo o c f, quoniam ut patet ex  
 præmissis, angulo o c f & o d a sunt æquales. Similiter quoq; lineæ o d & c f, aut æquedi-  
 stabunt, aut concurrent. Si æquedistant, cū illi cadent inter lineas k d & c o æquedistan-  
 tes, palam per 34. primi, quoniam ipsæ erunt æquales. Si uero lineæ o d & c f, cōcurrunt  
 facient triangulum, cuius duo latera erūt æqualia, per 6. primi, quoniam duo æquiangula  
 li qui sunt f c o & d o c sunt æquales, linea uero f d secat illa duo latera æqualia æquedista-  
 ter basi d o, erit ergo per 2. sexti, & 18. quinti, proportio unius illorum laterum ad lineam  
 d o, sicut alterius ad lineam f c, est ergo linea c f æqualis lineæ o d, per 9. quinti, sit autem  
 hæc deductio cum lineæ illæ concurrunt sub linea k d, quasi concurrant sub linea c o, erit  
 eadem probatio, quia fiet triangulum cuius unū latus est linea c o, & alia duo latera æqua-  
 lia per 6. primi, ut prius, quia linea c o est æquedistans lineæ d f, erit per 2. sexti, propor-  
 tio unius illorum duorum laterum ad lineam d o, sicut alterius ad lineam c f, eruntq; ut  
 prius per 19. quinti, lineæ c f & d o æquales. Item patet quod angulus c d f, est æqualis  
 angulo d c o per 29. primi, ideo quod linea c o data est æquedistans esse lineæ k d, ergo  
 angulus c d f est æqualis angulo d c k, cum anguli d c o & d c k sint æquales ex hypothesi  
 & per 28. quinti huius, ergo per 6. primi, lineæ d k & c k sunt æquales, est ergo p 7. quin-  
 ti proportio lineæ c k ad lineam c f, sicut lineæ k d ad lineam d o, ideo quod antecedens  
 tia & consequentia sunt hinc & inde æqualia. Si uero linea c o non æquedistat, sed cons-



c l f & o d l, patet per 3. 2. primi, quod tertius angulus est tertio æqualis, erit ergo per 4. 1. sexti, proportio lineæ c l ad lineam c f, sicut lineæ d l ad lineam d o, proportio itaq; lineæ c k ad lineam c f, constat ex proportionibus lineæ k d ad lineam d l, & lineæ d l ad lineam d o, sed proportio lineæ k d ad lineam d o, constat ex eisdem proportionibus: posita linea d l media per 1. 3. primi huius, ergo proportio lineæ k c ad lineam c f, est sicut proportio lineæ k d ad lineam d o. Si autem linea c o concurrat, cum linea k d ex parte g, sit concurrus in puncto f, & à puncto d, ducatur linea æquedistans, lineæ k c, quæ sit d r cõcurrentis cum linea c o producta ultra punctum o, in puncto r, igitur angulus k c d æqualis est angulo c d r, per 29. primi, sed & angulus k c d ex hypothesi æqualis est d c o, ergo anguli d c r & d r c sunt æquales, ergo per sextam primi, linea d r est æqualis lineæ c r, sed quoniam triangulus f c k æquiangulus est triangulo f r d, per 29. primi, & propter angulum a f d cõmunẽ erit per 4. sexti, proportio lineæ d r ad lineam f r, sicut lineæ k c ad lineam c f, sed linea d r est æqualis lineæ r c, est ergo per 7. quinti, proportio lineæ r c ad lineam r f, sicut lineæ k c ad lineam c f, sed proportio lineæ r c ad lineam r f, est sicut proportio lineæ d k ad lineam d f, per secundam sexti, & per 18. quinti, igitur per 11. quinti, est proportio lineæ k c ad lineam c f, sicut lineæ k d ad d f, sed quoniam angulus f c o æqualis est angulo o d a, erit angulus o d f æqualis angulo f c f, per 1. 3. primi, & angulus ad punctum f est cõmunis, erit ergo triagulus o d f æquiangulus triangulo f c f, per 3. 2. primi, ergo

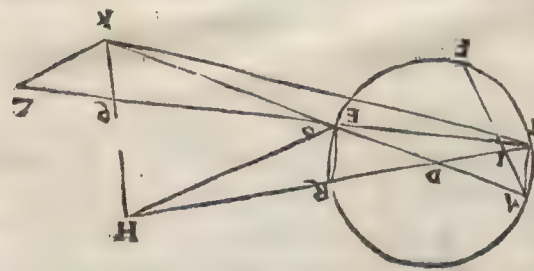
LIBER OCTAVVS. 213

ergo p. 4. sexti, est pportio lineæ c s ad c f, sicut lineæ d s ad d o, est aut pportio lineæ k c ad lineæ c s, sicut lineæ k d ad lineam d s, & est pportio lineæ c s ad lineam c f, sicut lineæ d s ad lineam d o, ergo per 22. quinti, erit pportio lineæ k c ad lineam c f, sicut lineæ k d ad lineam d o. Quia uero lineæ k z æquedistat lineæ c f, ut patet ex præmissis, erit p. 29. primi, angulus k z e æqualis angulo e c f, sed angulus k e z est æqualis angulo e c f, per 15. primi, ergo trigoni k z e & e c f, sunt æquianguli per 32. primi, ergo per 4. sexti, erit pportio lineæ k e ad lineam e f, sicut lineæ k z ad lineam c f, sed pportio lineæ k e ad lineam e f, est sicut lineæ k c ad lineam c f, p. 3. sexti, quia angulus k e f, diuisus per lineam c e, lineæ ergo k z & k c, ad eandem lineam c f, eandem habet proportionem, ergo per 9. quinti, lineæ k z est æqualis lineæ k c, sed ex præmissis patet, quod est pportio lineæ z k ad lineam c f, sicut lineæ z e ad lineam e c, est ergo per 11. quinti, pportio lineæ z e ad lineam e c, sicut lineæ k d ad lineam d o, sed lineæ k d ex hypothesi est maior quam lineam d o, lineæ ergo z e est maior quam lineam e c, hoc quidem pro alijs referuare, nunc ad pportio situm redeamus, quia uero ut supra patuit lineæ k q, est perpendicularis super lineam e z, erunt omnes anguli circa punctum q recti, sed angulus e c d est acutus, quoniam est medietas anguli f c o, ut superius ostensum est, ergo per 14. primi huius, lineæ k q cōcurrat cū lineæ c d sit punctus concursus h, & ducatur lineæ e h, & à puncto e, ducatur lineæ æquedistans lineæ k h, producta usq; ad lineam d h quæ sit e x, secans lineam d h in puncto x, sit atq; per 5. quarti, circulus transiens per tria puncta quæ sunt e c x, & immutatur figura si placet ppter diuersam intricacionē linearū, quia itaq; angulus c q h est rectus, ut patet ex præmissis, erit p. 29. primi, angulus c e x rectus, ergo per 30. tertij, lineæ x c erit diamet. illius circuli qui est e c x, & pducatur lineæ k e, per triangulū orthogonū e c x, & trans circumulum cadens in punctum m. circumferentiæ circuli c e x, & ducat lineam m c, & erit angulus c m e æqualis angulo c x e, per 26. tertij, cadunt enim ambo illi anguli in eundem arcum qui est e c, sed angulus c x e æqualis est angulo c h k, per 29. primi, quoniam lineæ e x & k h, ductæ sunt æquedistates, erit ergo angulus c m e æqualis angulo c h k, sed angulus c h k maior est angulo d h e, quod patet per 29. primi huius, secant enim lineæ h e basem k d, ergo angulus c m e maior est eodem angulo d h e, refecetur ergo ab angulo c m e angulus æqualis angulo b h e, per 27. primi huius, qui sit angulus f m d ducta lineæ f m, & punctus in quo lineæ f m secant lineam c x, sit l, palā ergo cū ex præmissis angulus i m d sit æqualis angulo d h e, & per 15. primi, angulus i d m sit æqualis angulo d h e, quoniam per 32. primi, triangulus i m d est æquiangulus triangulo g h e, ergo per 4. sexti, est pportio lineæ h d ad lineam d m, sicut lineæ e h ad lineam i m, & similiter triangulus c m d sit similis triangulo k h d, cū sicut patet ex præmissis angulus d h k sit æqualis angulo c m d, & per 15. primi, angulus c d m sit æqualis angulo k d h, & tertius tertio per 32. primi, erit ergo pportio lineæ k d ad lineam d c, sicut lineæ h d ad lineam d m, est autem pportio lineæ h d ad lineam d m, sicut lineæ e h ad lineam i m, est ergo per 11. quinti, pportio lineæ k d ad lineam d c, sicut lineæ e h ad lineam i m, sed pportio lineæ k d ad lineam d c est nota, qm̄ semper una & eadem permanet, quicunq; punctus reflexionis sit, in arcu b g, quia semper lineæ d c, quæ est semidiameter est una, & lineæ k d, similiter est semper una, quoniam ipsa est distantia alterius punctorū reflexorum à centro speculi, lineæ etiā e h, una permanet in quacunq; reflexione, & non mutatur eius quātitas, quoniam non mutatur quantitas anguli e c h, qui est medietas anguli o d a, qui nō mutatur, quare lineæ i m, semper erit una & æqualis, erit ergo punctus circumferentiæ in quem cadit lineæ i m producta ultra punctum i, qui est punctus f, semper est notus & determinatus. Si ergo à tribus punctis arcus b g, possit fieri reflexio, contingat ducere à puncto f, ad circumulum c x e tres lineas, quarum cuiuslibet pars interiācens diametrū c x, & per se lineam circuli sit æqualis lineæ i m, per 9. quinti, quia semper erit pportio lineæ k d ad lineam d c, sicut lineæ e h ad quamlibet illarum linearū, patet autē hoc esse impossibile, per 13. primi huius, qd' ab eodem puncto dato in circumferentiā circuli extra diametrū p ipsam diametrū ad circumferentiā, ita ut pars lineæ interiācens diametrū ad reliquā partem circumferentiæ sit æqualis datæ lineæ, non nisi duæ lineæ æquales duci possunt, quare à duobus tantum punctis illius propositi arcus fiet reflexio, quod est propositum.



Secundum modum datae lineae à dato puncto speculi sphaerici concavi datae possibile est duo puncta reperiri, quae in diuersis diametris inaequaliter à centro speculi distantia ab eodem dato puncto speculi, & uno tantum alio eiusdem arcus interiacentis semidiametros in quibus illa puncta consistunt ad se mutuo reflectantur.

Remaneat dispositio proximae, sitq; datus quicumq; punctus speculi, qui sit e, proponitur nobis ut inueniantur duo puncta, quae in diuersis diametris speculi existant ab illo dato puncto superficiei speculi, & uno tantum alio propositi arcus puncto ad se mutuo reflectantur, sit enim ut quantacumq; placuerit sumatur linea z t, quae per 119. primi huius, diuidatur taliter in puncto e, ut sit proportio lineae z e ad lineam e c, sicut in praecedenti propositione prima scilicet eius figuratione, est proportio lineae k ad lineam d o, & quoniam ex hypothesi illius lineae k d est maior quam lineae d o, erit linea z e maior q; lineae e t, diuidaturq; linea z t per aequalia in puncto q, per 10. primi, & à puncto q, ducatur perpendicularis super lineam z t, per 11. primi, & fiat angulus e c d aequalis medietati anguli o d a per 23. primi, erit quidem ille angulus e c d acutus, ergo p 24. primi huius, linea t d, concurret cū perpendiculari ducto à puncto q, super lineam z t, sit concursus in puncto h, completum est ergo trigonum orthogonum, quod est t q h, in cuius altero laterum rectum angulum t q h continentium quod est t q, datum est punctus e, possibile est ergo à puncto e per 137. primi, duci lineam ad basem trigoni t q h quae est t h, ex alia sui parte concurrentem cū altero laterum rectum angulum continentium, quod est q h, producto ultra punctum q, ita ut tota producta linea se habeat ad partem abscissam basis, sicut linea data ad lineam datam, sic à puncto e, taliter producta linea d e k, ita ut sit proportio totius lineae k d ad lineam d t, sicut lineae k d ad semidiametrum sphaerae speculi, ergo per 9. quinti, linea d t aequalis semidiametro, punctum ergo d, est centrum speculi, & angulo k t d, fiat per 23. primi, super punctum t, tertiū lineae d t aequalis angulo qui sit o t d, dico qm punctus speculi qui est t, est punctus reflexionis formae puncti o, ad usum existentem in puncto k, uel econuerso formae puncti k, ad punctum o, & quod ab illo dato puncto t, & ab uno tantum alio propositi arcus puncto, sit illorum punctorum mutua reflexio, & haec omnia faciliter patent repetita prioris demonstratione theorematis praecedentis propter hunc propositum est necesse, patet ergo propositum.



Stentibus ambobus extra circulum, uel uno intra circulum, & alio extra illum & inaequaliter distantibus à centro respicientibus arcum speculi à quo sit reflexio, si reflectantur ab aliquo puncto arcus oppositi illis diametris non est ea possibile reflecti ab alio puncto eiusdem arcus.

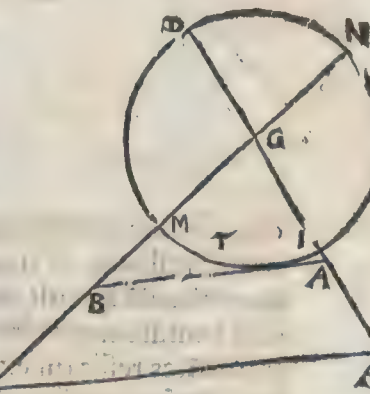
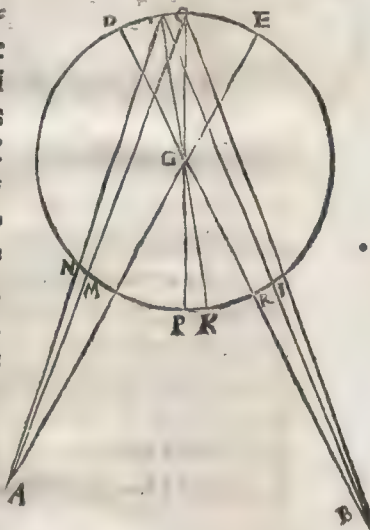
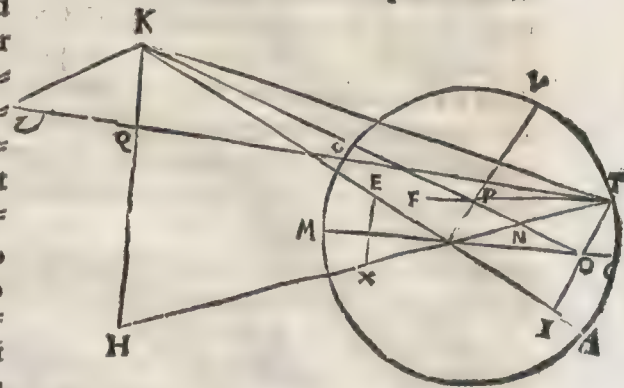
Sint duo puncta a & b, in diuersis diametris extra circulum qui est communis sectio superficiei reflexionis, & speculi sphaerici concavi, cuius centrum sit g, sintq; illae diametri a e & b d, & sit punctus reflexionis t, & ducantur lineae b t, a t, g t, illa itaq; b t secabit arcum circuli, sit punctus sectionis q, sed & linea a t, secabit periferiam eiusdem circuli, sit punctus sectionis m, & qm angulus b t g aequalis est angulo a t g, palam p 25. tertij, qm cadunt arcus aequales, producantur ergo diametri t g, ad aliam partem periferiae in punctum p, & erit arcus q p, arcui m p aequalis, si igitur forma puncti b, reflectitur ad usum existentem à puncto a, ab aliquo alio puncto speculi arcus eiusdem, sit illud aliud punctum h, & ducantur lineae a h, b h, g h, & secet linea b h circulum in puncto l, & linea a h, in puncto n, producanturq; semidiametri

semidiameter b g, in punctum circumferentiae qui sit k, secundum praedicta itaq; erit arcus l k aequalis arcui n k, sed habitum est prius, quod arcus q p est aequalis p m, sed arcus q p maior est arcui l k, & arcus k n maior arcui m p, accidit igitur impossibile, scilicet minus esse maiori aequale, quocumq; uero alio puncto illius arcus d t e dato, idem accidit impossibile. Restat ergo ut forma puncti b, non reflectatur ad usum, à puncto h, uel ab alio puncto arcus d t e, oppositis diametris in quibus sunt puncta a & b, praeter quam à puncto t. Idem quoq; accidit impossibile, & eodem modo deducendum si unum datorum punctorum sit in circulo, reliquum uero extra circulum, patet ergo propositum.

XXXIX.

Duobus punctis in diuersis diametris circuli speculi sphaerici concavi existentibus ambobus extra circulum, si linea continuans illa puncta contingat illum circulum, aut tota sit extra circulum, non est possibile unum illorum puncto rum ad alterum reflecti nisi ab uno tantum illius speculi puncto.

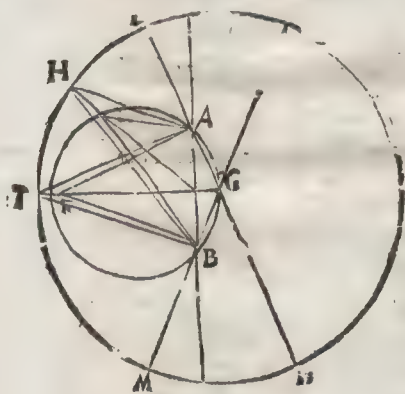
Sint ut in praecedenti theoremate, duo puncta a & b, in diuersis diametris extra circulum, qui est communis sectio superficiei reflexionis, & speculi sphaerici concavi, cuius centrum sit g, sintq; illae diametri l d & n m, sitq; punctus a, in semidiametro l g, & punctus b, in semidiametro m g, & ducatur linea continuans puncta a & b, quae sit a b, & haec contingat circulum illum, à quo per secundam huius, potest fieri reflexio, sitq; ille contactus in arcu circuli q sit arcus l m, aut si linea illa sit tota extra speculum, dico qd à nullo puncto arcus l m, interiacentis diametros, in quibus sunt illa puncta sit reflexio formae unius punctorum a & b, ad punctum reliquum sumpto enim quicumq; puncto in arcu l m, ut puncto c, ductisque lineis a c & b c, si linea a c cadat intra speculum, linea b c, necessario cadet extra speculum, quoniam hoc requirit talis situs speculi, & econuerso, si linea b c cadat in speculo, linea a c cadat extra, semper enim altera linearum ab illis duobus punctis a & b, ad aliud punctum speculi ductarum tota erit extra speculum, & sic idem neuter illorum punctorum ad alterum reflectetur ab aliquo puncto illius arcus l m, similiter quoq; patet idem, si linea tota sit extra speculum non contingens ipsum, respiciat tamen arcum l m, quia neq; tunc ambae lineae a c & b c, cadent intra speculum, sed si una erit intra speculum, reliqua erit tota extra speculum, unde non fiet reflexio secundum illam, ab aliquo tñ puncto arcus d n, potest fieri reflexio p 27. huius, & ab uno tantum puncto illius arcus, ut patet per praecedentem, & ita formarum illorum punctorum reflexio ad inuicem non fiet nisi ab uno solo puncto speculi, quod est propositum.



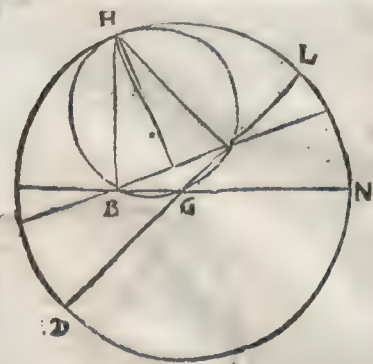
Existentibus duobus punctis in diuersis diametris circuli speculi sphaerici concavi inaequaliter distantibus à centro, si linea continuans illa puncta producta secet circulum unum illorum punctorum ad alterum ab uno tantum puncto speculi uel à duobus, aut tribus, aut à quatuor possibile est reflecti, & secundum hoc loca imaginum numerantur.



Sint ut supra duo puncta a & b, in diuersis diametris circuli speculi sphaerici concaui, ita ut punctus a, sit in diametro l d, & punctus b in diametro m n, sintq; illa puncta inaequaliter distantia a centro speculi quod est g, & linea a b, ducta ab uno illorum puncto ad alterum producta secet circulum, dico quod uerum est quod proponitur, fiat em circulus pertransiens per centrum speculi quod est g, & per illa duo puncta a & b, p 54. circulus itaq; ille a b g, aut totus erit intra circulum speculi, aut contingat ipsum intrinsecus, aut secabit ipsum. Si totus circulus a b g, fuerit intra speculi circulum, palam p 6. huius, quod unum illorum punctoꝝ reflectetur ad alteru ab aliquo puncto speculi, & propositi circuli, ut patet p secundā huius, & p 27. quinti huius, sic ergo punctus reflexionis t, patet lamq; per 20. huius, quod punctus t, est in arcu interiacente diametros in quibus sunt puncta a & b, q sit arcus l m, & ducant lineae a t, b t, g t, extra quoq; angulus a t b minor angulo b g d, sit em ut semidiameter g t secet circulum a b g in puncto f, & ducant lineae a f & b f, sientq; duo trigona a t b & a f b, sup unā basem, q est a b, palā ergo p 21. primi, qm angulus a f b est maior angulo a t b, sed per 21. tertij, angulus a t b cū angulo a g b, ualet duos rectos, ergo p 13. primi, angulus a f b est aequalis angulo b g d, angulus ergo a t b est minor angulo b g d, quilibet quoq; angulus sic factus sup arcū l m, ut super punctū h, erit minor angulo b g d, ab arcu itaq; speculi qui est l m, non fiet reflexio nisi ab uno tantū puncto speculi, qm iam ostensum est p 34. huius, quia non est in huius punctoꝝ reflexio dispositioe possibile reflexione fieri a duobus punctis speculi, ita ut uterq; anguloꝝ constansex angulo incidentiae & reflexionis sit minor angulo b g d. In hac ergo dispositioe ab uno tm puncto speculi fiet reflexio quod est unum ppositorum. Si uero circulus a b g, sit intrinsecus contingens circulum speculi, sit punctū cōtactus h, & ducant lineae a h, b h, g h, q itaq; angulus a h b, p 21. tertij, cū angulo a g b ualet duos rectos, patet p 13. primi, qd angulus a h b est aequalis angulo b g d, quare ab illo puncto cōtactus nō fiet reflexio p 33. huius, angulus q; factus sup quocūq; aliud punctū arcus circuli speculi erit minor illo angulo, p modū quo iam superius postensum est, quare a duobus punctis illius arcus nō fiet reflexio p 34. huius, sed solū ab uno puncto, si uero circulus a b g, secet circulum speculi, patet q tm in duobus punctis secare necesse est p 10. tertij & illa duo puncta a & b, aut ambo erūt extra speculū circuli, aut ambo intra, aut unū extra circulum, aut aliud intra illū, aut unū illorū punctoꝝ in circūferentia circuli & aliud extra illū uel intra illū. Si fuerint ambo extra circulum speculi, tūc patet qd linea a b, nō secabit circulum speculi, fietq; reflexio ab uno tm speculi puncto, ut patet p pcedentē, tunc em manifeste patet, qd circulus a b g, nō secabit circulum speculi secundū arcū l m, qm ille arcus interiacet lineas a g & b g, & arcus b g a cadit extra illas lineas a & b alia puncta periferiae circuli ipsius speculi, cū ambo puncta a & b sunt extra circulum speculi, si uero punctus b, sit in periferia circuli speculi uel intra, puncto a cōstituto extra, patet tunc qd arcus l m, in duobus punctis nō secabitur, sed arcus b g, trāsbibit punctū aliqd arcus l m, qd sit t, ergo angulus factus super arcū l m, erit maior angulo b g d, qm ductis lineis l t, b t & a t, patet secundū pmissā p 21. tertij, qm angulus l t b est aequalis angulo b g d, angulus uero a t h est maior illo, patet ergo p 24. huius, qm in hac

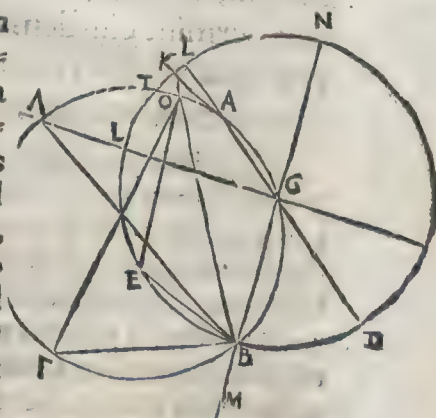
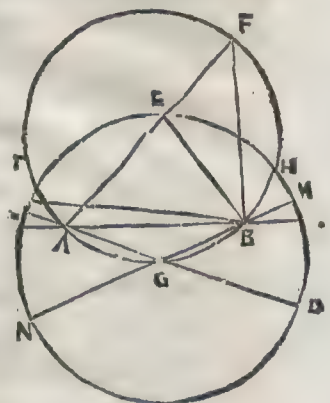
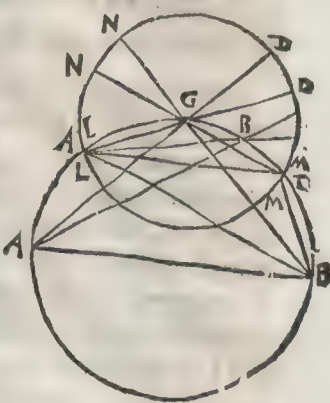


dispositione ab unico puncto, uel a duobus punctis arcus l m, fiet formaq; illoꝝ punctoꝝ ad inuicē reflexio. Si uero duo puncta a & b, fuerint extra circulum speculi, & circulus a b g, secet circulum speculi, tunc patet qd circulus a b g, secabit arcū l m in duobus punctis, q sunt g l & g m, secāt circulum a u g, in punctis a & b, & transeūtes refecant ex circulo speculi arcū l m, secāt ergo circulus a b g, arcū l m, in duobus punctis quae sint t & h, & restabunt ex ipso arcu l m, duo arcus in diuersis partibus ipsius qui sunt arcus l t & h m, omnisq; angulus cōstitutus sup arcum circuli speculi qui est t h,



est t h, erit maior angulo b g d, quod patet si super periferiam speculi fiat angulus a e b, ille em est maior angulo b g d, pducta em linea a e, ad periferiam circuli a b g, in punctū f, si copuletur linea b f, erit per 31. tertij, & per 13. primi, angulus a f b, aequalis angulo b g d, sed per 21. uel per 16. primi, angulus a e b, est maior angulo a f b, ergo & angulo b g d, & similiter erit de quolibet alio puncto arcus t e h demonstrandū, ab hoc itaq; arcu t e h, ut patet p 34. huius, poterit fieri reflexio, forsan ab uno tantū puncto, & forsan a duobus, quod si fiat reflexio a duobus arcibus l t & h m, qui restant super arcum t e, ex arcu l m, & ex diuersis partibus ipsius circuli a b g, tūc secundū pmissā omnes anguli super illos arcus consistentes cōtenti sub lineis a punctis a & b, pductis, erunt minores angulo b g d, fiat em angulus b k a, super punctū arcus b t, & qm arcus a t, circuli a b g, est intra circulum speculi sub arcu l t, secet linea b k, arcum a t, in puncto o, & ducatur linea a o, patet ergo p 21. tertij, & per 13. primi, qd angulus a o b, est aequalis angulo b g d, sed angulus a o b, est maior angulo a k b, per 16. primi, patet ergo angulus a k b, est minor angulo b g d, & similiter de quolibet puncto arcu l t & h m, est demonstrandū, ergo p 34. huius, ab uno tantū illoꝝ arcuum puncto fiet reflexio, in hac itaq; situ fiet reflexio a duobus punctis arcus l m, interiacentis diametros, aut forsan a tribus, palā uero per 27. & 29. huius, qd ab uno tantū puncto arcus n d, fiet reflexio, & ita in hoc situ aliqñ a tribus punctis speculi, aliquādo uero a quatuor punctis fiet reflexio. Si uero unus punctoꝝ a uel b, fuerit in periferia circuli, aliud uero intra circulum, & circulus a b g, secet circulum speculi, tunc secabit arcum l m in uno tm puncto, qui sit t, qm in loco alterius punctoꝝ l uel m, erit punctum a uel b, existens em in altera diametroꝝ n m uel l d, & in puncto circuli periferia erit in puncto qd est cōmunis sectio illarū, & sit i puncto b, existens in puncto m & puncto a, intra speculū, restabit unicus tantū arcus totius arcus l m, qui sit l t, patet itaq; secundū pmissā ductis, ut prius, lineis a f & b f, super arcum circuli a b g, & lineis a e & b e, super aliqd punctū arcus l m, qd sit e, qm per 21. primi, omnes anguli consistentes sup arcū t b, sunt maiores angulo b g d, ergo per 34. huius, potest fieri reflexio a duobus punctis illius arcus uel ab uno, omnes uero anguli arcus l t, erunt minores angulo b g d, ut praestensum est prius, & ita cū per 34. huius, ab uno tantū puncto arcus l t, fiet reflexio, sed & per 29. huius, ab uno tantū puncto arcus n d, fiet reflexio, fiet itaq; in hoc situ reflexio quandoq; a tribus punctis, quandoq; a quatuor, & non a pluribus, quod si puncto b, existente in periferia circuli speculi, punctus a sit extra illū circulum, tunc patet quod circulus a b g, nūq; secabit circulum speculi secundū arcū l m, qm semidiameter g m, & periferia circuli cōmunis sectio est punctus m, in quo est punctus b, semidiameter uero g l, procedens ad punctum a, extra circulum secat arcum t b, nec secatur ab illo, omnes itaq; anguli arcus l m, sunt maiores angulo b g d, ut patet ex pmissis, ergo per 34. huius, ab uno tantū puncto uel forsan a duobus punctis arcus l m, potest fieri reflexio punctoꝝ itaq; in hoc situ reflexio a duobus aut a tribus punctis speculi & non a pluribus, palam ergo quod puncta inaequaliter distantia a centro speculi alius quando ab uno tm puncto, aliqñ a duobus, aliqñ a tribus, aliqñ a quatuor, nūq; a pluribus reflectant, secundū hac quoq; loca imaginū numerant, quēadmodū patuit iam prius in pmissis, & hoc est quod proponebatur declarandum.

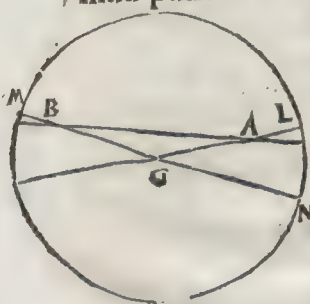
est t h, erit maior angulo b g d, quod patet si super periferiam speculi fiat angulus a e b, ille em est maior angulo b g d, pducta em linea a e, ad periferiam circuli a b g, in punctū f, si copuletur linea b f, erit per 31. tertij, & per 13. primi, angulus a f b, aequalis angulo b g d, sed per 21. uel per 16. primi, angulus a e b, est maior angulo a f b, ergo & angulo b g d, & similiter erit de quolibet alio puncto arcus t e h demonstrandū, ab hoc itaq; arcu t e h, ut patet p 34. huius, poterit fieri reflexio, forsan ab uno tantū puncto, & forsan a duobus, quod si fiat reflexio a duobus arcibus l t & h m, qui restant super arcum t e, ex arcu l m, & ex diuersis partibus ipsius circuli a b g, tūc secundū pmissā omnes anguli super illos arcus consistentes cōtenti sub lineis a punctis a & b, pductis, erunt minores angulo b g d, fiat em angulus b k a, super punctū arcus b t, & qm arcus a t, circuli a b g, est intra circulum speculi sub arcu l t, secet linea b k, arcum a t, in puncto o, & ducatur linea a o, patet ergo p 21. tertij, & per 13. primi, qd angulus a o b, est aequalis angulo b g d, sed angulus a o b, est maior angulo a k b, per 16. primi, patet ergo angulus a k b, est minor angulo b g d, & similiter de quolibet puncto arcu l t & h m, est demonstrandū, ergo p 34. huius, ab uno tantū illoꝝ arcuum puncto fiet reflexio, in hac itaq; situ fiet reflexio a duobus punctis arcus l m, interiacentis diametros, aut forsan a tribus, palā uero per 27. & 29. huius, qd ab uno tantū puncto arcus n d, fiet reflexio, & ita in hoc situ aliqñ a tribus punctis speculi, aliquādo uero a quatuor punctis fiet reflexio. Si uero unus punctoꝝ a uel b, fuerit in periferia circuli, aliud uero intra circulum, & circulus a b g, secet circulum speculi, tunc secabit arcum l m in uno tm puncto, qui sit t, qm in loco alterius punctoꝝ l uel m, erit punctum a uel b, existens em in altera diametroꝝ n m uel l d, & in puncto circuli periferia erit in puncto qd est cōmunis sectio illarū, & sit i puncto b, existens in puncto m & puncto a, intra speculū, restabit unicus tantū arcus totius arcus l m, qui sit l t, patet itaq; secundū pmissā ductis, ut prius, lineis a f & b f, super arcum circuli a b g, & lineis a e & b e, super aliqd punctū arcus l m, qd sit e, qm per 21. primi, omnes anguli consistentes sup arcū t b, sunt maiores angulo b g d, ergo per 34. huius, potest fieri reflexio a duobus punctis illius arcus uel ab uno, omnes uero anguli arcus l t, erunt minores angulo b g d, ut praestensum est prius, & ita cū per 34. huius, ab uno tantū puncto arcus l t, fiet reflexio, sed & per 29. huius, ab uno tantū puncto arcus n d, fiet reflexio, fiet itaq; in hoc situ reflexio quandoq; a tribus punctis, quandoq; a quatuor, & non a pluribus, quod si puncto b, existente in periferia circuli speculi, punctus a sit extra illū circulum, tunc patet quod circulus a b g, nūq; secabit circulum speculi secundū arcū l m, qm semidiameter g m, & periferia circuli cōmunis sectio est punctus m, in quo est punctus b, semidiameter uero g l, procedens ad punctum a, extra circulum secat arcum t b, nec secatur ab illo, omnes itaq; anguli arcus l m, sunt maiores angulo b g d, ut patet ex pmissis, ergo per 34. huius, ab uno tantū puncto uel forsan a duobus punctis arcus l m, potest fieri reflexio punctoꝝ itaq; in hoc situ reflexio a duobus aut a tribus punctis speculi & non a pluribus, palam ergo quod puncta inaequaliter distantia a centro speculi alius quando ab uno tm puncto, aliqñ a duobus, aliqñ a tribus, aliqñ a quatuor, nūq; a pluribus reflectant, secundū hac quoq; loca imaginū numerant, quēadmodū patuit iam prius in pmissis, & hoc est quod proponebatur declarandum.





Existentibus duobus punctis in diuersis diametris circuli speculi sphaerici concaui & æqualiter distantibus à centro si linea cõtinuans illa puncta secet circulum, possibile est unum illorum punctõrũ ad alterum reflecti ab uno tantum puncto speculi, uel à duobus aut à quatuor, sed impossibile est à tribus, & secundum hoc loca imaginum numerantur.

Sint ut in præmissa duo puncta a & b, in diuersis diametris circuli speculi sphaerici concaui quæ sint l d & m n, ita ut punctus a sit in diametro l d, & punctus b, in diametro m n, sintq; puncta a & b, æqualiter distantia à centro speculi, & linea a b, ducta ab uno illoꝝ punctõꝝ ad alterũ secundum circulũ, qui est cõmunis sectio superficiẽ reflexionis & speculi, cuius centrũ sit g, dico quod uerũ est qd̃ proponit̃, quod em̃ ab uno tantum puncto speculi qñq; fiat illoꝝ punctõꝝ adinuicem mutua reflexio, patet per 19. huius, & etiam idem ostendi potest p̃ modũ 24. huius, linearũ em̃ inæqualitas in illo situ naturam reflexionis nõ immutat, ut declaratũ est in 20. quinti huius, quandoq; uero sit mutua reflexio istoꝝ punctõꝝ a & b, à duobus tantũ punctis speculi, ut patet per 25. huius, quandoq; uero sit reflexio mutua propositõꝝ punctõꝝ quæ sunt a & b, à quatuor punctis circũferentiæ ipsius speculi, ut patet per 26. huius, à tribus uero tantũ punctis istorũ speculorũ formas punctõrũ æqualiter distantũ à centro speculi ad se mutuo reflecti est impossibile. Si em̃ ab aliquibus duobus punctis unius arcus fiat ista mutua reflexio de uiso arcu interiacente illa puncta per æqualia, & ductis ad illud punctũ lineis, patet p̃ 26. tertij, & per 4. primi, ppter æqualitatẽ laterum g a & g b, qm̃ anguli constituti super illud punctũ sunt æquales, ab illo ergo puncto fiet reflexio per 20. quinti huius, sed &

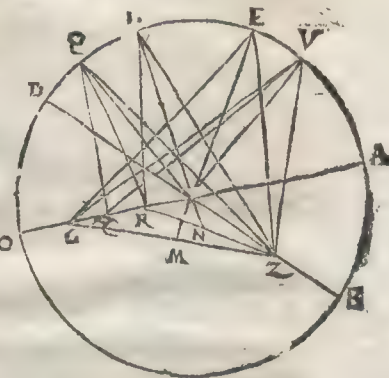


ipfa memoriæ cõmendanda.

Si ab uno puncto arcus circuli speculi sphaerici concaui formæ unius termini linearũ totaliter uisæ, ab alio quoq; puncto eiusdem arcus formæ alterius termini eiusdem linearũ fiat reflexio, necesse est omnia puncta media linearũ uisæ ab illius arcus punctis medijs reflecti, ex quo patet quod loca imaginum punctõrum mediorum cadũt inter imagines punctõrũ extremorũ.

Quod hic proponebatur specialiter, quantũ ad primã sui partem uniuersaliter est præmissum in 24. quinti huius, esto ergo arcus speculi sphaerici concaui a f h, cuius centrum e, & sit z centrũ uisus, sitq; g r linea uisæ, cuius unus terminus qui g reflectat̃ à puncto speculi quod sit f, & illud sit aliud punctus arcus dati, qui est a f h, & alter terminus linearũ qui est r, reflectat̃ à puncto h, arcus a f h, dico quod omnia puncta media linearũ r, reflectentur à punctis medijs arcus h f, coaptetur em̃ linea g t, exempli causa diametro speculi quæ sit o a, cadetq; intra semidiametrũ o e, sitq; punctus z, quod est centrum uisus in alia diametro eiusdem circuli quæ sit d b, cadens in diametro e b, ducant lineæ g f, e f, z f, r h, e h, h e, & copuletur linea g z, producatũq; linea f e, ultra punctũ e, ad lineam g z, in punctũ m, & signetur in linea g r, punctus c, dico quod forma puncti c, reflectetur ab aliquo puncto arcus f h, qd̃ em̃ reflectat̃ forma puncti t, ad uisum existentẽ in puncto z, palam, cũ extremæ linearũ quæ sunt g & r, reflectant̃ ad uisum existentẽ in puncto z, fiet ergo reflexio ab aliquo puncto arcus a d, & non ab alio, ostensum em̃ est per

per 20. huius, qd̃ in hoc situ à duobus arcibus a b & d o, non potest fieri reflexio formæ puncti c, ad uisum existentẽ in puncto z, oportet ergo qd̃ fiat reflexio ab aliquo puncto arcus a d, qm̃ patet solum offerri uisui arcũ speculi b a d o, per 72. quarti huius, ideo qd̃ centrũ uisus est in puncto z, diametri d b, ostensum etiã est per eandẽ 20. huius, qd̃ forma cuiuscũq; puncti semidiametri e o, reflectit̃ ab aliquo puncto arcus a d, sit autẽ p̃ 27. huius, formæ cuiuslibet puncti lineæ g r, reflexio ad uisum ab uno tm̃ puncto arcus a d cadente inter semidiametros, in quibus non consistunt puncta reflexa & ipsum centrũ uisus, forma ergo puncti c, reflectit̃ ab uno tm̃ puncto arcus a d, ad uisum existentẽ in puncto z, si ergo illud punctũ sit in arcu f h, habemus ppositũ. Si uero non, esto primo qd̃ ipsum sit in aliquo puncto arcus a f, sitq; punctũ u, & ducant lineæ z n, t n, e u, g u, est ergo per 7. tertij, linea g u, maior q̃ linea g f, sed per eandẽ 7. tertij, linea z u, est minor q̃ linea z f, ergo p̃ 9. primi huius, lineæ pportio g u, ad lineam z u, est maior portione lineæ g f, ad lineam f z, sed per 3. sexti, & ex hypothesi pportio lineæ g f, ad lineam f z, est sicut proportio lineæ g m, ad lineam m z, pportio ergo lineæ g u, ad lineam z u, est maior q̃ pportio g m, ad lineam m z, linea ergo quæ diuidit angulum g u z, per æqualia, secat lineam z m, secat ergo lineam z e, p̃ 22. primi huius, angulus ergo g b u, est



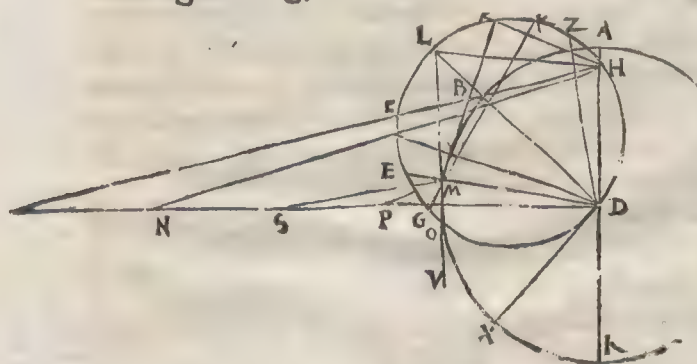
minor angulo e u 3, sed angulus t u e, est minor angulo e u 3, non ergo fiet reflexio formæ puncti t, ad uisum 3, in puncto speculi u, ut patet per 20. huius, similiter q̃q; potest fieri deductio de quolibet puncto arcus a f, forma ergo puncti c, non reflectitur ad uisum existentẽ in puncto 3, ab aliquo puncto arcus a f, sed neq; ab aliquo puncto arcus h d. Sit em̃ si possibile est ut reflectatur ab aliquo puncto arcus h d, ut reflectat̃ à puncto eius quod sit q, & ducant lineæ 3 q, e q, c q, r q, i r, & pducatur linea e h, ultra punctũ e, ad lineam r 3, incidatq; in punctũ n, ergo per 7. tertij, linea 3 q, est maior q̃ linea 3 h, & linea q r, est minor q̃ linea r h, est ergo p̃ 9. primi huius, proportio lineæ r q, ad lineam q r, maior pportione lineæ 3 h, ad lineam h r, sed p̃ 3. sexti, quæ est pportio lineæ 3 h, ad lineam h 3, eadem est linea 3 n, ad lineam n r, est ergo proportio lineæ 3 q, ad lineam q r, maior pportione lineæ 3 n, ad lineam n r, linea ergo diuidens angulum 3 q r, per æqualia secat lineam n r, ergo p̃ 23. primi huius, secat lineam r e, angulus ergo r q e, est maior angulo e r q, angulus ergo t q e, est multo maior angulo e q 3, nõ ergo fiet reflexio formæ puncti c, ad uisum in punctum 3, à puncto speculi quod est q, arcus h d, eodemq; modo deducendũ quocũq; puncto arcus h d, dato, forma ergo puncti c, non reflectit̃ ad uisum existentẽ in puncto 3, ex arcu h d, sed neq; ex arcu a f, neq; ab aliquo puncto h uel f, ut per 29. quinti huius, omnia ergo puncta media linearũ g r, reflectuntur à punctis medijs arcus h f, nec possunt à punctis alijs reflecti, nisi forte ab alio arcu reflectant̃ puncta g & r, & ex hoc patet, quia tam linearũ reflexionum punctõꝝ mediõꝝ q̃ katheti suarũ incidentiarum concurrunt inter loca imaginum punctõrum extremorũ, & quia illarũ linearũ cõmunis sectio est locus imaginis per 27. quinti huius, patet ergo quod loca imaginũ punctõrũ mediorũ cadunt inter loca imaginum punctõrũ extremorũ, & hoc est ppositum. Idem em̃ accidit, si res uisæ uel centrum uisus extra illos speculi diametros collocentur, quoniam semper trans illa puncta diametri aliæ duci possunt, patet ergo ppositum.

Si duorum punctõrum in speculo sphaerico concauo à duobus punctis ad unum uisum fiat reflexio, sic quod loca imaginum sint in eadem speculo diametro, maior erit proportio linearũ interiacentis centrum speculi & locum imaginis remotiorem ad lineam interiacentem idem centrum & punctum reflexum à centro speculi remotiorem q̃ linearũ interiacentis idem centrum & locum



& locum imaginis propinquiorem ad lineam ductam à centro ad punctum reflexum centro speculi propinquiorem.

Sit speculum sphaericum concavum, per eius centrū transeat superficies plana. secabit ergo illa superficiem speculi secundū circulum magnū illius sphaerae per 69. primi huius, qui a b g, & eius centrū sit d, & extrahat à centro d, linea quocūq; modo placuerit q sit d g, & transeat à centro ad circumferentiam in punctū g, & ducat à centro d, in superficie illius circuli linea perpendicularis sup lineam d g, quae sit d a, & abscindat ab angulo a d g, recto parua particula quocūq; modo contingat, & sit angulus g d e, ita qd inter angulum rectum, qui est a d g, & inter angulū a d e, sit proportio multiplicatis relatae ad angulū e d g, hoc autē potest fieri, si angulus rectus qui est a d g, diuidat per aequalia, & sic deinceps quousq; fiet angulus a d e, multiplex anguli e d g, ut si angulus a d e, sit septuplus angulo e d g, erit rectus a d g sequi septuplus angulo a d e, & diuidat angulus a d e, in duo aequalia per lineam d b, per 9. primi, à puncto quocūq; d centro speculi extrahat linea continens cum linea b d, angulū rectum, per 23. primi, q sit angulus b d x, & extrahatur linea a d, ultra punctum d, ad periferiam, ut con-



pleat diametru, & sit linea d k, & à puncto d, ducat linea d 3, continens cū linea a d, angulum aequalem angulo e d g, qui sit angulus a d 3, & à puncto 3, ducatur super lineam d 3, constituens angulū aequalem angulo k d x, qui sit h 3 d, ducta linea h 3, ad diametru h d k, hoc autē est possibile, quia em anguli k d x & a d z, sunt minores duobus rectis, concurrent illae lineae quae sunt a d & 3 h, per 14. primi huius, sit concursus punctus h, angulus ergo d 3 h, est aequalis angulo k d x, & quia anguli trianguli valent duos rectos per 32. primi, & angulus a d 3 & 3 d x, & x d k, valent duos rectos per 13. primi, angulus uero h 3 d, est aequalis angulo x d k, & angulus a d 3 communis, relinquif angulus 3 h d, aequalis angulo 3 d x, & extrahat à puncto 3, linea 3 l, per 23. primi, continentes cū linea d 3, sunt minores duobus rectis, deficiunt em à duobus rectis in angulo 3 d a, linea ergo 3 l, per 14. primi huius, cōcurrat cum linea d b, sit concursus punctus l, & ducatur linea l h, & triangulo h l d, circūscribat per 5. quarti, qui sit circulus d h l, transibit ergo ille circulus per punctum 3, per 3. tertij, quia duo anguli l r h & l d h, sunt aequales duobus rectis, sunt aut illi anguli in quadrilatero d h 3 b, est ergo illud quadrilaterū in circulo, anguli ergo l h 3 & l d 3, sunt aequales per 26. tertij, cadunt em in arcū eundē circuli d h l, q est arcus 3 l, sed ut supra ostendimus angulus 3 h d, est aequalis angulo 3 d h, aequalibus ergo angulis qui sunt l h 3 & l d 3, hinc inde ablati, remanet angulus l h d, aequalis angulo l d x, sed angulus l d x, est rectus, angulus ergo l h d, est rectus abscindatur quocūq; ex linea d e, linea d m, aequalis lineae d h, & ducat linea l m, angulus l m d est rectus, quia em angulus b d e, est aequalis angulo b d h, qm angulus a d e, diuisus fuit per aequalia per lineam d b, linea quocūq; d m, est aequalis lineae d h, sed latus h d, est cōmune ambobus triangonis l h d & l m d, ergo per 4. primi, linea l m, est aequalis lineae l h, & angulus l m d, est aequalis angulo l h d, sed angulus l b d, ostensus est rectus esse, ergo angulus l m d est rectus, ergo per 21. tertij, circulus l h d, transibit per punctū m, & secat arcū b e, circuli a b g, in puncto compari puncto 3, qui sit punctus f, eritq; linea l d, diameter circuli l h d, per 20. tertij, & ducat linea d f, quia itaq; circuli l h d, arcus d m, est aequalis arcui d h, per 27. tertij, qm lineae d m & d h sunt aequales, sed & arcus d f, est aequalis arcui d 3, per 64. primi, relinquif ergo arcus m f, aequalis arcui h 3, & arcus l 3, aequalis arcui l f, ergo per 26. tertij, angulus l d f, erit aequalis angulo l d 3, ducant ergo lineae h b, h f, 3 f, m f, b m, b f, & quia

quia angulus l h d est rectus, patet quod angulus b h d est acutus, & angulus g d h est rectus ergo per 14. primi huius, linea h b cōcurrat cū linea d g, extra circulū a b g, cōcurrat er go in puncto q, similiter qq; per eadē 10. primi huius linea h f, cōcurrat cū linea d g, extra circulū, sit cōcurrus punctus n, & producat lineam f b, ultra punctū b, quousq; secet arcū l 3, secet ergo ipsum in puncto r, & ducatur linea r m, angulus ergo f r m, qui est in circūferentia respicit arcū f m, & angulus f b m, est maior angulo f r m, per 16. primi, est enim extrinsecus in triangulo r b m, & angulus f b m est in circumferentia circuli a b g ergo si linea b m, protrahatur ex parte puncti m, abscindet de circulo a b g, arcum maiorem quodam arcu simili arcui f m, circuli l h d, per ultimam sexti, sed arcus f m, in suo circulo l h d est similis duplo arcus f e, in circulo a b g, quoniam duplū arcus f e correspondet duplo anguli f d e, super periferiam sui circuli constituti per ultimā sexti, & per 29. tertij, est autē arcus f e aequalis arcui e g, per 25. tertij, ideo quod angulus e d g, est aequalis angulo f d e, cū uterq; ipsorum sit aequalis angulo a d 3, ut patet ex praemissis, arcus ergo g f est duplus arcui f e, est ergo arcus f g in circulo a b g, similis arcui f m, in circulo l h d, si ergo linea b m, extrahatur recte in partem m, abscindet de circulo a b g, arcum ultra punctum g, maiorem arcu f g, si enim caderet in punctum g, fieret angulus f b g, aequalis angulo f r g, extrinsecus intrinseco, quod est impossibile, linea ergo b m nō caderet in punctū g, sed secabit lineam d g, inter duo puncta g & d, secet ergo in puncto o, producat quocūq; linea f m ultra punctū m, hae ergo quia secat angulū d m o, patet per 29. primi huius, quia secabit lineam d o, secet illam in puncto u, & producat à linea t n b, ultra punctum b, secabitq; arcum l r, secet ipsum in puncto c, & ducatur linea c d, à puncto c, ad centrum speculi, quia ergo angulus b f e est in circumferentia circuli a b g, erit angulus b f 3, medietas anguli b d 3, per 19. tertij, sed angulus b d 3 est multiplex anguli 3 d a, ergo angulus b f 3, multiplex, ergo per ultimā sexti, arcus r 3, est multiplex arcui 3 h, arcus uero c 3 est maior arcui r 3 ut totum sua parte, ergo arcus c 3 est multiplex arcus 3 h, uel maior multiplo, ducatur itaq; linea c h, angulus ergo c h d, & angulus c m d sunt aequales duobus rectis per 21. tertij, sed angulus b m d cum angulo b m e, aequalit duos rectos per 13. primi, relinquif ergo ut angulus c h d, sit aequalis angulo b m e, sed angulus 3 h d, addit super angulum c h d angulus c h 3, qui est per 26. tertij, aequalis angulo c d 3, & angulus c d 3, est multiplex anguli 3 d a, per ultimam sexti, quoniam ut supra patet arcus c 3, est multiplex arcui 3 h, ergo angulus c h 3, est multiplex anguli e d g, angulus ergo d h 3, excedit angulū c h d in multiplo anguli e d g, & quia arcus f m d est aequalis arcui 3 h d, per 64. primi huius, remanet arcus f 3 d, aequalis arcui 3 f d, ergo erit per 26. tertij, angulus f m d aequalis angulo 3 h d, sed angulus c h d, est aequalis h m e, ergo angulus f m d, excedit angulum b m e, in multiplo anguli e d g, sed angulus o m d est aequalis angulo b m e per 15. primi, ergo angulus f m d, excedit angulū o m d, in multiplo anguli e d g, & quia angulus g o m ualeat tantū angulū o m d, & angulus o d m per 32. primi, palam quia angulus f m d, excedit angulū o m g, in multiplo anguli e d g, sed angulus f m d per 32. primi, excedit angulum m u o, in solo angulo e d m, est ergo angulus m u d maior angulo m o g, ergo angulus m u d est maior angulo m u o, per 13. primi, bis sumptum, ergo per 18. primi, linea duo anguli h f d & m f o aequales, per 26. tertij, formae ergo punctorum duarum linearū h f & m f, ad se inuicem reflectantur, & similiter formae punctorum linearū h b & b o, ad se inuicem reflectantur, quoniam per praemissa angulus d b h est aequalis angulo d b m, per 4. primi, & per hypotheses praemissas, duo ergo puncta quae sunt o & u, ad uisum existentē in puncto h, reflectantur à duobus punctis speculi quae sunt b & f, est ergo per 37. quinti huius, punctus q imago puncti o, & punctus n imago puncti u, ducatur ergo ex puncto m, linea aequedistans lineae h q, per 3. primi, quae sit linea m f, & linea aequedistans lineae l m p o, qui per 29. primi, est aequalis angulo h n d, maior angulo m f o, qui per 29. primi, est aequalis h q d, erit ergo punctū p, inter duo puncta f & u, per conuersam per 21. primi, & quia angulus h d n est rectus, erit per 32. primi, angulus h n d acutus, ergo angulus



PERSPECTIVAE VITELLIONIS

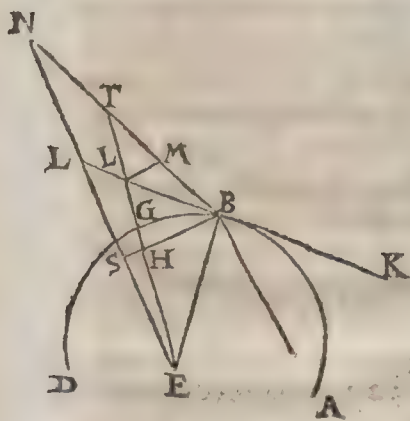
$m p$  d est acutus, angulus ergo  $m p f$  est obtusus, per 13. primi, ergo linea  $m f$  est maior  $q^u$   
 linea  $m p$ , per 18. primi, sed ex praemissis linea  $m u$  est maior  $q^u$  linea  $m o$ , ergo per 9. pri  
 mi huius, maior est proportio lineæ  $m f$ , ad lineam  $m o$   $q^u$  lineæ  $p m$  ad lineam  $m u$ , sed  
 proportio lineæ  $f m$  ad lineam  $m o$ , est sicut proportio lineæ  $q b$  ad  $b o$ , per 4. sexti, trigon  
 ni enim  $q b o$  &  $f m o$ , sunt æquianguli, per 29. primi, cum linea  $m f$  sit æquedistans lineæ  
 $q b$ , & angulus  $q o b$  sit cōmunis illis ambobus trigonis, & similiter proportio lineæ  $p m$   
 ad lineam  $m b$ , est sicut proportio lineæ  $n f$  ad lineam  $f u$ , per eandem ergo quæ prius co  
 rit proportio lineæ  $q b$  ad lineam  $b o$ , maior proportionē lineæ  $n f$  ad lineam  $f u$ , per 11.  
 quinti, sed proportio lineæ  $q b$  ad lineam  $b o$ , sicut lineæ  $q d$  ad lineam  $d o$ , & proportio li  
 neæ  $n f$  ad  $f u$ , est sicut lineæ  $n d$  ad  $d n$ , per ea quæ sunt ostensa in 13. huius, quorum des  
 clarationem cum manifesta sit hæc obmittimus propter figurationis multitudinem, pa  
 lam ergo, quod proportio lineæ  $q d$  ad lineam  $d o$  est maior proportionē lineæ  $n d$  ad li  
 neam  $d o$ , & hoc est propositum.

XLIII.

XLVIII.

In speculis sphaericis concavis imagine retro speculum occurrente, maior erit distantia imaginis à speculo quàm rei uisæ.

erit distantia imaginis à speculo quàm rei uisæ .  
 Esto speculi sphaerici concavi circulus qui a b g d, cuius centrum sit e, sitq; centrum  
 uisus z, & punctus rei uisæ h, fiatq; reflexio formæ puncti h, ad uisum z, à puncto speculi  
 b, appareatq; imago retro speculū, dico maior erit distantia imaginis à speculi superficie  
 q̃ ipsius rei uisæ, ducātur enim lineæ h b incidentiæ, & z b reflexionis, & ducatur kather  
 tus incidentiæ qui sit e h g t, producatu quoq; linea reflexionis, quæ z b, donec lineæ e h,  
 & z h, cōcurrūt in puncto t, erit ergo per 37. quinti huius, punctū t locus imaginis, dico  
 quod linea t b, quæ est distantia imaginis à speculo, est maior q̃ linea b h, quæ est distan  
 tia rei uisæ à pūcto reflexionis. Et similiter linea h g est minor q̃ linea g t, ducatur enim  
 linea e b, & à puncto b, ducatur linea contingens circulum in puncto b, per 16. tertij, quæ  
 b & g



sibī ipsi, ergo latus m b est æquale lateri b h, sed linea m b est minor q̃ linea b t, ergo linea  
h b est minor q̃ linea b t, & qa linea l b diuidit angulū t b h p̃ equalia, patet p 3. sexti, qm̃  
est pportio lineæ l h ad lineā l t, sicut lineæ b h ad lineā b t, sed linea b h est maior q̃ linea  
b t, ut patet ex pmissis, ergo & linea h l est minor q̃ linea l t, linea ergo g h, est multo ma-  
ior q̃ linea g t, patet ergo, ppositū, & ex his patet qd uerū quarū distātia ab eodē uisu ma-  
ior est, uel augetur & distātia imaginū retro speculū uisorū maior est uel augetur. Ste-  
nim p̃rahatur linea b h ultra punctū h ad punctū f, & pducatur kathetus e f, quousq̃ con-  
currat cū linea reflexionis z b, in pūcto n, erit punctū n locus imaginis formæ pūcti f, &  
erit linea h n, maior q̃ linea b f, ut prius patuit, & erūt lineæ b f & b n, maiores q̃ linea b  
h & b t.

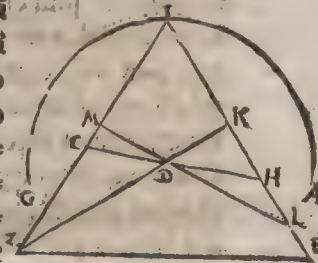
X L V.

## XLV.

In concavis Speculis sphaericis inter uisum & Speculum imagine  
te, nonnunq̃ minor erit distantia imaginis à uisu quàm sit ipsius rei uisæ

LIBER OCTAVVS. 218  
 Perficiet uero speculi quandoq; erit minor, quandoq; maior, qñdoq; equalis.  
 Esto in speculo schizma cōtra mundum.

Est in speculo sphaerico cōcauo circulus magnus a b g, cuius centrum sit d, & sit semidiameter d b, sitq; centrū uisus in pūcto e, & linea rei uisae sit z t m, quae reflectatur ad uisum a puncto speculi b, sitq; linea incidentiae z b, & linea reflexionis b e, dico quod uisum est, quod proponitur, ducatur enim per centrū d ad lineam reflexionis e b, linea quae sit t d h, & esto ut ipsa sit perpendicularis super semidiametrū d b, ducatur quoq; similiter a puncto rei uisae quod est z, linea z d, quae producta ultra punctū d, ad lineam reflexionis quae est e b, secer ipsam in puncto k, & similiter a puncto uisus quod est m, ducatur linea m d, quae producta ad lineam reflexionis, quae est c b, secer ipsam in puncto l, est ergo per 27. quinti huius, punctus k locus imaginis puncti z, & punctus h locus imaginis puncti t, & punctus l locus imaginis puncti m, & palam quia puncta k & h cadunt inter puncta a & h, palam quia cum loca imaginum approximent uisui, qui est in puncto e, quia multo minor erit distantia ipsarum imaginū a uisu quā sit ipsius rei uisae, quoniam enim linea d b, semper diuidit angulum reflexionis per aequalia, patet quod centrum uisus & punctum rei uisae semper collocantur ex diuersis partibus centri, ducanturq; linea e z, eritq; in trigono k e z, angulus e k z, nonnunq; maior angulus k z e, ergo per 19. primi, erit tūc linea e z, quae est distantia rei uisae a cetro uisus maior quā linea e k, quae est distantia imaginis k, a cetro uisus, minus autē distant a uisu loca imaginū quae sunt h & l, quia uero in trigonis b d t & b d h, duo anguli, qui sunt b d t & b d h sunt aequales, qā recti ex hypothesi, & duo anguli h b d & t b d sunt aequales per 20. quinti huius, cū sint anguli incidentiae & reflexionis, aequales erunt per 32. primi, illi trigoni aequianguli, ergo per 4. sexti, cum linea b d, sit aequalis sibi ipsi, erit linea b t aequalis lineae b h, aequaliter ergo distabunt imago & res uisa a superficie speculi, sed linea b k est minor quā linea b h, & linea b z est maior quā linea b c, erit ergo linea b z maior quā linea b k, erit ergo tūc locus imaginis, & imago propinquior superficiē speculi quā res uisa cuius illa est imago, & qā linea b m est minor quā linea b l est autē punctus l locus imaginis puncti m, patet quod res uisa propinquior est speculo quā eius imago, patet itaq; propositū, & ex his patet, quoniam rerū quae magis elongatae sunt a speculis, & quarū formae reflectuntur ad uisum, ita quod loca imaginū sint inter uisum & speculi superficiē, sūt imagines ipsarū propinquiores superficiē speculi, & elongatae plus a centro uisus. Rerū quoq; quae sunt propinquiores speculis, & quarū formae reflectuntur ad uisum, & loca imaginum sunt inter speculū & uisum, imagines plus elongantur a superficie speculi, & sunt propinquiores ad uisum.



## XLVI

XLVI.

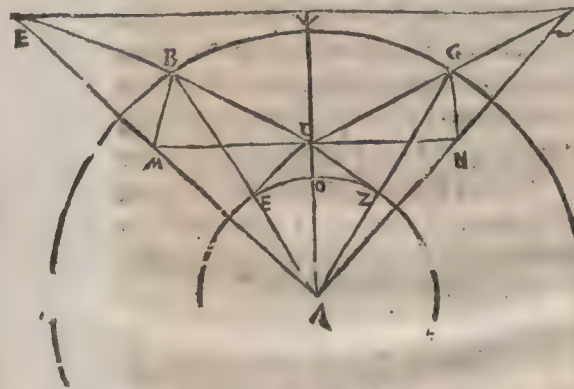
Centro uisus & re uisa existentibus intra speculum sphaericum concauū  
 in eadem linea recta æqualiter à centro speculi secundum sui extrema distan-  
 te, imago rei uisæ uidebitur ultra speculum maior re uisa.

Sit

Sit Speculum sphaericū concavum, cuius centrum sit  $a$ , dico quod si centrum visus fuerit intra speculū & similiter linea visa, sitq; illorū dispositio modo quo proponitur, verum erit ergo per 69. primi huius, cōmunis sectio illius superficiē planā, & superficiē speculi circulus qui sit  $bg$ , & ducatur in hoc circulo linea à centro speculi, ad circūferentiā quocūq; modo cōtingat, & sit linea  $au$ , quā dividatur per æqualia in pūcto  $o$ , & à centro à secūdu quantitatē linēæ  $ao$ , describatur circulus qui sit  $e$ , & in linea  $ou$  signetur puncta  $t$ , utcūq; cōtingat, & à puncto  $t$  ducātur linēæ  $te$  &  $tm$ , perpendiculariter sup lineā  $au$  per 11. primi, & ducatur à pūcto  $t$  linēæ  $te$  &  $t$ , cōtingentes circulū  $e$ , per 16. tertij, & sint pūcta cōtactuū  $e$  &  $3$ , ducātur quoq; à cētro speculi pūcto  $a$ , ad puncta cōtactuū linēæ  $ae$  &  $a$ , quæ productæ secēt speculū in pūctis  $b$  &  $g$ , copulētur quoq; linēæ  $th$  &  $tg$ , & à pūcto  $t$ , ducatur linēæ  $bm$ , æquedistans linēæ  $au$ , per 31. primi, & linēæ  $gn$ , ducatur æquedistans eisdem linēis  $a$   $b$  &  $b$   $m$ , & ducantur à centro speculi ad puncta  $m$  &  $n$ , linēæ  $am$  &  $an$ , quæ producātur ulterius extra circulū  $g$   $b$ , quia itaq; linēæ  $a$   $e$  est æqualis



$\alpha$ q̄lis lineæ o ū, palā p̄eandē, qm̄ lineā a c est æq̄lis lineæ e b, & lineā a 3, æq̄lis lineæ 3 g, oēs em̄ diametri circuli e 3, sunt medietates diametrorū circuli b g. ergo illa q̄ interiacet circulos existēs à cētro a, est æqua lis semidiametro circuli e 3, & q̄a lineā t e cōtingit cir culū minorē qui est e 3, erit p̄ 17. tertij, lineā t e perpēdicularis sup̄ lineam b a, & similiter erit lineā t 3 perpēdicularis sup̄ lineam g a, ergo per 4. primi, lineā t e existēte cōmunē ambobus trigonis b e t & t e a, erit lineā b t æqualis lineæ t a, & similiter erit lineā g t, æqua lis lineæ t a, ergo per 5. primi, in trigono t b a, erit angulus t a b, æqualis angulo t b a, & in trigono t g a, erit angulus t g a æqualis angulo t a g, & quia lineā b m est æquedistans li neæ a t, erit per 29. primi, angulus m b a, æqualis angulo t a b, quoniam sunt coalterni, an gulus ergo m b a, æqualis est angulo a b t, & similiter angulus n g a, æqualis est angulo a g t, cū ergo uisus fuerit in puncto t, & in lineā m b, fuerit aliquod uisibile ut punctū m. tūc forma puncti m, à puncto speculi quod est b, reflectetur ad uisum existentē in pūcto t, & forma puncti n, reflectetur à puncto speculi g, ad uisum existentē in puncto t; uisus itaq̄ existens in pūcto t, cōprehendet formas punctōrū n & m, reflexas ad se à punctis speculi g & b, cōprehendet ergo eadē ratione & totū lineam n m reflexam ad se ex toto arcu g b ut patet per 42. huius, & quia lineā m t est perpēdicularis super lineam a t, erit angulus m t b acutus, quia enim angulus m t u est rectus, ergo per 29. primi, angulus b m t est rectus ergo angulus m t b est acutus per 32. primi, ergo per 19. primi, erit lineā c b, maior q̄ li nea b m, sed ut præmissum & lineā c b est æqualis lineæ a t, ergo lineā a t est maior q̄ li nea b m, sed lineā a t & b m sunt æquedistantes, ergo per 16. primi huius, lineā t b cōcurrēt cū lineā a m, cōcurrant ergo in puncto f, est itaq̄ per 37. quinti huius, punctus f locus imaginis formæ puncti m, eodem quoq̄ modo lineā t g concurrēt cum lineā a n in pun cto qui sit q, & erit punctus q, locus imaginis formæ puncti n, quoniam kathetus inciden tiæ formæ puncti m, est lineā a m, & kathetus incidentiæ formæ puncti n, est lineā a n, li neæ quoq̄ reflexionis sunt lineæ t b & t g, continentur itaq̄ puncta f & q, per lineam f q,

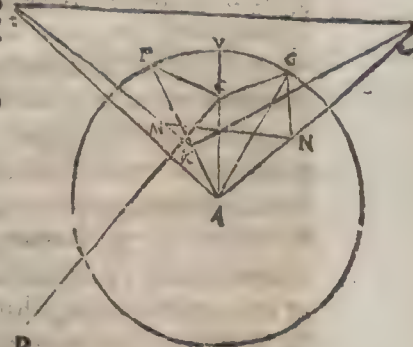


les, quia recti, sed & anguli b m t & g n t sunt recti, ergo trigona g t n & b t m sunt per 3.  
primi, æquiangula, ergo per 4. sexti, cū linea t g sit æqualis lineæ t b, erunt lineæ b m & g  
n æquales, & lineæ t m æqualis lineæ t n, ergo per 4. primi, cū anguli n t a & m t a sunt res  
eī & æquales, erūt lineæ a m & a n æquales, & sit puncta m & n æqualiter distabūt ā cē  
tro speculi qđ est a, eritq; per 2. sexti, & per 18. quinti, proportio lineæ a f ad lineam f m,  
sicut lineæ a t ad lineam b m, & erit, pportio lineæ a q ad lineam q n, sicut lineæ a t ad li  
neā g n, sed p 7. qnti, eadē est, pportio lineæ a t ad lineā b m, & ad g n, qm illæ duæ sunt æ  
quales, & eadē ergo est, pportio lineæ a f ad lineā f m, qđ est lineæ a q ad lineā q n, ergo p  
7. primi huius, erit euerlim eadē, pportio lineæ a f ad lineam a m, qđ est lineæ a q ad lineā  
a n, ergo p 16. qnā, erit pmutatim, pportio lineæ a q ad lineam a f, sicut lineæ a m ad lineā  
a n, sed lineā a m est æqlis lineæ a n, ergo lineā a f est æqlis lineæ a q, lineā itaq; f q, æ  
quedistat lineæ n m, p 2. sexti, ergo lineā f q est maior qđ lineā n m, si itaq; cētrū uisus fue  
rit in pūcto t, et in lineā n m, fuerit aliqd uisibile, tūc uisus cōprehēdet imaginē illius uisibi  
lis maiorē qđ sit secundū ueritatē, & hoc est propositū, etsi arcus cuiuscūq; circuli copulen  
tur ad has chordas n m & q f, patet idem de arcubus quod de lineis rectis, Centro

## XLVII.

XLVII.  
Centro uisus & re uisa oppositis speculo sphærico concauo taliter ut uisus sit altior re uisa secundum sui extrema æqualiter distante à centro speculi, imago lineæ uisæ uidebitur ultra speculum maior re uisa.

Sit circulus speculi sphaerici concaui sicut in praemissa qui est b g, cuius centrum a, & ducantur lineae à centro circuli a, ad periferiam quae sunt a b, a g, a u, sitq; linea a u, diuis dens per aequalia arcum g b, quae diuidatur, ut in praecedente secundum punctum t, ultra sui medium versus circumferentiam g b, & ducantur lineae g t & t b, & erigatur à puncto t, linea perpendicularis super superficiem circuli per i z, undecimi, quae sit linea t k, & ducantur lineae a k, b k, & g k, superficies itaq; trigonorum k b a, sunt secantes sphaeram spe culi super centrum a, & sunt erectae super superficiem circuli b g, per i s, undecimi, & su per omnes superficies contingentes sphaeram in punctis b & g, uel quibuscunq; punctis alijs circularum qui sunt communis sectio illarum superficierum & speculi per secundam huius, quoniam enim communes sectiones circuli b g, & superficierũ illorum trigonorũ sunt semidiametri a b & a g, qui sunt erecti super superficiẽ in illis punctis b & g, speculũ contingentes, patet quod illę superficies per i s, undecimi, sunt erectae super superficies in illis punctis contingentes, & similiter patet hoc de alijs superficiebus secundum puncta illorum circularum contingentibus. In illis itaq; superficiebus sit reflexio à punctis cir cumferentiae circularum communi eis & speculo, ducatur itaq; linea b m in superficie b k a æquedistans lineæ a k, sitq; linea b m minor quam linea a k, fiatq; taliter ut linea b m, tota penetret superficiem circuli b g, ad partem aliam quam linea t k, ita ut lineæ t k, & b m, sint in diuersis partibus speculi reflectos per sphaeram speculi b g, ducatur itaq; linea a m, & extrahantur lineæ b k & a m, donec concurrant in puncto f, concurrent au tem per i 6. primi huius, cum linea b m, sit minor quam sua æquedistans linea a k, & in superficie g n k, ducatur linea g a æquedistans lineæ a k, sitq; linea g n æqualis lineæ b m, & ad eandem partem superficiei circuli producta, & ducatur linea a n, producanturq; li neæ a n & k g, donec per i 6. primi huius, concurrant in puncto q, ducaturq; linea f q, & li nea m n, quia ergo ut in praecedente proxima ostendimus, linea b t est æqualis lineæ t a, & linea t k, est communis duobus trigonis b k t & a k t, & anguli ad punctum t, sunt re ecti per definitionem lineæ super superficiem erectam, palam per 4. primi, quia linea b k, est æqualis lineæ k a, & per eandẽ erit linea g k, æqualis lineæ a k, ergo per 5. primi, angu li k a b & k b a sunt æquales, & similiter sunt anguli k a g & k g a æquales. Item quia linea g k est æqualis lineæ a k, igitur linea g k æqualis est lineæ b k, sed & linea a g est æqualis lineæ a b, quia sunt semidiametri eiusdem circuli, & linea a k est communis, trigona itaq; a k b & a k g sunt æquilatera, ergo per 8. primi, angulus k b a est æqualis angulo k g a, & angulus k a b æqualis angulo k a g, & quoniam per 4. primi,



angulus  $k a b$  æqualis angulo  $k a g$ , & quoniam per 29. primi,  
 quia linea  $a b m$  est æqualis angulo  $k a b$ , ergo & angulo  $k b a$ , &  
 & similiter angulus  $a g n$ , est propter eadem æqualis angulo  
 $k a g$ , quoniam linea  $a k$  &  $g n$  æquedistant, ergo & angulo  $k$   
 $g a$ , & quoniam anguli  $k a g$  &  $k a b$  sunt æquales, ut præsten-  
 sum est, erit ergo angulus  $a b m$  æqualis angulo  $a g n$ , & linea  
 $b m$  ex hypothesi est æqualis lineæ  $g n$ , ergo per 4. primi, linea  
 $a m$  est æqualis lineæ  $a n$ , ergo ut in præmissa linea  $a f$  erit æqua-  
 lis lineæ  $a q$ , ergo per secundam sexti, linea  $q f$  æquedistat li-  
 neæ  $m n$ , & linea  $f q$  est maior quam linea  $m n$ , cum itaq; uisus  $P$   
 fuerit in puncto  $k$ , uel super punctum  $k$ , in linea  $c k$ , & fuerit linea  
 $m n$ , in aliquo uisibili inferiore puncto uisu, tunc forma puncti  $m$ , incidat speculo secun-  
 dam lineam  $m b$ , & reflectetur à puncto speculi  $b$ , ad uisum secundum lineam  $b k$ , in su-  
 perficie circuli transeuntis per puncta  $b a k$ , & forma puncti  $n$ , incidet speculo secundum  
 lineam  $n g$ , & à puncto speculi  $g$ , reflectetur ad uisum secundum lineam  $g k$ , in superfi-  
 cie circuli transeuntis per puncta  $g a k$ , & erit per 37. quinti huius, imago puncti  $m$ , pun-  
 ctum



Etum f. & imago puncti n punctum q. & erit linea q f. diameter imaginis linea n m. & linea f q. erit maior quam linea m n. imago itaq. rei uisae apparebit maior ipsa re uisa. & ultra speculum, in hoc ergo situ uisus est uisibilis, patet propositum. Si itaq. reuoluatur tota figura in circuitu linea a u, ipsa linea a u, permanente immobili, tunc punctum k describet motu suo quendam circulum, super quem erecta est linea a u, transiens ad utramq. partem superficiei illius circuli, & omne punctum illius circuli habebit situm respectu linea comparis linea m n. Si itaq. uisus fuerit in aliquo puncto circumferentiae huius circuli, & linea compar linea m n, fuerit in superficiei alicuius rei uisae respicientis centrum uisus secundum illum situm, ut res uisa in qua est linea m n, respiciebat uisum existentem in puncto k, tunc uisus comprehendet formam illius linea maiorem sua propria quantitate, & similiter si extrahatur linea e k, in continuum & directum, & signetur in ea punctum aliud praeter punctum k, ut punctum p, & ducantur linea ad illud punctum p, sicut ad punctum k, sunt prius ductae, erit idem eueniens quod prius accidit in puncto k, pluries itaq. ut patet per praesens theorema, & per proxime praemissum in speculis sphaericis concauis uidetur imago rei uisae maior ipsa re uisa, quod est notandum.

In speculis sphaericis concauis quandoq. comprehenditur imago aequalis ipsi rei uisae, quae occurrens inter uisum & speculum conuersum, retro uisum uero conformem habet situm rei uisae.

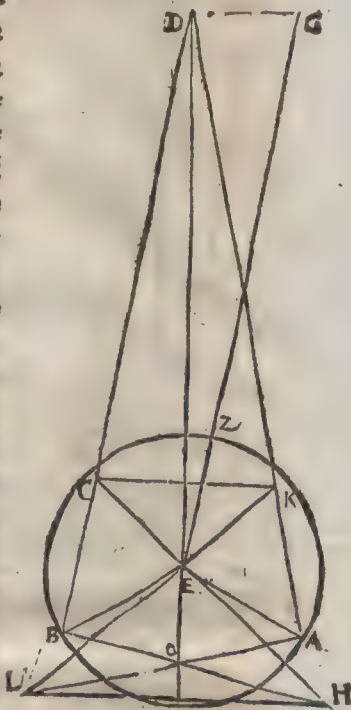
Sit speculum sphaericum concauum a b, cuius centrum sit e, secetq. ipsum superficies plana transiens centrum o, cuius communis sectio & superficiei speculi erit circulus per 69. primi huius, qui sit a b, & ducatur a centro linea e z, utriusq. contingit, non in ipsa superficiei circuli a b, sed oblique super illam sicut placet, quae producatul ultra circulum perferriam ad punctum g. & a puncto g, extrahatur linea perpendicularis super superficiem circuli a b, per 12. undecimi, & in illa perpendiculari signetur punctum d, & ducatur linea d e, quae protrahatur ultra centrum e, ad punctum o, & ducatur linea e b, continens cum linea d e, angulum obtusum, & ducatur linea e a continens cum linea e d, angulum obtusum aequalem angulo d e b, per 23. primi, & ducantur linea d a, d b, utriusq. per 4. primi, in trigona d e a, & d e b aequiangula. Superficies itaq. duorum trigonorum d e a, & d e b, secant se super lineam d e, & duo anguli d b e & d a e sunt acuti & aequales, per 4. primi, linea e nime b est aequalis linea e a, & linea d e est communis ambobus trigonis d e a & d e b, & anguli d e b & d e a sunt aequales, a puncto quoq. b in superficiei trianguli d e b, ducatur per 23. primi, linea continens cum linea e b, angulum aequalem angulo d b e, quae sit linea c, b o, haec igitur linea concurret cum linea d e, per 14. primi huius, ideo quod angulus b e d est obtusus, & angulus e b o, qui est apud punctum b, est acutus, non ualens cum angulo d e b duos rectos, cum angulus o b e sit aequalis angulo d b e, qui cum angulo b e d & angulo b d e, ualet duos rectos, per 22. primi, sit itaq. linearum d e & b o, concursus in puncto o, & a puncto a, ducatur linea in superficiei trianguli d e a continens cum linea a e, angulum aequalem angulo d a e, concurret ergo illa ut prius cum linea e o in puncto o, quoniam anguli a e o & b e o, per 13. primi, & ex praemissis sunt aequales, & anguli e b o & e a o, praemissis inter se sunt aequales, ergo per 32. primi, anguli reliqui qui sunt e o b & e o a, sunt aequales, ergo per 4. sexti, latera ipsorum sunt proportionalia, sed linea e a est aequalis linea e b, ergo linea e o est aequalis sibi ipsi, cadunt ergo linea b o & a o, in unum punctum linea d e producta, qui est o, ducatur etiam linea e c ad lineam b d, ita quod concurret cum linea e b angulum rectum per 1. primi, & protrahatur linea e c ultra punctum e, & linea b o ultra punctum o, concurrentesq. linea e c & l o, per 14. primi huius, quia cum angulus b e c sit rectus, angulus e b o est acutus, sit ergo concursus punctus h, eritq. linea e c, aequalis linea e h, & linea c b aequalis linea b h, per 4. sexti, trigona enim e c b & e b h, per 13. primi, & ex praemissis sunt aequiangula, & quibus latus e b est commune, & similiter producatul linea e k ad lineam a d, ita q. contineat cum linea e a, angulum rectum per 1. primi, & producatul ultra punctum e, & producatul linea a o, ultra punctum o, concurrentesq. linea e k, & a o, per 14. primi huius, quia cum angulus k e a sit rectus, angulus e a d est acutus

tus, sit concursus punctus l, & erit linea k a aequalis linea e l, quia cum angulus k e a sit rectus, erit angulus e a l rectus, sed & angulus e a l est aequalis angulo k a e, ut patet ex praemissis, ergo per 32. primi, trigona k e a & e a l sunt aequiangula, ergo per 4. sexti, cum linea e a sit ambobus illis trigonis communis, erit linea k a aequalis linea a l, & linea k e aequalis linea e l, & hoc etiam potest concludi per 3. sexti, & per eundem modum ostensum, sunt lineae d e & e h adinuicem, & lineae c h & b h adinuicem aequales, ducantur ergo lineae c h & l h, quia itaq. duo latera d e & k e sunt aequalia duobus lateribus e h & e l, & per 15. primi, angulus c e k est aequalis angulo l e h, patet per 4. primi, quoniam lineae c h & l h, erunt aequales inter se, si ergo uisus fuerit in puncto d, & linea l h, fuerit in aliquo uisibili tunc uisus existens in puncto d, comprehendet formam puncti h, in speculo a b, reflexam a puncto b, & erit forma puncti h, imago punctum c, per 37. quinti huius, quoniam kathetus suae incidentiae qui est linea h e, concurret cum linea reflexionis, quae est d b, in puncto c, similiter quia forma puncti l, reflectetur ad uisum in punctum d, a puncto speculi quod est a, & quia kathetus suae incidentiae qui est l e, concurret cum linea reflexionis quae est d a, in puncto k, erit per 37. quinti huius, punctum k, imago puncti formae puncti l, & erit linea c k, diameter imaginis linea l h, & erit ei aequalis. Si ergo reuoluatur tota figura speculi, & linearum productarum linea h l immobili existente, tunc punctus d, describet circulum, in cuius circumferentia puncto aliquo centro uisus existente poterit comprehendere aliquod uisibile comparem habens situm ad uisum, sicut tunc habet linea l h ad uisum d, & erit imago illius uisibilis aequalis ei, & similiter si uisus fuerit intra circulum speculi in puncto o, & res uisa fuerit disposita secundum lineam c k, erit imago linea c k, linea l h aequalis rei uisae, sed tamen re uisa existente in linea l h, & uisu existente in puncto d, cum imago rei uisae fuerit linea c k, erit forma imaginis, conuersa respectu situs rei. Si enim punctus h fuerit in dextra, erit punctus e in sinistra, & si punctus h fuerit supra lineam aliquam eleuatus, erit punctus c infra illam lineam depressus & inclinatus, & similiter est de puncto l, respectu puncti k, sed cum res uisa fuerit in linea c k, & uisus fuerit in puncto o, & imago linea c k fuerit linea l h, erit forma non conuersa sed directa, nam imago quae est linea l h, erit retro uisum, ut ostensum est in 11. huius, & uisus comprehendet punctum h, quod est imago puncti c, retro se in linea h o, & punctum l, quod est imago puncti k, in linea l o retro se, & pars formae uisibilis quae reflectitur ad uisum, erit respiciens uisum in ipsa imagine, sicut & in ipsa superficiei rei uisae, patet ergo propositum.

## X L I X.

In speculis sphaericis concauis imago quandoq. comprehenditur minor re uisa, quae occurrens inter uisum & speculum conuersum habet situm rei uisae, quandoq. uero uidetur maior re uisa, quae occurrens retro uisum conformem habet situm rei uisae.

Sit dispositio totius figurae omnino eadem quae in praecedente theoremate, & producatul linea b h, in continuum & directum, & in ipsa signetur punctus r, & ducatur linea r e, ad centrum speculi, quoniam angulus t e b est rectus, patet per 13. primi, quod angulus h e b est rectus, palam ergo quia angulus r e b erit obtusus, producatulq. linea r e ultra punctum e, ad lineam b d, incidatq. in punctum n, cadetq. n inter puncta t & b, cum enim angulus b e r, sit obtusus, patet per 13. primi, quod angulus b e n est acutus, linea itaq. e n, diuidit angulum t e b qui est rectus, ergo per 29. primi huius, ipsa secabit basem t b, erit ergo linea n b minor quam linea t b, sed linea t b, ut patet in praecedenti est aequalis linea b h, & linea b r est maior quam linea b h, erit ergo linea r b maior quam linea b n, & quia ut patet ex praemissis in proxima praecedente angulus n b e est aequalis angulo e b r, palam quod linea e b





et b diuidit angulum n b r per æqualia, erunt ergo per 3. sexti, proportio lineæ b r ad lineam b n, sicut proportio lineæ r e ad lineam e n, sed lineæ r b est maior quam lineæ b n, ergo lineæ r e, est maior quam e n, producatursq; similiter lineæ a l, in continuum & directum, donec sit lineæ a m æqualis lineæ b r, & ducatur lineæ m e, quæ producta concurrat cum lineæ d a in puncto u, concurrat autem ut prius demonstratum est per 29. primi huius, & quia duo anguli e a m & e b r sunt æquales, ut patet in cōmento præmissæ propositiōis, & duo latera e a & a m, trigoni e a m, sunt æqualia duobus lateribus trigoni e b r, quæ sunt b e & b r, erit per 4. primi, lineæ m e æqualis lineæ r e, & angulus m e a æqualis angulo r e b, sed angulus r e b maior est angulo recto & obtusus, erit ergo angulus m e a obtusus, ergo per 3. primi, angulus u e a est acutus, quia ergo in trigono a e u, angulus u a e est æqualis angulo e a m, trigoni m e a, & angulus u e a est minor angulo m e a, erit angulus u a maior angulo a m e, per 32. primi, ergo in trigono m a u, latus m a est maius latere u a, sed lineæ a e diuidit angulum u a m per æqualia, ergo per 3. sexti, lineæ m e est maior quam lineæ e u, & similiter est lineæ r e maior quam lineæ e n, ducantur itaq; lineæ n u & m r, & quia per 26. primi, lineæ n e æqualis lineæ e u, quoniam ex præmissis angulus u a e est æqualis angulo n b e, & angulus a e n est æqualis angulo b e n, cum uterq; punctorum super angulum æqualem obtusum sit complementum duorum rectorū per 13. primi, & latus a e est æquale lateri b e, sunt igitur per 15. primi, & per 7. quinti, & per 6. sexti, trigoni m e r & n e u æquianguli, ergo per 4. sexti, erit proportio lineæ m e ad lineam e u, sicut lineæ m r ad lineam n u, sed ut patet ex præmissis lineæ m e est maior quam lineæ e u, ergo lineæ m r est maior quam lineæ n u.

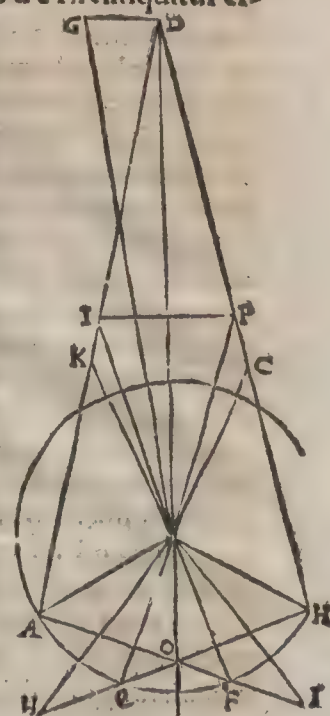


Si uisus fuerit in puncto o, & lineæ n u fuerit in aliquo uisibili, erit lineæ m r imago lineæ n u, & est maior quam lineæ n u. Sed cum in lineæ m r fuerit aliquod uisibile, & uisus in puncto d, imago n u, erit inter uisum & speculum, & uidebitur imago reuerſa habens situm alium quam res uisæ, prout declarauimus in theōremate præcedente, cum uero res uisæ fuerit in lineæ n u, & uisus in puncto o, imago m r uidebitur retro uisum, & erit eius forma conformis situi rei uisæ, ut in præmissa patuit, nam imago si fuerit ultra uisum uidebitur, antequam ipsius, & omne punctum imaginis uidebitur in lineæ suæ reflexionis, patet ergo manifeste totum quod proponebatur.

In speculis sphaericis concavis imago quandoq; comprehenditur maior reuſa, & conuerſa secundum situm formæ rei uisæ ipsa imagine inter uisum & speculum occurrenter retro uisum non uidetur minor, sed habens situm conformem rei uisæ.

Remaneat dispositio quæ prius in 48. huius, & signetur in lineæ o h, punctū q, & ducatur lineæ e q, & producta ultra centrū e, transeat ad punctum p, lineæ d b, sitq; ut a lineæ o l, abscindatur lineæ o f, æqualis lineæ o q, per 3. primi, & ducatur lineæ f e, quæ producta ultra punctum e, ad lineam d a in punctum i, erit itaq; secundū prædictum in præmissis probandi modum duæ lineæ p e & i e, maiores duabus lineis e f & e q, quia enim lineæ l e est maior quam lineæ f e, per 21. primi, & lineæ e h est maior quam lineæ e q, lineæ uero p e est maior quam lineæ e e, & lineæ i e maior quam lineæ e k, lineæ uero l e est æqualis lineæ k e, & lineæ h e est æqualis lineæ e r, patet quod duæ lineæ p e & i e, sunt maiores duabus lineis f e & e q, & quia ex præmissis in præcedentibus duobus theōrematibus anguli e h q & e l f, sunt æquales, & lineæ e h & e l æquales, nunc autem lineæ h q & l f, acceptæ sunt æquales, ergo per 4. primi, lineæ f e & q e sunt æquales, & angulus f e o æqua-

lis angulo q e o, ergo per 15. primi, angulus p e d est æqualis angulo d e i, relinquatur ergo angulus p e b æqualis angulo i e a, ergo per 32. primi, trigona p e b & i e a sunt æquiangula, ergo per 4. sexti, cū lineæ e b sit æqualis lineæ e a, erit lineæ p e æqualis lineæ i e, ducantur ergo lineæ p i & p q, erit per 15. primi, & per 7. quinti, & per 6. & 4. sexti, lineæ p i, maior quam lineæ f q, si ergo uisus fuerit in puncto o, & lineæ p i sit in aliquo uisibili, erit lineæ f q imago lineæ p i, & est lineæ f q maior q̃ lineæ p i, & imago f q, uidebitur super duas lineas reflexionis quæ sunt a o & b o, erit ergo forma imaginis retro uisum minor quam res uisæ, & erit directæ habens situm conformem situi rei uisæ, si uero uisus fuerit in puncto d, & lineæ f q in aliquo uisibili, tunc erit lineæ p i imago lineæ f q, & erit maioris quantitatis q̃ lineæ f q, & erit forma ante uisum conuersum & contrarium habens situm respectu situs formæ uisæ rei uisæ, & hoc est propositum.

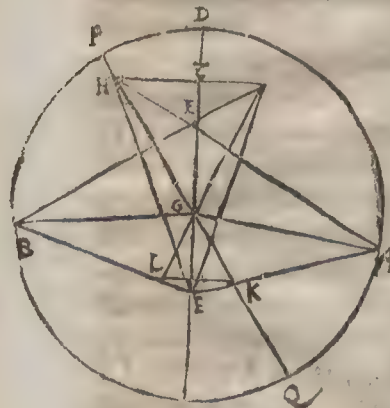


Centro uisus existente in aliquo puncto inter quod & superficiem speculi sphaerici cōcaui fuerit centrum speculi formæ uisæ existentis ultra centrum speculi imago conuersa uidetur, & minor formæ rei uisæ, in hac quoq; situ uisus comprehendet propriā imaginē minorem & conuersam.

Sit speculum sphaericum concatum a b d, cuius centrum g, secetq; ipsum superficies plana per centrum g, erit ergo per 69. primi huius, communis sectio circulus qui sit a b d & ducatur lineæ g d, ut cuncq; contingit, & producatursq; ultra punctum g, ad punctum e, in quo sit centrum uisus in superficie circuli a b d, sitq; punctus e, in eadem lineæ e d ultra centrum speculi, quod est punctum g & ducatur lineæ c h, per 11. primi, perpendiculariter super lineam e d, & producatursq; ultra punctum e, ad punctum z, donec sit lineæ z c æqualis lineæ c b, comprehendatq; uisus existens in puncto e, formā puncti h, per reflexionem factam a puncto speculi quod sit a, erunt itaq; duo puncta a & h, a duobus lateribus puncti g, sitq; ita ut si lineæ g h, producatursq; ad periferiā circuli in punctum p, sitq; arcus a p maior quarta circuli, & erit angulus a g p obtusus, per ultimā sexti, non est autem possibile, ut puncta a & h, constant in eodē latere puncti g, in eadē diámetros g d & g q, producta semidiámetro g p, in punctum q, non enim posset fieri reflexio, ut patet per 20. huius, nisi lineæ producta a puncto g, centro speculi ad punctum a, diuideret angulum h e per æqualia, ducantur itaq; lineæ e a & a h, & producta lineæ h g ad lineam a e, incidat ipsum in punctum k, angulus itaq; h a g est æqualis angulo g a e, per 20. quinti huius, & est punctus k imaginis puncti h, per 27. quinti huius, sit quoq; arcus b d æqualis arcui d a, quod fiat per 25. tertii. Si angulus d g b fiat æqualis angulo d g a, & ducantur lineæ e b, z b, g b, & producatursq; lineæ z g, ad lineam b e, incidatq; in punctum l, secetq; lineæ z u semidiāmetrum d g, in puncto f, quia ut patet ex præmissis duæ lineæ z c & c h sunt æquales, & puncta z & h, æqualem habent dispositionem respectu centri, & respectu periferiæ circuli, patet quod lineæ h a, & z b interfecabunt semidiāmetrum d g, in eodem puncto f, quia itaq; in trigonis e f & h c f, duo latera h c & e c sunt æqualia, & latus e f est commune, & anguli a d e recti, palam per 4. primi, quoniam lineæ z f est æqualis lineæ h f, sed & in trigonis a g f & b g f, accidet per eandem 4. primi, angulum f a g æqualem esse angulo f b g, & lineam a f æqualem fieri lineæ f b, est enim ex præmissis angulus a g f æqualis angulo b g f, & lineæ a g & b g sunt semidiāmetri, communis uero angulus f b g, similiterq; per eandem 4. primi, lineæ e a æqualis sit lineæ e b, & angulus g b e æqualis angulo g a e, sed anguli f a g & g a e sunt æquales, ergo & anguli f b g & g b e sunt æquales, ergo angulus z b g æqualis est angulo e b g, ergo per 20. quinti huius, forma puncti z reflectetur a puncto speculi quod est b, ad uisum existentem in puncto e, & erit



erit punctus l, locus imaginis formae puncti z, ducatur quoque linea k l, quae erit diameter imaginis lineae z h, & quia linea z h est perpendicularis super lineam d e, & linea z c est aequalis lineae c h, ex hypothesi, & quia ut patet ex praemissis duae lineae z f & h f sunt aequales, et duae lineae a f & b f sunt aequales, tota ergo linea z b est aequalis toti lineae h a, sed & duae lineae a e & e b sunt aequales, ducatur quoque linea e h & e z, in trigonis itaque e a h & e z b, duo latera unius quae sunt e a & h a sunt aequalia duobus alternis lateribus, quae sunt e b & b z, & angulus h a e est aequalis angulo z b e, ergo per 4. primi, basis z e est aequalis basi h e, similiterque in trigonis z c g & h c g, duo anguli ad punctum c, sunt recti, & latus z c, aequale lateri h c, latus quoque c g est commune, ergo per 4. primi, linea g h est aequalis lineae z g, linea vero a g & g b sunt semidiametri circuli a b d & aequales, ergo duae lineae a g & g h sunt aequales duabus lineis b g & g z, & basis a h est aequalis basi b g, ergo per 8. primi, erit angulus a h k aequalis angulo b z l, & angulus h a k aequalis angulo z b l, erit ergo per 3. 2. primi, angulus h k a aequalis angulo z l h, trigona itaque h a k & z b l sunt aequiangula, ergo per 4. sexti, erit proportio lineae h k ad lineam r l, sicut lineae z b ad lineam h a, sed linea z b est aequalis lineae h a, ut patet ex praemissis, ergo linea h k est aequalis lineae z l, sed & linea h g est aequalis lineae z g, ut supra patuit, erit ergo reliquum aequale reliquo, ergo linea g k est aequalis lineae g l, quia itaque duae lineae z g & h g, inter se sunt aequales, & duae lineae g k & k l, inter se sunt aequales, patet per 7. quinti, quia est proportio lineae z g ad lineam g b, sicut lineae h g ad lineam g k, sed angulus z g h & k g l sunt aequales, per 1. primi, ergo per 6. sexti, erunt trigona z g h & k g h aequiangula, angulus ergo z h k est aequalis angulo l k h, ergo per 27. primi, lineae z h & k l sunt aequidistantes, quod etiam patere potest per 14. primi huius. Item angulus h g a, ut patet ex praemissis, est obtusus, ergo per 13. primi, angulus a g k est acutus, duo vero anguli h a g & g a k sunt aequales, relinquitur ergo per 3. 2. primi, angulus a k g maior angulo a h g, ergo per 19. primi, in trigono a h k, latus a h est maius latere a k, & duo anguli apud a sunt aequales, ergo per 3. sexti, linea h g est maior quam linea g k, & similiter linea z g est maior quam linea g l, ergo linea z h est maior quam linea k l, per 4. sexti, sed linea k l est diameter imaginis lineae z h, linea ergo z h uidebitur minor quam sit secundum ueritatem. Si ergo reuoluerimus circulum a b d, linea e d immobilis existet ex duobus punctis a & b, describet circulus in superficie speculi, & sicut se habet uisus exte- rius in puncto e, ad rem uisam, in qua est linea z h, sic se habebit respectu cuiuslibet coparis lineae cadentis inter illum circulum, quae signant puncta z & h reflexae ex arcu copari arcui a b, ex proportione speculi, quae diuidit circulum, quae signant duo puncta a & b, & similiter potest declarari, si linea z h ponatur maior uel minor quam nunc est posita, uniuersaliter enim in hoc situ diametri imaginis uel faciei aspicientis comprehenditur in speculo sphaerico concavo



minor quam sit, sed etiam imago uidetur conuersa, si enim uisus fuerit in puncto e, tunc aspiciens comprehendet formam suam in talis speculo minorem quam sit, & quia punctus k est imago puncti h, & punctus l est imago puncti z, erit imago conuersa, quia pars dextra uidebitur sinistra, & sinistra dextra, et similiter superior uidebitur inferior, et inferior superior, et similiter etiam uisus comprehendet suam formam, quia illud quod est in dextro comprehendet in sinistro, et econuerso, et quod deorsum est comprehendet sursum, & econuerso, similiter quoque si uisus fuerit in quolibet puncto inter quod et superficiem speculi fuerit centrum speculi, semper comprehendet suam formam conuersam, & hoc est propositum. Ex his itaque praemissis quatuor theorematibus patet, quod in speculis sphaericis concavis imago rei uisae comprehenditur a uisu quanto

doque maior, quandoque minor, quandoque aequalis rei uisae, et nunc conformem habens situm ipsi rei uisae, & nunc conuersum, & quoniam sicut ostendimus per 40. huius, quandoque unus rei uisae uidetur imago, quandoque duae, quandoque tres, & quandoque quatuor, illud ergo quod habet unam imaginem maiorem se, forsan habebit alias minores, & quod habet unam, cuius situs est directus compar rei uisae, forsan uidebitur sub alijs imaginibus habentibus conuersum

uersum situm in contrarium rei uisae, & haec omnia in diuersitate situs rei uisae, & ipsius uisus respectu punctorum reflexionis patere potest, patet ergo propositum.

LII.

Lineis incidentiis se interfecantibus in speculis sphaericis concavis, altitudines & profunditates erectae super superficiem speculi citra punctum sectionis existentes reuersae, quae uero sunt in eisdem lineis ultra sectionem quemadmodum sunt sic apparent.

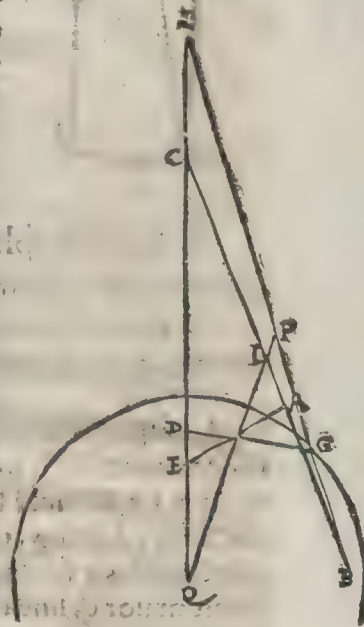
Esto speculum sphaericum concavum a g, cuius centrum q, sintque duae altitudines d e & h n, erectae super superficiem speculi, sitque communis sectio superficiei reflexionis & speculi circulus a g, reflectaturque forma puncti e ad uisum, cuius centrum sit b, a puncto speculi quod sit a, & forma puncti d, a puncto g, interfecantque se lineae incidentiae d g, & e a in puncto z, citra quem punctum sectionis sit altitudo h n, cuius punctum h, sit in linea e a, & eius punctum n, sit in linea d g, cum ergo omnia puncta lineae e a reflectantur a uisum b, a puncto speculi a, & omnia puncta lineae d g, a puncto speculi g, palam quod forma puncti h, reflectetur a puncto speculi a, & forma puncti n, a puncto speculi g, quia uero lineae h n & d n, sunt rectae super superficiem speculi, patet per 1. 2. primi huius, quoniam quaelibet ipsarum transit punctum q, centrum speculi, producat ergo a centro speculi quod est q, per lineam a m h n, linea q n h producat ergo ab eodem centro q, per lineam e d, linea quae producat extra speculum, & quia linea q e a, est perpendicularis super superficiem speculi, & linea b g obliqua, patet per 14. primi huius, quod lineae e d & b g concurrent ultra speculum, & sit concursus punctus i, palam etiam per eandem 14. primi huius, quoniam linea q n h producta concurret cum linea b g i, sit concursus punctus p, & linea b a concurret cum linea q h in puncto l, & cum linea q i in puncto c, manifestum autem per 37. quinti huius, quoniam locus imaginis formae puncti h, erit in puncto l, & locus imaginis formae puncti n erit in puncto p, erit ergo linea l p imago rotata lineae h n, habet autem imago l p, situm reuersum respectu situs lineae h n, quoniam punctus h, est altior puncto n, & punctum l, quod est imago puncti h, est basius puncto p, quod est imago puncti n, punctus uero i, est locus imaginis puncti d, & punctus c est locus imaginis puncti e, & quia punctus i est altior puncto c, sicut punctus d est altior ipso puncto e, palam quoniam imago lineae d e est ergo situata apparet sicut se habet ipsa res uisa, & hoc est propositum de altitudinibus sphaericis, de profunditatibus uero idem patet, ut si linea h n & d e, quaedam profunditates ponantur esse, tunc enim eadem est demonstratio, apparet enim profunditas h n reuersa, & profunditas d e quemadmodum est disposita sic apparet, hoc itaque est propositum. Si uero ambae lineae d e & h n essent ex una quacunque parte sectionis linearum incidentiae, hie ret suarum imaginum conformis situatio, ut patet per praemissa.

LIII.

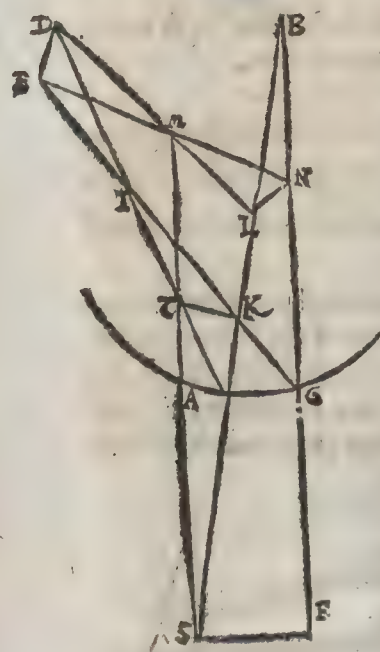
Lineis incidentiis se interfecantibus in speculis sphaericis concavis oblique longitudines citra punctum sectionis existentes, quemadmodum sunt sic apparent, earum uero quae sunt ultra sectionem in eisdem lineis uidentur imagines reuersae.

Sit speculum sphaericum concavum a g, cuius centrum m, & sic centrum uisus b, & sit linea d e, obliqua super superficiem speculi, cuius puncti d, forma reflectatur ad uisum b, a puncto speculi quod est a, formaeque puncti e, a puncto g, & lineae incidentiae quae sunt d a & e g, interfecant se in puncto i, sitque citra punctum i, linea obliqua incidens superficiei speculi quae sit k c, cuius punctus k, reflectatur a puncto speculi g, & punctus c, a puncto speculi a, ducatur itaque linea d m, a puncto d ad centrum speculi, quae propter obliquitatem

kk 2 lineae







PERSPECTIVAE • VITELLIONIS

linea b a, super superficiē speculi eum linea d m sit perpendicularis super eandem speculi superficiem per 72. primi huius, ideo quia transit centrū speculi quod est m, concurreret cum linea b a, obliquē superficiē speculi incidentiā, ut patere potest per 14. primi huius sit concursus in puncto b. Similiter quoque linea e m concurreret cū linea b g, sit punctum concursus n, palam ergo per 37. quinti huius, quoniam in puncto l, est imago formæ puncti d, & in puncto n, imago formæ puncti e, ducaturque linea n l, quæ erit imago totius lineæ d e, habet quoque imago n l, reuersæ se ad situm lineæ d e, & niam punctus n est altior puncto l, sicut punctus d est altior puncto e, producatursque linea m k, donec concurrat cum linea b g, producta concurrat autem propter perpendicularitatem lineæ b g, super superficiem speculi, & propter perpendicularitatem lineæ m k, sit concursus punctus f, & producaturs linea m c, donec concurrat cū linea b a producta, & sit punctus concursus f, copuletursque linea f f, erit ergo linea f f imago lineæ k c, & sic punctum k, est altius puncto c, sic erit punctum f altius puncto f, est itaque imago f f, conformem habens situm ipsi rei uisæ quæ est k c, occurrēs speculo citra punctum sectionis lineærū incidentiæ, quod est i, patet ergo propositū

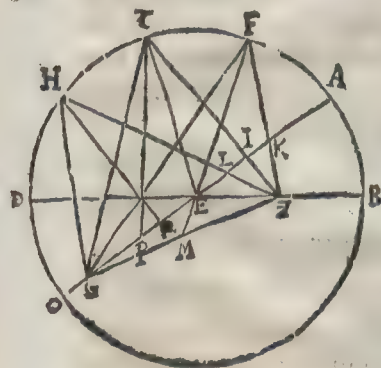
LIII.

LIIII.

In speculis sphaericis concavis uisus in quibusdam sitibus comprehendit  
lineæ rectæ uisæ imaginem plene rectam.

linea recta uisae imaginem plene rectam.

Sit speculū sphericū cōcauū a b, cuius centrū e, seceturq; p superficiē planā p centrū erit ergo p 69. primi huius, cōmunis sectio circulus magnus q sit a b, & eius centrū e, du canturq; duae diametri huius circuli quae sunt a e o, & b e d, & speculum nō excedat arcū b a d o, assumaturq; in semidiametro b e, quicūq; punctus placuerit, & sit z, in quo pon tur centrū uisus, & sumatur in semidiametro a e, punctus k, taliter ut linea a k sit maior q; linea k e, & ducat linea z h, et ptrahatur ad circūferentiā incidatq; in punctū f, & duc tur linea e f, & sup f tamē linea e f, cōstituatur angulus æqualis angulo z f e, p 23. primi, q sit angulus g f e, ducta linea g f, cuius pūctus g, cadet in semidiametrū d e, qā enim linea f k est maior q; linea k a, p 7. tertij, & linea k a est maior q; linea k e, ex hypothesi, erit li nea f k maior q; linea k e, ergo p 18. primi, angulus f e k maior est angulo e f k, est ergo angulus f e k maior angulo e f g, linea ergo f g, p 14. primi huius, cōcurrēt cū lineae g, cō currat ergo in pūcto g, duarū ergo linearum z g & f g, pūcta reflectūtur ad se inuicē à pū cto speculi qd est f, ppter angulorū æq̄litate p 20. quinti huius, est ergo pūctus k imago pūcti g, cētro uisus existēte in pūcto z, ducat itaq; linea l h secās diametrū o a, in pūcto l, & periferiā circuli in pūcto h, utcūq; cōtingit, ducanturq; lineae e h, h g, z g, & ptrahat li



h r, semidiametru e a in puncto l, puncta ergo duaru linearu z h & h r, reflectunt ad invicem ppter æqualitatẽ anguloru r h e, e h z, fietq; reflexio a puncto speculi qd est h, p 20. quinti huius, & erit l punctus imago puncti r, palã uero qm̃ forma cuiuslibet puncti linearẽ g r, reflectitur

LIBER OCTAVVS. 223

Et ad uisum in punctū z, ex aliq̃ p̃cto arcus fh, & nō ex alio, p̃ 42. huius. Sumatur itaq̃  
aliq̃ p̃ctus lineæ gr q̃ sit p, & hic reflectatur ab aliq̃ p̃cto arcus fh q̃d sit c, & ducatur  
lineæ pc & rc, q̃a ergo p̃ctus t, est inter duo p̃cta f & h, arcus fh, palā quia lineā 3 t, ca-  
det inter duas lineas 3 f & 3 h, lineā ergo 3 t, p̃ 29. primi huius, secat lineā kl, secet ergo  
in p̃cto i, est ergo per 37. quinti huius, punctus i, imago formæ puncti p, & punctus p,  
nō habet aliā imaginē nisi p̃ctū i, quoniā tamē ab uno p̃cto arcus fh, sit reflexio for-  
mæ puncti p, ad uisum existentem in puncto 3, ut patet per 19. uel per 29. huius, imago  
itaq̃ cuiuslibet puncti lineæ gr, erit in aliquo p̃cto lineæ kl, est ergo tota lineā kl ima-  
go formæ totius lineæ gre, & est recta, quia est pars semidiametri circuli a e, uisus ergo  
existens in puncto 3, comprehendit formam lineæ rectæ quæ est gr, imaginem h k, rectā  
existentem in speculo sphaerico concauo a b, & hoc est propositum.

## LV.

In speculis sphaericis concavis comprehendet uisus ex quibusdam sitibus  
 imaginem lineæ conuexam, & concavæ concavam, eritq; lineæ cuius conue-  
 xitas respicit speculum imago conuexa respiciens uisum, & lineæ cuius conca-  
 uitas respicit speculum imago concava respiciens uisum.

Sit dispositio quæ in proxima præcedente, constituanturq; super lineam  $gr$ , à duobus  
 suis lateribus duo arcus utcunq; cōtingit, quæ sint  $gnr$  &  $gqr$ , & sit arcus  $gnr$ , non se-  
 cans lineam  $h$ , & ponatur in linea recta  $gr$ , punctū  $m$ , quomodo cūq; sit illud, forma itaq;  
 puncti  $m$ , reflectitur ad uisum 3, ex aliquo puncto arcus  $fh$ , per 42. huius, sit itaq; ut refle-  
 ctatur ex puncto  $t$ , & ducantur lineæ  $3t$  &  $mt$ , duo itaq; anguli  $3te$  &  $etm$  sunt æqua-  
 les per 20. quinti huius, linea ergo  $mt$  secabit arcū  $gnr$ , sit ut secet ipsum in puncto  $n$ , &  
 producat lineam  $h$  m uersus arcū  $gqr$ , secetq; illū in puncto  $q$ , & ducatur linea  $ne$ , produ-  
 cat q; ultra punctū  $e$ , secabit ergo lineam  $3t$ , sub linea  $k l$ , per 29. primi huius, quoniā se-  
 cat angulū  $k e 3$ , cui sub tenditur pars lineæ  $t 3$ , secet ergo linea illam in puncto  $i$ , quia ergo  
 duo anguli  $3te$  &  $net$  sunt æquales, patet per 20. quinti huius, quod forma puncti  $n$ , re-  
 flectitur ad uisum 3, à puncto speculi  $t$ , est ergo palā per 37. quinti huius, quoniam pun-  
 ctus  $i$ , est locus imaginis formæ puncti  $n$ , & duo puncta  $k$  &  $l$ , sunt imagines duorū pun-  
 ctorum  $g$  &  $r$ , ut patuit per præmissam, imago ergo arcus  $gnr$  est linea transiens p pun-  
 cta  $k l$ , sed linea  $k i l$ , est cōuexa, ex parte uisus 3, & arcus  $gnr$  est cōuexus ex parte spe-  
 culi, uisus itaq; existens in puncto 3, comprehendet formam lineæ  $gnr$ , conuexæ conue-  
 xam lineam, ducatur quoq; linea  $qe$ , & producat ultra punctum  $e$ , secabit quoq; lineam  
 $3t$ , ultra lineam  $l k$ , per 29. primi huius, quoniā secat angulum  $te k$ , secet ergo in pun-  
 cto  $p$ , & quia anguli  $p te$  &  $q te$  sunt æquales, patet per 20. quinti huius, quoniā à puncto  
 speculi quod est  $t$ , reflectetur forma puncti  $q$ , ad uisum 3, & locus imaginis formæ puncti  
 $q$ , est punctus  $p$ , & erit ut supra linea  $lpq$ , ex parte uisus concaua, & ipsa est imago arcus  
 $gqr$ , concaui ex parte speculi, comprehendet ergo uisus in puncto 3, existens formam ar-  
 cus  $gqr$ , concaui lineam concauam, & hoc est propositum.

## LVI.

LVI.

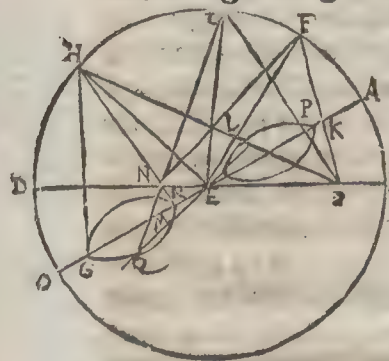
In speculis sphaericis concavis comprehendet uisus ex quibusdam sitibus  
linearum rectarum imagines quatuor curuas, linearumque curuarum, cuius conuexitas est ad  
speculum imaginem comprehendit curuam, omniumque linearum imaginum  
concauitas respiciens est ad uisum.

Sit speculum sphaericum concavum in quo sit circulus maximus  $q$   $a$   $b$   $d$ , cuius centrū  
 $g$ , & extrahatur a centro  $g$ , semidiameter  $g$   $b$ , utcuq; contingit, quæ dividatur per æqua-  
 lia in puncto  $t$ , taliter ut linea  $g$   $t$ , sit maior medietate lineæ  $b$   $g$ , & a puncto  $t$ , ducatur li-  
 nea  $t$   $z$ , perpendiculariter super lineam  $g$   $b$ , per 11. primi, & producaturs linea  $z$   $t$ , ultra  
 punctū  $t$ , ad punctū  $e$ , fiantq; lineæ  $z$   $t$  &  $e$   $t$ , utraq; æquales lineæ  $t$   $g$ , per 73. primi, & du-  
 cantur lineæ  $g$   $e$  &  $g$   $z$ , & trigono  $e$   $g$   $z$ , circūscribatur circulus  $p$   $5$ . quarti, eritq; centrum  
 illius circuli punctus  $t$ , per 9. tertij. & quia linea  $t$   $g$ , maior est q̃ linea  $t$   $b$ , palā qm̃  
 ille circulus secabit circulū  $a$   $b$   $d$ , in duobus ergo punctis illum secabit per 10. tertij, sint  
kk 3 itaq;



PERSPECTIVAE VITELLIONIS

Itaq; illa duo puncta a & d, ducantur quoq; lineæ g a, g d, e a, e b, e d, 3 a, 3 b, 3 d, quia ergo duæ lineæ e t & t 3, sunt æquales, & anguli ad punctum t sunt recti, & lineæ t g cōmunis, erunt per 4. primi, duæ lineæ e g & 3 g æquales, & similiter per eandem 4. primi, duæ lineæ e b & 3 b, sunt æquales, ergo per 17. tertij, duo arcus e g & g 3 sunt æquales, ergo p. 26. tertij, angulus e a g est æqualis angulo g a 3, & angulus e d g æqualis est g d 3, & angulus e b g æqualis angulo g b 3, quoniam omnes illi anguli cadunt in eodẽ arcus, for ma ergo puncti 3, reflectitur ad punctum e, à pñctis speculi a & d & b, uel econuerso per 20. quinti huius, & quia lineæ g t, est maior q̃ lineæ t b, duæ uero lineæ e b & 3 e, ad inuicem, & duæ lineæ e g & 3 g, ad inuicem sunt æquales per 4. primi, palam per penultimam primi, quoniā lineæ g e est maior q̃ lineæ b e, quadratum enim lineæ g e, ualeat ambo quadrata linearũ g t & t e, & quadratum lineæ e b, ualeat ambo quadrata linearũ e t & t b, abla to ergo quadrato lineæ t o cōmuni, relinq̃tur quadratũ lineæ g e, maius quadrato lineæ e b, q̃niā lineæ g t est maior q̃ lineæ t b, ergo lineæ g e est maior q̃ lineæ e b, in trigono g e b, ut patet p. 19. primi, angulus g b e est maior angulo e g b, sed angulus e g b est medietas unius recti per 5. & per 32. primi, duo ergo anguli qui b g e & e b g, simul sumpti, sunt maiores recto, ergo angulus b e g est minor recto per 32. primi. Sed angulus e g 3 est rectus per 10. tertij, & ideo q̃niā anguli e g t & t g 3, sunt duæ medietates unius recti, ergo per 10. primi huius, duæ lineæ e b & g 3 productæ concurrent extra circulũ, sit earum cōcurfus pñctus m, & quia lineæ e d, est intra triangulũ m e g, palā q̃niā ipsa producta cōcurrat cū lineæ g m, p. 29. primi huius, cōcurrant ergo in puncto l, & quia lineæ g b transsit p pñctũ t, q̃d est cẽtrũ circuli e g 3, & lineæ uero a g, ducitur extra illā à cẽtro ad periferiam, palā quia portio a e g est minor semicirculo, ergo p. 29. tertij, angulus a e g est obtusius, & angulus e g 3 est rectus, ergo p. 14. primi huius, illæ duæ lineæ a e & 3 g, cōcurrerint in





partē lineæ e g, cōcurrat ergo in puncto f. Si itaq; uisus fuerit in  
pūcto e, & pūctus 3; in aliq̃ uisibili, tūc tria pūcta in l f, erūt ima-  
gines pūcti 3, sic ergo pūctus 3; cōprehenditur in tribus locis, qm̃  
ā tribus pūctis speculi quæ sunt a b o, sit reflexio formæ pūcti  
ipsius 3 ad uisum e. Item protrahatur ā puncto e, linea super arcu  
d 3, utcumq; contingat, quæ sit linea e k, & ducatur linea g k, quæ  
secet arcum d 3 in puncto k, & ducatur linea 3 k, quia ergo arcus  
e g & g 3 sunt æquales, erunt duo anguli e k g & g k 3, æquales  
per 26. tertij, producatũq; linea g k ad circumferentiam circuli  
a b d, incidatq; in punctum r, & producātur lineæ e r & 3 r, & qm̃  
angulus e k g, est æqualis angulo g k 3, erit angulus e k r, æqua-  
lis angulo 3 k r, per 13. primi, erit ergo angulus e r k, maior angulo k r 3, si enim sit æqua-  
lis, tunc per 31. primi, & 4. sexti, sequitur lineam e k, æqualē esse lineæ 3 k, & arcum d 3, qđ  
æqualem esse arcui e a k, qđ est contra præmissa, est enim arcus e a, æqualis arcui d 3,  
si angulus e r k, sit minor angulo 3 r k, erit ergo ex præmissis, angulus r e k, maior angulo  
lo k 3 r, refecetur ergo angulus r e k, ad æqualitatem anguli r 3 k, per 27. primi huius, &  
sequitur idē impossibile qđ prius, producta illa linea ad lineam r k. Restat ergo ut angu-  
lus e r g, sit maior angulo g r 3, fiat ergo per 22. primi, super punctũ r terminũ lineæ g r,  
angulus g k n, æqualis angulo e r g, cadatq; punctus n in lineam 3 m, per 29. primi huius,  
duæ ergo lineæ e r & r n, ā puncto speculi quod est r, reflectentur ad se inuicẽ per 20. quin-  
ti huius, propter æqualitatem angulorũ ad punctũ r, producantur quoq; lineæ e r ad lineã  
g m, concurrat autem cum illa per 14. primi huius, sitq; punctus concursus q, erit ergo  
punctus q, imago formæ pūcti n, respectu uisus e, imaginem ergo superficiẽ existentem ā  
linea m g f, quæ sit perpendiculariter erecta super superficiem circuli a b d, & extrahatur ī  
ā puncto 3, linea ī hac superficie quæ sit perpendicularis super lineam g 3, & transeat ī  
utramq; partem superficiẽ circuli a b d, sitq; linea t 3 p, & posito itaq; puncto g, centro  
circuli fiat arcus circuli secundum quantitātē lineæ g n, qui sit t n p, secans lineam t 3 p,  
ī duobus pūctis t & p, & producantur lineæ g t & g y, erunt ergo istæ lineæ ī superfie  
cie perpendiculari super superficiẽ a b d, per 2. undecimi, producātur item lineæ g t & g  
p, ultra punctũ t & p, extra speculum, & super centrũ g, secundum longitudinẽ lineæ g q

224

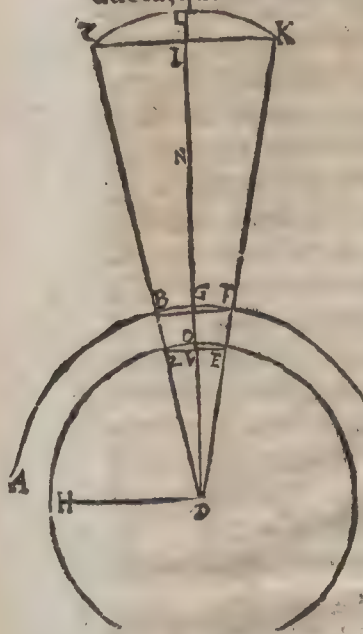
LIBER OCTAVVS.

in superficie transeunte lineam  $m g$   $f$ , secante circulum in qua sunt lineæ  $g t$  &  $g p$ , fiat arcus circuli, hic ergo iterum secabit duas lineas  $g t$  &  $g e$  productas, secet ergo lineam  $g t$ , in puncto  $f$ , & lineam  $g p$  in puncto  $o$ , quia ergo superficies circuli  $a b d$ , est perpendicularis erecta super superficiem duarum linearum  $g t$  &  $g p$ , palam per diffinitionem, quoniam duo anguli  $e g f$ , &  $e g o$  erunt recti, lineam ergo  $e g$ , erit erecta super superficiem  $g t p$ , ergo per 18. undecimi, erit utraq; superficierum quæ sunt  $e g f$  &  $e g o$ , perpendicularis super superficiem  $f g o$ , & utraq; istarum superficierum facit in speculo circuli magni concavum circulo  $a b d$ , per 69. primi huius, punctum ergo circuli quod facit superficies  $e g f$ , quod est compar puncto circuli  $a b d$ , scilicet puncto  $k e$ , eundem habet situm respectu centri ipsius speculi quod est  $g$ , & respectu visus qui est in puncto  $e$ , quem habet punctum  $r$ , concurrunt ergo ex ipso secundum angulos æquales duæ lineæ inter duo puncta  $e$  &  $c$  quod similiter accidit inter duo puncta  $e$  &  $p$ , & lineæ  $g t$  &  $g p$  sunt æquales per diffinitionem circuli, & similiter lineæ  $g f$  &  $g o$  sunt æquales per diffinitionem circuli, & punctus  $q$  est imago puncti  $n$ , & punctus  $f$  est imago puncti  $c$ , & punctus  $o$  est imago puncti  $p$ , imago ergo arcus  $t n p$ , convexi ex parte speculi est arcus  $f q o$ , concavi ex parte visus, & punctus  $l$  est imago formæ puncti  $z$ , & duo puncta  $f$  &  $o$  sunt imagines formarum duorum punctorum  $c$  &  $p$ , imago ergo lineæ rectæ quæ est  $o$  &  $p$ , est linea curva transiens per tria puncta  $f l o$ , hæc autem linea  $f l o$ , est concava ex parte visus. Ducatur itaque linea transiens per puncta  $f l o$ , & extrahatur linea  $e g$ , ad circumferentiam circuli  $a b d$ , in punctum  $h$ . Si ergo speculum non pervenit ad duo puncta  $b$  &  $h$ , sed alter duorum suorum terminorum fuerit inter duo puncta  $b$  &  $d$ , & reliquus fuerit infra punctum  $h$ , & visus fuerit in puncto  $e$ , & duæ lineæ  $p z$  &  $t$  rectæ, &  $p n t$  convexa, ex parte speculi fuerint in aliquo visibili, tunc forma lineæ  $p z$  erectæ apparebit concava, scilicet  $f l o$ , & forma lineæ  $p n c$ , convexæ respectu speculi erit concava visui occurrens, scilicet  $f q o$ , & forma lineæ  $p z$   $z$ , unam tantum habebit imaginem, & arcus  $p n c$  tantum unam. Item producatur linea  $b g$ , ultra punctum  $g$ , ad aliam partem peripheriæ circuli ad punctum  $i$ , & producatur linea  $e i$  &  $e z$ , erit ergo ex præmissis, & per 4. primi, angulus  $b i e$ , æqualis angulo  $b i z$ , ergo per 20. quinti huius, reflexetur forma puncti  $z$ , ad visum in punctum  $e$ , a puncto speculi quod est  $i$ , & linea  $e i$ , secabit lineam  $f g$ , secet ergo in puncto  $u$ , eritque punctus  $u$  imago formæ puncti  $z$ , reflexæ à puncto speculi quod est  $i$ , puncta ergo 4. quæ sunt  $m l u f$ , sunt loca imaginum formæ puncti  $z$ , & si speculum exceßerint duo puncta  $a$  &  $d$ , & visus fuerit in puncto  $e$ , & dorsum aspicientis fuerit ex parte arcus  $m$ , & visus comprehendit totum arcum  $i d a$ , tunc punctum  $z$  videbitur in quatuor locis, scilicet in punctis  $m l u f$ , & videbuntur duo puncta lineæ rectæ  $p z$   $c$ , vel arcus  $p c$  in duobus punctis  $f$  &  $o$ , & sic linea recta  $p z$   $c$ , habebit 4. imagines concavas, & una transit per puncta  $f m o$ , & secunda pertransit puncta  $f l o$ , tertia pertransit puncta  $f u o$ , & quarta pertransit puncta  $f f o$ , scilicet lineæ  $f f o$ , in his tamē omnibus imaginibus semper concavitas imaginis respicit visum, patet ergo propositum. Patet quoque quod imaginis eiusdem lineæ rectæ, ut patet nunc in linea  $p z$   $n$ , sunt diversæ curvitatatis maioris & minoris, & sit principium formæ monstruosa.

LVII.  
In speculis sphaericis concavis uisus in quibusdam sitibus comprehendet  
lineae rectae imaginem conuexam conuexitate uisum respiciente.  
Sic circulus  

Sit circulus magnus speculi sphaerici concavi, quia a b g, cuius centrum d, & ducatur  
 semidiameter d g, ut contingit, in qua situeatur linea recta quæ sit o u, & sit punctum o, re-  
 motius à centro speculi d & u propinquius illi, et super hanc semidiametrum d g, ducatur  
 perpendiculariter linea quæ sit d h, in cuius puncto h sit centrum uisus, et sit linea h d super  
 superficiem circuli a b g, sitq; linea h d, minor semidiametro circuli secundum dispositionem  
 lineæ h d, quæ assumpta fuit in 43, huius, ad cuius modum et cætera referuntur, reflecta-  
 turq; forma puncti o, quod est remotius à centro speculi ad uisum in punctum h, à pun-  
 cto speculi b, sitq; locus imaginis punctus q, et producatur semidiameter d g in punctum  
 q, ut sit linea d q, reflectaturq; forma puncti u, ad uisum existentem in puncto h, à puncto  
 speculi quod est f, & locus imaginis eius sit punctum n, & quia puncta o & u sunt in semidiametro





PERSPECTIVAE VITELLIONIS

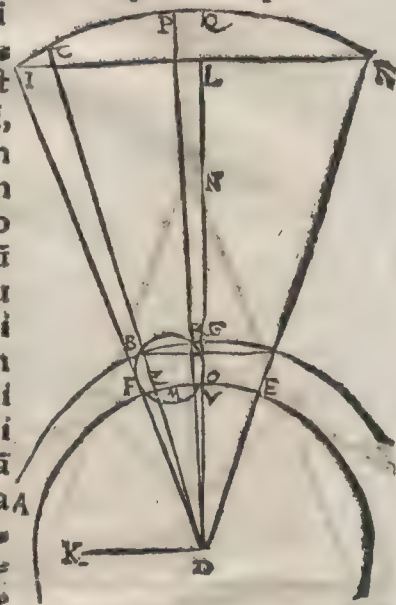
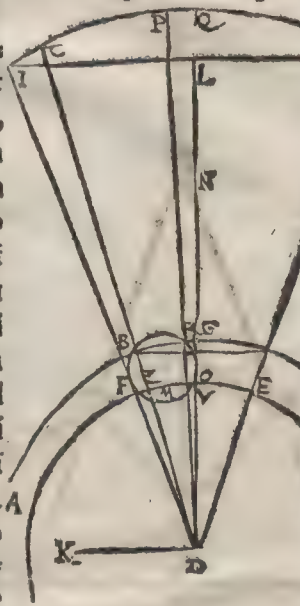
diametro d g. erunt loca imaginum quæ sunt puncta q & n, in eadem semidiametri pro-  
ducta, quæ erit linea d u o, n q, sitq; quantitas linearum d q, d u d n, d o, illis omnino æ-  
qualis, quæ sunt assumpta in 43. huius, & erit linea h d perpendicu-  
laris super lineam d q, ut patet ex præmissis, est enim ipsa perpendi-  
cularis super superficiem circuli, estq; linea d h æqualis illi lineæ o h,  
quæ in figura 43. huius, angulus ergo h d q est rectus, eritq; comu-  
nis sectio superficiem planæ, in qua sunt lineæ h d & d q, & superficiem  
speculi circulus, cuius arcus interiacens lineas d h & d q, per 20. huius,  
ius, est arcus ex quo fit reflexio formarum, quarum imagines sunt  
in punctis a & n, & erit arcus ille æqualis arcui a g, assumpto in 43  
huius, & ex duobus punctis illius arcus similibus duobus punctis  
b & f, in 43. huius, fit ab hoc arcu illa reflexio formarum duorum pun-  
ctorum, quæ sunt u & o, erit ergo q imago puncti o, & n imago pun-  
cti u, ducatur ergo a puncto u, in superficiem circuli a b g, recta per-  
pendicularis super lineam d u, quæ sit z u e, & a centro d secundum  
longitudinem semidiametri d o, fiat circulus, hic ergo circulus seca-  
bit lineam z u e, in duobus punctis, per 3. tertij, secet ergo in pun-  
ctis z & e, fiatq; arcus circuli secundum quantitatē lineæ d q, a cen-  
tro d, & ducantur a centro speculi d, lineæ d z, d e, & producantur ex-  
tra speculum ad arcum circuli descripti, a centro d, secundum quan-  
titatē semidiametri d q, & sint d e, d k, & ducatur linea t k, secetq; li-  
neam d q in puncto l, quia ergo linea h d est perpendicularis super superficiem circuli, pa-  
tē per definitionem lineæ erectæ, quoniam uterq; angulus h d t, h d k, est rectus, & ut-  
raque superficies h d t & h d k in superficie circuli speculi continet arcum interiacentem li-  
neas h d & d t, & h d & d k per 69. primi huius, quorum arcum quilibet est æqualis arcui,  
qui est inter duas lineas h d & d q, & utraque linearum d z & d e est æqualis lineæ d o, quo-  
niam omnes sunt semidiametri eiusdem circuli, illi ergo duo arcus sunt huiusmodi, quod  
ex illis possibile est fieri reflexionē formarum duorum punctorum quæ sunt z & e, ab aliquo  
bus punctis illorum arcum, ut patet per 20. huius, interiacent enim illi arcus semidiametros  
speculi, in quibus consistunt centrum visus, quod est in puncto h, & puncta quorum formæ  
refleantur, quæ sunt e & z. Incidentq; formæ eorum illis punctis illorum arcum, &  
refleantur ad visum in punctum h, secundum angulos æquales a duobus punctis specu-  
li, & duæ lineæ d t & d k, sunt æquales lineæ d q, ergo punctum t est locus imaginis puncti  
z, & punctum k est locus imaginis puncti e, & quia lineæ d t, d q, d k, sunt æquales, &  
lineæ d z, d o, d e, æquales, erit per 7. quinti, proportio lineæ d c ad d z, sicut lineæ d q ad d  
o, & sicut lineæ k o ad lineam d e, sed per 43. huius, proportio lineæ d q ad lineam d e, est  
maior proportio lineæ d n ad lineam d u, ergo similiter proportio lineæ k d ad lineam d  
e, est maior proportio lineæ n d ad lineam d u, & similiter proportio lineæ d t ad lineam d  
z, est maior proportio lineæ n d ad lineam d u, & quia duæ lineæ d e & z d, sunt æquæ-  
les, & duæ lineæ d e & d k sunt æquales, erit per 7. quinti, proportio lineæ d t ad lineam d  
z, sicut lineæ d k ad lineam d e, ergo per 17. quinti, erit proportio lineæ t z ad lineam z d,  
sicut lineæ k e ad lineam d e, ergo per 2. sexti, linea t k, est æquidistans lineæ e z, erit ergo  
per eandem 2. sexti, & per 18. quinti, proportio lineæ l d ad lineam d u, sicut d k ad lineam  
d e, & sicut lineæ d t ad lineam d z, proportio ergo lineæ l d ad lineam d u, est maior pro-  
portio lineæ n d ad lineam d u, ergo per 10. quinti, linea l d est maior q̃ linea n d, er-  
go punctus n est inter punctum l & u, sed punctum n est imago puncti u, & duo puncta  
t & k sunt imagines duorum punctorum z & e, ergo imago lineæ z u erectæ, est linea tran-  
sversus per tria puncta t n k, linea uero pertransiens h e t puncta est convexa, patet ergo  
quod imago lineæ z e rectæ videbitur in hoc situ convexa, & hoc est propositum.

In quibusdam sitibus reflexione facta à speculis sphaericis concavis infus  
comprehendet imaginem concavam reflexam ex linea concava uel convexa. Sit

LIBER OCTAVVS.

225

Sit dispositio omnino quæ in præcedente, quia itaq; ut patet in præmissa imago formæ puncti o, est punctum q, & imago formæ puncti i, est punctum t, & imago formæ puncti k, erit ergo linea concava respectu uisus, quæ est t q k, imago lineæ curvæ respectu uisus convexæ cum respectu speculi, quæ est linea i o e, similiter quoq; si in linea i u signetur punctum m, qualitercunq; hæc contingunt, & circa cætrum m secundum longitudinem semidiametri m u, describatur arcus parvi circuli, qui sit r u f, hic ergo arcus secabit circulum i o e, in duobus punctis per 10. tertij, sint illa duo puncta f & r, & ducantur lineæ d r & d f, quæ protrahantur usq; ad arcum t q k deductum, incidatq; linea d f in punctum i, & linea d r in punctum p, superficies ergo duarum linearum h d & t p, secabit speculum secundum circulum, à cuius circumferentiæ puncto aliquo duci poterunt secundum angulos æquales, & æqualiter se habentes lineæ ad punctum h, in quo est centrum uisus, & ad punctum r, qui est punctus lineæ uisæ, & similiter superficies duarum linearum h d & d i, faciet in speculo circulum, à cuius circumferentiâ reflectetur ad uisum forma puncti f, arcus r u f, est ergo punctus p imago formæ puncti r, & punctus i, imago formæ puncti f i, & punctus n, est imago formæ puncti t u, imago itaq; arcus r u f, est linea transiens per punctum i p n, sed hæc linea i p n, est concava respectu uisus, & arcus r u f, est concavus ex parte superficiei speculi, & convexus ex parte uisus. Cum ergo uisus fuerit in puncto h, & linea r u f convexa, cum fuerit in aliquo uisibili, comprehendetur imago eius concava, & linea i o e convexa, comprehenditur similiter imaginis concavæ. Si ergo unaquæq; duarum linearum quæ sunt i o e & r n f, habuerit unam imaginem, erit forma illarum, imaginum secundum motum declaratum, & si aliqua ipsarum plures habuerit imagines, forte accidet diversitas situs in illis imaginibus, ut supra diximus, patet ergo propositum. Palam itaq; ex his præmissis 5. theorematibus quod lineæ rectæ imago in speculis sphericis concavis, quandoq; comprehenditur recta, quandoq; convexa, & quandoq; concava, & imago lineæ convexæ quandoq; uidetur recta, quandoq; concava, & lineæ concavæ imago quandoq; uidetur convexa, quandoq; concava, forma ergo superficierum uisibilium comprehenduntur aliter q̃ sint in his speculis, nam lineæ rectæ non sunt nisi in superficiibus planis, cum ergo lineæ rectæ comprehenduntur convexæ uel concavæ, tunc superficies plana comprehenditur convexa uel concava, cum itaq; uisus comprehendit lineas rectas convexas uel concavas aliter q̃ sint, comprehendit superficies, in quibus sunt illæ lineæ aliter q̃ sint, & similiter est de lineis convexis & concavis respectu illarum superficierum, & per hoc patet ratio & causa illorum multorum errorum, qui ex modis talium uisibilium accidunt in uisu.



LIX.

In concavis sphæricis speculis à duobus uidentibus secundum aliquem  
 situm res una uisa, unum habebit idolum, secundum alium uero plura.

Sit Speculum sphaericum concavū, cuius communis sectio cum superficie reflexioe  
 nis sit circulus e u h, cuius diameter sit e h, centrum uero p, & ducatur linea a b, perpendi-  
 culariter super superficiem speculi, palam ergo per 72. primi huius, quoniā ipsa transit p  
 centrum speculi quod est punctum p, & producatul ultra speculū, sitq; a b l, secans diame-  
 trum e h, perpendiculariter in centro p, & in diametro e h, signentur duo puncta æquali-  
 ter distantia à centro p, quæ sint g & f, erit ergo linea g p, æqualis lineæ p f, & à punctis  
 g & f, ducantur duæ lineæ ad circumferentiā æqualis, quæ angulos acutos contineant  
 cum diametro e h, r n centri p, & lineæ a p b, quod fiet auxilio 33. tertij, si ex utraq; par-  
 te puncti b arcus æquales abscondantur parvi, quorum chordæ sint minores q̃ lineæ g p  
 & p f, qui sunt arcus d b t h, & ad puncta t & d, ducantur lineæ quæ sunt g d & f c, & quia  
 arcus b t & b d sunt æquales, & arcus b h & b e æquales, remanēt arcus t h & d e æquales  
 eruntq; anguli portionis qui sunt g d e & f t h, inter se æquales per 43. primi huius, & à  
 puncta

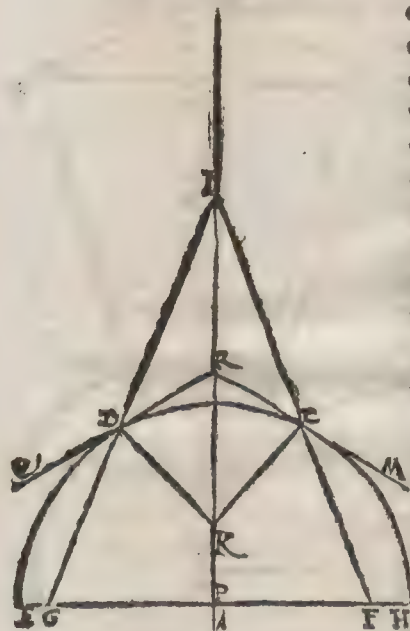


à puncto d ducatur linea contingens circum per 16. tertij, quæ sit d q, & similiter à puncto t, ducatur linea circum contingens quæ sit t m, producanturq; lineæ contingentes ad diametrum a l, & concurrent in puncto uno per 59. primi huius, sit concursus punctus r, & quoniam per 15. tertij, anguli contingentiae qui sunt q d e & m t h sunt æquales, & anguli portionis, qui sunt g d e & f t h sunt æquales, erit totus angulus q d g, æqualis toti angulo m t f, super punctum itaq; d terminum lineæ r d, constituatur angulus æqualis angulo q d g per 23. primi, qui sit r d k, linea quoq; d k producta concurrent cum linea a b, per 14. primi huius, sit concursus punctus k, & super punctum t, terminum lineæ r t, constituatur angulus æqualis angulo r d k, qui sit r t k, concurrēt enim illæ lineæ ambæ in uno puncto diametri, quod est k. quia cum angulus r t k sit æqualis r d k per præmissa, & angulus k r t sit æqualis angulo k r d, per 59. primi huius, trigoni ergo d k r & t k r, sunt æquianguli per 33. primi, ergo per 4. sexti, latera illorum trigonorum sunt proportionalia. Sed linea r t æqualis est lineæ d r, per 59. primi huius, erit ergo linea k r, æqualis sibi ipsi, concurrēt ergo lineæ d k & t k in puncto uno diametri b p, quod est k, positus itaq; duobus oculis diversorum uidentium in punctis g & f, & puncto rei uisæ in puncto k, tunc forma puncti k, uidebitur ab utroq; uisuum reflexa à duobus punctis speculi d & t, sed & idolum eius uidebitur unum & in eodem loco, producantur enim lineæ g d & f t extra circum, concurrent itaq; ambæ cum diametro a b, producta per 14. primi huius, quoniam anguli g p b & f p b sunt recti, & anguli p g d & p f t acuti, ut patet ex præmissis concurrat ergo linea g d cum linea a b in puncto l, dico quod linea f t concurrat cum eadem linea a b in eodem puncto l, cum enim angulus q d g sit æqualis angulo f t m, ut supra patuit, & angulus r d l sit æqualis angulo g d q, per 15. primi, & angulus r o l æqualis angulo f t m, erit angulus r o l, æqualis angulo r t l, sed angulus t r b, est æqualis angulo b r o, per 59. primi huius, ergo per 13. primi, angulus t r l, est æqualis angulo d r l, per 32. primi, trigoni t r l & d r l sunt æquianguli, ergo cum linea t r sit æqualis lineæ r d, per 58. primi huius, erit per 4. sexti, linea r l, æqualis sibi ipsi, & linea t l, æqualis lineæ d l in uno ergo puncto diametri a b l, concurrent lineæ t l & d l, & hoc est punctum l, patet ergo cum per 37. quinti huius, punctus l sit locus imaginis formæ puncti rei uisæ, qui est k, quod ambobus uisibus uni existenti in puncto g, & alij in puncto f, unica tantum occurrat imago, uisibus uero permutatis ad hoc situm plures occurrunt imagines, & hoc est positum. Quandocunq; tamen aliquid in his speculis percipitur duplici uisu, si linea reflexionis æquedistans fuerit katheto incidentiæ, erit locus imaginis ipse punctus reflexionis per 11. huius, & cum distant à se puncta reflexionis quæ sunt respectu amborum uisuum, apparebunt uisibus duæ imagines eiusdem puncti, & locus cuiusq; imaginis est in puncto suæ reflexionis. Si uero linea reflexionis non sit æquedistans katheto incidentiæ, & punctus rei uisæ tantum distet ab uno uisu quantum ab altero, uel sit modico differentia distantiae, si locus imaginis fuerit in ipsa superficie uisus duæ adhuc imagines uidebuntur, alias autem ut plurimum locus imaginis respectu utriusq; uisus erit idem, aut modicum distans, unde aut tantum una uidebitur imago, aut pene una.

L X.

In uno diametro speculi sphaerici concaui positus ambobus oculis æqualiter à centro speculi distantibus neuter uidebitur oculorum.

Sit speculum concauum sphaericum a t, g d, cuius centrum z, & diameter a d, sintq; duo oculi b & e, constituti in diametro a d, æqualiter distantes a centro z, dico quod neuter oculorum uidebitur, ducatur enim semidiameter z g, perpendiculariter super diametrum a d, & ducatur lineæ b g & e g, & quia ergo in trigonis e z g & b z g, latera æquale

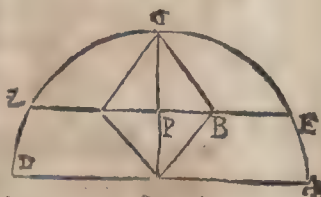
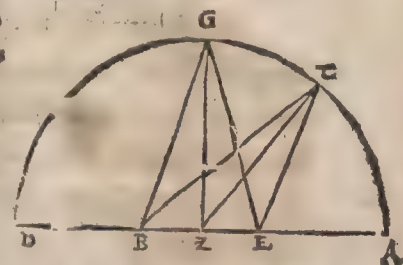


æquale lateri z b, ex hypothesi, & latus z g commune, anguli quoq; e z g, & b z g, sunt æquales, quia sunt ambo recti, erit per 4. primi, angulus b g z, æqualis angulo e g z, forma ergo puncti b, reflectitur ad punctum e, à puncto g, speculi, & econuerso per 20. quinti huius, sed neq; possibile est ab alio puncto speculi formam puncti b, ad punctum e reflecti, sit enim ut fuerit hic datum esse possibile ut forma puncti b, reflectatur ad punctum e, à puncto alio speculi, quàm sit t, & ducantur lineæ b t, t z, linea ergo t z, diuidit angulum b t e, per duo æqualia per 20. quinti huius, erit ergo per 3. sexti, proportio lineæ h t, ad lineam t e, sicut lineæ b z ad lineam e z. Sed linea b t est maior quàm linea b g, per 7. tertij, linea uero b g, est æqualis lineæ e g, ut patet superius, linea uero e g, est maior quàm linea t e, per 7. tertij, erit ergo linea b t, maior quàm linea e t, ergo linea b z, maior erit quàm linea e z, quod est contra hypothesim & impossibile, & eodem modo de quolibet puncto semicirculi a g d potest demonstrari, non ergo reflectitur forma puncti b ad punctum e, ab alio speculi puncto quàm à puncto g, non ergo uidebit oculus b, oculum e, ideo quia linea reflexionis, quæ est b g, non concurrat cū katheto e z, ducto à puncto e, per centrum speculiz in puncto b, & linea reflexionis, quæ est e g, non concurrat cū katheto b z, nisi in puncto e; locus itaq; imaginis e, est punctus b, sed b est simile ipsi e in forma, & e ipsi b, nō comprehenditur aliqua distantia, quæ sit tam diuersitatis inter illos uisus, non ergo unus uisus percipiet formam alterius in se ipso existente, sed æstimabit formam propriam se uidere, non ergo unus oculus taliter dispositus uisibus alium oculum uidebit, & hoc est propositum, aliæ tamen partes corporis circumstantes centrum uisus potuerunt uideri, quorum katheti incidentiæ cum lineis suarum reflexionum concurrunt, siue ille concursus sit in superficie uisus, uel in alijs punctis quibuscunq; & circa hæc multa diuersitas uisibus occurrit.

L X I.

Si linea à puncto medio semidiametri super diametrum speculi sphaerici concaui perpendiculariter erecta ducta æquedistans diametrum, ambo possunt oculi æqualiter distantes à centro speculi, imago una tantum oculi apparebit in puncto reflexionis.

Sit speculum sphaericum concauum a g d, cuius centrum k, & diametros a d, ducaturq; semidiameter k g, perpendiculariter super diametrum a d, & à medio puncto semidiametri k g, ducatur linea æquedistans diametrum a d, & in hac positi sint uisus ambo æqualiter distantes à centro k, dico quod amborum oculorum una tantum imago in uno scilicet puncto reflexionis uidebitur. Sit enim ut à puncto p, quod sit medius punctus lineæ k g, per 10. primi ducatur linea æquedistans diametrum a d, per 31. primi, quæ sit e z, & sint in illa perpendiculari e z, positi ambo oculi, qui sint b & t, æqualiter distantes à centro k, & à linea k g, erunt ergo lineæ b q & t p æquales, ducanturq; lineæ b g, t g, b k, t k, ergo per 4. primi, lineæ p g existente communi angulus b p g & t p g, cum anguli b p g & t p g sint recti, erit angulus b g p æqualis angulo t g p, reflectetur ergo forma puncti b, ad punctum t, à puncto speculi g, & econuerso, & quia linea k p est æqualis lineæ p g, quoniam punctus p, est medius punctus lineæ k g, & lineæ b p & t p, sunt æquales, angulus quoq; k p t est æqualis angulo k p g, per 15. primi, ergo per 4. primi, angulus t k p, est æqualis angulo b k p, ergo per 27. primi, linea t k æquedistat lineæ b g, sed linea t k est kathetus puncti t, & linea b g est linea reflexionis, nunquam ergo concurrent per 11. huius, non uidebitur forma puncti t, qui est unus oculorum ab alio oculo, qui est b, neq; econuerso per eandem rationem nisi in puncto g, qui est punctus reflexionis, linea enim b g, quæ est linea reflexionis formæ puncti t, ad uisum b, non concurrat cum katheto incidentiæ formæ puncti t, quæ



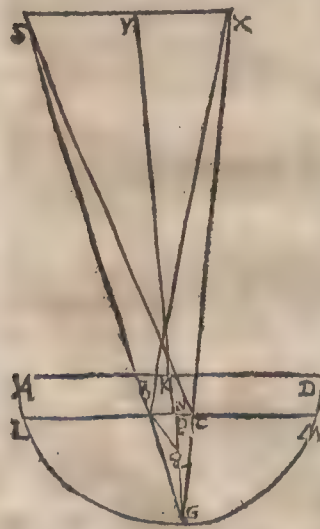


r, quæ est linea t k, quilibet ergo oculorum uidebit alterum in uno tantum puncto reflexionis, imago ergo amborum oculorum erit tantum una, & sic unus tantum oculus apparebit, & quoniam reliqua pars faciei uidentis offertur ambobus uisibus retro uisus, quia ad illam partem kateti incidentiæ cum lineis reflexionum concurrunt, ut patet inuenti. Si enim lineæ b k & t g, cadent inter lineas concurrentes tunc & ipsæ concurrerent, quod est impossibile, cum sint æquedistantes, concurrent ergo retro ambos uisus illæ lineæ, ergo per 37, quinti huius apparebit tunc facies uidentis monocula ad modum picture cyclopi, eritque oculus ultra faciem prominens, quoniam non uidetur nisi in puncto reflexionis per 11. huius, patet ergo propositum.

LXII.

Sit à puncto propinquiore diametro speculi sphaerici concaui quàm medi  
us punctus semidiametri super illam diametrum orthogonaliter productæ li  
nea æquedistans diametro producat in illa uisus in æquedistantia à centro  
speculi positi retro se apparebunt dextra pars dextra, & sinistra sinistra, id  
est maius facie, & imago plus distabit à uisu quàm facies uidentis à superfi  
cie speculi.

Sit communis sectio superficiiei reflexionis & speculi sphaerici concavi circulus  $ag$ , cuius diameter sit  $a d$ , & ducatur semidiameter  $k g$ , perpendiculariter super diametrum  $a d$ , cuius semidiameter  $k g$ , medius punctus sit  $p$ , sintq; centra amborum visuum puncta  $b$  &  $t$ , si ergo ab aliquo puncto linea  $p k$ , quæ sit  $n$ , ducatur linea æquedistans diametro  $a d$ , quæ sit  $l m$ , & visus  $b$  &  $t$ , positi in linea  $l m$ , æqualiter distent à puncto  $n$ , uel à centro speculi quod est  $k$ , dico quod accidet, ut proponitur, ducantur enim lineæ  $b g$ ,  $t g$ ,  $b k$ ,  $3 k$ , eruntq; ex hypothesi per 4. primi, anguli  $b g n$ , &  $t g n$  æquales, ergo à puncto  $g$ , reflectentur visus ad inuicem mutuo per 20. quinti huius, sed linea  $ng$  est maior quam li-

[illegible]

LIBER DECIMVS. 227

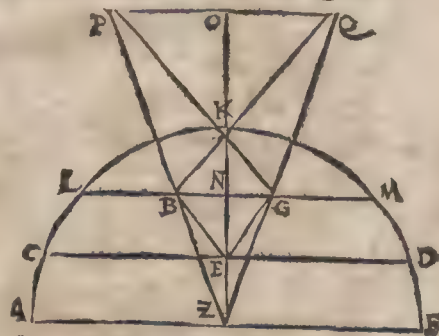
meter imaginis, & linea b c pars diametri faciei, scilicet linea continens distantiam oculo  
rum, quia itaq; in trigono s u g, linea b n æquedistat basi s u, patet per secundam sexti,  
quia est proportio lineæ u n ad lineam n g, sicut lineæ s u ad lineã b n, sed linea s u est ma-  
ior quàm linea b n per 4. sexti, quoniam linea s g est maior quàm linea b g, erit ergo linea  
u n maior quàm linea n g, sed linea u n est distantia imaginis à visu, & linea n g est distan-  
tia visus à speculi superficie, patet ergo propositum.

LXIII.

Si à puncto remotiori diametro speculi sphærici concaui quàm medius punctus semidiametri orthogonaliter super illam semidiametrum producatæ linea æquedistans diametro producatæ uisibus æquedistanter à centro speculi in linea illa positæ dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, & imago uidentis maior facie, maiorq; erit distantia imaginis à speculo quàm faciei uidentis.

Esto speculum sphaericum concauum, cuius superficiei, & superficiei reflexionis cō-  
 munis sectio sit circulus a k f, cuius centrum z, & diameter a f, & à centro z, ducatur per  
 pendicularis super diametru a f, semidiameter z h, quæ diuidatur per aequalia in puncto  
 e, & à puncto e ducatur æquedistans diametro a f, linea c d, diuidatur quoq; linea e k in  
 puncto n, & à puncto n, lineæ e k, ducatur linea æquedistans lineæ a f, quæ sit l m, in hac  
 itaq; linea l m, ponantur uisus æqualiter distantes à centro z, dico quod uerum est quod  
 proponitur. Sint enim uisus b & g dispositi in linea l m, ut proponitur, erit ergo ut in præ  
 g, ad se inuicem mutuo à puncto k, sed linea n z maior est quàm linea n k, refecetur ergo  
 linea n z ad æqualitatē lineæ n k, per 3. primi, & sit n e æqualis n k, ducantur quoq; li-  
 neæ l e & g e, & erit per 4. primi, angulus b e n æqualis angulo b k n, sed angulus b e n,  
 per 16. primi, est maior angulo b z e, ergo angulus b k z maior est angulo b z k, ergo ma-  
 ior est angulo b z g, ergo per 14. primi huius, lineæ b k & z g cōcurrent, sit cōcursus pun-  
 ctus q, sed & per eandem lineæ g k & z b, concurrent, sit cōcursus punctus p, cum itaq;  
 linea g k, sit linea reflexionis formæ puncti b, à puncto speculi k, & linea z b, sit kathetus  
 incidentiæ, erit ergo per 37. quinti huius, punctus p imago formæ puncti b, & similiter es-  
 rit punctus q imago formæ puncti g, ducatur ergo linea p q, & hoc erit imago lineæ b g  
 uidebitur ergo dextrum sinistrum, & sinistrum dextrum, propter intersectionem linearū  
 reflexiōis b q & g p, ut patet per 53. huius, itē p 4. primi, linea z b est æqualis lineæ z g, er-  
 go p 5. primi, angulus z b n est æqualis angulo z g n, & angulus p b g est æq̃lis angulo  
 q g b, sed angulus n b k æq̃lis est angulo n g k, relinquitur  
 ergo angulus k b p æq̃lis angulo k g q, sed angulus b k p  
 est æqualis angulo g k q, per 15. primi, ergo per 32. pri-  
 mi, trigoni b k p & g k q sunt æquianguli, sunt ergo an-  
 guli b p k & g q k æquales, & quia anguli p b g & q g b,  
 ut patet ex præmissis sunt æquales, ergo per 32. primi, tri-  
 goni p b g & q g b sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, erit  
 pportio lineæ b p ad lineā g q, sicut lineæ b g ad seipsam  
 erit ergo linea b p æqualis lineæ g q, erit ergo linea z p æ-  
 q̃lis lineæ z q, q̃ est ergo, pportio lineæ p z ad lineā z b, ea-  
 dē est lineæ q z ad lineā z g, ergo p 17. q̃nti, & p 2. sexti, linea b g æq̃distat lineæ p q, ergo  
 p 29. primi, trigoni p z q & b z g sunt æquianguli, erit ergo p 4. sexti, pportio lineæ p z ad  
 lineam z b, sicut lineæ b q ad lineā b g, sed linea p z est maior quàm linea b z, ergo linea  
 p q est maior quàm linea b g, est ergo idolum maius re uisa, Item linea z k, pducta secet

lineam



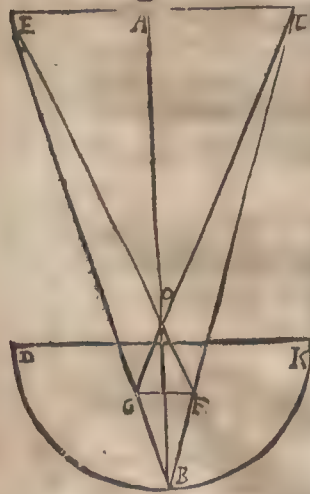


lineam p q per 29. primi huius, secatur enim angulum p z q, secatur ergo ipsum in puncto o, erit ergo per præmissa, & per 29. primi, angulus p d k, trigoni k p o æqualis angulo g o k trigoni k g n, sed & angulus p k o æqualis est angulo g k n, per 15. primi, ergo per 32. primi, trigoni p k o & g n k sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, quæ est proportio lineæ p o ad lineam g n, eadem est lineæ o k ad lineam k n, est autem ut patet ex præmissis, lineæ b n æqualis lineæ g n, sed lineæ p o est maior quam lineæ b n, ideo quod tota lineæ p q est maior quam lineæ b g, & lineæ p o est medietas lineæ p q, sicut lineæ b n medietas lineæ b g, cum enim lineæ b q & g p sint æquales, & lineæ b k & g k æquales, erit lineæ k q æqualis lineæ k p, & anguli p k o & q k o sunt æquales, per 15. primi, & per præmissa, erit ergo lineæ p o æqualis lineæ q o, si ergo lineæ p o est maior quam lineæ b n, patet quod lineæ o k est maior quam lineæ k n, & lineæ o k est distantia imaginis sub speculo, & lineæ n k est distantia rei reflexæ à superficie speculi, palam ergo propositum.

LXIII.

Circa diametrum speculi sphaerici concavi extra speculum productæ ambobus positus oculis secundum æqualem distantia à diametro, & centro speculi, dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, & imago minor facie apparet inter uisus & superficiem speculi.

Sit communis sectio superficiæ reflexionis, & superficiæ speculi sphaerici concavi circulus d b k, cuius cætrum o, & diameter d k, & orthogonaliter super diametrum d k, producat diametrum b o a, extra speculum, sintque duo oculi in punctis e & c, lineæ c e perpendicularis super lineam b a, & sint ambo oculi æqualiter distantes ab ipso diametro b a, & à puncto a, erit ergo lineæ e a æqualis lineæ a c, & ducantur lineæ e b & c b, erit ergo per 4. primi, angulus e b a æqualis angulo a b c, ergo per 20. quinti huius, uisus ambo ad se inuicem reflectuntur à puncto b, producat itaque lineæ à puncto e ad centrum o, hæc ergo producta concurret cum lineæ c b, per 29. primi huius, sit concursus punctus f, & similiter à puncto c, ducatur lineæ per centrum o, concurrens cum lineæ e b in puncto g, apparet ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti e in puncto f, & imago formæ puncti c, in puncto g, apparent ergo dextra sinistra, & sinistra dextra, sed & per 5. primi angulus b e c æqualis angulo b c e, quoniam lineæ b e, & b c sunt æquales, sed cum cõ-



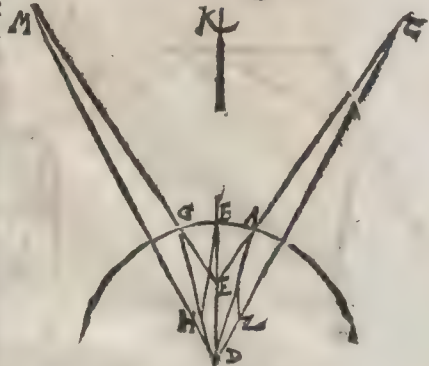
gonorum e a o & c a o, duo latera e a & c a sint æqualia, & latus a o cõmune, anguli quæ c a o, & e a o sint æquales, quia recti erit per 4. primi, angulus f e a æqualis angulo g c a, trianguli ergo e f c & c e g sunt æquianguli, per 32. primi, ergo per 4. sexti, est proportio lineæ e g ad lineæ e f, & lineæ e f ad lineam c g, sicut lineæ e c ad seipsam, sunt ergo lineæ e g & c f æquales, & lineæ e f & c g æquales: Sed totalis lineæ b e est æqualis totali lineæ b c, ergo relinquitur lineæ h g æqualis lineæ b f, ergo per 5. primi, angulus b g f æqualis est angulo b f g, sed illi anguli cum angulo g b f, ualent duos rectos, per 32. primi, sunt ergo illi duo anguli æquales duobus angulis b e c, b c e, illi ergo trigoni e b c & g b f sunt æquianguli, ergo per 4. sexti, quæ est proportio lineæ b g ad lineam b e, eadem est proportio lineæ g f ad lineam e c, sed lineæ b g est minor quam lineæ b e, ergo lineæ g f, est minor quam lineæ e c, imago ergo faciei uidentis est minor facie conspecta, apparet autem inter oculos & speculi superficiem, quoniam lineæ g f, quæ est diameter imaginis, cadit inter lineam e c, in qua sunt ambo uisus, & inter superficiem speculi, palam ergo propositum.

LXV.

Imagines rerum retro specula sphaerica concava apparentes motis rebus quarum sunt, ad eandem partem moueri uidentur.

Sit in speculo sphaerico concavo circulus a b g, cuius centrum sit d, & sit centrum uisus punctum e, sintque duo puncta rei uisæ ex utraque parte puncti e, quæ sint 3 & h, ducanturque duo katheti incidentiæ, quæ sint d 3 & d h k, reflectanturque forma puncti 3, ad uisum

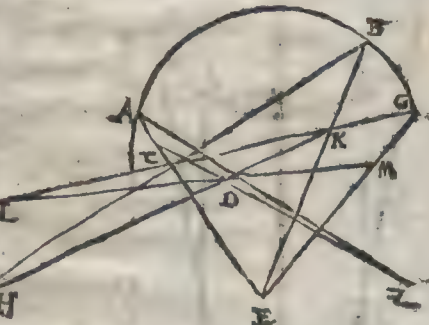
sum e, à puncto speculi 2, & forma puncti h, à puncto speculi b, & ducantur reflexionum lineæ quæ sint a e & b e, concurrantque lineæ a e, cum katheto d 3 in puncto c, & lineæ e b, cum katheto d h in puncto k, erunt ergo per 37. quinti huius, punctum c & k, loco imaginum intra speculum, ita quod punctum c, sit locus imaginis formæ puncti 3, & punctum k, locus imaginis formæ puncti h, & erunt loca imaginum in partibus illis in quibus sentiuntur, & res quarum sunt ille imagines, transferatur itaque punctus rei uisæ, qui est h, ad punctum l, & reflectatur ad uisum e, à puncto g & ducatur kathetus d l, concurrens cum lineæ reflexionis quæ est e g, in puncto m, eritque locus imaginis formæ puncti n in puncto m, translata ad ipsum à puncto k, qui locus m, erit in illa parte ad quam translata est ipsa res, cuius in puncto m, est imago, quod si puncta rei uisæ fuerint h & l, & sint super uisum erunt loca imaginum quæ sunt k & m, super uisum, & apparent supra res, quarum sunt formæ, & si puncta h & l, fuerint à dextris ipsis uisus, & loca imaginum suarum quæ sunt k & m, erunt à dextris, sed non putabuntur esse dextra, ut patet supra per 51. huius, quoniam propter reuerberationem dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, patet itaque propositum.



LXVI.

Imagines rerum inter specula sphaerica concava & uisus apparentes, motis rebus uidentur ad partem contrariam moueri.

Sit speculi sphaerici concavi circulus a b g, cuius centrum sit punctus d, sitque centrum uisus e, citra centrum speculi quod est d, & ex lateribus aspicientis sint duo puncta rei uisæ, quæ sint z & h, quæ reflectantur ad uisum, à duobus punctis a & b, sintque lineæ reflexionum a puncti z, & e b puncti h, ducanturque katheti incidentiæ z d e & h d k, secantes lineas reflexionum in punctis c & k, erunt ergo per 37. quinti huius, puncta c & k, loca imaginum puncti z, & k puncti h, uidebuntur itaque formæ illorum punctorum in diuersis partibus alijs quam sint res ipsæ, per 49. huius, quod si punctus h, rei uisæ transferatur ad punctum l, & reflectatur à puncto speculi g ad uisum e, ducaturque lineæ reflexionis, quæ sit e g, & kathetus l d m, secans lineam reflexionis, quæ est e g in puncto m, eritque per 37. quinti huius, punctus m, locus imaginis formæ puncti l, imago itaque puncti h, quæ est k, erit translata ad partem diuersam illi ad quam res uera translata est, & si punctus h & l, fuerint. sursum moti supra uisum, tunc imagines ipsorum quæ sunt k & m, uidebuntur moueri deorsum, & si puncta h & l, fuerint moti ad dextram partem uisus, formæ imaginum uidebuntur moueri ad sinistram, & ita semper mouentur imagines ad partem contrariam rebus, patet ergo propositum.



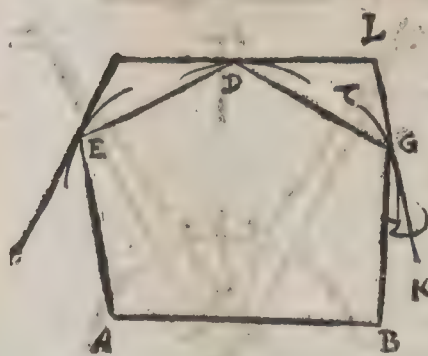
LXVII.

Per specula sphaerica concava quot libuerit possibile est formæ eiusdem puncti imaginem uideri.

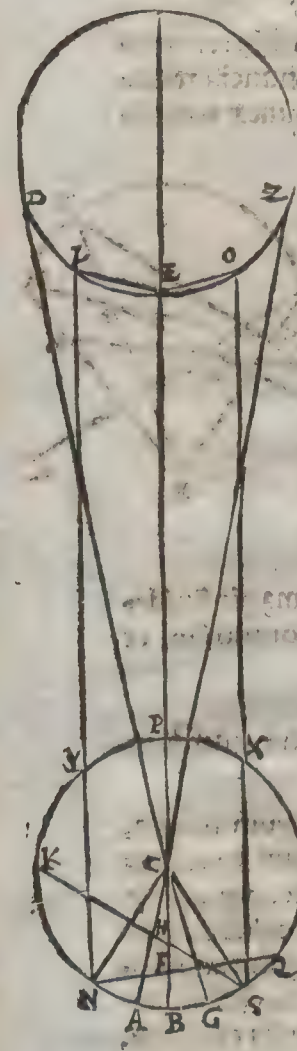
Fiat dispositio, quæ in planis & conuexis sphaericis speculis, & sit centrum uisus a, & punctus rei uisæ sit b, & secundum distantiam centri uisus quod est a, & à puncto rei uisæ quod est b, describatur polygonum æquilaterum & æquiangulum, quocumque angulorum placuerit, sitque exempli causa pentagonum, quod sit a b g d e, fiatque circulus circumscriptus illud polygonum pentagonum per 12. quarti, & super illius pentagoni angulos orthogonaliter super lineas à centro circuli circumscripti productas ad circumferentiam secundum ipsorum puncta media statuantur specula sphaerica concava, quæ sint partes eiusdem sphaeræ & æquales proportionales, patet itaque, quoniam superficies plana



plana, pentagoni a b g d e, secabit quodlibet speculorum secundum circulum per 69. primi huius, unus itaq; arcus unius illorū circularū sit z g c, ducanturq; lineae cōtingentes quēlibet illorū arcuū in punctis g d e, contingatq; arcū z g c, in puncto g, linea l k, quia itaq; per 43. primi huius, angulus portiois, qui est b g z, est aequalis angulo d g c, anguli quoq; contingentiae, qui sunt b g z & l g c sunt aequales, palām ergo per 20. quinti huius, quoniam sit res flexio formae puncti b, a puncto speculi g, ad punctū speculi alterius quod est d, & similiter per eandem demonstrationem fiet reflexio a puncto d, ad punctum speculi alterius quod est e, & a puncto e, ad centrum visus quod est a, palām ergo propositum, & sic quocūq; fuerint anguli polygoni, tot assumantur specula, semper accidet illud quod praemissum est.



**A speculis sphaericis concavis soli oppositis ignem possibile est accendi.**  
 Estto speculum sphaericum concavum soli oppositum, in quo signetur circulus k a b g x, cuius centrum sit c, sitq; ut superficies plana secans speculum, sed hūc circulum secet etiam corpus solis transcentrum, ergo per 69. primi huius, communis sectio illius superficiei planae & solis, erit circulus magnus qui sit d e z, & ab aliquo puncto illius circuli solis, ut a puncto d, ducatur linea secundū quam praecedens radius ad centrū speculi quod sit e c, incidat in punctum speculi quod sit g, & a puncto circuli solis quod sit e procedens radius ad centrū speculi quod sit c, incidat in punctum speculi b, & a puncto solis quod sit z, incidens radius per centrū speculi c, sumat in punctū speculi a, quia ergo omnes radij transeūtes per centrū c, sunt perpendiculares super superficiē speculi a b g, p 72. primi huius, patet per 21. quinti huius, quia oēs reflectuntur in seiplos, cōcurrāt ergo tā incidentes q̄ reflexiones in puncto c, quod est centrū speculi, omnes enim illi radij sunt diametri ipsius speculi, & omnes anguli semicirculi sunt aequales, per 43. primi huius. Reflexio aut omnis fit secundū angulos aequales, ut patet per 20. quinti huius, quicūq; itaq; radiorum solarium pertransierunt per centrū speculi quod est c, & peruenierint ad quacūq; puncta superficiei speculi, illi omnes reflectuntur in seiplos, & concurrent in centro ipsius speculi non aequidistantes illis radijs non concurrunt. Sit enim radius perpendicularis super superficiem speculi, qui est e b, hic ergo ut praemissum est transeat per centrū speculi quod est c, & reflectatur in seipsum, hinc ergo ducatur per 31. primi, aliquis radius aequidistans qui sit l n, & alius qui o s, sitq; arcus n b inaequalis arcui b f, secetq; linea l n, circulum a b g, in puncto y, & in arcu y n signetur punctum k, & ducatur linea c n, quia itaq; angulus l n k, est maior angulo c n k, ut pars suo toto, patet quod angulus l n k, est maior angulo c n b, quoniam anguli c n b & c n k, sunt aequales, per 43. primi huius, patet ergo per 20. quinti huius, quod radius l n, non reflectetur in punctum c, fiat itaq; angulus b n f, aequalis l n k, cadetq; punctum f, extra punctum c, in punctum aliquod semidiametri e b, & in corpore solari continueatur linea e l, si itaq; quadrangulum n f e l, fixo permanente suo latere e l, imaginetur moveri quousque linea l n, incidat ad locum, unde exiit, tūc punctus n, motu suo describet quendam circulum in superficie speculi, & in tota periferia illius circuli angulus l n f remanet aequalis, ergo angulus l n k, est aequalis angulo b n f, fiet ergo per 20. quinti huius, a tota periferia illius circuli reflexio omnium radiorum incidentium ad punctum f, similiter quoq; si a puncto solis quod est o, ducatur per 31. primi, radius aequidistans radio perpendiculari qui est e b, & sit ille radius aequidistans o f secans circulum a b g, in puncto x, & in arcu x f, signetur punctum q, in linea n f producta



o f secans circulum a b g, in puncto x, & in arcu x f, signetur punctum q, in linea n f producta

ducta, sitq; ut perpendicularis e b secet circulum a b g in puncto p, & sit arcus b s minor arcu n b, ergo & arcus x p qui est aequalis arcui b s, per 53. primi huius, minor est arcui p y aequalis b n, ergo arcus x q s, remanet maior arcu y k n, ergo per 43. primi huius, angulus x s q est maior angulo y n k, radius ergo o s non reflectitur ad punctum f, sed ad alius quod punctū lineae f c, quod sit h, portio enim circuli y k n, quae est aequalis portioni n b q, est minor portione x q s, quae est aequalis portioni b h, copulentur quoq; lineae o e, si itaq; fixo latere e h, quadrangulum o e h s, intelligatur moveri quousq; linea o s, redeat ad locum unde exiit, tunc punctum s motu suo describet in superficie speculi circulum a cuius totali periferia, fiet reflexio ad punctū diametri speculi qui est h, & similiter de quibuscūq; alijs radijs incidentibus superficiei speculi aequidistanter radio e b, semper enim fiet reflexio omnium sibi similium radiorum a periferia unius circuli totius speculi ad unum punctū diametri ipsius speculi, & lineae radiales, propinquoires diametro reflectuntur ad punctū propinquius centro c, & lineae radiales remotiores diametro, & aequedistantes illi reflectuntur ad punctum remotius centro quod est c; in quocūq; autē illorum punctorum ponatur aliquod corpus combustibile, per radios reflexos incendet, sed quia radij sunt pauci & debiles, oportet ut combustibile diutius in puncto collectionis radiorum moram trahat, patet ergo propositum, & hoc speculū quantum ad actum combustionis efficacius est speculo composito ex planis speculis, de quo locuti sumus in fine quinti libri huius sciētiā, posset quoq; per diligentia artificis aliquod speculū ex pluribus huiusmodi speculis cōponi, qd esset maioris efficaciae ad comburendū, hoc autem relinquimus industriae pquirentis, qā sufficit nobis in ppositū, hoc modo demonstratū.

## LIBER NONVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

**I**N praemisso libro passiones speculorū sphaericorū cōcavorū p nostro posse pertractauimus, superest nūc ut speculorū columnariū & pyramidalis cōcavorū proprietates aliquas demonstremus. In his enim speculis quasi omnium praemissorum speculorū proprietates concurrunt, planorū quidem, cum in illis a linea longitudinis speculi sit reflexio, columnariorum quoq; & pyramidalium conuexorum plurimae passiones in hac cōcava specula descendūt, qm istorū & illorū cōformis est generatio secundū figuras, a qbus in utrisq; provenit quadam conformitas passionū, nisi quod hinc & inde secundū naturā cōuexi & cōcavi passiones quodāmodo secundū sitū contrarie disponuntur, ex quo accidit, ut quandoq; lineae reflexae in cōuexis speculis fiat locus imaginis in cōcavis, & econversō, ob hac eadem principia in his speculis & in illis sunt (praemissis figuris) cōformiter assumenda. Sic itaq; omnium speculorum regularium pro nostrarum uirium & experientiae possibilitatem passionibus aliquatiter pertractatis ad aliqua specula figurarū irregularium & compositarū mentem conuertimus, uidentesq; quod antiquorū Geometrarum diligentia & sollicitudo circa speculorū cōburentiū, aliquorum totali superficie ad unum punctū naturalem uel mathematicum sit reflexio luminis & formatū inbus naturalibus applicantem, actionem quoq; naturalium formarum accelerantem in productione effectū mirandorū, huic negotio curam consequenter in hoc libro dedimus, ut rei ad quam sicut ad finem nobilissimum omne quod de natura quorumlibet speculorum praemissimus aliquatiter ordinatur. Ex praemissis uero libris satis patet, quod figura talium speculorū comburentium in una superficie planarū, ut patet per ultimā 5. huius, nō est possibilis, sicut nec ab aliqua una superficie cōuexarū quacūq; siue illa cōuexa superficies fuerit sphaerica, ut patet per ultimā 6. huius, siue fuerit columnaris uel pyramidalis, ut patet p penultimā 7. huius, possibile est radios aliquos aggregari



PERSPECTIVAE VITELLIONIS

gari ad punctum unū mathematicū uel etiā naturalem, & concavis quoq; speculis sphaericis non sit ad unum axis punctum mathematicum reflexio, nisi à periferia unius tantū circuli, & à tota superficie unius hemisphaerij ad totam semidiametrū siue axem speculi, ut ostensum est per ultimam 8. huius. Non sit aut̃ omnium radiorum æquedistanter axe speculi superficiei talis speculi incidentium reflexio ad punctū unum. Sed neq; ab aliā qua superficierū speculorum columnariū uel pyramidalium concavorū est hoc possibile fieri, prout infra in præsentī libro demonstrabimus. Restat ergo ut superficies, alias huic nostro proposito competentes cum demonstrationis diligentia perquiramus, quoniam illud quod ex plurium speculorum regulariū compositione ad hunc effectum possibile prius fore diximus, unius superficiei à qua totali ad unū punctum fiat reflexio certitudinem nō attingit, neq; ad illorum peruenit cōmoditatem, neq; in illis adeo relict humani bonitas ingenij & utilitas figurarū. In his itaq; columnaribus & pyramidalibus, & alijs irregularibus quibusq; speculis, & in ipsis comburentibus speculis supponimus principia quæ in libris præcedentibus sunt præmissa, ut patet in 7. & 8. libro huius scientiæ, quæ uero ex præsuppositis principijs & conclusionibus demonstranda de his speculis prænominatis uidimus sunt ista.

THEOREMA I

THEOREMA I.

THEOREMA I.

In speculis columnaribus concavis communis sectio superficiei reflexionis & speculi quādoq; est linea longitudinis speculi, quādoq; circulus, quādoq; oxigonia sectio.

Quod hic pponitur, patet ex præmissis in libro septimo istius de speculis columnaribus cōuexis, & quia speculum columnare cōcauum non minus participat formā & proprietatem columnæ quàm cōuexum, patet quod proposita passio eodem penitus modo demonstranda est de speculis colūnaribus concauis ut de columnaribus cōuexis. patet ergo propositū, nec em̄ necessarium talibus amplius immorari, & quando fuerit cōmunis illa sectio linea longitudinis speculi, erunt modi reflectionū & loca imaginū sicut in speculis planis, quando uero illa sectio cōmunis fuerit circulus, erunt modi reflectionis & loca reflectionū sicut in speculis sphæricis concauis. Eruntq; loca imaginum quandoq; ultra speculū, quandoq; in ipsa superficie speculi, quādoq; inter uisum & speculū, quādoq; in ipsa superficie uisus, & omnium istorum idem est demonstrandi modus qui in illis sphæricis cōcauis speculis patuit per undecimam octauī huius.

## II.

In Speculis pyramidalibus concauis communem sectionem superficiei reflexionis & speculi, lineã longitudinis speculi aut sectionem oxigoniã possibile est esse, circulum uero impossibile.

Passiones oppositæ de præsentibus speculis eodẽ penitus modo demonstrabiles sunt, quo & de speculis pyramidalibus conuexis sunt ostensæ per diuersas propositiones 7. huius, patet ergo propositum, & quando communis sectio superficiæ reflexionis & speculi fuerit linea longitudinis, erunt modi reflectionum & loca imaginum, quæ & in speculis planis ostensa sunt per 49. quinti huius.

## III.

III.  
In omni superficie reflexiōis à speculis columnaribus uel pyramidalibus  
concauis centrum uisus & punctum rei uisæ, punctum reflexionis, & punctū  
axis in quē cadit perpendicularis ducta à pūcto reflexionis super superficiē  
speculum in puncto reflexionis contingentem cōsistere est necesse.

Speculum in puncto reflexionis contingentem consistere est necesse.

Sit speculum columnare concavum cuius axis sit  $a b$ , sitq; centrū visus  $o$ , & pūctum rei visæ  $d$ , reflectaturq; forma puncti rei visæ quod est  $d$  ad visum  $c$ , in puncto speculi  $e$ , & in pūcto  $e$  cōtingat superficiē speculi superficies plana, super quam superficiē a puncto  $e$ , ducatur linea perpendicularis  $p 12$ . undecimi, q̄ secet lineā  $a b$  axem speculi in puncto  $f$ , & sit lineā  $e f$ , dico quod pūcta  $c d e f$ , necessario erunt semp in eadem superficie reflexionis

LIBER NONVS. 230

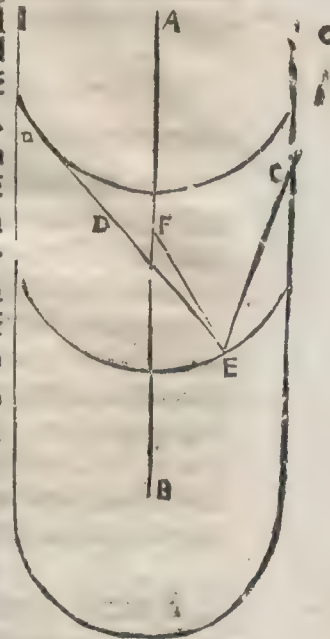
xionis, aut em hæc superficies reflexionis æquidistabit basibus columnæ aut non, si sic, pa-  
tet per 100. primi huius, quod communis sectio superficiei reflexionis & superficiei spe-  
culi erit circulus æquidistans basibus columnæ, & linea ducta à puncto reflexionis quod  
est e, transiens per centrum illius circuli est perpendicularis super superficiem columnæ,  
ut patet per 96. & per 100. primi huius, & si centrum uisus quod est c, & punctum rei ui-  
sæ quod est d, fuerit in illa linea, fiet reflexio formarū punctorum uisorum tantū secun-  
dum illam lineam per a. quinti huius, & si sit aliter, fiat reflectio secundum aliam lineam per b.

sunt illam lineam per 21. quinti huius, eruntq; illa quatuor puncta q̄  
 sunt c d e f, omnia in superficie reflexionis, quod sit centrum uisus uel  
 punctum rei uisæ, dum fuerit in hac linea perpendiculari, semper tamē  
 linea e f, perpendiculariter à puncto e, ducta cadet in axem a b, p. 96.  
 primi huius, & linea reflexionis continebit cum illa perpendiculari an-  
 gulum acutum, quoniam cadet inter perpendicularē e f, & inter lineā  
 circum qui est communis sectio superficiē reflexionis & speculi in  
 puncto e contingentem, & quoniam hæc linea reflexionis cadit semper  
 intra speculum, quia secundum sui partem qua incidit speculo necessa-  
 rio cadet inter superficies planas per centrum uisus ductas, portionē  
 apparentem speculi cōtingentes, & qm̄ per 20. quinti huius, semp̄ an-  
 gulus incidentiæ est æqualis angulo reflexionis, patet quod si unus il-  
 lorum punctorū est in superficie reflexionis quod & reliquus, quia em̄  
 angulus d e f erit æqualis angulo f e c, cadēt hī anguli ex diuersis par-  
 tibus perpendicularis lineæ quæ est e f ultra speculum, in eadem itaq;  
 superficie cadent omnia puncta c d e f. & eodem modo demonstrandū  
 est à quocunq; puncto circuli, qui est cōmunis sectio superficiē reflex-  
 ionis & speculi, fiat reflexio, semper enim illa quatuor puncta erunt  
 in superficie reflexionis, quod si cōmunis sectio superficiē reflexionis  
 & superficiē speculi sit linea longitudinis speculi, tūc iterū à quocunq; puncto illius lineæ  
 fiat reflexio, semp̄ pposita quatuor puncta erūt in superficie reflexionis, ut patet p. 27. quinti  
 huius. Similiter quoq; patet idem si cōmunis sectio superficiē reflexionis & horū speculorū  
 fuerit sectio oxigonia, qm̄ illa sectio secabit speculū trans axem p. 103. primi huius, & li-  
 nea à puncto reflexionis perpendiculariter ducta super superficiē speculi in puncto reflexionis  
 cōtingentē, semp̄ cadet in axe, ut hæc in speculis colūnaribus et pyramidalibus cōuexis  
 sunt amplius declarata: est ille modus demonstrandū uniuocus & in istis speculis. Quod  
 si speculum ppositum fuerit pyramidale concauū, tūc ut supra ostensum est p̄missam  
 sectio si fuerit linea longitudinis uel sectio oxigonia, tūc eadem erit declaratio qd̄ qua-  
 tuor p̄dicta puncta c d e f, consistūt in superficie reflexionis, quæ prius in speculis colūna-  
 ribus cōcauis, patet ergo illud qd̄ pponebat.

III.

Centro uisus existente intra speculū columnare uel pyramidale cōcauum  
a quolibet puncto speculi fiet reflexio ad uisum.

Sit speculū colūnare cōcauū, cuius axis sit a b, & sit cētrū uisus c, sitq; pūctū c, intra spē  
 culū, dico qđ ab omī pūcto speculi fiet reflexio ad uisū. Siue em̄ cōmunis sectio sup̄ficiēi  
 reflexionis & huius speculi fuerit linea longitudinis colūnæ speculi, ut cū sup̄ficies refle-  
 xionis secat sup̄ficiē speculi secūdū axis lōgitudinē, ut patet p. 93. primi huius, siue fue-  
 rit circulus aquedistās basibus colūnæ ipsius speculi, siue fuerit sectio oxigonīa, semp̄ pa-  
 tet p. præmissā qđ pūctus reflexionis & cētrū circuli siue pūctus axis in quē cadit per  
 pendicularis ducta à pūcto reflexionis sup̄ sup̄ficiem speculi sunt in eadē sup̄ficie. Est er-  
 go semp̄ possibile ut ab illo pūcto fiat reflexio ad uisum, qm̄ in cōcauitate taliū speculorū  
 non est corpus aliqđ densum resistēs multiplicationi formarū p. mediū, à quolibet pun-  
 cto ergo sup̄ficiēi taliū speculorū fiet formarū reflexio ad uisum. Idē quoq; patet in spe-  
 culis pyramidalibus cōcauis, qm̄ cētrū uisus semp̄ est intra talia specula, nō refert à quo  
 cuiusq; pūcto sup̄ficiēi speculi fiat reflexio, qm̄ semp̄ possibile erit formā ad uisum pue-  
 nire, nisi forte densitas occipitis in quibusdā sitibus impediāt reflectionē, patet ergo p.





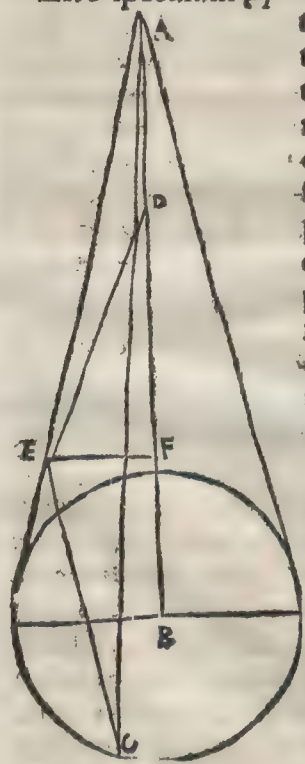
PERSPECTIVAE VITELLIONIS

positum, resumptafiguratione præmissæ, positoq; puncto c, intra superficiem speculi in  
 linea c e, quicumq; eius punctus in utroq; speculorū fuerit datus, sit ille punctus e, & ab  
 eo extrahatur perpendicularis super superficiem planam in illo puncto speculum cōtinua-  
 gentem per 12. undecimi, & quoniam illa cadet in axem speculi per 96. primi huius, sic  
 ut cadat in punctum f, & super punctū e, tantū lineæ e f, fiat p. 23. primi, angulus æqua-  
 lis angulo c e f, qui f e d, palam ergo quod forma puncti d, reflectetur ad uisum in puncto  
 c, existentem per 20. quinti huius, & hoc proponebatur.

Centro uisus existente extra speculum columnare uel pyramidale concasuum non integrum à maiore parte superficiei speculi fiet reflexio ad uisum.

Esto speculum columnare uel pyramidale concuum, cuius axis sit a b, & sit centrū uisus punctum c, sitq; extra speculum, dico quod à maiore parte superficiei concuue speculi fiet reflexio ad uisum: imaginentur enim superficies contingentes columnam uel pyramidalem à uisu pductæ ad speculum, palamq; per primā septimi huius, quoniam solum pars superficiei speculi interiaccens illas superficies contingentes est illa, à qua speculo existente conuexo fit reflexio ad uisum. Est autem illa pars minor pars superficiei speculi, ut patet de speculis columnaribus per 78. quarti huius, & de pyramidalibus per 84. quarti huius, ablata itaq; illa parte remanet maior pars superficiei speculi, fit autem à tota illa superficie reflexio ad uisum, quoniam omnis linea ducta sub lineis contingentibus speculum in aliqua illarum superficierum producta secat superficiem speculi p. 4. septimi huius, secundum illam ergo potest fieri reflexio ad uisum, patet ergo propolitiū.

V. I.  
Speculo pyramidali concauo integro existente oppositoq; ipso uisui ex parte suæ basis existenti nullius puncti forma uidebitur nisi intra speculum existentis.



elidit si secet pyramis speculi ad modū annuli secundū aliquē circulū æquedistantē b  
uel etiā secundū oxigonā sectionē taliter, ut auferat uertex pyramidis speculi, tunc em  
inciden

LIBER NONVS.

231

incidentiæ liberum habebunt ingressum, plures tamen formæ reflectentur ad usum si centrum visus fuerit ex parte superficiæ concauitatis speculi quàm si fuerit ex parte suæ basis, quia tunc lineis incidentibus latior uia patet.

VII.

VII.

A quocunque puncto speculi columnaris uel pyramidalis concaui non est possibile nisi formam unius puncti ad eundem uisum reflecti.

Est autem in speculo concauo

Est ut in præmissa speculum columnare uel pyramidale concauū, cuius axis a b, ab eius quoq; puncto e, reflectatur ad uisum c, forma puncti d, dico quod ab eodem puncto e, forma alterius puncti q̄ d, ad uisum existentem in puncto c, impossibile est reflecti, ducatur enim a puncto reflexionis quæ est e, linea perpendicularis super superficiem speculi in puncto f contingentem, quæ secabit axem speculi per 96. primi huius, secet ergo in puncto f, palam itaq; per 3. huius, qm̄ puncta c d e f, sunt in eadem superficie, & qm̄ una sola linea recta a centro uisus quod est e, ducibilis est ad punctū reflexionis qd̄ est e, patet quod angulus s e f, non potest uariari, ergo nec angulus d e f, quæ per 20. qm̄ ti huius, est æq̄lis angulo t e f, linea ergo e d est tm̄ unica linea, cuius alteri9 puncti forma potest reflecti ad uisum c, sed ex hypothesi forma puncti d reflectitur ad uisum, nullius ergo alterius puncti forma ad ipsū reflectet, cū em̄ aliqua linea incidētiæ peruenit ad aliquod punctū corporis, non potest forma alterius puncti per illam lineā incidere speculo, qm̄ punctus altior occultat posteriorē, nec præstat transitū formæ illius, patet ergo oppositū, qm̄ in his speculis a q̄cūq; puncto facta reflexione forma unius puncti nō potest ab eodem puncto speculi forma alterius puncti reflecti ad eundem uisum, sed a duobus uisibus possunt in eodem puncto speculi duorū punctorū formæ comprehendī, sicut a pluribus uisibus plures formæ diuersorū punctorum, qm̄ ut patet per 18. septimi huius, infinitæ possunt sumi superficies super perpendicularē e f, se secantes, in quarum quælibet ex utraq; parte perpendicularis e f, sumi possunt duo anguli acuti æquales, licet aut illud quod hic proponitur satis patuit per 29. quinti huius, hic tamē idem declarauimus, ideo quia oppositum in his speculis plus uerisimile uidebatur.

V I I I.

VIII.  
Linea longitudinis speculi columnaris uel pyramidalis concaui existens  
te communi sectione superficiei reflexionis & speculi unus est tantum pun-  
ctus reflexionis & unius puncti rei uisæ ad unius uisus centrum, & uidetur  
unica imago.

Non oportet huic propositioni declarandæ aliter insisti, nisi sicut idem ostensum est in speculis planis, quod ab uno tantum puncto fit reflexio, & una tantum occurrit visui imago, ut patet per 46. & 48. quinti huius, linea enim recta est communis sectio superficiæ reflexionis & superficiæ speculi hinc inde, unicus ergo tantum est punctus reflexionis, unica tantum erit imago sub superficie speculi semper apparens, ut in planis speculis, eritque per 49. quinti huius, distantia imaginis sub speculo æqualis distantia rei visæ super speculum, patet ergo propositum.

IX.

IX.  
Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis concaui oxigonia existente à pluribus punctis illius sectionis potest fieri reflexio formæ eiusdem puncti rei uisæ ad idem centrum uisus.

Sit speculum columnare uel pyramidale concauū, cuius axis a b, sitq; centrū uisus c, & punctū rei uisæ sit d, ut patet in figura 6. huius. Si itaq; cōmunis sectio superficiē rei uisæ & speculi fuerit sectio oxigonīa, dico quod forma puncti d, ad centrū uisus c, & pluribus punctis illius sectionis reflecti potest, iam em̄ ostendimus supra per 22. septimæ huius, quod a speculis columnaribus conuexis ab uno tm̄ puncto sectionis oxigonīæ, sit formæ eiusdē puncti reflexio ad uisum eundem, & diximus quod si diameter columnæ fuerit æqualis distantīæ oculorū, quod a duobus punctis sectionis oxigonīæ po-



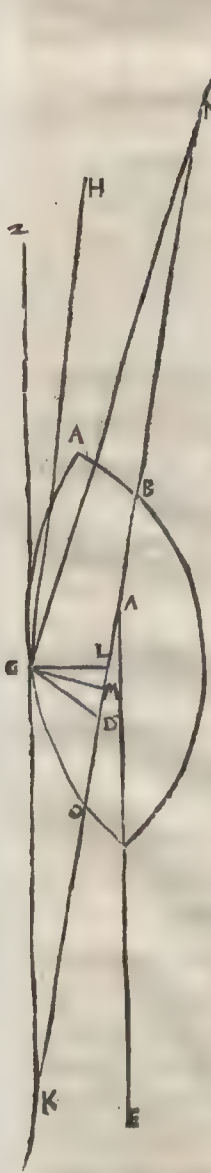
PERSPECTIVAE VITELLIONIS

test fieri reflexio ad uisum, aliās em̄ latebunt uisum puncta reflexionis se respicientia. s. illa per quā transit circulus columnæ ductus per punctū reflexionis æquedistanter basi- bus, unde uiso uno illo puncto; alius punctus latebit propter minoris portionis colu- næ ipsius apparentiam. In his uero speculis columnaribus concauis apparet uisui maior portio columnæ, ut patet per quintam huius, unde ab unico uisu possunt percipi maio- puncta, quæ sunt extremitates diametri circuli æquedistantis basibus columnæ, eodem modo penitus de speculis pyramidalibus cōcauis declarandum, eius em̄ superficiei plus medietate uni uisui occurrit, & duo puncta per diametrum circuli æquedistantis basi py- ramidis opposita uideri possunt, patet ergo propositum.

X.

x.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris uel pyramidalis concaui oxigonia existente, erit locus imaginis quandoq; ultra speculum, quandoq; citra uisum, quandoq; in centro uisus, quandoq; in superficiei speculi, quandoq; inter uisum & speculum.

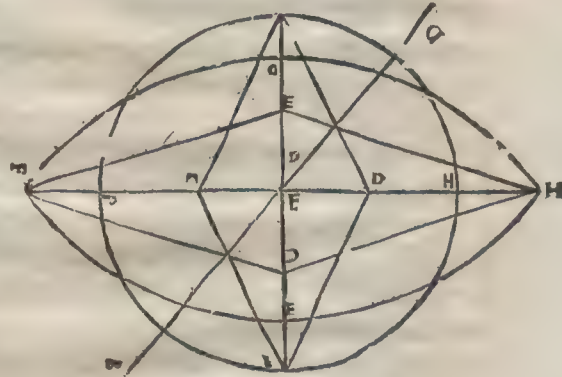
[illegible]

nea b d, palam itaq; per 20. quinti huius, quod si centrū uisus fuerit in puncto 3, reflectet ad ipsum forma puncti q, à puncto speculi g, & erit per 37. quinti huius, locus imaginis punctū e, & si fuerit centrū uisus in puncto h, reflectet ad ipsum forma puncti b, à puncto speculi g, & qm̄ kathetus incidentiæ quæ est l d, æquedistat lineæ reflexionis quæ est g h, palam qd̄ lineæ l d & g h nunq̄ concurrent. Erit ergo locus imaginis in puncto superficie speculi à quo fit reflexio quod est punctū g, qui locus est primus & p̄prius ipsius imaginis propter concauitatē totius formæ reflexæ, prout diximus in 22. octauī huius. Si uero centrū uisus fuerit in puncto o, reflectetur ad ipsum forma puncti m, à puncto speculi quod est g, & locus imaginis erit punctū n. Si uero centrū uisus fuerit in puncto n, erit locus imaginis formæ puncti m, in ipso centro uisus qd̄ est in puncto n, quod si centrū uisus fuerit in puncto t, erit iterum locus imaginis formæ puncti m, in puncto n, quod erit inter uisum & superficiem speculi, patet ergo propositū, qm̄ in speculis pyramidalibus concauis poterit secundū præmissa cooperante p 113. primī huius, demonstratio faciliter coaptari, hoc itaq; proponebatur.

XI.

Centro uisus & puncto rei uisæ existentibus in eadem linea perpendiculari super superficiem speculi columnaris uel pyramidalis concaui quandoq; ab uno puncto speculi, quâdoq; à duobus fit reflexio, & locus imaginis semper erit centrum uisus.

Sit speculum columnare concavū, cuius axis sit a b, sitq; centrum uisus c, & punctū rei uisæ d, sintq; puncta c & d in una linea perpēdiculari super superficiē speculi quæ sit e f, uel in alia linea perpēdiculari super lineam e f, quæ sit h p, ita qd' punctus e sit pūctus superficiē speculi, & punctus f sit punctus axis a b, & producat'ur linea e f, ad aliam partem speculi in punctū g, dico quandoq; ab uno puncto speculi, ut à puncto e, quandoq; à duobus, ut à punctis e & g, potest forma puncti d reflecti ad uisum t, palam em̃ p 21. quinti huius, quod linea t e, in qua est pūctus rei uisæ quæ est d, reflectitur in seipsam, tunc em̃ infigit' possunt intelligi superficies secantes se super lineā e f, quæ quælibet est erecta super superficiē contingentem speculū p 18. undecimi, cū linea e f, quæ est cōmunis sectio illarū superficiērum sit erecta super superficiem speculum in puncto e contingentem, quando ergo quærundā illarū superficiērum & superficiēi ipsius speculi cōmunis sectio est linea recta, quæ est linea longitudinis speculi æquedistans axi a b, tunc sicut per 21. quinti huius in speculis quibuscūq; ostendimus, non fiet reflexio nisi super eandem lineam perpendicularē, quæ est e c, & ut patet per 32. & 36. quinti huius, locus imaginis est centrū uisus, qui est punctus t, nec uidebit' aliq; punctus rei uisæ nisi solus ille qui fuerit in superficie ipsius uisus, qñ uero aliqua illarū superficiērum perpēdicularium super superficiem speculi in puncto e contingentē, secant superficiem concavā ipsius speculi, ita quod cōmunis sectio illarum superficiērum est circulus æquedistans basibus columnæ, cuius centrum est f, punctū axis, & tunc si punctum f fuerit in diamet' p h, inter punctū c, quod est centrum uisus, & punctum d, quod est pūctum rei uisæ, ita quod æqualiter distet ab utroq; sitq; linea c f, æqualis lineæ f d, poterit forma pūcti d, ad uisum c, reflecti à duob; illorū pūctorū sit reflexio formæ pūcti d, ad uisum c, ideo qd' angulus d e f est æq̃lis angulo f e c, & similiter angulus d g f, æqualis angulo f g c per 4. primi, duorū em̃ trigonorū d f e & f e c, duo latera d f & f c sunt æqualia ex hypothesi, & latus f e est cōmune, angulusq; d e f est æq̃lis angulo c f e, quia uterq; est rectus, & similiter est in trigonis d f g & c f e, angulum





gulum itaq; d e c, per æqualia dividit perpendicularis e f, & angulum d g c per æqualia dividit perpendicularis f g, ducta à puncto reflexionis ad centrū illius circuli, & qm̄ k a thetus incidentiæ qui est d f, cum linea reflexionis e c uel g c, non concurrat nisi in centro uisus, quod est c, patet per 37. quinti huius, qm̄ centrum uisus est locus imaginis formæ puncti d, alia uero puncta lineæ perpendicularis quæ est c d h, non reflectunt ad uisum c, à puncto speculi h, nisi solus ille punctus qui est in superficie ipsius uisus, ut supra patuit, ideo qd̄ non reflectitur nisi per eandem perpendicularem, cū uero alicuius illarū superficiem perpendiculariū sup̄ superficiem speculū propositum in puncto e cōtingentem, & superficiem speculi fuerit oxigonia sectio, non poterunt puncta lineæ reflexionis reflecti ad uisum ab aliquibus alijs punctis sectionis, tñ sicut patet per 112. primi huius, duæ lineæ ppendiculares sup̄ superficiem in superficie sectionis se intrinsecare non possunt, sicut in superficie circuli æquedistantis basibus speculi se tales duæ diametri secant, sicut in superficie circuli æquedistantis basibus speculi se tales duæ diametri secant super centrū f, ut iam patuit, quæ sunt p h & e g, nō em̄ est diameter sectionis quæ est p h, perpendicularis super superficiem contingentē speculū in puncto h, sed oblique incidit super illam, quando diameter e g, perpendicularis est super superficiē speculi, & hoc accidit ppter obliuationem sectionis oxigoniæ super axem columnæ speculi, non ergo reflectet forma puncti d, ad uisum c, per lineam c d h, sed si puncta d & c, æqualiter distent à pñcto f, ita ut linea d f, sit æqualis lineæ f c, tunc à punctis speculū e & g, quæ sunt termini lineæ ppendicularis super superficiē speculi, quæ est linea e f q, potest fieri reflexio formæ puncti d, ad uisum c, per 20. quinti huius, & per 4. primi, ut supra patuit, qm̄ anguli d e f, & f e c sunt æquales, & itē anguli d g f, & f g c sunt æquales, & pñctū rei uisæ qd̄ est d, & centrū uisus qd̄ est c, sunt cū ambobus punctis reflexionis, qui sunt e & g, & cū puncto axis f, cui incidit linea e f g, quæ est ppendicularis sup̄ superficiē cōtingentē speculum in punctis e & g, in eadē superficie ipsius sectionis, patet ergo qd̄ fiet ab illis duobus punctis reflexio formæ puncti d, ad uisum c, & erit locus imaginis in utrisq; centrū uisus qd̄ est c, sed si puncta d & c, fuerint in ppendiculari e f, tunc non fiet reflexio ab alijs quo puncto sectionis oxigoniæ nisi solū à puncto e, qm̄ forma incidens superficiē speculi secundū lineā ppendicularē reflectit secundū eandē perpendicularē, & in sectione oxigonia est unica linea ppendicularis sup̄ superficiē speculū cōtingentē, qre ut prius dictū est per illā solā fit reflexio solius pñcti lineæ ppendicularis, q̄ est i superficie uisus, & si aut prius erit locus imaginis in cētro uisus. Eodē q̄q; mō deducēdū, patet idē ppositum in speculis pyramidalibus cōcauis, ducta em̄ à centro uisus ad superficiē cōtingentē speculū pyramidale linea recta ppendiculari sup̄ illā superficiē, si i illa ppendiculari sumat pñctus corporeus iter uisum & speculū, patet qd̄ nō reflectet forma eius ad uisum secundū illā ppendicularē, qm̄ pñctus ille occultabit tñ ppendicularis, & nō reflectet ab ipso, si aut nūllus pñctus corporeus fuerit in illa ppendiculari, reflectet ad uisum secundū hanc perpendicularē forma solius puncti superficiē uisus, qd̄ punctū ex illa superficie uisus secat ipsa perpendicularis, si cōmunis sectio superficiē reflexionis & speculi fuerit linea longitudinalis speculi, ab uno tñ pñcto speculi fit reflexio, sicut & in alio speculo colūnari postea sum est, qd̄ si sectio fuerit oxigonia qñq; ab uno puncto, qñq; à duobus potest fieri reflexio secundū diuersitatē situs rei uisæ & cētri uisus, qm̄ punctis c & d existentib; in linea f p, fiet reflexio à puncto h, & si puncto t, existēte in linea f g, pñctus d, sit in linea f e, fiet reflexio forte à punctis h & p, & semp locus imaginis est centrū uisus, uniuersaliter em̄ tam in speculis pyramidalib; q̄ colūnaribus cōcauis existēte axe speculi iter uisum & speculū nō fiet reflexio p lineā ad uisum ppendicularē nisi ab uno tñ pñcto speculi quē secat illa ppendicularis, & solum illius puncti superficiē uisus, quē secat illa perpendicularis, si ducta à centro uisus, hoc quoq; qd̄ pmissimus, tunc demum uerum est, si linea f h fuerit ppendicularis super lineam longitudinis speculi, quod est possibile fieri in speculis pyramidalibus, non aut in speculis columnaribus, quia tunc semp sectio est obliqua super superficiem speculi, & similiter est de linea f p, patet ergo ppositum, qm̄ sectionem pyramidale possibile est sic disponi, ut linea p h, sit perpendicularis super speculi superficiem, & ut ordinetur reflexio secundum illud.

Centro

## XII.

Centro uisus existente in centro basis speculi columnaris cōcaui, aut circuli æquedistantis basi fiet reflexio formæ ipsius oculi ab arcu circuli speculi simili arcui circuli magni qui est in superficie oculi, eritq; locus imaginis cētrum uisus.

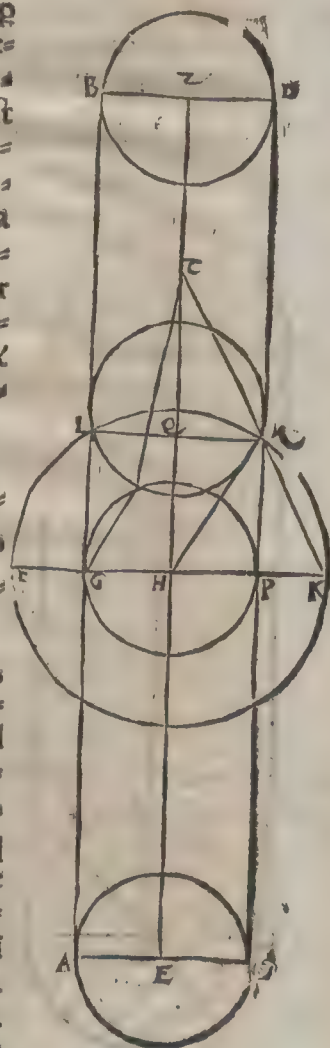
Sit speculū columnare cōcauū, cuius axis sit a b, sitq; centrū uisus in puncto b, quod per 92. primi huius, est centrū circuli, quæ est basis speculi, dico quod forma ipsius circuli uidentis reflectetur ad ipsum uisum ab arcu circuli basis speculi, simili arcui circuli magni, qui totius sphaeræ oculi transiens per centrū foraminis, uisæ, & per centrum oculi, hoc est arcui, qui interfacet extremitas perpendiculares, quæ à centro uisus secantes periferiam foraminis uisæ duci possunt ad periferiam circuli speculi, imaginentur enim illæ lineæ à centro oculi per centrū foraminis uisæ, & per totam periferiam cuiusdam arcus circuli magni sphaeræ ipsius oculi secantis portionem sphaeræ oculi, cui correspondet foramen uisæ per æqualia. Illæ ergo lineæ omnes erunt perpendiculares super superficiem sphaeræ oculi per 72. primi huius, quoniam ducantur à cētro, sed eadē lineæ ad periferiam circuli basis speculi productæ sunt perpendiculares super superficiem speculi per eandē rationē, qm̄ exeunt à centro illius circuli quod est b. Istæ ergo lineæ sunt perpendiculares super utraq; istas superficies, ergo per 21. quinti huius, ipsæ reflectuntur in se ipsas, formæ ergo pñctorū superficiē oculi in illis perpendicularibus cadentes reflectuntur ad uisum per easdē, & quoniam circulus sphaeræ oculi & circulus basis speculi cū idē centrum habeant, sunt circuli æquedistantes, patet p diffinitionē similium arcuū, quod arcus quasc; duas ipsarū semidiametris interiacentes sunt similes, arcus itaq; circuli speculi à quo fit reflexio, est similis arcui oculi qui reflectitur, & forte illa arcus hinc inde est quantitas circuli, quia sicut in 4. theoremate tertij huius, diximus, latius rectum subtensum arcui circuli magni, & sphaeræ ipsius oculi transiens per centrum uisæ & trans totum foramen uisæ, est quasi æqualis lateri quadrati inscriptibilis ipsi sphaeræ oculi, illi autem correspondet in centro angulus rectus, & in superficie ipsius sphaeræ 4. circuli per se, locus autem imaginis omnium punctorum superficiē oculi taliter reflexorum est in centro ipsius uisus, ut patet per præmissam, & quoniam de quocunq; circulo speculi æquedistante basi, est eadem demonstratio, patet ergo propositum.

## XIII.

In speculis columnaribus cōcauis sumptis duobus punctis in axe speculi possibile est unum reflecti ad alterum à toto uno circulo speculi, locusq; imaginis erit quidam circulus extra superficiem speculi.

Esto speculū columnare cōcauū, cuius axis sit e 3, sintq; t & h, duo puncta signata in axe, dico quod est possibile unum illorum punctorum reflecti ad alterum, ut proponitur. Sint enim circuli a g & b d bases speculi, & diuidatur linea t h, per æqualia in pñcto q, per 10. primi & super centrum q describatur circulus in superficie speculi æquedistans basibus speculi per 102. primi huius, cuius diameter sit linea l q, ducantur quoq; lineæ longitudinis speculi per 101. primi huius quæ sint b l a, & d m g, fiat quoque circa centrum h circulus, cuius diameter sit linea k h p & ducantur lineæ t l, t m, h l, quia axis speculi, qui est e 3, per 92. primi huius, erectus est super superficiem circuli l m, patet quia anguli t q l & t q m, & h q l, & h q m sunt recti, sed & linea t q est æqualis lineæ q h, ex hypothesi, & lineæ q m & q l sunt æquales

nn per





per diffinitionē circuli, ergo per 4. primi. trigona 4. quæ sunt  $t q m$  &  $h q m$ , &  $t q l$ , &  $h q l$ , sunt æquiangula, angulus itaq;  $t l q$ , est æqualis angulo  $q l h$ , & angulus  $t m q$ , æqualis angulo  $q m h$ . Si itaq; centrum uisus fuerit in puncto  $c$ , & alicuius rei uisæ punctus fuerit  $h$ , reflectetur forma puncti  $h$ , ad uisum existentem in puncto speculi quod est  $l$ , & similiter à puncto  $m$ , si itaq; triangulus  $t l h$ , fixo manente latere  $t h$ , quod est pars axis speculi, imaginetur moveri quousq; redeat ad locū ubi sumpsit motus principiū. tunc punctus  $l$ , motu suo describet circulū, & semper duo anguli  $t l q$  &  $q l h$ , manebunt æquales, & semper in hoc motu reflectetur forma puncti  $h$ , ad uisum existentē in puncto  $t$ , quia uero diameter  $p h k$ , est perpendicularis super superficiem speculi, palam quia ipse est kathetus in cidentia formæ puncti  $h$ , producatu itaq; idem kathetus  $p h k$ , ultra punctū  $k$ , extra superficiem speculi, donec concurrat cū linea reflexionis quæ  $t l$ , producta, cōcurrat autē per 14 primi huius, quoniā fiet cū angulus  $t h k$ , sit rectus, angulus  $h t l$  est acutus, sit punctus cōcursus  $f$ , similiter quoq; producto katheto  $h p$ , ultra punctū  $p$ , cōcurrat ipse cum linea reflexionis quæ est  $t m$ , sit punctus concursus  $r$ , eruntq; per 37. quinti huius, puncta  $f$  &  $e$  loca imaginū formæ puncti  $h$ , motoq; triangulo  $t l h$ , mouebitur simul cū illo triangulus  $t f h$ , & in hoc motu punctus  $f$ , describet circulū extra columnam speculi, totusq; ille circulus erit locus imaginis, & idem erit probandi modus sumptis quibuscunq; duobus punctis in axe speculi, oportebit tamē hoc modo uisum taliter sisti, ut cētrū eius sit directe in axe speculi, & punctus rei uisæ sit in aliquo cētro circuli speculi, aut circuli basis, aut æquidistantis ei, alias enim locus imaginis non occurrit uisui extra speculū, patet ergo propositum.

## XIII.

Communi sectione superficiei reflexionis & speculi columnaris concavi  
existente circulo, quādoq; unū, quādoq; duo, quādoq; tres, quādoq; quatuor  
erunt puncta reflexionis & nō plura, & secūdu hęc loca imaginū numerātur.

Et si punctum rei uisae sit h, quæ sit inter illum circulum æqualiter uel inæqualiter distantia à centro b, sintq; ambo ab una parte centri b, dico quod uerum quod proponitur. ducatur enim diametri g b & h b, quæ producantur ad periferiâ circuli, patetq; per 40. octauum huius qm possibile est quâdoq; formâ pñcti h, reflecti ad uisum existere in pñcto g, ab uno tm pñcto circuli c d e f, qñq; à duobus, quandoq; uero à tribus, quandoq; uero à quatuor, nō aut à pluribus, & qm in proposito cū reflexio fiat à circulo speculi nō est aliqua differētia quo ad illud, patet ergo primū, ppositū, patet ergo etiam prout ostensum est in 11. octauum huius, siue katheti incidentiæ concurrant cū lineis reflexionis siue æquedistant, quod secundū numerū linearū reflexionis imagines numerantur, & hoc est totum quod proponebatur.

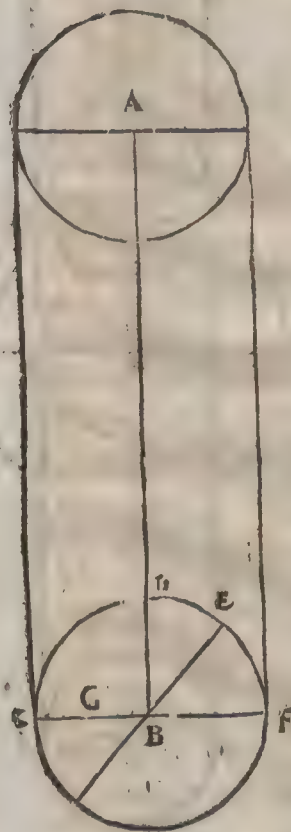
## XV.

X V.

In columnaribus concauis speculis cōmuni sectione sua  
perficie reflexiōis & speculi existente oxigonia formarum  
punctorum rei uisæ, quarundam fit ab uno tantum puncto  
speculi reflexio ad uisum, quarundam à duobus, quarundā  
à tribus, quarundam à quatuor, non autem à pluribus, & se-  
cundum hæc loca imaginum numerantur.

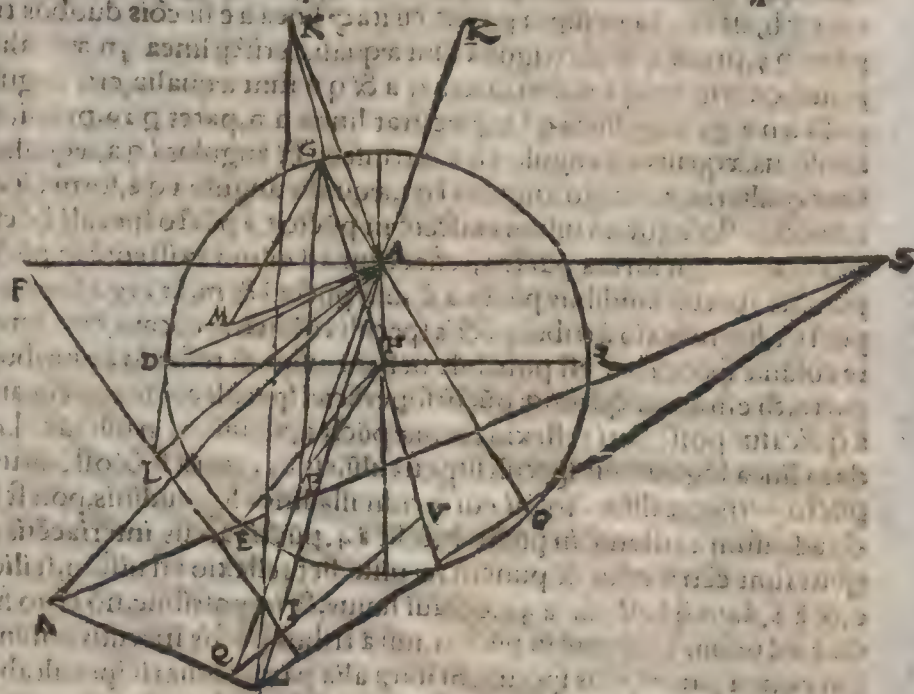
cundum hæc loca imaginum numerantur.

Esto speculū colūnare cōcauū, cuius axis sit linea  $xh$ , sitq; punctus rei uisæ obliq; incidēs speculo, ita qd nō sit in aliqua linearū perpendiculariū sup̄ superficiē speculi, quæ sit punctus  $a$ , taliter ut cōmunis sectio superficiē reflexionis & speculi, sit sectio oxigonā, dico quod in puncto uel a duobus, uel a tribus, uel 4. punctis alicuius oxigonæ sectionis



possibile est ut ab uno puncto uel a duobus, uel a tribus, uel 4. punctis alicuius sectionis

234  
 LIBER NONVS.  
 234  
 sectio fiat reflexio ad uisum, & quoniam unica appareat imago, quandoque 2. quoniam 3, quandoque 4. & non plures imagines, quoniam toride sunt puncta reflexionis tantum possibilis, imaginetur itaque superficies plana transiens per punctum a, & aequidistans basibus speculi, propositi, & communis sectio huius superficiei, & superficiei speculi circuli per 100. primi huius, cuius circuli centrum sit h, sumaturque in superficie illius circuli aliud punctum qd sit b, inaequaliter distans a centro h, in puncto a, & ducatur a punctis a & b, ad centrum circuli h, linea a h & b h, & compleantur diametri illius circuli eisdem lineis ad periferiam circuli hinc inde producti, palam ergo per ea quae dicta sunt in theoremate praecedere, & in 40. huius, qd ab uno puncto a arcus interioris duae semidiametros a h & b h potest forma puncti a, reflecti ad uisum existentem in puncto b, uel fortitan a duobus uel a tribus, sed non a pluribus, ab arcu uero opposito isti arcus utpote ab illo arcui q. cadet inter easdem semidiametros productas ad aliam partem periferiae circuli non potest fieri reflexio formae puncti a, ad uisum b, nisi ab uno tantum puncto. Esto itaque quod forma puncti a, reflectatur ad uisum h, a tribus punctis speculi propositi arcus, scilicet unius interioris semidiametros a h & b h, quae lineae puncti g d e, & ducantur lineae a g, h g, a d, h d, b d, a e, h e, b e, & a puncto a, erunt uisae, ducantur in eadem superficie tres lineae aequidistantes tribus semidiametris quae sunt h g, h d, h e, quae lineae aequidistantes sint a k, a f, a n, ita quod linea a k sit aequidistans semidiametro h g, & linea a f, semidiametro h d, & linea a n, semidiametro h e, cum itaque linea a k, sit aequidistans semidiametro h g, & linea b g, cocurrat cum eadem semidiametro in puncto g, palam per 2. primi huius, quoniam linea b g, cocurrat cum linea a k, sit ergo punctus concursus k. Similiter quoque per eandem rationem linea b g d, cocurrat cum linea a f, sit concursus punctus f, similiter quoque linea b e, cocurrat cum linea a n, sit punctus concursus n, deinde a puncto b, erigatur perpendicularis super superficie circuli, cuius centrum h, per 12. undecimi, quae sit b t, & quoniam axis x h, est perpendicularis super superficie illius circuli, erit p 6, unde etiam, linea b t, aequidistans axi x h, sumaturque in linea b t, punctum qd de quo, qd sit t, & ab illo ducantur tres lineae ad tria puncta k f n, q. sint lineae t k, t f, t n, & a tribus punctis g d e, erigantur p 12. undecimi, tres perpendiculares super superficie circuli, cuius centrum h, q. sint g m, d l, e q, erunt ergo p 6. undecimi, lineae b t & e q aequidistantes, & quoniam, ut patet p 1. primi huius, oes lineae aequidistantes sunt in eadem superficie, palam p 1. undecimi, quoniam lineae b t & e q sunt in superficie trianguli b t n, igitur linea e q, secabit lineam t n, sit ut secet ipsam in puncto q, & penitus per eundem modum sit ut linea d l, secet lineam t n in puncto l, & linea g m secet lineam t k, in puncto m. Eruntque per 92. primi huius, haec tres lineae scilicet e q & d l, & g m, partes lineae t n longitudinis speculi, cum sint in superficie columnae speculi perpendiculariter productae super superficie circuli, cuius centrum h, & per consequens sint erectae super bases speculi per 32. primi huius, & a puncto g, ducatur per 31. primi, linea aequidistans lineae n a, quae sit linea q u, haec itaque per 30. primi, erit aequidistans lineae h e, quoniam ipsa h e, aequidistat lineae a n, ut patet ex praemissis, ita itaque axis x h, cocurrat cum linea h e in puncto h, palam per 2. primi huius,





tus, quoniam ipse axis concurret cum eius æquidistante ducta a puncto q, sic concurrens in puncto fide  
 sit illa æquidistans linea qu, & ducat linea r a, habet itaq; secabit lineam qu, quoniam linea qu, ducta  
 est a latere trianguli tbn, & alterius lineæ æquidistantis basi t b, & des illa lineæ sunt  
 in eadē superficie, lineæq; t a, pducta est inter lineam u, æquidistantē axi h u, & inter ipsam  
 axē, patet qd linea t a, secabit lineam qu, sum est in ambob; in eadē superficie, sit itaq; lineam rā  
 a & qu, punctus sectionis i, & ducatur linea q a, q a itaq; lineæ h e & a n, sunt æquidistantes, ut  
 supra patuit, palā per 29. primi, q a angulus b e h extrinsecus est æqualis angulo. e n a in  
 trinfeco, & anguli h e a & e a n sunt æquales, q a coaltorni, sed angulus reflexiois, q est h e  
 b, est æqualis angulo incidētiæ, q est a e h, p 20. qnti huius. Hinc ergo angulus e a n, æquan  
 lis angulo a n e, ergo p 6. primi in trigono e a n, duo latera e a & e n, sunt æqualia, sed li  
 nea e q est perpendicularis sup superficiē trigoni a e n, q a & sup superficiē circuli, cuius cē  
 trū est h, est erecta, ut supra patuit, cū itaq; linea a e sit cōis duobus trigonis q e a & q e n,  
 patet p 4. primi, qm illa trigona sunt æqualia, eritq; linea q n æqualis lineæ q a, ergo p 5.  
 primi, q a trigoni q a n, duo latera q a & q n sunt æqualia, erit angulus q a n, æqualis an  
 gulo q n a, q a itaq; linea q i, æquidistat lineæ a n, patet p 29. primi, qm angulus i q a ex  
 trinfeco, æqualis est angulo t n a intrinfeco, & angulus i q a, æqualis est angulo q a n, q n  
 sunt coaltorni, erit ergo angulus i q i, æqualis angulo i q a, forma itaq; puncti a, p 20. qnti  
 ti huius, reflectetur ad visum existentē in puncto t, a puncto speculi qd est q, & eodē modo de  
 monstrandū, qm forma puncti a, reflectitur ad visum existentē in puncto t, ab alijs duobus  
 punctis speculi similibus puncto a, q sunt puncta l & m, sit ergo formæ puncti a, ad visum in  
 puncto t, fiet reflexio a tribus punctis speculi columnaris cōcaui, quæ sunt q l m, & ex eadē par  
 te columnæ speculi nec est possibile ut fiat eiusmodi reflexio a pluribus punctis speculi, ex illa  
 parte. Si em detur qd eumq; punctū superficiē speculi columnaris cōcaui aliud ab istis tribus  
 a q dicatur posse fieri reflexio formæ puncti a, ad visum in puncto t, ducatur ab illo puncto  
 dato linea lōgitudinis speculi sup circuli, cuius centrū h, & ostēditur modo pmissio, qd a  
 puncto periferiæ illius circuli, cui incidit illa linea lōgitudinis, potest forma puncti a, refle  
 cti ad visum existentē in puncto b, & sic a 4. punctis arcus interiactis diametros circuli, in  
 quibus sunt cētrū visus & punctū rei visæ, fiet reflexio ad visum, scilicet a tribus punctis g d  
 e, & a 4. dato qd est cōtra 40. octavi huius, & impossibile, nō ergo fiet reflexio formæ pun  
 cti a, ad visum existentē in puncto t, nisi a tribus punctis speculis columnaris cōcaui, q sunt q  
 l m ex una parte ipsius speculi. Si itaq; alia pars columnaris speculi abscissa fuerit, patet p  
 tantū fiet reflexio a tribus punctis speculi, qd si totū speculū integrū fuerit, possibile est fieri  
 reflexionē a punctis 4. iam em patuit p 27. octavi huius, qd ex arcu circuli, cuius cētrū  
 h, opposito arcui g t d e c, potest forma puncti a reflecti ad visum existentē in puncto b, ab u  
 no tantū puncto. Sit ergo illud punctū 3, & ducatur semidiameter h 3, a puncto a p 3. pri  
 mi, ducatur linea æquidistans, quæ sit a f, & ducatur linea reflexiois quæ sit b 3, cōcurrentes in  
 linea a f in puncto f, cōcurrēt a f p 2. primi huius, qm cōcurrēt cū linea h 3 æquidistans ip  
 s a f, & a puncto 3, erigatur sup superficiē circuli, cuius centrū h, linea 3 o, ppendiculariter p 2. 20.  
 undecimi, hæc ergo p 6. undecimi æquidistabit lineæ h c, ducat itaq; linea t f, quæ sit cū p  
 us in alijs declaravimus, secabit lineā 3 o, qm sunt in eadē superficie, sit ergo punctus secti  
 onis o, patebitq; secūdū pmissos prius modos qm forma puncti f, reflectit ad visū existentē  
 in puncto t, & a puncto speculi qd est o, nec erit possibilis reflexio ab aliq; puncto superficiē  
 speculi ex illa parte pter qd a puncto o. Si em detur qd ab aliq; alio puncto hoc sit possibile,  
 sequetur, ut prius deduximus, qd similiter ab alio puncto illius arcus circuli, cuius cētrū h,  
 qd a puncto 3, possit forma puncti a, reflecti ad visum existentē in puncto b, qd est impossibile  
 le, & cōtra 29. octavi huius. Si itaq; forma puncti a, ab uno puncto circuli, cuius cētrū h, re  
 flectitur ad visum existentē in puncto b, reflectetur eadē forma puncti a, ad eadē speculi co  
 lūaris cōcaui ad visum existentē in puncto t, ab uno tantū speculi puncto, & si a duobus pu  
 ctis speculi fiat reflexio formæ puncti a ad b, & a duobus punctis speculi reflectetur a ad t,  
 Si uero una hæc reflexionū a tribus fiat punctis, fiet etiā reliqua a tribus, & ab illa pte oppo  
 si, uel speculi nō est possibile fieri plures reflexiones, sicut aut ab uno tm puncto arcus oppo  
 siti in circulo sit reflexio formæ puncti a ad punctū b, sic etiā ex illa parte speculi a uno tantū  
 puncto sit reflexio formæ puncti a, ad visum existentē in puncto t. Itē linea t b æquidistat axi  
 h,

x h. Sunt ergo in eadē superficie per 1. primi huius, quæ est superficies b h u, nec enim po  
 test alta sumi plana superficies in qua sint illæ lineæ t b & h x, per 1. undecimi. Item nec  
 potest sumi aliqua plana superficies in qua sit punctus a, & axis x h, præter superficiem a  
 u h, per 18. undecimi, est erecta perpendiculariter super superficiem circuli, cuius centrū  
 est punctum h, cum per 2. primi huius, axis h u, sit perpendicularis super ipsam punctus  
 ergo o, non est in eadem superficie cum puncto a, erecta super superficiem ducti circuli,  
 sed neq; illa puncta c & a, sunt in eodem circulo, sed neq; sunt in axe speculi, quoniam li  
 nea b c est æquidistans axi speculi qui est x h. Superficies ergo in qua forma puncti a, re  
 flectitur ad visum existentē in puncto c, est oxigonia sectio, uerū producta linea c a, ex u  
 traq; parte ultra puncta c & a, ut fiat linea p r, cū quatuor sint superficies reflexiois, quia  
 a quatuor punctis sit reflexio quæ sunt q l m o, & in qualibet illarum quatuor superficierū  
 necesse est esse duo puncta, quæ sunt a & c, patet quod linea p r est cōmunis illis quatuor  
 superficiebus per 1. undecimi, quoniam lineæ p r, sunt centrum visus, quæ est punctum c  
 & punctum rei visæ quod est punctum a, quæ necesse est esse in omni superficie reflexio  
 nis factæ ab his speculis, ut patet per 3. huius, qualibet autē illarum superficierū secat  
 speculū super superficiem cōtingentem speculū in puncto suæ reflexionis, & cuilibet  
 illarum superficierū reflexionis, & superficierū in illo puncto speculū cōtingentis cō  
 muni sectio est linea recta, per 3. undecimi, & sicut puncta reflexionis non sunt eadem,  
 sicut lineæ cōmunes illarum sectionum sunt eadem, linea itaq; p r, est perpendicularis su  
 per unam tantum illarum quatuor cōmuniū linearum non super duas, quoniam si esset  
 perpendicularis super duas illarum linearum, esset perpendicularis super duas superficies  
 speculū secundum puncta illarum linearū contingentes, linea itaq; p r, necessario tran  
 siet axem, cum tamen ostensum sit prius quod linea c a, quia est pars lineæ c p r, cadat ci  
 tra axem speculi quæ est x h, necessario ergo oportet duci quatuor diuersas lineas perpē  
 diculares ad illas quatuor lineas cōmunes a puncto rei visæ quod est a, quæ erunt quatuor  
 qd katheti incidētiæ perpendiculares super oxigonia sectiones cōmunes illis superficie  
 bus reflexionum & speculi. Quolibet itaq; istarum perpendiculārium aut erit æque  
 distans lineæ reflexionis, aut concurret cum illa, siue intra speculū siue extra, si fuerit æ  
 quidistans, erit locus imaginis ipse punctus reflexionis, ut supra patuit in 11. huius, & cū  
 quatuor sint huius perpendiculares, erunt quatuor loca imaginum, & quatuor imagines,  
 ideo quod quatuor sunt loca reflexionum. Si uero omnes illæ quatuor perpendiculares  
 concurrunt cum lineis suarum reflexionum, erunt item quatuor imagines, quia quatuor  
 sunt concursus illarum linearum, sic ergo loca imaginum numerantur secundum nume  
 rum punctorum reflexionis, & hoc est propositum.

## XVI.

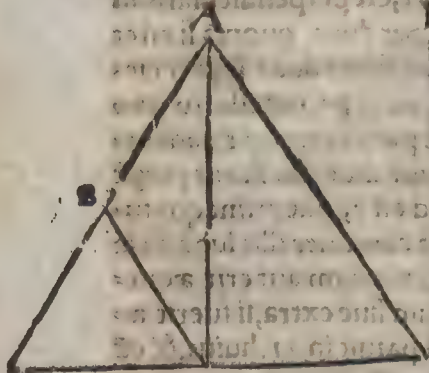
In speculis columnaribus concavis dato centro visus in puncto rei visæ,  
 punctum reflexionis inuenire.

Sit speculū columnare concavū, cuius axis sit d h, sitq; punctū rei visæ, & a cētrū visus  
 h, quæ sunt in locis datis, dico quod est possibile punctū reflexionis inueniri. Si enim pu  
 ctum rei visæ quod est a, & centrū visus quod est b, fuerint in una plana superficie specu  
 lum trans axem secante, tunc patet per 3. primi huius, quia cōmunis sectio superficierū re  
 flexionis, & speculi est linea lōgitudinis, potest itaq; inueniri punctum reflexionis, sicut  
 in speculis planis per 46. quinti huius, quod si puncta a & b, non fuerint in tali superficie,  
 imaginetur superficies transiens per punctum a, secans speculū æquidistanter basibus,  
 erit ergo per 100. primi, cōmunis sectio superficierū illius, & superficierū speculi circulus, cē  
 trum itaq; visus quod est punctum b, aut est in superficie illius circuli aut nō, si sic, potest  
 reflexionis punctum inueniri in periferia illius circuli, sicut supra in 27. octavi huius, do  
 cimus in speculis sphericis concavis. Si uero centrum visus b, nō fuerit in superficie illi  
 us circuli, tunc cum punctum rei visæ, & centrum visus semper sit in superficie reflexio  
 nis, per 3. huius, patet quod cōmunis sectio superficierū reflexionis, & speculi in hoc situ est  
 sectio oxigonia, ducatur ergo a puncto b, centro visus perpendicularis super superficiem  
 illius circuli per 1. undecimi, & replicetur tota probatio proxima præcedentis, est palā,  
 quatinus punctus reflexiois, qd est ppositū, Centro



Centro uisus existente in puncto, qui est communis sectio axis, & lineæ perpendicularis super superficiem contingentem speculum pyramidale concuum fiet reflexio formæ ipsius oculi ab una totali periferia circuli speculi æque distantis basi, & solum per lineas perpendiculares, locusq; imaginis erit in centro uisus.

centro uisus.  
 Esto speculū pyramidale concauum, cuius axis sit a h, & ducatur a puncto h, linea per-  
 pendicularis super superficiē contingentē speculum in puncto b, erit itaq; punctus h. co-  
 munitis sectio axis a h, & lineæ perpendiculares quæ est h b, dico quod si centrum uisus po-  
 situm fuerit in puncto h, fiet reflexio formæ oculi uidētis a tota periferia unius circuli spe-  
 culi æquedistantis basi, cuius polus erit punctus h. Si enim punctus a, uertex speculi, &  
 ducatur linea a b, ut ergo patet per 95. primi huius, erit linea a b, pars lineæ longitudinis  
 speculi, eritq; trigonū h b a orthogonū, quoniam angulus a b h, erit rectus propter perpē-  
 dicularitatē lineæ h b, super lineam a b, imaginentur ergo a puncto h, plurimæ duci perpē-  
 pendiculares super lineas longitudinis speculi, sicut est linea h b, perpendicularis super li-  
 nearū longitudinis quæ est a b, uel remanente fixo a h, latere trigoni a b h, & circumductio



trigono quoulibet ad locū unde exiit redeat, describetq̃ punctū  
b, circulū in periferia concauitatis speculi, à cuius quolibet per  
feriæ pūcto fiet reflexio ad uisum existentē in puncto h. Secūdu  
lineas perpendiculares similes lineæ h b, hoc est secūdu lineas  
quas motu suo determinabit lineæ h b. Fiat autem reflexio solū  
superficiē illius uisus per z i. quini huius, & solū partis superfi  
ciei uisus, quam secāt duæ lineæ perpendiculares à centro or  
bitæ existentes, & maiorem angulum qui est impossibilis cōtinen  
tis. Erit autem in omnibus his reflexionibus semper locus im  
aginis in centro uisus, quoniam non sit reflexio nisi secūdu per  
pendiculares, patet itaq̃ propositum, ita tamen quod inter cen  
trum uisus, & speculi superficiem non sit aliquod corpus solidū  
quod obstat.

XV III.

Existētibz centro uisus punctoq; rei uisæ in axe speculi pyramidalis cō  
caui, possibile est reflectionem fieri à toto uno circulo superficiē reflexionis  
speculi, locusq; imaginis erit quidam circulus extra speculum.

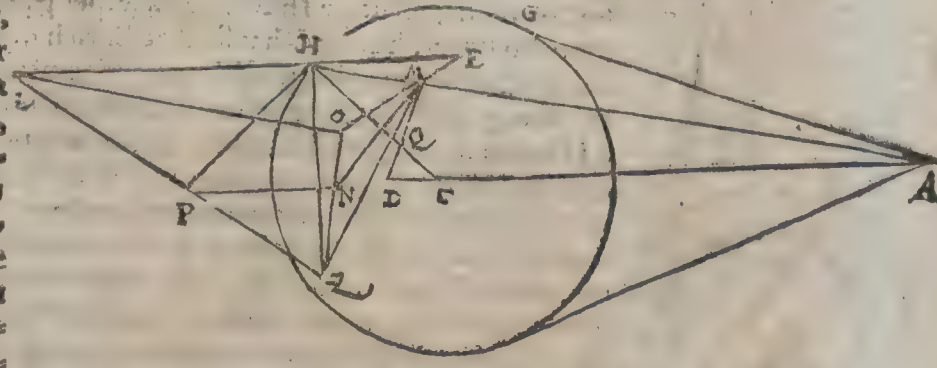
speculi, locusq; imaginis erit quidam circulus extra speculum.  
 Esto speculum pyramidale concavum, cuius axis sit linea a h, & uertex a, sitq; cen-  
 trum uisus in puncto h, & sit pñtus rei uisæ in puncto axis qui sit t, imagneturq; super-  
 ficies plana secans pyramidem speculi secundū axis longitudinem, quæ sit a b h g, & quo-  
 niā linea a h est axis speculi, erunt lineæ a b & a g, lineæ longitudinis speculi per 90. p-  
 mi huius, ducatur itaq; à puncto rei uisæ quod est t, linea perpendicularis super lineam a  
 b, quæ sit t q, & producatul ultra punctum q, extra speculum ad punctum l, donec linea  
 q l sit æqualis lineæ t q, & à puncto h, ducatur linea ad punctum l, quæ sit h l, hæc itaq; ne-  
 cessario secabit lineam a b, quoniā est cū illa in eadem superficie, sit ergo ut fecer ipsam in  
 puncto b, & à puncto b, ducatur linea æquedistans lineæ t q, per 31. primi, quæ producta  
 ad axem speculi sit linea b d secans axem a h in puncto d, & copuletur linea t b, palam  
 itaq; cum linea t q sit æqualis lineæ q l, erit per 4. primi, triangulus t b q æqualis triangulo  
 l o q b l, & angulus q l b æqualis angulo q b t, sed angulus q t b æqualis est angulo t b d p-  
 29. primi, quia sunt coalterti, & angulus d b h extrinsecus est æqualis angulo q l b intrin-  
 seco. Est ergo angulus t b d æqualis angulo d b h, ergo per 20. quinti huius, forma puncti  
 t, reflectitur à pñcto speculi quod est b, ad centrū uisus existens in puncto h, & quoniam  
 linea t q est perpendicularis super superficiem speculi, patet per diffinitionem, quoniam  
 ipsa est kathetus incidentiæ formæ puncti t, cōcurreret autem kathetus t q, cū linea reflecti-  
 onis q, est h b, in puncto l, est ergo pñtus l, locus imaginis formæ puncti t, per 37. quinti  
 huius

huius, si itaq; fixo latere t h, imaginetur trigonus t l h, moueri quousq; redeat ad locū unde incepit, tunc punctus b, motu suo describet circulum in superficie concaua speculi, & a quolibet puncto periferiæ illius circuli reflectetur forma puncti t, ad uisum existentem in puncto h. Similiter quoq; l, motu suo describet circulum extra speculum, in cuius tota l. periferia erit locus imaginis formæ puncti t, quoniam in tota illius circuli periferia ka-  
theti incidentiæ formæ puncti t, & lineæ reflexionum formæ puncti t ad uisum h, con-  
current, patet itaq; propositum.

XIX.

In pyramidalibus concavis speculis communi sectione superficiei reflexi-  
onis & speculi oxigonia existente, & centro visus puncto q̄ rei visæ existenti-  
bus in eadem superficie basis speculi aut ei æquedistantis, neq̄ sit ipsorum ali-  
quod in axe speculi formarum punctorum rei visæ, quarundam fit ab uno tan-  
tum puncto speculi reflexio, quarundam à duobus, quarundam à tribus, qua-  
rundam à quatuor, non autem à pluribus, & secundum hæc loca imaginum  
numerantur.

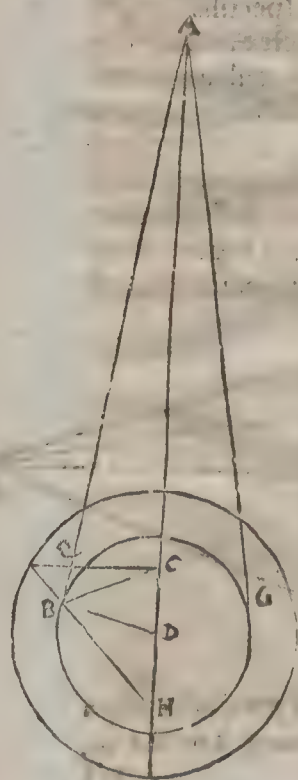
Esto speculum pyramidale concavum a g u, cuius axis sit a d, & uertex a, sitq; punctus e centrum uisus, & sit z punctus rei uisæ oblique incidens speculo, ita quod non sit in aliqua linearum perpendiculari super superficiem uisus, neq; sit in axe speculi quod est a d, neq; fiat reflexio ab aliqua linearum longitudinis speculi, fiat tamen reflexio forma puncti z ad uisum e, ab aliquo puncto superficiei propositi speculi. Erit ergo necessario communis sectio superficiei reflexionis & speculi sectio oxigonia per secundam huius, & sint puncta e & z, in eadem superficie circuli basis speculi aut æquedistantis ei, dico qd est possibile, ut ab uno tantum puncto speculi uel duobus, uel tribus, uel quatuor, & non pluribus fiat reflexio ad uisum, & quandoq; unica apparebit imago, quandoq; duæ, quandoq; tres, quandoq; quatuor, nec est possibile uideri plures imagines, quoniam totidem tantum sunt puncta reflexionis possibilia, imaginetur itaq; superficies plana transiens per punctum z, æquedistans basi speculi, hoc itaq; superficies per 100. primi huius, secabit speculum secundum circulum, centrum itaq; uisus quod est punctum e, ut patet ex hypothesi erit in superficie illius circuli, cuius centrū sit c, & ducatur linea e z, quæ producta secet illum circulū, palam ergo per ea quæ demonstrata sunt in speculis sphaericis concavis per 40. octauī huius, quoniam in tali dispositione forma puncti z, reflectitur ad uisum existentē in puncto e, à periferia illius circuli ex una parte scilicet ab arcu interiacente semidiāmetros, in quibus puncta z & e, consistunt, aut ab uno puncto speculi, aut à duobus, aut à tribus, & ex alia parte ab arcu scilicet interiacente illas semidiāmetros reliquas, in quibus puncta z & e, nō consistunt, ab uno tantum puncto. Sumatur itaq; aliquis punctus circuli à quo fiet hæc reflexio, quod sit h, & ducantur lineæ z h & e h, & semidiāmetr c h, patet itaq; per 17. tertiū, quoniam linea c h, est perpendicularis super lineam circulum in puncto h contingentem, & per 20. quinti huius, palam est, quoniam linea c h diuidit



per æqualia, ergo per  
 29. primi huius, linea  
 ch, secabit lineam e z,  
 sit ergo punctus sectio-  
 nis q ducaturq; per 101  
 primi huius, linea lon-  
 gitudinis speculi, quæ  
 sit ah, & à puncto q, du-  
 catur linea cadens per-  
 pendiculariter super li-  
 neara a h, per 12. primi, quæ sit q m secans lineam a h in puncto m, & producta ultra  
 punctum q, secet axem speculi, qui est a d in puncto d, & ducantur lineæ z m & e m,  
 & a



& à puncto z, quod est pūcta rei uisae ducatur in superficie illius circuli linea aequedistans lineae q h, quae sit z l, quia itaq; linea e h cōcurrat cū linea q h in pūcto h, patet per 2. primi huius, qm̄ linea e h pducta ultra punctū h, cōcurrat cū linea z l, sit cōcursus pūctus l, & à pūcto h, ducatur linea ppendicularis super lineā l z, q̄ sit h p, deinde in superficie e m z ducatur à pūcto z, linea aequedistans lineae q m, q̄ sit lineā z o, quia ita linea e m cōcurrat cū linea m q, patet p 2. primi huius, quod ipsa concurrat cū linea z o ipsius aequedistante, sit ergo cōcursus in pūcto o, & ducatur linea l o, & à pūcto p, ducatur linea aequedistans lineae l o, quae sit lineā p n secans lineā z o, in pūcto n, & ducatur linea m n, palam itaq; ex pmissis, & p 20. qnti huius, qd̄ angulus e h q est aequalis angulo q h f, sed q̄a lineae c h & l z aequedistant, patet p 29. qd̄ anguli q h z & h z l sunt aequales, quia coalterni, sed & angulus q h e extrinsecus est aequalis angulo h l z intrinseco, anguli ergo h l z & h z l sunt aequales, ergo per 6. primi, latera h l & h z sunt aequalia, sed linea h p est perpendicularis super lineam l z basem ylochelish l z, erunt ergo per 3. primi huius, trigona h l p & h p z similia, ergo per 4. sexti, cum linea h p, sit ambobus illis trigonis communis, erit linea l p aequalis lineae p z, sed in trigono l o z, linea p n est aequedistans lineae l o, ergo per 2. sexti, erit pportio lineae z n ad lineā o n, sicut lineae z p ad lineā p l. Est ergo linea z n aequalis lineae n o, itē cū sicut patet ex pmissis lineā o z sit aequidistans q m, & linea h q sit aequidistans l z, ergo p 15. undecimi, erit superficies z l o aequidistans superficiē q m h, & superficies e o l, secant illas duas superficies, superficiē qd̄ q h m secundū lineā h m, & superficiē l o z secundū lineā l o, ergo p 16. undecimi, cōmunes sectiones superficiē e o l, cū illis duabus superficiebus aequedistantibus sunt aequedistantes, linea ergo h m aequedistabit lineae l o, sed linea p n aequedistat lineae l o, ergo per 30. primi, lineae h m & p n aequidistant, q̄a itaq; lineae h p cadit inter lineas l o & l z aequidistantes, patet per 29. primi, quia anguli h p l & p h c sunt aequales, quia coalterni, sed angulus h p l est rectus, ergo angulus p h c est rectus, ergo per 15. tertii, lineae p h cōtingit circuli, igitur superficies a h p est cōtingens pyramidem speculi, ergo per 95. primi huius, cōtingit lineam illā secundū lineam longitudinis quae est a h, & in hac superficie erūt ambae lineae p n & n m, linea quidē m h, qm̄ est pars lineae longitudinis, quae est a h linea uero p n, per 2. primi huius. Omnes enim lineae aequedistantes necessario sunt in eadem superficie, & linea p n & h m aequedistant, lineae uero n m, est in eadem superficie per 1. undecimi, quoniam pūcta n & m, sunt in illa superficie, est autē linea d m perpendicularis super superficie a h p, speculū cōtingentē, ergo linea d m est perpendicularis super lineā n m, p diffinitionē lineae perpendicularis super superficie, sed lineae d m & o z aequedistant, ut prius patuit, ergo p 29. primi, lineam m q̄ est perpendicularis super lineā d m, erit perpendicularis super eius aequidistantē q̄ est z o, sed linea o n est aequalis z n, ergo p 4. primi, erit lineae m o aequalis m z, ergo p 7. qnti, erit pportio lineae e m ad lineā m o, sicut sicut eiusdē ad lineā m z. Est autē pportio lineae e m ad lineā m o, sicut lineae e q ad lineā q z p 2. sexti, cū lineae m q & o z sunt aequidistantes, in trigono o z e, uel sic est autē pportio lineae e m ad lineā m o, sicut lineae e h ad lineam h l, sed lineae h l & h z sunt aequales pmissa, ergo p 7. qnti, est pportio lineae e h ad lineā h z, sicut ad lineā h l, est autē p 3. sexti, cū lineae h q dividat angulū e h z p aequalia, pportio lineae e h ad h z, sicut e q ad q z. Est ergo p 11. qnti, pportio lineae e m ad lineam m z, sicut lineae e q ad lineam q z, ergo m q dividit angulū e m z per aequalia, per 3. sexti, est ergo angulus e m q aequalis angulo q m z, ergo per 20. qnti huius, forma puncti z reflectitur ad uisum existentem in pūcto e, à puncto speculi, si quod est m sicut itaq; forma puncti z reflectitur ad uisum existentem in pūcto e, à solo puncto circuli, quod est h, ita similiter reflectetur eadem forma pūcti z ad uisum e, à solo pūcto speculi, quod est m b, si fiat in hoc situ reflexio à duobus pūctis circuli, erit etiam reflexio à duobus pūctis speculi, & per eandē demonstrandū, & si à tribus punctis circuli fiat reflexio sit etiam à tribus punctis speculi, & si fiat à quatuor punctis huius, fiet etiam à quatuor punctis alterius, & ab alia parte circuli, ita fiet etiam reflexio



reflexio ab uno puncto speculi ex eadem parte, patet ergo propositum.

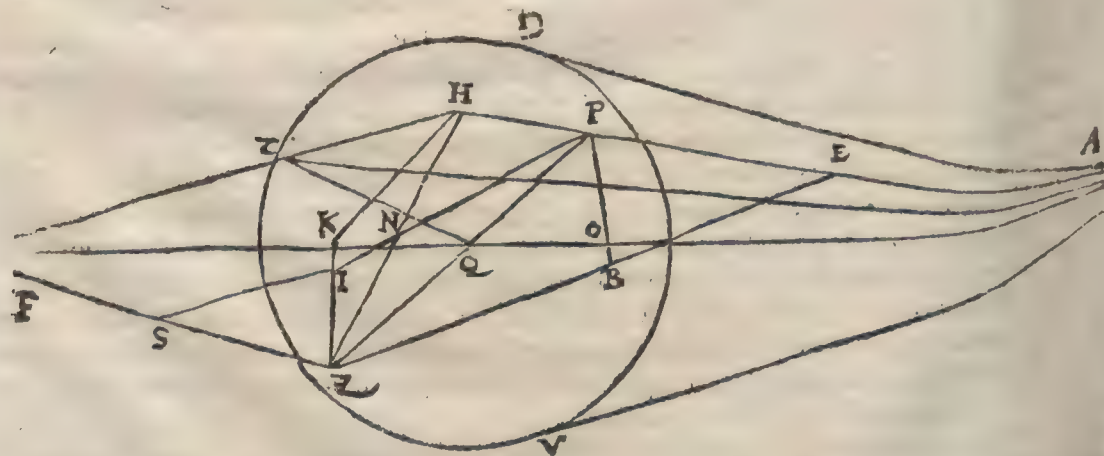
XX.

In speculis pyramidalibus concauis, cōmuni sectione superficie reflexionis & speculi oxigonia existente, & centro uisus puncto q̄ rei uisae existentibus intra speculū, non in axe, nec in eadē superficie basis speculi, aut ei aequedistante, formarū punctōrū rei uisae quarundā reflexio sit ab uno tantū pūcto speculi, quarundā à duobus, quarundā à tribus, quarundā à quatuor, non autē à pluribus, & secundum hæc loca imaginum numerantur.

Sit ut in propositione præcedenti speculi pyramidalis concaui, quod sit a g u, uertex & axis a d, sitq; punctus rei uisae z, & centrum uisus e, ductaq; per punctum z, superficīe secante speculū aequedistans basi speculi, non sit punctum e, in illa superficie, sed sub illa, uel super illam. Sit autem nunc exempli causa super illam, quia si ponatur esse sub illa, eadem erit demonstratio, dico itaq; quod uerū est id quod proponitur, quia enim ut patet per 100. primi huius, communis sectio illius superficie & speculi est circulus, ducatur à uertice speculi quod est a, linea per centrum uisus e, secans superficiem præmissi circuli extra ipsius centrum in puncto h, quae sit a e h, hoc est impossibile, ideo quia centrū uisus quod est punctum e, ut patet ex hypothesi, est intra speculum, non in axe, sit centrum illius circuli punctum q, palam itaq; per 20. octauū huius, quia forma puncti z, potest reflecti ad uisum existentem in puncto h, ab aliquo puncto circuli, sit illud punctum c, & ducantur lineae h c & z c & h z, & semidiameter q c, qui cum sit perpendicularis super lineam contingentem circulum in puncto c, per 17. tertii, ergo per 26. quinti huius, palam quod linea q c, dividit angulū h c z per aequalia, ergo per 29. primi huius, patet quod linea q c secabit lineam h z, sit punctus sectionis n, & ducatur linea z e, à pūcto rei uisae ad centrum uisus in punctum e, & linea longitudinis speculi quae sit a c, palam itaq; ex præmissis cum punctus z, sit ex illa parte diametri q c, & ex illa parte eiusdem sit punctum e, quod est centrum uisus, quoniam punctū h, quod est in linea a e, est in eadem parte semidiametri q c, in qua est & punctū e, patet ergo quod linea e z, secabit superficiem a q c, sit ut secet ipsam in puncto o, & ab illo puncto o, primo ducatur perpendicularis super lineam a c, scilicet lineam longitudinis speculi, quae perpendicularis sit o p, hæc itaq; pducta ultra punctum o, necessario cadet super axem speculi qui est a d, ut patet p 96. primi huius, sit ut cadat in punctum d, & ducantur lineae e p & z p, dico quod forma puncti z, reflectitur ad uisum existentem in puncto e, à puncto speculi quod est p, ducatur enim à puncto z, linea aequedistans semidiametro q c, p 31. primi, quae sit z f, & quoniam linea h c concurrat cū linea q c in puncto q, palam per secundam primi huius, quoniam ipsa cōcurrat cum eius aequedistante scilicet cum lineā z f, sit punctus cōcursus f, item à puncto z ducatur linea aequedistans lineae o p, quae sit z k, & quoniam linea e p concurrat cum lineā o p, patet quod ipsa producta ultra punctum p, cōcurrat cū illa z h, sit punctus cōcursus k, & ducantur lineae k f & k h, & quia ut patet ex præmissis angulus o p c est rectus, angulus uero p c q est minor recto, per 89. primi huius, quoniam ipse est angulus quem continet linea longitudinis cum semidiametro basis, patet ergo per 14. primi huius, quoniam lineae o p & q c, cōcurrunt in aliquo puncto producto ultra puncta d & q, cū itaq; linea z f sit aequedistans lineae q c, & linea z k aequedistans lineae o p, & lineae z f & z k concurrant in puncto z, lineae quoq; d p & q c, similiter cōcurrunt in aliquo puncto ut præostensum est, patet quod superficies f k z, & superficies o p q c, quae est superficies a q c, patet ex his, quoniam enim linea p o, pducta cadat in punctum axis quod est d, patet per primam undecimi, quod linea p o est in superficie a q c, sed & linea q c est in illa superficie, tota ergo superficies o p q c est pars superficies a q c, & quia superficies z f k & a c q, sup̄ duas lineas c p & k f, patet quod illae duae lineae c p & k f sunt aequedistantes per 16. undecimi, ducatur itaq; à pūcto c, linea perpendicularis super lineā z f, per 12. primi, quae sit linea c s, erit ergo angulus c s f rectus, ergo per 29. primi, angulus s c q est



rectus, quoniam linea  $z$  &  $c$  aequedistant, ergo per 15. tertij, linea  $c$  s contingit in puncto  $c$  circuli, cuius centrum est punctum  $q$ , superficies itaq;  $a$  c s est contingens pyramidem speculi, continget ergo illam per 95. primi huius, secundum lineam longitudinis quae est  $a$  c, sed linea  $o$  p est perpendicularis super lineam  $a$  c, est ergo linea  $o$  p, erecta sit per superficiem  $a$  c s contingentem pyramidem, quoniam linea  $o$  p est in superficie  $a$  q c, transeunt per axem  $a$  d, & per lineam longitudinis  $a$  c, talis autem superficies ut patet per 97. primi huius, erecta est super superficiem contingentem speculum in linea longitudinis quae est  $a$  c, quia ergo superficies  $a$  c s, secat duas superficies  $o$  p q &  $z$  k f, quae sunt aequedistantes, patet per 16. undecimi, quoniam duae lineae quae sunt illarum superficies rum communes sectiones sunt aequedistantes, quarum linearum una est linea  $p$  c, & altera sit linea  $s$  l, secans lineam  $z$  k in puncto  $l$ , patet quoq; quia punctus  $l$ , cadit inter puncta  $k$  &  $z$ , linea itaq;  $p$  c &  $s$  l aequedistant, sed linea  $p$  c &  $f$  k aequedistant ad invicem, quoniam sunt in superficiebus aequedistantibus, ergo per 30. primi, linea  $s$  l &  $f$  k sunt aequedistantes, & quoniam linea  $q$  c &  $z$  f aequedistant, patet per 29. primi, quod angulus  $n$  c z est aequalis angulo  $c$  z f, quia sunt coalterni, & angulus  $h$  c n extrinsecus est aequalis angulo  $c$  z f intrinseco, sed anguli  $h$  c n &  $n$  c z sunt aequales, ergo anguli  $c$  z f &  $c$  z s sunt aequales, ergo per 6. primi, linea  $c$  f &  $c$  z sunt aequales, & linea  $c$  s est perpendicularis super basem yfochelis  $c$  f z, trigona itaq; partiala quae sunt  $c$  s f &  $c$  s z, sunt similia per 31. primi huius, ergo per 4. sexti, cum linea  $c$  s, ambobus illis trigonis sit communis, erit linea  $s$  f aequalis lineae  $s$  z, sed cum linea  $s$  z aequedistat lineae  $f$  k, in trigono  $f$  k z, erit per secundam sexti, proportio lineae  $s$  f ad lineam  $s$  z, sicut linea  $k$  l ad lineam  $l$  z, erit ergo linea  $k$  l aequalis lineae  $l$  z, ducaturq; linea  $p$  l, cum ergo superficies  $a$  c s l, in qua ducta est linea  $p$  l, sit erecta super superficiem  $z$  k f, in qua cadit linea  $z$  k, erit per definitionem superficiei super superficiem erectae linea  $p$  l erecta super lineam  $z$  k, ergo per 4. primi, cum linea  $k$  l sit aequalis lineae  $l$  z, linea q;  $p$  l sit communis, & anguli ad punctum  $l$  sint aequales, quia recti, erit angulus  $p$  k z aequalis angulo  $p$  z k, sed per 29. primi, angulus  $e$  p o extrinsecus aequalis est angulo  $p$  k z intrinseco, quoniam linea  $o$  p &  $z$  k aequedistant, & angulus  $o$  p z est aequalis angulo  $p$  z k, quia sunt coalterni, anguli ergo  $e$  p d &  $d$  p z sunt aequales, cum angulus  $p$  k z &  $p$  z k sunt aequales, ergo per 20. quinti huius, forma puncti  $z$ , reflectitur ad visum existentem in puncto  $e$ , a puncto superficiei speculi quod est  $p$ , quod est unum propositum. Si autem sumatur aliud punctum in circulo, cuius centrum est punctum  $q$ , a quo forma puncti  $z$ , reflectatur ad visum existentem in puncto  $h$ , praemisso modo potest declarari quod ab alio puncto speculi reflectetur



tur forma puncti  $z$ , ad visum existentem in puncto  $e$ , ab alio puncto quam a puncto  $p$ . Similiter quoq; si forma puncti  $z$ , reflectitur ad visum existentem in puncto  $h$ , a tribus punctis circuli, reflectetur forma puncti  $z$  ad visum  $e$ , a tribus punctis speculi, & si a quatuor punctis reflexio fiat in circulo, & a quatuor punctis reflexio erit in speculo, & secundum haec loca

haec loca imaginum numerantur, patet ergo propositum. Quod si dicatur quod a pluribus punctis speculi quam a quatuor possit fieri reflexio formae puncti  $z$ , ad visum existentem in puncto  $e$ , ducta ab illo puncto linea longitudinis super periferiam circuli cuius centrum est punctum  $q$ , poterit per conuersionem praemissae demonstrationis ostendi, quod forma puncti  $z$ , reflectetur ad visum existentem in puncto  $h$ , a pluribus punctis circuli q; a quatuor, quod est impossibile, & contra 49. octavi huius, semper enim ut patuit ex praemissis a quocunq; punctis circuli reflectitur forma puncti  $z$  ad punctum  $h$ , a totidem punctis speculi reflectetur eadem forma puncti  $z$ , ad punctum  $e$ , & econuerso, & dicenti contrarium accidit impossibile modo praedicto, patet itaq; quod punctorum rei visae in his speculis quaedam habent unicam imaginem, quaedam duas, quaedam tres, quaedam quatuor, & quod non est possibile causari plures imagines in speculis columnaribus vel pyramidalibus concavis, sicut neq; in sphaericis concavis, quod est notandum.

XXI.

Dato centro visus & puncto rei visae in speculis pyramidalibus concavis punctum reflexionis inuenire.

Sit speculum pyramidalis concavum, cuius axis sit linea  $a$  d, sitq; punctus rei visae  $3$ , & centrum visus sit punctum  $e$ , quae sint in locis datis, dico quod est possibile punctum reflexionis inueniri. Si enim punctum rei visae quod est  $3$ , & centrum visus quod est  $e$ , fuerint in una plana superficiei speculi trans axem secante, tunc patet per 90. primi huius, quia communis sectio superficiei reflexionis, & speculi est linea longitudinis pyramidis speculi, potest itaq; punctum reflexionis inueniri sicuti in speculis planis per 46. quinti huius, quod si puncta  $3$  &  $e$  non fuerint in illa totali superficiei, imaginetur superficies transiens per punctum  $z$ , secans speculum aequedistans suae basi, erit ergo per 100. primi huius, communis sectio illius superficiei & speculi circulus, centrum itaq; visus quod est punctum  $e$ , aut erit in illa superficiei circuli aut non, quomodo cunq; aut sit, quia ut patet per 12. septimi huius, impossibile est communem sectionem superficiei reflexionis, & huius speculi circulum esse, sed erit semper tunc illa communis sectio oxigonia, replicata ergo demonstratione 19. huius, vel proxima praemissae, patebit faciliter inuentio puncti reflexionis, forma enim puncti  $3$ , reflectetur ad visum existentem in puncto  $h$ , ab aliquo puncto circumferentiae circuli, cuius centrum est  $q$ , vel forte a duobus, vel a tribus, vel a quatuor, & quocunq; fuerint, semper modo praemisso inuenietur punctum reflexionis illi puncto circuli correspondens, inuenito puncto reflexionis illorum punctorum in periferia circuli per ea quae declarauimus in diuersis propositionibus octavi huius, patet ergo propositum.

XXII.

Ambobus visibus a speculis columnaribus vel pyramidalibus concavis quasi unica occurrit imago.

In his enim speculis puncta reflexionis eiusdem puncti formae rei visae ad diuersos visus eius de uidentis non habet multam diuersitatem distantiae, propter visu approximationem ad se inuicem, si puncti visus formae imago sit aequaliter ambobus visibus occurrere duplicata, sunt tamen illae imagines congruae & admixtae, unde uidebuntur quasi unica imago, diuersitas enim locorum illarum imaginum propter sui imperceptibilitatem non inducit aliquam distantiam in visu, nec aliquem efficit errorem, uidentur ergo imago quasi una, & similiter per modum quo in 19. octavi huius ostendimus, possibile est, quod diuersorum uidentium visibus distantibus & diuersis, unica quandoq; in his speculis, sicut & in alijs, occurrat imago, cui propter identitatem illius situs hic non duximus immorandum, patet ergo propositum.

XXIII.

Lineae rectae aequedistantis axis speculi columnaris concavi centro visus existente in eadem superficie uel in alia, reflexio fit a linea longitudinis speculi ad visum.

Esto axis speculi columnaris concavi linea quae  $z$  h, sitq; linea uisa axi, speculi aequedistans t p, sitq; centrum visus punctum  $e$ , dico quod forma lineae  $t$  q h, reflectitur ad visum  $e$ , a linea longitudinis speculi  $a$  b g, quae est communis sectio superficiei  $t$  h z k, & superficiei



perficiei speculi, & hoc quidē si centrū uisus qd est e, nō fuerit in superficie t h z k, demonstrā-  
ri potest omnimode sicut in 30. septimi huius. Si uero centrū uisus fuerit in eadē superficie,  
demonstrabitur idē propositū, sicut in 50. septimi huius, reflecteturq; forma puncti t, a pū-  
cto speculi g, & forma puncti q, a puncto speculi b, & forma puncti h, a pūcto speculi a, & an-  
gulus h a r æq̄lis angulo r a t, patet etiā per 30. septimi huius. Qd lineæ e k, h a q b, t g, cō-  
currūt in pūcto o, patet etiā idē quod lineā a b g est lineā rectā extēsa in lōgitudine spe-  
culi, & quod lineæ g z, b l, & a d, sunt perpēdicularēs super superficiē contingentē specu-  
lum, quæ contingit ipsum secundū lineam a b g, & quod lineā a b g, est perpendicularis  
super superficiem in qua est triangulus e b o, & quod lineā t q est æqualis lineæ q h, & li-  
neā a b æqualis lineæ b g, palam itaq; cum in his & in illis speculis hinc inde eadem sit de-  
monstratio, quoniam formæ lineæ t q h, reflectitur ab his speculis a lineā longitudinis ip-  
sorum, patet ergo propositum, quoniam siue lineā longitudinis quæ est a b g, sit in conue-  
xo uel in concauo ipsius speculi, quantum ad hoc nulla est diuersitas in proposito.

XXIII.

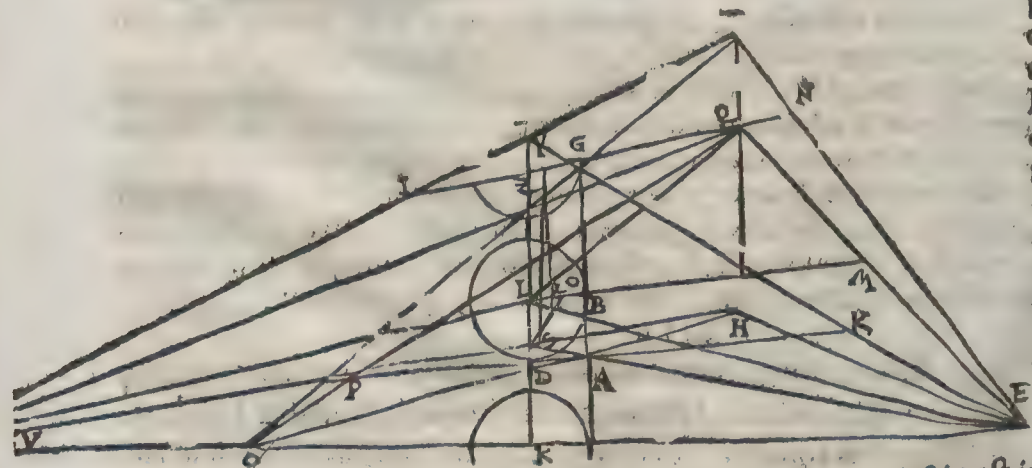
Imago lineæ æquedistantis axi speculi columnaris cōcaui centro uisus ex-  
istente in eadem superficie, uidebitur recta æqualis & conformis rei uisæ.

Sit dispositio q̄ in præcedēti, reflectaturq; forma lineæ t q h, a superficie speculi secundū  
lineā lōgitudinis quæ est a g, & sit centrū uisus e, in ipsa superficie t h z k, dico qd imago li-  
neæ t q h, uidebitur recta æqualis ipsi lineæ t q h, quælibet em perpēdicularis ducta a cali-  
quo pūcto lineæ t q h, erit semper in eadē superficie cū centrū uisus & axe, & p̄buntur lo-  
ca imaginū pūctorū lineæ t q h, siuari secundū lineā rectā sicut in speculis planis per 52.  
gnti huius, ostēsum est de lineis rectis uisus, ut si aliqua lineā recta rei uisæ imaginetur in  
his speculis collocari in loco imaginis, & uisus situeretur proportionaliter ad illū, sicut  
nūc sit uisus est ad lineā t h, erit locus imaginis illius lineæ lineā t h, & apparebit recta &  
æq̄lis rei uisæ. Similiter q̄q; illud qd est in lineā rei uisæ superius erit in imagine superius  
& qd in re uisā est inferius, erit in imagine inferius. Erit itaq; imago cōformis rei uisæ, la-  
titudinē cōstringuntur ppter pūcta reflexionū q̄ angustantur, & pūcta latitudinis diuersan-  
tur, qm̄ sinistrū rei sit dextrū imaginis, & dextrū rei sit imaginis sinistrū, patet ergo ppo-  
situm.

XXV.

Lineæ rectæ æquedistantis axi speculi colūnaris cōcaui centro uisus non  
existente in eadem superficie imago quādoq; uidebitur recta maior reuīsa,  
quādoq; concaua, quādoq; conuexa, quādoq; unica, quādoq; plures.

Remaneat dispositio præcedentis, nisi quod centrum uisus quod est e, non sit in su-



cus imaginis formæ q̄ est in pūcto c, & locus imaginis formæ pūcti c est in pūcto i, sic ergo  
in lineā f c i, sunt imagines formarū oīm pūctorū lineæ h q c, et patet qd pūctus c est p̄p̄io  
quo

quior centro uisus quod est e, q̄ lineā rectā f i, & quod lineā f i, est in superficie trigoni  
u h t, & quod duæ lineæ u h & u t sunt æquales, & quod duæ lineæ u f & u i sunt æquales,  
relinquitur ergo ut duæ lineæ t i & h f sint æquales, est ergo proportio lineæ t i ad lineā f  
u, sicut lineæ h f ad lineam f u, ergo per 2. sexti, lineā f i, æquedistat lineæ t h, patet etiā  
ex eadem 5. septimi, quia duæ lineæ 3. e i sunt æquales, ducatur ergo lineā e u, quæ secet  
lineam f i in puncto f, diuidat ergo ipsam per æqualia, nā lineā t h, diuisa est in duo æqua-  
lia in puncto q, & erit lineā t u, in superficie trigoni q u e, quæ est superficies circuli b f, æ-  
quedistans basibus speculi. punctus itaq; c, erit in superficie trigoni t u e, & similiter pun-  
ctum t, in superficie trigoni t e i, est ergo punctū c, in lineā quæ est cōmunis sectio illarū  
duarū specierū, scilicet trigonorū q u e & t e i, sed hæc cōmunis sectio est lineā e b, per 19.  
primi huius, punctus ergo c, cadit in rectitudinē lineæ e b, lineā ergo q t, secat lineam e b  
in rectitudinē ipsius, & duæ lineæ h u & t u, sub duobus pūctis d & 3, nam duæ lineæ h u  
& t u, sunt duo katheti incidētia, scilicet duæ lineæ perpēdicularēs existētes a duobus ter-  
minis lineæ t h, sup̄ duas lineas cōtingētes duas portiones duarū sectionū columnarū spe-  
culi, in quarū circumferētia sunt duo puncta a & g, a quibus sit reflexio pūctorū t & h,  
ad uisum in pūcto e, superficies ergo trianguli u h t, est sub axe speculi, quæ est 3 k, sed nul-  
lum punctū ipsius axis, etsi protrahatur in infinitū, erit unq; in superficie trianguli u h t, nā  
si hoc esset possibile, tūc si axis k 3 cōtinuaretur cū aliquo puncto lineæ h t secundū lineā  
rectam, tunc illa superficies in qua esset illa lineā recta, & lineā u h t, esset superficies trian-  
guli u h t, & illa superficies esset illa in qua sunt duæ lineæ æquedistantes, quæ sunt h t, &  
axis 3 k, & sic superficies in qua sunt duæ lineæ h t & k 3, esset superficies trianguli h u t,  
& sic totus axis 3 k, erit in superficie trianguli h u t, sed ex hypothesi axis est æquedistans  
lineæ h t, & secundū istū modū accideret quod axis k 3, secaret duas lineas h u & t u, sed  
& lineā t h, secundum eius punctum h, est in superficie trianguli u e h, quæ est superficies  
reflexionis, & sectio communis huic superficiēi & superficiēi columnaris speculi & sectio  
origonia, superficies ergo e u h, secat axem columnarem speculi in uno puncto, scilicet  
in puncto d, ut totum præostensum est in commento 5. septimi. Si ergo axis k 3, secat li-  
neam h u, punctus sectionis cum lineā h u, erit in superficie trianguli u e h, sed in hac su-  
perficie non est punctum per quod axis transeat nisi punctum d, secabit ergo axis k 3, li-  
neam h u in puncto d, sed per 11. primi huius, uel per 44. septimi huius, ostensum est, qd  
lineā h u, secat axem sub puncto d, in duobus punctis, secabit lineā h u axem k 3, quod est  
impossibile, axis ergo k 3, totus est extra superficiem h u t, & propinquior uisui existente  
in puncto e, q̄ superficies h u t, superficies ergo in qua sunt lineæ h t, & axis k 3, propin-  
quior est centro uisus puncto e, q̄ superficies u h t, & punctum f t est in superficie in qua  
sunt lineæ q l, per 7. undecimi, & in eadem superficie cū lineis æquedistantibus quas copu-  
lar, quæ sunt h t & 3 k, punctū ergo t, est propinquius puncto e centro uisus q̄ sit lineā f 3.  
Sed punctū cū sit cōmunis sectio linearū e b & q l, ut in 51. septimi huius, præostendimus  
palam quod est in rectitudine lineæ e b. Si ergo lineā e b ducatur ultra punctū b, ipsa per  
ueniet ad punctū t, supponatur itaq; peruenisse ad punctū c, his itaq; sic præmissis patet  
quod si lineā f i, quæ est ostensa per 51. septimi huius, in speculis columnaribus cōuexis  
esse imago lineæ t h, & esse æquedistans lineæ t h, & axi 3 k, & si in aliquo corpore uisibili  
uisus fuerit in puncto o, ex parte concauitatis speculi columnaris, tunc forma lineæ, si re-  
flectetur ad uisum in puncto o, a lineā longitudinis speculi, quæ est a b g, & diuersabitur  
imagines eius secundū diuersitatem distantia suæ ab axe speculi, quæ est 3 k, quia enim  
angulus e l m est acutus, ergo per 15. primi, angulus l b c est acutus, & lineā e b c, est  
in superficie circuli b f, & lineā l b est semidiameter illius circuli per 27. septimi huius, li-  
neā ergo e b c secat circulum, & eius pars quæ est b t, est intra circulum & intra conca-  
uitatem speculi, & similiter est de lineā o b, quoniam ipsa cadit intra concauitatē speculi,  
ideo qd angulus o b l est acutus, & duo anguli o b l, & t b l sunt æquales, qm̄ ipsi per 25.  
primi, sunt æquales duobus angulis q b m & m b e æqualibus, & semidiameter l b est per-  
pendicularis super superficiē contingentem columnam speculi secundū lineam longitu-  
dinis speculi transeuntem per punctum b, forma itaq; puncti t, incidit speculo per lineā



et b, & a puncto speculi b, reflectitur per lineam b o, & comprehenditur a visu existente in puncto o. Item patet per 5. septimi huius, & ibi declaratum est, quod superficies continens speculum columnare in puncto g est sub puncto e centro visus, linea ergo e g, secant illam superficiem contingentem, secatur ergo in puncto g, qui est punctus reflexionis, lineam in eodem puncto g, contingentem periferiam sectionis columnaris, quae est communis sectio superficiei reflexionis formae puncti t, linea t h, & speculi columnaris conuexi, & quia secatur illam lineam contingentem in puncto ipsius speculi, quod est g, secatur ergo sectionem oxigoniam, & cadit intra ipsam, cadit ergo intra concavitatem speculi, & est linea g l, duae ergo lineae o g & g l, cadunt intra concavitatem speculi, & linea 3 g, est perpendicularis super superficiem contingentem columnae speculi per 96. primi huius, quoniam ducitur ab axe perpendiculariter super lineam longitudinis speculi transeuntem per punctum g, & duo anguli o g 3 & 3 g i sunt aequales per 15. primi, ut prius, forma ergo puncti i, incidit superficiei concavae ipsius speculi secundum lineam i g, & a puncto speculi g, reflectitur ad visum existentem in puncto o, secundum lineam reflexionis, quae est g o, & eodem modo patet, quod forma puncti o incidit speculo secundum lineam f a, & reflectitur a puncto speculi ad visum existentem in puncto d, secundum lineam reflexionis, quae est a o, & etiam patuit in commento 5. septimi huius, quoniam duae lineae h u & t u sunt perpendiculares super duas lineas contingentes sectiones oxigonias transeuntes per duo puncta h & g, imago ergo formae puncti f, est in linea h u per 26. quinti huius, sed linea a o est linea reflexionis formae puncti f, quoniam a puncto reflexionis quod est a, producit ad visum existentem in puncto o, imago itaque formae puncti f, est in linea f o, per 37. quinti huius, punctum ergo h, quod est communis sectio linearum h d & o a, est locus imaginis formae puncti f, similiter quoque patet, quod punctum t est locus imaginis formae puncti i. Ducatur quoque linea t l, a puncto t, ad punctum centrum circuli b, eritque linea a puncti i. Ducatur quoque linea t l, a puncto t, ad punctum centrum circuli b, eritque linea a puncti i. Ducta ultra punctum c perpendicularis super lineam contingentem circum per 17. tertii, est ergo linea t l cathetus incidentiae formae puncti c, per definitionem illius catheti, quia erit ergo forma puncti c, reflectitur ad visum in punctu o, a puncto speculi b, erit imago formae puncti c, in linea q c l, quae est cathetus suae incidentiae, sed & in linea reflexionis, quae est b o, necesse est esse eandem imaginem per 37. quinti huius, imago itaque formae puncti c, necessario est in puncto quod est communis sectio linearum l t q & o b, hoc autem potest esse in partibus diuersis, patuit enim per 11. octavi huius, quod imago formae puncti c, quae reflectitur a concavitate circuli speculi, quandoque occurrit visui inter visum & speculum, quandoque ultra speculum, quandoque in centro visus, quandoque ultra visum, quandoque in ipsa superficie speculi, & ut patet p 40. octavi huius, quandoque apparet una imago, quandoque duae, quandoque 3, quandoque 4, imago ergo puncti c, cum forma ipsius reflexio fiat a puncto periferiae circuli a, quod distans a basibus speculi, erit forte in linea h q, ultra speculum, & forte erit ultra lineam b o, & forte ultra lineam b o, retro visum, & forte erit in linea b o, inter visum & speculum, & forte erit in puncto o, scilicet in ipso centro visus, & forte erit unica imago, forte 2, forte 3, forte 4, si itaque locus imaginis formae puncti c, uel alicuius puncti formae lineae f i, utpote illius secundum quam lineam b c, producta ultra punctum c, secatur lineam i f, quia & illud punctum reflectitur a puncto speculi columnare concavi, quod est b, ad visum existentem in puncto o, p 20. quinti huius. Si ergo locus imaginis formae puncti c, uel illius puncti lineae f i, fuerit punctum q, tunc lineae h q t, erit diameter imaginis formae lineae i f, & si omnes imagines omnium punctorum lineae f i fuerint in linea h q t, tunc imago eius erit linea recta, nam medius eius punctum, quod est punctum q, est in rectitudine duarum suarum extremitatum, quae sunt h & t, quod si locus imaginis formae puncti c, fuerit ultra punctum q, tunc imago lineae rectae, quae est f i, erit concava, eiusque concavitas respiciat visum, & si imago formae puncti c, fuerit in linea b o, uel in puncto o, centro visus, aut inter speculum & visum, tunc videbitur imago lineae f i conuexa, cuius conuexitas respiciet visum, & si fuerit imago formae puncti c, in linea b o, retro visum, tunc iterum videbitur imago concava, in cuius concavitate situabitur centrum visus, quod si punctum c plures habuerit imagines, tunc linea f i plures habebit imagines, quarum omnium extremitates coniungentur in punctum q, &

et media ipsorum erunt distincta & separata, & linea h t, erit communis diameter omnium illarum imaginum quocumque fuerint imagines, & forte linea h t, quae est diameter imaginis, erit maior quam linea rei uisae, quae est s i, in modica quantitate, patet ergo propositum.

XXVI.

Superficie lineae rectae uel curuae uisae, superficiem in qua est axis speculi columnaris concavi orthogonaliter secante, centroque visus existente in utraque superficie, a circumferentia circuli, qui est communis sectio dictae superficiei & speculi fiet reflexio, imagoque lineae uisae quandoque erit recta, uel alioquando conuexa.

Esto sicut in 5. septimi huius proponitur, linea t h in superficie plana orthogonaliter secante superficie in qua sunt centrum visus e, & a punctis dati speculi columnaris qui sit d f, sitque centrum visus qd sit e, in eadem superficie lineae t h, facta quoque figuratione 52. septimi huius, compleatur demonstratio ut in illa propositione, eritque imago lineae rectae quae est t h curua, si itaque speculum idem quod ibi conuexum accipit, assumatur concavum, & in loco imaginis collocata intelligatur linea curua secundum cuius terminos extremos ducatur etiam linea recta quae sit in superficie rei uisae, & centrum visus disponatur proportionaliter circa illam lineam in eadem superficie, tunc locus imaginis lineae curuae uel rectae uisae erit linea recta, patet ergo propositum, & forte linea imaginis erit aequalis rectae uel forte conuexa, sicut ostensum est in 57. octavi huius, & hoc eodem modo est deducendum.

XXVII.

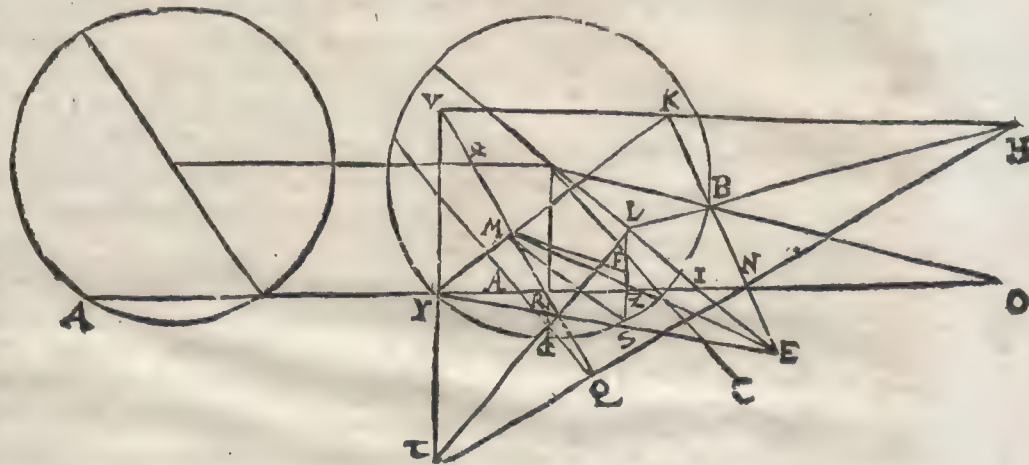
Superficie lineae rectae uisae orthogonaliter axem speculi columnaris concavi secante, centro visus non existente in eadem superficie, reflexioneque facta ad visum aequaliter distantem ab extremis illius lineae eius imago uidebitur concavitatis magnae visum respicientis.

Fiat omnimoda dispositio figurae quae in 53. septimi huius, dico quod uerum est quod proponitur, patet enim per ea quae in commento illius dicta sunt, quod puncta t & h, quae aequaliter distant a centro visus, punctum, scilicet, reflectuntur ad visum a duobus punctis oxigoniarum sectionis, cadentibus cum quodam circulo aequidistante basibus speculi, quod circulus erit medius inter lineam h t, & inter superficiem transeuntem centrum visus e, secantem speculum aequidistantem basibus ipsius speculi, sit ergo ut forma puncti h reflectit in punctum e, a puncto speculi b, g est punctus periferiae cuiusdam sectionis oxigoniae quae est communis superficiei reflexionis & superficiei speculi, cadens in circulo b g, linea ergo h b & b e, continet angulos aequales cum linea contingente illi circulo in puncto b, & similiter forma puncti t, reflectit ad visum e, a puncto speculi g, & linea t g & g e, continet angulos aequales cum linea contingente circulo speculi in puncto g, linea q q h b & t g, concurrunt in puncto l, & linea h b continet cum linea perpendiculari quae est b o, angulum acutum, linea ergo h b, secatur superficie contingente superficie columnae in linea logarithica dinis, i quae est punctum b, linea itaque b l, cadit intra concavitatem columnae, & super lineam g l. Similiter quoque duae lineae b f & g y, cadunt intra concavitatem columnae, & p 15. primi, duo anguli a huius. Similiter quoque duo anguli l g d & d g i sunt aequales, si itaque linea f i, quae in speculo columnari conuexo, & imago lineae t h, fuerint tunc in aliquo uisibili opposita speculo concavo, & centrum visus fuerit in puncto l, tunc forma puncti r, incidit in superficie perpendicularis super lineam contingentem sectionem, in cuius periferia est punctum l, & eadem imago reflexio, imago ergo formae puncti r, erit in catheto r h, per 36. quinti huius, sed in puncto h. Est ergo punctum h imago puncti r, ut haec omnia patent p 37. quinti huius. Similiter quoque declarabitur, quod forma puncti y, incidit speculo p lineam y g, & reflectet p lineam g l, a puncto speculi g, & eius imago uidebitur in puncto t, & ducatur linea q u, haec ergo secabit lineam r y, quae est inter duo puncta q & u, puncta quoque h q t u, sunt omnia in superficie circuli b g, ut patet ex praemissis, secet ergo linea q u, lineam r y, in puncto m, punctum itaque



itaq; m, in superficie transeunte pex axem speculi, & per centrū uisus punctum l, nam ut in cōmento praeassumptae propositionis 53. septimi huius patuit, puncta l & q, sunt in illa superficie, nam ut ibi acceptū est, patet quod in illa superficie in qua erat centrū uisus e, & axis speculi, in eadem erat linea e l d, sed & illa superficies secabit lineā h t, in puncto q, & linea e o, cadebat in punctū u, ergo per 1. undecimi, linea q u, est in illa superficie, ergo & punctū m, & quia duo puncta m & l sunt in superficie transeunte per axē columnarē, ideo forma puncti m, potest reflecti ad uisum in punctū l, in illa superficie, & linea a 3, est cōmunis sectio superficiei columnarē speculi & superficiei transeuntis per suum axē, & per punctū l, quod est centrū uisus, forma ergo puncti m reflectetur ad uisum in punctum l, quod est centrū uisus ab aliquo puncto speculi lineā. f. a 3, & ducatur linea e m, quae erit in illa superficie, & linea e l, etiā erit in illa superficie, & punctū e, ut supra patuit est elongatum a superficie contingente columnā speculi in linea a 3, ut patet per 5. septimi huius. Si ergo linea a 3, ducatur in continuū & directū intra punctū 3, cōcurrat cum duabus lineis e m & e l, quae sunt in una superficie cum linea a 3, concurrat ergo cum linea e m in puncto i, & cum linea e l, in puncto n. punctū itaq; n cadet inter duo puncta e & l, quia punctum l, est intra concavitatē columnarē, & punctū n est extra ipsius concavitatē in superficie columnarē, qm̄ est in linea longitudinis columnarē, quae est a 3, punctum uero e, quod in speculis columnaribus conuexis suppositū fuit esse centrū uisus, & elongatum a superficie columnari speculi, patuit quoq; in demonstratione 53. septimi huius, qd̄ circulus b 3 g, est medius inter lineam h t, & inter superficiē exeuntem a puncto e, & aequidistantē basibus columnarē speculi, & linea ppendicularis exiens a puncto e, super lineam a 3, est in superficie transeunte punctum e, & secante speculū aequidistanter basibus columnarē, ergo linea perpendicularis exiens a puncto e, super lineam a 3 n, cadit extra angulū e i n, & uersus partē puncti n, qm̄ linea e n, l d u, est cōmunis sectio superficierum reflexionis secundū quas reflectunt formae punctuorū h & t, quae cū sint oxigonae sectiones, patet per 103. primi huius. qm̄ ipsae sunt oblique, secantes axem speculi, ergo & ipsae cōmunis sectio oblique incidit illi axi speculi, ergo per 32. primi, angulus e i n est acutus, ergo per 15. primi, angulus m i a est acutus, & angulus m i n erit obtusus per 13. primi, educatur ergo per 12. primi, a puncto m linea perpendicularis super lineā q i, quae sit m k, secans lineam a i in puncto k, punctū ergo k, erit inter puncta i & a, qm̄ si caderet inter puncta i & n, fieret unius trigoni, unus angulus rectus & alter obtusus, quī est m i n, qd̄ impossibile, cadet ergo punctum k, inter puncta i & a, producat itaq; linea m k, ultra punctū k, ad punctū s, donec linea k s fiat aequalis lineae m k. Erat ergo punctus s extra superficiem speculi, & ultra cōcavitatē eius, & punctus l, in quo est centrum uisus, erit intra ipsius speculi concavitatē, ducatur itaq; linea s l, quae secabit lineā n k, qm̄ cum linea n k, sit pars lineae longitudinis speculi, patet qd̄ ipsa est cadens inter puncta s & l. Secet ergo ipsam in puncto f, & a puncto f, ducat per 31. primi, linea f x, distans lineae k m, quae pducta ad axem speculi secet ipsam in puncto x, sitq; linea f x. Erat ergo per 29. primi, linea f x, perpendicularis super lineā longitudinis speculi, quae est a n, qm̄ linea m k, aequidistans lineae f x, est perpendicularis super ipsam a n, eritq; linea f x, in superficie transeunte per axem speculi, & per punctū l. Est ergo linea f x semidiameter circuli transeuntis per punctū f, aequidistanter basibus columnarē per 21. septimi huius, linea ergo f x, est ppendicularis super superficiē contingente columnā speculi secundum lineam longitudinis, quae est a 3, ducat itaq; linea m f, quia ergo duorū trigonorum k f, & f k s, duo latera m k & k s sunt aequalia ex hypothesi, & latus k f, cōmune ambobus illis trigonis, angulicq; ad punctū k sunt recti, ergo per 4. primi, latus m f, est aequale lateri f s, ergo p 5. primi, angulus f m s, aequalis erit angulo f s m, linea uero f s, aequidistans lineae s m, ergo per 29. primi, angulus x f l extrinsecus, aequalis s est angulo f s m, intrinsecus, & anguli x f m & f m s sunt aequales, quia coalterni, angulus ergo x f m, est aequalis angulo x f l, forma ergo puncti m, incidens speculo secundū lineam m f, secundum lineam reflexionis, quae est f l, reflectit ad uisum existentē in puncto l, a puncto speculi f p 20. quinti huius, & linea x f, est perpendicularis super superficiē contingente speculū in puncto

puncto f, & qm̄ linea m k, est perpendicularis super superficiē speculi, quia est perpendicularis super lineam longitudinis, quae est a 3, patet quod linea m k, est kathetus incidentiae formae puncti m, in ipsa ergo locus imaginis formae puncti m, per 26. quinti huius, sed & idē locus est in linea reflexionis quae est l f. In illa ergo lineae cōmuni sectione quae est punctum s, est locus imaginis formae puncti m, per 37. quinti huius, & quia duae lineae f y & h t sunt aequidistantes & ppendiculares super superficiē transeuntē per axē speculi & per centrū uisus qd̄ est nūc punctum l, qm̄ linea h t, taliter fuit disposita in 53. septimi huius, duae igitur superficies uniformiter exeuntes a duabus lineis h t & r i, erunt aequidistantes & ppendiculares super superficiē transeuntē per axē, per 18. undecimi, & quia linea r i, est ppendicularis super superficiē transeuntē per axem & per punctū l, ideo per 18. undecimi, superficies duae lineae, quae sunt r m y & m s, erit ppendicularis super superficiem transeuntē per axem, & per punctum l, & erit per 19. primi huius, linea m s



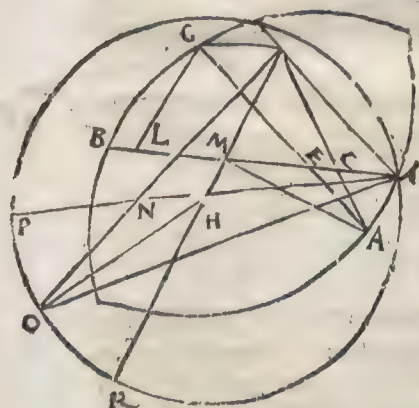
communi sectione illarū duarū superficierum, & qm̄ linea a k, cū sit pars lineae longitudinis speculi, quae est a 3, est in superficie transeunte per axem, qm̄ omnis superficies secans columnam secundum lineam longitudinis per aequalia, transeat per axem illius columnarē, ut patet p 93. primi huius, sed & linea a k, est ppendicularis super lineam m s, quae est cōmunis sectio inter superficiē transeuntē per axem, & inter superficiē duarū lineae, quae sunt r m & m s, ergo linea a k n est erecta super superficiē r m s, & linea a n, est aequidistans axi speculi, ergo per 8. undecimi, erit axis speculi perpendicularis super superficiē in qua sunt duae lineae r m & m s. Illa ergo superficies est perpendicularis super axem columnarē, punctum itaq; s, est in superficie exeunte ex linea r i, perpendicularis super axem columnarē speculi, sed linea h t est in superficie perpendiculari super axem speculi aequidistanti superficiei exeuntis ex linea r y, punctū ergo s, est extra lineam h t, est ppinquius puncto l, centro uisus, q̄ sint duo puncta h & t, & duo puncta h & t sunt imagines formarū duorū punctuorū r & y, & punctū s est imago formae puncti m, palam ergo, quia imago formae lineae r m y, est linea transiens per puncta h s t, sed talis linea est arcualis, qm̄ punctū s est extra rectitudinem lineae h t, transiens itaq; per puncta h s t, linea arcualis quae sit h s t, & quia linea h t, secundum hypothesim 53. septimi huius, fuit elongata a conuexo columnarē, erit linea h t, ultra superficiem speculi respectu puncti l, qd̄ est nūc centrū uisus, & iam supra ostensum est, ultra cōcavitatē speculi respectu puncti l, & punctū l est intra cōcavitatē speculi, punctū ergo l, qd̄ est centrū uisus, est extra superficiem in qua est linea h s t, arcualitas ergo lineae h s t, apparebit uisui manifeste, & quia punctum f, est in superficie columnarē speculi extra superficiē circuli b g, & linea t h est ultra speculū in superficie circuli b g, qm̄ est in superficie trigoni l h t, erit linea l f s, altior q̄ superficies trigoni l h t, linea ergo l s, erit altior duabus lineis l h & l t, respectu uisus l, punctū ergo s est altius q̄ duo puncta h & t, linea ergo h s t, apparebit uisui existentē in puncto l, cōcava cōcavitatē uisum respiciēte qd̄ est ppositum.

XXVIIII.

Superficie incidentis lineae rectae uisae oblique secantis axem speculi columnaris concavi centro uisus existente in eadem superficie, imago uidetur concava respectu uisus & conuersa secundum situm.



Est speculum columnare concavum, cuius axis sit h q, & secetur per superficiem obliquam super axē, erit ergo communis sectio illius superficiei & superficiei speculi sectio oxigonia per 103. primi huius, sit autē sectio a b g, sed in 11. huius ostensum est, qd' qñq; in superficie oxigoniae sectionis à puncto reflexionis erit linea perpendicularis super superficiem contingentē speculū columnare, ex cuius duobus terminis. scilicet duabus communibus sectionibus sui, & superficiei ipsius speculi sit reflexio formarū ad uisum, sit ergo in sectione a b g, huius perpendicularis, quae sit g a, & sit linea b e k, perpendicularis super lineā cōtingentē piferiā sectionis in pūcto b, & sit pūctū b, ppe pūctū g, itaq; lineā ducta à puncto b, cū lineā ppendiculi ducta super superficie speculi à puncto reflexionis quae sit g, contineat super axem speculi angulū acutum, patet ergo per 44. septimi huius, qm̄ lineā b e k, secabit lineā ppendiculi, quae est g a, sub axe speculi, & continebit cū ipsa angulum acutum, fiat ergo illarū linearū sectio in puncto e, angulus ergo b e g erit acutus per 32. primi, ut patet, cadatq; punctū k in piferiā sectionis, & à puncto g, ducatur per 31. primi, lineā aequidistans lineae b k, quae sit lineā g d, erit ergo angulus d g e, per 29. primi, aequalis angulo b e g, ergo uterq; est acutus, lineā ergo g d, erit intra cōcauitatē speculi, qm̄ lineā à puncto g, termino ppendiculi, quae est a g, extra sectionē ducta cōtinget sectionē, & continebit angulū rectum cum lineā a g, aut non continget, & continebit angulum obtusum, fiat itaq; per 23. primi, super punctum g terminū lineae e g, angulus aequalis angulo e g d, qui sit e g l, lineā ergo g l concurrat cū lineā b e k, p 14. primi huius, ideo qd' angulus g e l & l g e, ambo sunt acuti, sit concursus in puncto l, qui sit punctus lineae b k, & in lineā l e, ut contigerit, signetur punctū m, & ducat lineā a m, erit ergo angulus m a g acutus per 32. primi, ideo ut prius ostendimus, quia angulus m o g, qui est maior angulo m a g, cū sit ei extrinsecus & acutus, ut patet ex praemissis, lineā m a, cadit intra sectionē, fiat quoq; super punctū a, terminū lineae a g, angulus aequalis angulo g a m, qui sit angulus g a d, lineā em a d, concurrat cum lineā g d, p 14. primi huius, ideo qd' anguli d g a & d a g, sunt acuti, sit ergo cōcursus in puncto d, lineā itaq; a d, secabit lineam b k,



cōcurrēns cum ipsa per 2. primi huius, qm̄ concurrat cum eius aequidistante quae est d g, secet ergo ipsam b k in puncto t, cum itaq; l k fuerit in aliquo corpore uisibili, & centrū uisus fuerit in puncto d, tunc forma puncti l, uidebitur in puncto speculi g, quod est punctum reflexionis, & hoc accidit per 10. huius, ideo quia forma puncti l, reflectitur ad uisum existentē in puncto d, à puncto speculi g, & lineā k l b, quae est kathetus incidentiae, formae puncti l, aequidistat lineae g d, quae est lineā reflexionis, nuncq; ergo concurrent, & sit locus imaginis formae puncti l, erit in puncto reflexionis quod est g. Similiter qñq; forma puncti m, reflectit ad uisum existentē in puncto d, à puncto speculi quod est g, & kathetus incidentiae quae est lineā b m k, secat lineam reflexionis quae est a d in puncto t, ergo punctū t est locus imaginis formae puncti m, per 37. quinti huius, transeat itaq; per punctū d, quod est centrum uisus, superficies plana aequidistans basibus columnae, haec ergo superficies secabit columnam speculi secundum circulum per 100. primi huius, qui circulus sit p o r, & qm̄ centrum uisus d, est in superficie sectionis a b g, palam quod ille circulus p o r, secabit sectionem oxigoniā a b g, in duobus punctis per 104. primi huius, superficies ergo illius circuli secabit lineam b k, qm̄ secat lineam g d aequidistantem lineae b k, ducitur em per punctum d, sit ergo ut secet lineam b k in puncto k, sitq; centrū circuli p o r punctū h, & ducatur lineā k h, quae ducta per circulum secet ipsius piferiā in puncto p, & ducatur lineā d h, quae pducta ad piferiā circuli incidat ipsi in puncto k, forma ergo puncti k, reflectit ad uisum existentē in puncto d, ab aliquo puncto arcus r p, ut patet p 27. octavi huius, uerū hoc ostensum est de reflexione formae uisibili ad uisum secundū talē sitū ab aliq; puncto piferiā circuli, sit ergo n f, fiat illa reflexio à puncto speculi, f arcus p r, qd' sit pūctū o, & ducant lineae k o, d o, h o, angulus k o h, est aqua-

lis angulo h o d, per 20. quinti huius, & qm̄ lineā reflexionis q est d o, secat diametrum h p, ideo quia lineā d h r, transit per centrum circuli, citra quē respectu puncti o, ducitur lineā d o, haec ergo secat diametrum h p, sit ut secet ipsam in puncto n. Est autē lineā k h p, kathetus incidentiae formae puncti k, ergo per 37. tertij huius, punctū n, est locus imaginis formae puncti k, ducat itaq; lineā k d, quae per 19. primi huius, erit cōmunis sectio superficiei circuli p o r, & sectionis a b g, uel pars illius cōmunis sectionis, nam duo puncta k & d, sunt in utraq; illarū superficie, & nihil de superficie sectionis oxigoniae, quae est a b g, est in superficie circuli p o r, nisi in lineā k d, uel lineā cuius pars est lineā k d, punctū ergo g, est intra circulū, & similiter punctū b, & sunt in superficie sectionis, & punctū n, est in superficie circuli p o r, & forma imaginis lineae l m k, transit p puncta g t n, lineā uero per transiens haec puncta est arcualis, qd' superficies sectionis est declinūs super superficiē columnae per 103. primi huius, longior ergo diameter ipsius sectionis nō transit per totū axē columnae, neq; est superficies sectionis aequidistans basi colūnae, lineā ergo t n g, quae est imago lineae rectae k m l, cuius superficies secat axē speculi oblique, est curua maximē curuatis, & eius cōcauitas respicit uisum existentē in puncto d, & qd' punctū t, est imago formae puncti m, & punctū n, imago formae puncti k, & punctū g, est imago formae puncti l, patet qd' imago lineae l m k est conuersa, ita qd' superficiei punctus imaginis respectu uisus, qui est g, corrndet infimo puncto lineae uisae, qui est l, & infimus punctus imaginis qui est n, corrndet supremo puncto lineae uisae, q est k. Sic ergo situs partium imaginis nō est cōformis situi partium rei uisae, sed cōuersus & difformis, patet ergo, ppositū, patet itaq; ex hac ppositione, & duabus pmissis, qd' lineae rectae aequidistantes axi speculi colūnae cōcaui, & aequidistantes basi eius, & etiā quae sunt obliquae super superficiē eius, qñq; uidebunt arcuales, qñq; rectae, qñq; cōuersae, formae ergo eorū quae cōprehendūt in speculū colūnaribus cōcauis, qñq; erit directa cōformis i suo situ situi partium rei uisae, & qñq; erit difformis cōuersum habens situm suarū partium respectu uisus partium rei uisae, & in respectu ad uisum.

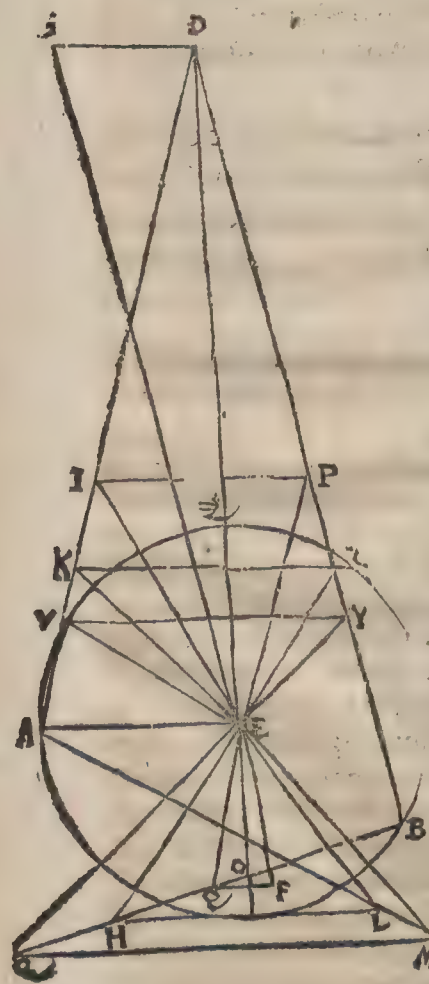
XXIX.

Imago lineae rectae existentis in superficie speculū columnare concavum transaxem orthogonaliter secante, centroq; uisus existente in eadem superficie uidebitur recta, quandoq; maior, quandoq; aequalis, quandoq; minor re uisa, sed semper conuersum habens situm, & quandoq; una, quandoq; plures imagines uisui occurrent.

Sit secundum dispositionem 48. octavi huius, circulus a b 3, cuius centrū in superficie speculi columnaris concavi aequidistans basibus speculi, & sit centrū uisus in puncto d, erit ergo lineā d g, ut in pdicta 48. pmissum est ppendiculi recta super superficie circuli, & sint duae lineae e a & e b perpendiculares super superficies cōtingentes superficiem colūnae speculi, & erit superficies trianguli d e g, ppendiculi recta super superficie circuli a b 3, p 18. undecimi, qd' lineā g d est ppendiculi recta super superficie circuli, hoc est super eā superficie, cuius sectio efficit circulū a b 3, superficies ergo trigoni d e g, ut patet per 19. undecimi, & p 92. primi huius, transit p totū axem speculi, & p centrū uisus qd' est punctū d, & neutra superficies earū q sunt d b o & d a o, q secant se in lineā d o, ut patet p 19. primi huius, transit p totū axem, & in neutra illarū superficie est aliqd de axe nisi punctū e, qd' est centrū circuli a b t, utraq; ergo superficies q sunt d b o & d a o, secat superficiē columnarē speculi secundū oxigoniā sectionē, & sit reflexio formarū ad uisum à duob; pūctis illarū sectionū, quae sunt a & b, ut patet p pmissam 46. octavi huius formae ergo pūcti r, reflectit ad uisum existentē in puncto d, à puncto speculi qd' est b, & forma puncti m reflectit ad uisum in punctū d, à pūcto speculi qd' est a, & qm̄ kathetus incidentiae formae pūcti r, est lineā r e n, secans lineā b d, q est lineā reflexionis in puncto n, & kathetus incidentiae formae pūcti m, est lineā m e u, secans lineā reflexionis quae est a d, in pūcto u, patet qd' pūcta n & u sunt loca imaginū formarū pūctorū r & m, & erit lineā n u, diameter imaginis, formae lineae m r, & est minor q; lineā m r, ut patet in 49. octavi huius, & similiter formarū duorū pūctorū h & l, reflectent ad uisum in punctū d, à duob; pūctis speculi q sunt



a & b, & erit p modū prius dictū cū linea t k, diameter imaginis formae lineae l h, & sectū dū pmissa in 48. octavi huius, erit diameter imaginis t k, aequalis diametro rei uisae quae est linea l h. Similiter quoque linea p i, erit diameter imaginis formae lineae f q, & est maior quā diameter rei uisae quae est linea f q, & oēs istae imagines erūt cōuersae, ut ostensum est in 50. octavi huius. Si uero centrū uisus fuerit in puncto o, & formae lineae quae sunt p i, t k, & n u, reflectant ad uisum in puncto o, a punctis speculi quae sunt a & b, tūc erit econtra rso. Erit em̄ diameter imaginis lineae p i, quae est linea f q, minor diametro t k rei uisae & erit linea l h, diameter imaginis lineae t k, & aequalis ei, & erit linea m r, diameter imaginis lineae n u, & maior quā illa. Omnesque imagines lineae istae rectae erunt rectae, sed cōuersae secundū sitū & ordinē ptiū quae habent ipsae res, nam dextrū rei sit sinistrū imaginis, & sinistrū rei sit dextrū imaginis, & similiter est de ptiis quae sunt sursum & deorsum. Itē cū utraq; extremitatū harū lineae unicā habuerit imaginē, & aliquod aliud punctum in medio plures habuerit imagines, tunc forma illius lineae tot habebit imagines, quot punctū mediū ipsius, & oēs istae imagines copulabunt ad puncta extrema illius imaginis, & erit illa linea unica diameter oīm illarū imaginū, & si utraq; extremitas illius lineae uel altior ipsarū plures habuerit imagines, punctū nō mediū habuerit tūc unā. Iterum illa linea tot habebit imagines quot eius puncta extrema ambo, uel saltem alteri suum punctū extremū, & si utraq; extremitas uel altera plures habuerit imagines, & similiter punctum mediū multas habuerit imagines, tunc tota linea habebit imagines secundū numerū maiorē, & hoc patebit, sicut patuit supra de imaginibus speculorū sphaericorū & concavorū. In speculis em̄ colūnatibus cōcauis accidit fallacia in omnibus quae in eis cōprehendunt, sicut accidit in speculis sphaericis concavis. f. de formis specierū uisibilium, & de quantitatibus, & de numero suarū imaginū, & de conformitate ipsarū ad res, quae ipsae sunt imagines, & de difformitate situs ipsarū secundū cōuersionē formae partialiū cum omnibus fallacijs quae appropriant cōuersioni, & oēs fallaciae sunt in his ut in speculis praedictis sphaericis concavis, patet ergo illud quod pponatur.



punctorum b m k, patebit propositum ut prius, & hoc proponebatur.

Forma

Lineae rectae uisae non aequedistantis axi speculi columnaris concavi, cuius superficies incidentiae secant axem oblique, centro uisus non existente in eadem superficie, uidetur imago curua diuersae curuitatis secundum diuersitatem sui situs & conuersa.

Fiat in isto pposito theoremate dispositio talis quae in 28. huius, apparebit, totum quod ibi ponitur in his speculis columnaribus concavis, posito itaque ut aliqua linea recta non aequedistat axi speculi columnaris concavi, cuius superficies incidentiae oblique secant illum axem, si centrum uisus fuerit in illa superficie, tunc patet per 28. huius, quod imago illius lineae uidetur curua respectu uisus, & conuersa secundum situm ipsius rei uisae, quod si centrum uisus fuerit extra illam superficiem a puncto d, in quo est illic centrum uisus, tunc si a punctis a g o, a quibus sit ibi reflexio, erigantur lineae longitudinis speculi per 100. primi huius, inueniantur puncta reflexionum formarū punctorum m b k, patetque secundum modum praemissarū, quod forma punctorum k m b, reflectet ad uisum secundū dispositionē suā situi diuersam, & secundū hoc disponet curuitas imaginum & cōuersio figurae, quod si centrū uisus nō fuerit in linea perpendiculariter erecta sup illā superficiē a puncto d, tūc a centro uisus ducat perpendicularis sup illam superficiē per 11. undecimi, & inuentis punctis reflexionis formarū

Forma alicuius lineae curuae incidentis uertici speculi pyramidalis concavi oblique super axem reflectitur ad centrum uisus inter illam lineam & superficiem speculi constitutam a linea longitudinis speculi, imagoque ipsius uidetur recta, & si illa linea incidēs fuerit recta, eius imago uidebitur curua modica curuitatis, cuius conuexitas uel concauitas est ad uisum.

Fiat dispositio omnimoda quae in 55. septimi huius, inuenieturque in speculis pyramidalibus conuexis lineae rectae quae est a n, proposito modo illud speculum respicientis imago curua inter cōcauitatem speculi quae est a p y, punctū quoque quod est sub superficie speculi contingentem secundum lineam longitudinis speculi quae est a u e, a qua sit reflexio formae lineae rectae uisae quae est a n, ad uisum existentem in puncto r, erit illic punctū k, in quo puncto f, si fuerit centrum uisus erunt omnia puncta quae sunt in illa curua imagine, uel quae sunt in linea recta scilicet in diametro imaginis reflexa ad punctū f, & imago lineae curuae quae a p y, erit linea recta, quae est a n, uel imagines duarum extremitatū lineae a p y, erunt in linea a n, & in extremitatibus illius, & loca imaginis puncti p, quod est in medio lineae a y, diuersabuntur, & hoc potest eodē modo declarari sicut sibi simile declaratum est in 55. septimi huius, quoniam em̄ ut ibi declaratum est, angulus z r f est aequalis angulo z f r. Est autem angulus p z h aequalis angulo t z r, per 15. primi, & angulus t z r est aequalis angulo z f r, per 29. primi, sed per eandem 29. primi, angulus h z f est aequalis angulo z f r. Est ergo angulus p z h aequalis angulo h z f, patet ergo per 20. quinti huius, quoniam fiet reflexio formae puncti p, ad uisum existentem in puncto f, a puncto speculi pyramidalis concavi quod est z, & quoniam linea h p o est kathetus incidentiae formae puncti p, & linea f z o est linea suae reflexionis ad uisum existentem in puncto f, patet per 37. quinti huius, quoniam punctum o, est locus imaginis formae puncti p, similiter quoque angulus y e d est aequalis angulo h e r, quae p 29. primi, est aequalis angulo e r f, & per eandem 29. primi, angulus d e f est aequalis angulo e r f, sed ut in cōmento 55. septimi huius, ostensum est angulus e f r est aequalis angulo e r f, est igitur angulus y e d aequalis angulo d e f, ergo per 20. quinti huius, reflectitur ad uisum existentem in puncto f, a puncto speculi concavi quod est e, & quoniam linea y n, est kathetus incidentiae formae puncti y, & linea f e n est linea suae reflexionis, patet per 37. quinti huius, quod locus imaginis formae puncti y, & punctum n, & punctum a, sicut reflectitur a uertice speculi, sic locus imaginis suae est ibidem, per ea quae dicta sunt in 11. & 12. octavi huius, & in 10. huius, erit ergo imago totius lineae a p y, curuae, linea a o n recta, quoniam de alijs punctis est eodem modo demonstrandum, quod si aliquod uisibile statuatur in loco lineae rectae a y, quae est diameter illius curuae imaginis lineae a p y, tūc duae extremitates lineae a y, quae sunt a & y, habebunt ut prius loca suarum imaginū in punctis a & n, loca uero imaginis puncti medi, correspondentis puncto p, quae cadit in producta linea z p, & aliorum punctorum mediorum diuersabuntur, & secundum diuersitatem cōcursus kathetorum incidentiae formarum illorum punctorum cum lineis suarum reflexionum secundum quas a punctis lineae longitudinis quae est a u e, speculi positi concavi reflectuntur ad uisum existentem in puncto f, uel ultra lineam a o n, uel citra illam, loca imaginum illorum punctorum diuersabuntur quandoque ad concauitatem, quandoque ad conuexitatem respicientem centrum uisus, erit tamen illa conuexitas modica, quoniam praedictorum locorum imaginum respectu lineae a o n, modicus est excessus, palam itaque ex praemissis, quod si linea recta quae est diameter imaginis curuae quae est a p y, fuerit in aliquo uisibili, & centrum uisus fuerit in puncto f, tunc imago lineae rectae praemisso modo dispositae forte uidebitur conuexa, & forte uidebitur concava, quod est propositum.

Lineae rectae uisae superficie incidentiae axem speculi pyramidalis concavi orthogonaliter secante, centroque uisus non existente in eadem superficie, imago uidebitur concava mirabilis concauitatis uisum respicientis.



Sit ut in 27. huius libri, centrum uisus punctum  $l$ , & linea uisa  $r m y$ , cuius extrema puncta quæ sunt  $r$  &  $y$ , æqualiter distent à centro uisus  $l$ , sitq; centrum uisus extra superficiem lineæ  $r y$ , quæ producta secat speculum pyramidale cōcauum æquedistanter basi secundum circulum quæ sit  $b g$ , cuius centrum sit  $d$ , reflectaturq; forma puncti  $r$ , ad uisum  $l$ , à puncto speculi  $g$ , eruntq; puncta  $b$  &  $g$ , quamuis sint in circulo, ut cum sunt puncta reflexionum, erunt in duabus oxigonis sectionibus secantibus se secundum lineam  $d l$ , ut patet hoc per 7. septimi huius, & per 19. primi huius, & quoniam quantū ad propositum demonstrandum non est aliqua diuersitas inter specula columnaria & cōcaua, tunc patet quod reiterata demonstratione 27. huius, erit locus imaginis formæ puncti  $r$ , in puncto  $h$ , & locus imaginis formæ puncti  $i$ , erit in puncto  $t$ , locus uero imaginis formæ puncti  $m$ , erit punctum  $s$ , quod est extra rectitudinem lineæ  $t h$ , imago itaq; lineæ  $r m i$ , est in quadam linea transeunte puncto  $h s t$ , sed talis linea est curva. Est ergo lineæ rectæ quæ est  $r m y$  imago curva, & quoniam punctum  $s$ , est ultra cōcauitatem speculi respectu puncti  $l$ , centrū uisus, & punctum  $l$ , est intra illam cōcauitatem, palam quod punctum  $l$ , est extra superficiē in qua est linea  $h s t$ , curuitas ergo lineæ  $h s t$ , apparebit uisui manifeste, & quia punctum  $f$ , cadit in ipsa superficie speculi pyramidalis cōcaui extra superficiem circuli  $b g$ , & linea  $t h$  est ultra speculum in superficie circuli  $b g$ , erit linea  $l s$  altior quā superficies trigoni  $l h t$ , linea ergo  $l s$ , erit altior duabus lineis  $l h$  &  $t$ , punctum ergo  $s$  respectu uisus  $l$ , est altius quā duo puncta  $h$  &  $t$ , linea ergo  $h s t$ , apparebit uisui existenti in puncto  $l$ , cōcaua maxima cōcauitate uisum respiciente, & hoc est propositum. XXXIII.

Lineæ rectæ uisæ non æquedistantis axi speculi pyramidalis cōcaui, cuius superficies incidentiæ secat axem speculi oblique, imago uidetur curva diuersæ curuitatis secundum diuersitatem sui situs.

Quoniam enim ut in 31. huius ostensum est, forma lineæ rectæ incidentis uertici huius speculi propositi oblique super axem, imaginem curuam uisui ad quem sit reflexio re præsentat, & per præmissam proximā patet, quod linea recta cuius superficies incidentiæ secat axem speculi orthogonalis, uidetur mirabilis cōcauitatis uisum respicientis. Si ergo inter has dispositiones situeretur linea recta, cuius superficies incidentiæ, ut hic proponitur, oblique secet axem speculi, patet quod imago illius lineæ diuersificabitur secundum modos diuersæ curuitatis, qui accidunt hinc & inde lineis secundum ambos præmissos modos situatis, cuius cōformis est demonstratio cum præmissis, patet ergo propositum, nec em̄ dignum uidimus talibus immorandū, quæ est prædemonstratis cōclusionibus suæ certitudinis subsistentiam lucide accipiunt, unde talia relinquimus animæ perquirenti. XXXIII.

Imago lineæ rectæ existentis in superficie speculi pyramidale trans axem secante, centroq; uisus existente in communi sectione eiusdem superficiē, & superficiē speculi secundum axem secantis, uidebitur recta, quandoq; maior, quandoq; æqualis, quandoq; minor re uisa, sed semper conuersum habens situm, & quandoq; una, quandoq; plures imagines uisui occurrent.

Fiat item ut in 29. huius, eadem dispositio figuræ, quæ facta est in 48. octauo huius, si ergo aliquod punctum cōmune ambabus superficiebus  $d a o$  &  $d b o$ , fuerit in axe pyramidis, ut punctum  $o$ , & si duæ lineæ  $a e$  &  $b e$ , fuerint ppendiculares super superficies contingentes pyramidem speculi, hoc autē est possibile, quia lineæ  $a e$  &  $b e$  sunt æquales, possunt enim cum axe contingere duos angulos acutos æquales, cū ergo tūc superficies fuerint ppendiculares super illas superficies, & uisus fuerit in puncto  $d$ , tūc superficies trigoni  $d e g$ , in qua sunt lineæ  $g e$  &  $d e$ , transibit per totā axem & per centrum uisus, & utraq; superficies  $d a o$  &  $d b o$ , erit decliuis super axem speculi, & cōmunes ipsarum sectiones cum superficie conica speculi erūt duæ sectiones oxigonæ, & forma trium punctorum quæ sunt  $r b q$ , reflectetur ad uisum existentem in puncto  $d$ , à puncto speculi  $q$ , est  $b$ ,

quod est  $b$ , formæ quoq; trium punctorum quæ sunt,  $m l f$ , reflectetur ad uisum in punctum  $d$ , à puncto speculi  $a$ , cum ergo lineæ  $m l f$  &  $r h q$ , fuerint in aliqua superficie corporis uisibilis, & uisus fuerit in puncto  $d$ , tūc ut supra in 29. huius patuit, linea  $n u$  erit imago lineæ  $m r$ , & linea  $c k$  erit imago lineæ  $l h$ , & linea  $p i$  erit imago lineæ  $f q$ , erit itaq; imago lineæ  $m r$ , quæ est linea  $n u$  minor quā linea  $m r$ , & imago lineæ quæ est  $p i$  erit maior quā linea  $f q$ , & imago lineæ  $l h$  quæ est  $c k$ , erit æqualis ipsi lineæ  $l h$ . Omnes quoq; istæ imagines conuersim habebunt situm respectu rerum quarum ipsæ sunt imagines uisui existente in puncto  $d$ , quod si uisus fuerit in puncto  $o$ , & lineæ  $n u$ ,  $c k$  &  $p i$  quæ sunt imagines linearum  $m r$ ,  $l h$  &  $f q$ , uisui existente in puncto  $o$ , fuerint in superficie bus corporum uisibilium, tunc per eandem præmissam rationem in 29. huius, imagines illarum linearum  $n u$ ,  $c k$  &  $p i$ , erūt lineæ quæ sunt imagines literarū  $m r$ ,  $l h$  &  $f q$ , eritq; imago lineæ  $p i$ , quæ est linea  $f q$ , minor quā linea  $p i$ , & imago lineæ  $c k$  quæ est linea  $l h$ , erit æqualis suæ lineæ, & imago lineæ  $n u$ , quæ est linea  $m r$ , erit maior ipsa linea  $n u$ , & istæ imagines omnes erūt lineæ rectæ, & apparebunt ultra centrum uisus quod est in puncto  $o$ , & si imaginentur continuari capita illarum linearum per lineas  $n c p$  &  $b k i$ , erunt loca imaginum illarum linearum, lineæ  $m l f$  &  $k h p$ , puncta itaq; istarum imaginum quæ sunt  $m l f$ , comprehenduntur super eandem lineam reflexionis quæ est  $a o$ , & puncta  $r h q$ , comprehenduntur super eandem lineam reflexionis quæ est  $b o$ , et imago puncti remotioris à uisui erit propinquo uisui, et imago puncti propinquo uisui erit remotior à uisui, cōuersum itaque habebunt situm omnes istæ imagines, quod est propositum, patet itaq; ex his quatuor propositionibus, quod lineæ rectæ quandoq; in his speculis pyramidalibus cōcauis uidentur conuexæ, quandoq; cōcauæ, quandoq; rectæ, & quandoq; maiores, & quandoq; minores & quandoq; æquales rebus uisibilibus, & sunt omnes rectæ imagines difformem situm habentes rebus situm rerum quarum sunt imagines, & accidunt in his speculis sicut in alijs speculis rei diuersarum erunt secundum diuersum situm suarū partium quæ omnia ex præmissis principijs possunt faciliter declarari, hæc itaq; de regularibus speculis sufficiant ad præsens. Deinceps uero in sequentibus huius libri ad tractatum quorundam irregularium speculorum comburentium ingenium conuertemus. XXXV.

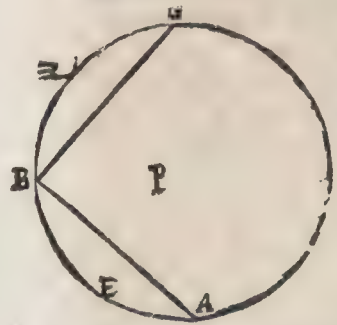


Possibile est speculum ex conuexo & cōcauo compositum fieri in quo dextra apparent dextra, & sinistra sinistra, & multa diuersitas imaginum occurrit.

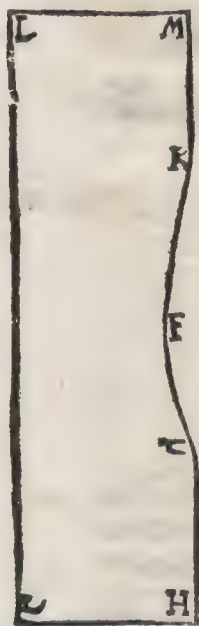
Assumatur in illa magnitudine qua quis construere uoluerit tale speculum, circulus qui sit  $a b g$ , & inscribatur ei latus pentagoni inscriptibilis eidem circulo per undecimam partem, quod sit  $a b$ , & similiter inscribatur eidem circulo latus exagoni per 15. partem, quod sit  $b g$ , eritq; per eandē 15. partem, linea  $b g$ , æqualis semidiametro circuli, & abscindatur ab illo circulo portio  $a e b$ , cuius arcus  $a b$ , per 27. tertij, est æqualis quintæ parti periferiæ circuli, & similiter abscindatur ab eodem circulo portio  $g z b$ , cuius arcus  $b g$  est æqualis sextæ parti circuli, sicut quoq; formæ regulares ad quantitatem illarum duarum portionum, quarum una fiat secundum quantitatem portionis  $a e b$ , quæ sit cōcaua, ut est figura quam descripsimus  $z h c f k m l$ , altera uero facta ad quantitatem portionis quæ est  $g z b$ ,



**PERSPECTIVAE VITELLIONIS**  
est  $gzb$ , sicut conuexa ut est figura  $xop$ , & assumatur petia ferri rectangula, cuius lon-  
gitudō sit maior quāmbā corda  $a b$  &  $b g$ , latitudo quoq; sit maior quāmbā corda  $b g$ .

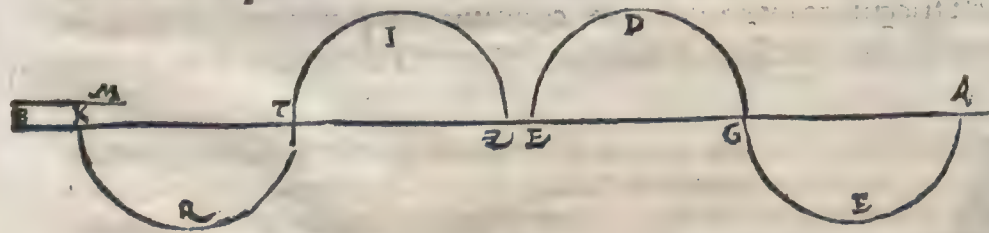


ipſam uoluatur, ita quod nunc conuexa nunc concava ſuperficies uiſui ſe offerant, tunc  
apparebūt dextra dextra & ſiniſtra ſiniſtra, & diſtant quaſi duobus cubitis, apparet ima  
go cōmenſurata & ſimilis ueræ formæ, magis uero diſtātī, p̄tenditur imago in ætheris,



**P**ropius uero accedenti ad cōuexam superficiem speculi fit imago  
nitus informis, & magis accedēti informitas plus augetur, & contra-  
ria ei quod uidetur, fit imago magis quam accedenti prolixior ap-  
parens, & sit facies uidentis consimilis formæ equi, & semper magis  
**P** inclinato speculo, imago apparet plus inclinata, pmutato quoqꝫ spe-  
culo, imago quandoqꝫ habet caput sursum & pedes deorsum, & quan-  
doqꝫ pedes sursum & caput deorsum, & plus experientia quam ser-  
ptura docebit imaginum diuersitates. Quia si connectantur duo spe-  
cula sphaerica, quorum unum sit concauum, reliquum cōuexum, non  
moto etiam speculo uariatur dispositio imaginum, propter reuelatio-  
nem enim formæ reflexæ ab uno speculo in alterū, dextra apparebunt  
dextra, & sinistra sinistra, & in parte conuexa nō mutabitur situs ima-  
ginis secundum sursum & deorsum, Sed in parte concava uidebitur  
imago super capita uel ut antipodes, Causa uero omnium horum in sim-  
plicibus speculis dicta est per præmissa, modo quoqꝫ tali in præmissis  
**X** speculo permiscentur imagines, & si in eadem concauitate sit speculū  
planum iplis speculis sphaericis conuexis & concavis interpositū, ua-  
riabitur imaginū quantitas, qā in planis est imago æqualis rei usqꝫ p-  
52. quinti huius, in cōuexis uero est minor per 39. quinti huius, In con-

cauis uero quandoq; equalis, quandoq; maior, & quandoq; minor, ut patet p. 48.  
ui huius, & tale speculum potest taliter componi. Sit superficies aliqua plana, quæ a b, &  
fiant in ipsa speculâ conuexa quæ sint a t g & t r k, & similiter fiant in ipsa specula con-  
caua quæ sint g d e & z i t, & fiant specula plana quæ sint e z & k b, ponaturq; res uisa in  
puncto m, quæ à speculis illis ad uisum reflectatur, à planis itaq; speculis apparent æqua-  
lia idola & æqualiter distantia, & à conuexis minora & minus distantia, à concavis uero  
maiora & magis distantia, ut patet p. 49.



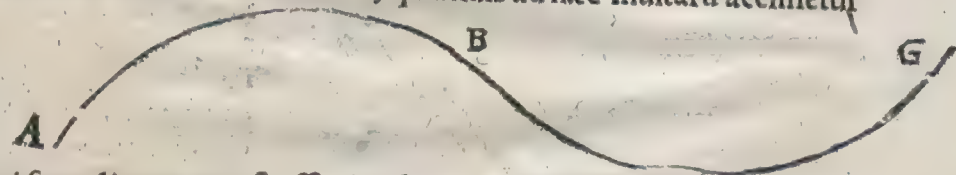
rum addat quod libuerit, quia sufficienter dedimus cogitantibus principia multo-  
lium adinventionū, & nos quæ talia digna memoria inuenimus, posterius cōscribemus.

XXXVI.

A speculis columnaribus uel pyramidalibus concavis ignem difficile est  
 accendi.

**Si enim**

Si enim in speculis pyramidalibus concauis superficiei reflexionis, & speculi communis sectio sit linea longitudinis, non est necessarium ignem ab ipsis accendi sicut neque à speculis planis, etiam si superficies reflexionis omnes se in axe columnæ intersectent, radij enim æquedistanter superficiei speculi incidentes, æquedistanter utique reflectentur, perpendiculares quidem in se ipsos ad diuersa puncta speculi columnaris secundum quæ cum ipsi speculo incidebant axem secabant, & ita nunquam in puncto concurrunt, sed in tota linea axis distendentur, non perpendiculares uero radij oblique, scilicet superficiei speculi incidentes, quoniam secundum angulos quos faciunt cum perpendiculari ducta ab axe ad lineam longitudinis quæ est communis sectio superficiei reflexionis, & superficiei contingentis columnam, ad partem aliã in eadem superficie à dicta perpendiculari reflectuntur, patet ergo, quia secundum quod æquedistantes ad inuicem incident, sic quasi æquedistantes ad inuicem reflectuntur, & non in puncto, sed in linea concurrerunt per 29. primi. Quod si dicatur quod aliqua superficies reflexionis se in axe columnæ non intersectet, sed sint æquedistantes, quod est impossibile ut patet p. 7. septimi huius, palam tamen est quod in eis reflexi radij nunquam concurrerent, si uero sectio communis superficiei reflexionis, & superficiei columnæ sit circulus, tunc per eius centrum transeunt radij, quoniam omnes sunt perpendiculares super superficies contingentes in punctis suæ incidentiæ, ut per 2. septimi huius, ostensum est, tunc patet quod omnes reflectuntur in se ipsos, & concurrent in centro circuli illius siue sit basis columnæ speculi siue sit circulus basi æquedistantis, hoc autem centrum erit semper in axe, & sunt tota centra talium circulorum in axe, quot sunt circuli in columna, ad unum ergo punctum non reflectuntur radij totius superficiei speculi columnaris, sed ad totam axis lineam, quod si radij reflexi secundum circulum non transiunt centrum circuli, tunc secundum angulorum incidentiæ diuersitatē fiet diuersitas reflexionis ad semidiametrum circuli, non fiet concursus in centro circuli radorum sed in tota semidiametro, & sic ignis difficiliter accendi poterit, sicut etiam prius dictum est in speculo sphaerico concauo, ut patet per ultimam octauæ huius, quod si communis sectio dictarum duarum superficierum sit sectio columnaris, tunc radij paucissimi concurrunt, patet ergo quod non est possibile omnes radios superficiei speculi columnaris concaui in unum locum uel etiam in unam lineam aggregari, & ob hoc pauci antiquorum tali speculo pro combustionibus sunt usi. Ex speculis etiam pyramidalibus lumen aggregari & ignem accendere non est necessarium, quamuis ad hæc multarum acclinetur imaginatio, cuius

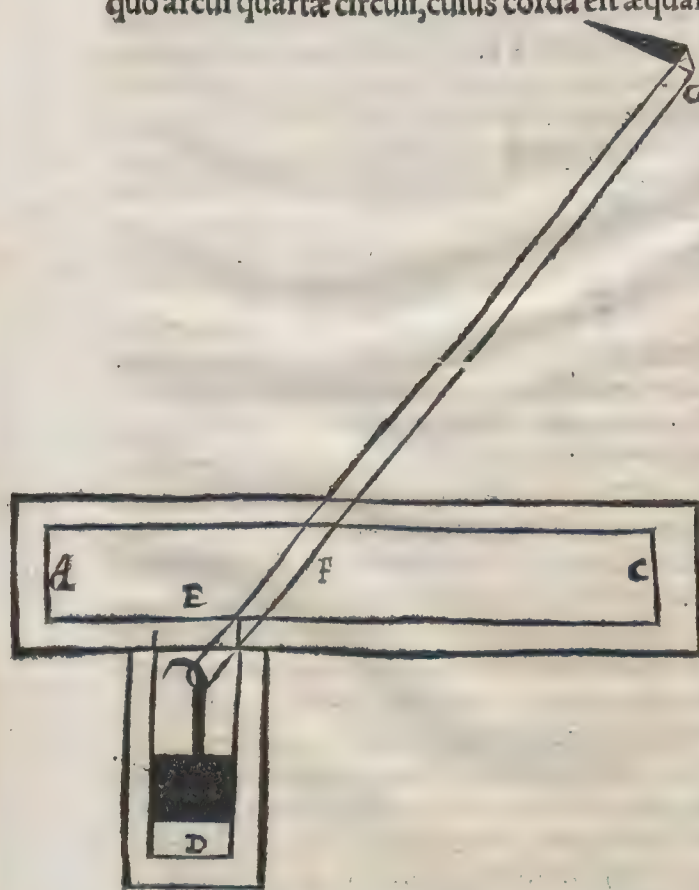
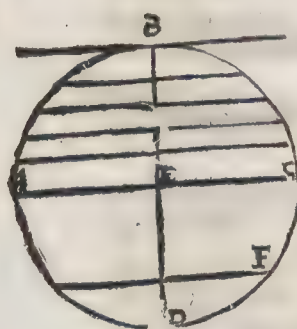


tionis & superficiei speculi non potest esse circulus alius, nec basis, nec æquedistans  
 basi, propter hoc quod prius dictū est, & patet per secundam huius, in nullo ergo euen-  
 tu possunt radij à periferia circuli in centro concurrere, sicut aliqualiter accidit in specu-  
 lo columnari, quod si sectio cōmunis superficierum dictarum sit linea longitudinis spe-  
 culi, quoniam superficies speculum contingens contingit in linea longitudinis, tunc ac-  
 cidet in his speculis sicut prius dictum est in planis & columnaribus speculis, radij enim  
 incidentes uel quoscuncq; angulos fecerint cum linea longitudinis eisdem facient cū ea-  
 dem reflexi, & sic radij incidentes æquedistant, & æquedistanter reflectuntur, non ergo  
 concurrent etiam si sint in eadem superficie reflexionis, & si in diuersis sint superficiebus  
 patet quod non concurrent nisi in axe, quia superficies reflexionis se sup axem pyrami-  
 dis intersecant, & tunc concursus radiorum fiet in linea non in puncto. Si cōmunis se-  
 ctio superficierum dictarū sit sectio pyramidalis, nec adhuc omnes uel plures radij eius-  
 dem superficiei uel diuersarum aliqualiter cōcurrent, nullo ergo modo radij incidentes  
 pyramidali speculo omnes, uel plures ipsorum, uel etiam pauci in puncto uno possunt  
 concurrere, ut aliquid ignitioni resistens ualeant ignire, nec etiā pluralitas coniuncto-  
 rum speculorum aliud ualidū respectu laboris superadditi apportabit, patet ergo illud  
 quod proponebatur.



Ex plurium speculorum sphaericorum concavorum intersectione speculorum comburens constitui est possibile.

Verbi gratia. Sit circulus alicuius speculi sphaerici concavi, qui a b e d, & eius centrum e, intersecantur se in ipso duo diametri a c & b d, orthogonaliter, incidentesque radij solares in circulo, palam itaque per ea, quae in ultima octavi huius dicta sunt, quoniam radius incidens circulo secundum aliquam diametrorum, verbi gratia, secundum diametrum a c, reflectitur in seipsum trans centrum radiorum non aequedistantium illi diametro a c, qui contingit circulum, palam quia incidit in punctum b, per 29. primi, angulus enim quem linea contingens continet cum diametro est rectus p. 17. terti, & angulus b e a est rectus ex hypothesi, & ille ergo radius contingens circulum non reflectitur, quia nihil invenit reflectens, pcedit ergo in continuum & directum, alius vero radius aequedistans diametro a c, cum linea in puncto suae incidentiae speculum contingente, continet angulum rectilineum acutissimum, & modicam abscindit portionem circuli, incidens & modicum se reflectens, sed aequalis. Sic itaque omnes radij aequedistantes diametro a c, incidentes circulo speculi, aequales abscindunt circuli portiones, semper enim angulus reflexionis est aequalis angulo incidentiae, illi autem anguli aequales semper aequales abscindunt portiones p. 43. primi huius, solus autem radius incidens circulo aequedistans diametro a c, abscindens portionem, cuius arcus est sexta pars peripheriae circuli, & cuius corda est aequalis lateri exagoni inscriptibilis eidem circulo reflectit ad punctum c, terminum diametri c a. Est enim diameter a c, aequedistans medio lateri exagoni suo circulo inscripti, quem exagonum dividit illa diameter p. aequalia, ut patet p. 63. primi huius, sitque ut talis radius incidat circulo in puncto f, omnes quoque radij aequedistantes semidiametro a c, incidentes reflectuntur ad illam partem circuli portiones aequales abscindentes & omnes illi radij transeunt per aliquod punctum semidiametri c e, & quodcumque punctum reflexionis imaginetur moveri circa axem a c, quousque redeat ad locum a quo exiit, illud punctum motu suo describet circulum cuius polus erit punctum c, & a tota illius circuli peripheria, fiet reflexio ad idem punctum semidiametri speculi quae est c e, fietque in illis punctis diametri combustio, opposita aliqua materia combustibilis, sed debilis & cum mora temporis, quod fieri possit, ut loca plura combustionis vel omnia in unum punctum congregentur fiet fortior combustio. Hoc autem visum est possibile fieri per intersectionem sphaericorum concavorum, non autem inaequalium, quia in illis non convenienter uniformis potest inveniri proportio. Relinquitur ergo quod aequalium speculorum sphaericorum sit illa intersectio, ita ut illud quod variat in locis combustionum diversitas distantiae radiorum aequedistantium axi speculi, & ad ipsam axem reflexarum conformet diversificatio centrorum, ut si centra sphaerarum speculorum se intersectant



reflexarum conformet diversificatio centrorum, ut si centra sphaerarum speculorum se intersectant

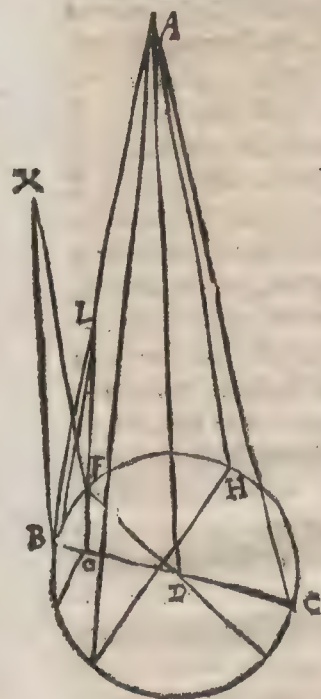
etiam secundum omnia puncta unius semidiametri sphaerae variantur, tunc enim puncta combustionis aut omnia aut plurima in unum punctum colliguntur, & fortificabitur combustio secundum illud. Huius autem rei mechanice artificium tradendum cogitavimus illis, quod per manuum fabricam intendere voluerint praemissis, cuius forma talis est. Assumat regula lignea vel aenea quadrangula planae superficiae quanta placet, & sic eius latitudo tripla erit suae spissitudini vel circa illud, deinde in medio suae latitudinis cauet secundum lineam rectam, & facit foramen, & ordinat taliter, ut intra ipsam decurrere possit navicula admodum artificij tornatorum, in qua navicula uncus ferreus infigatur, & haec regula sic concavata & disposita, taliter situetur ut eius cavata superficies sit erecta super superficiem horizontis, & linea quae motu suo describet uncus concavitatis sint perpendiculares super superficiem horizontis, sitque quae est e d, ita quod punctum e cadat in intrinseca superficie ipsius unci ferrei, qui motu naviculae cui infixus est movetur. Deinde assumatur alia regula lignea vel aenea similiter quadrangula ut prima, & planarum superficierum, & haec similiter in sui superficie latiori cauetur subtiliter secundum lineas rectas, & planarum superficies concavitatis ita ut sine impedimento per illam concavitatem possit alia subtilis regula vel funiculus moveri, sitque concavitatis illius regulae dupla linea e d, hoc est ut sit aequalis diametro circuli qui est a c, & haec regula cum priori regula taliter adaptetur, ut eius superficies non concavata aequedistat horizonti, & eius superficies cavata respiciet cavaturam regulae prioris, & ordinetur orthogonaliter super illam, ita ut angulus d e c sit rectus, & sit medius punctus longitudinis suae concavitatis correspondens puncto e, qui est punctus unci ipsius naviculae, & sint omnia haec in eadem superficie aequedistante superficierum horizontis. Fietque tertia regula aenea longa quadrangulae superficiae planarum & rectarum linearum, quae sit e f g. Sitque eius pars e f aequalis semidiametro circuli qui est a c, sitque taliter disposita, ut per aliquam armillam vel foramen applicetur unco naviculae secundum punctum e, & ut ipsa moveri possit per concavitatem lineae a c, sitque in puncto f nodus, cuius diameter sit maior diametro concavitatis regulae a c, fiat quoque reliqua pars lineae e f g quae est f g, longitudinis placitae cuiuscumque, & in puncto g, adhibeatur clavus acutus in fine, qui sit illius quantitatis, ut mota linea e f g, attingere possit pavementum vel illam aliam superficiem substratam. His itaque omnibus sic dispositis imittatur regula e f g, secundum foramen puncti e, in unum naviculae, & trahatur navicula plane per coqueam vel modo alio ut videbitur, plano tamen & aequali tractu, & sequitur regula e f g, tractum naviculae, decurretque punctus f, in superficie regulae a c, & semper mutabitur centrum circuli, cuius diameter est linea e f, cum itaque punctus e, pervenit in punctum d, tunc punctus f, erit in medio puncto lineae a c, quod est centrum circuli praemissi, omniumque punctorum reflexionis lineis vel quacumque formarum a quarta circuli quae est c b, concursus radiorum vel diffusae virtutis erit in centro circuli quod est e, quoniam omnia puncta combustionum concurrentia in axe e b, reducta sunt ad punctum e, quod est centrum circuli, utpote omnium radiorum incidentium circulo speculi aequedistantes diametro a c. Similiter quoque si placet fiat in alia quarta circuli descendente plane ipsa navicula reducendo punctum f ad punctum a, tunc enim punctum g, linea f g, motu suo describet quandam ecentralem, quoniam est intersectio infinitorum circulorum, quilibet enim punctus illius lineae, exceptis punctis extremis correspondentibus punctis a & c, ipsius diametri a c, & quibuslibet duobus punctis aequaliter distantibus a puncto medio totius lineae ecentrales diverso correspondet centro, sicut & quaelibet duo puncta aequaliter distantia a puncto sui medio respondent idem centrum, & sunt puncta unius circuli alterum circulum secantis, haec ergo linea ad constitutionem propositi speculi utemur secundum ipsam aliquam specularem superficiem concavantes, sicut per modum demonstrationis & artificij inferius dicet, patet ergo propositum.

Ex intersectione plurium speculorum pyramidalium concavorum ignem est possibile accendi.

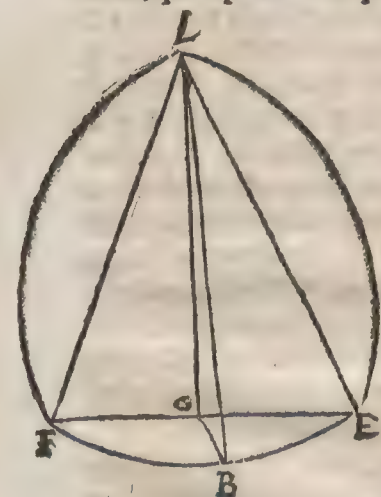
Quod hic proponimus primum fuit, quo duobus harum rerum scientiam perquirentibus occurrit, & in cuius rei inventionem primo animus noster conquievit, quia & si non



ad unum punctum mathematicum, ad unum tamē punctū naturalem modicam & quā  
si insensibilem latitudinem habentem radij unius totalis superficiei possunt faciliter ag-  
gregari, quā nobis uero postea occurrerūt ualidiora sunt. Nihil tñ  
istorū duximus p̄mittendū, ut posteriorū animi altius excreſcāt,  
p̄ſenti itaq; demonstrationi opus ipsum mōchanicū duximus ali-  
qualiter immiscendū, nihil tamē de demonstrationis substantia ob-  
mittentes. Assumatur ergo quacūq; pyramis quā sit a b c d, cuius

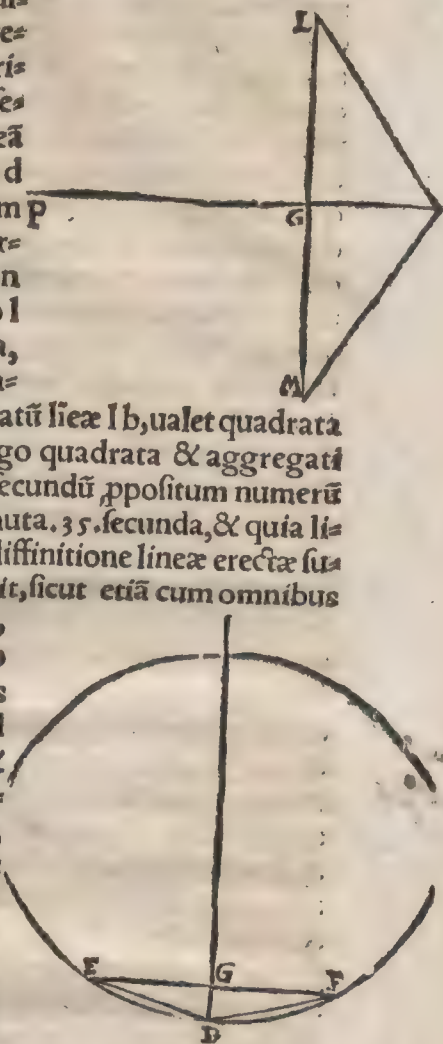


vertex sit punctum a, sintq; lineā longitudinis illius pyramidis a  
b & a c, & sit axis ipsius lineā a d, quā sit exempli causa partes 18.  
secundum quod diametri circuli suā basis quā est f b e c, est partes  
6. eritq; per 89. primi huius, punctum d centrum circuli, qui est ba-  
sis ipsius pyramidis, inscribaturq; circulo basis lineā aequalis semia-  
diametro ipsius per primam quarti, quā sit f e. Sitq; aliqua diame-  
ter in circulo aequidistans inscriptae lineae, quoniam diuisa lineā f e  
per aequalia ex decimo primi, producatū a puncto diuisionis, quā  
sit g, perpendicularis super illam lineam ex undecima primi, hāc  
quoq; transibit per centrum circuli per tertiā primi, producatūq;  
lineā illā ad utraq; partem circumferentiā & sit b c, extrahatur eni-  
go perpendicularis a centro circuli basis quod est d, super diame-  
trum b c, quā sit d h, & producatū ad partē aliam circuli, fietq; dia-  
meter quā sit h k aequidistans lineae e f, per 28. primi, producaturq;  
a punctis h & k, duae lineae longitudinis pyramidis ad uerticē  
quā sint h a & k a, producatū quoq; a puncto e, lineā aequidistans



quā sint h a & k a, producatū quoq; a puncto e, lineā aequidistans  
lineae h a, ex 31. primi, & concurrant productae lineae in puncto x, concurrant autem  
ideo, quia ipsarum aequidistantes quā sunt k a & h a, concurrunt in puncto a, inter du-  
as ergo lineas e x & f x, continuata plana superficies & termi-  
nata ad lineam f e, quā sit trigonum f e x, palam quoniam line-  
a tersecabit pyramidem. Eritq; triangulus x f e, propter aequi-  
distantiam laterum aequidistans triangulo magno in pyra-  
mide, quā est a h k, & sicut triangulus a h k, diuidit pyrami-  
dem per aequalia, eo quod sit duabus lineis lōgitudinis & dia-  
metro basis contentus. Sic etiam triangulus x f e, aliquam  
pyramidis reſecat portionem, abſcindatur ergo hāc portio  
a tota pyramide, quā sit l f b e g, eruntq; lineae l f & l e, per 98.  
primi huius, partes aequales unius sectionis conicā quā est  
e l f, diuisa per aequalia in sui supremo pūcto quā est l, ducan-  
tur ergo lineae rectae quā sint l e & l f, & sint aequales, lineā uero  
ro l b, quā est pars lineae longitudinis pyramidis, erit mino-  
ris quantitatis qualibet linearum l e & l f. Eritq; lineā b g, li-  
nea profunditatis huius portionis, lineā uero f e, lineā latitudi-  
nis, & lineā l g, latus portionis erectum aequidistans lineae d a, quā est axis pyramidis.  
Expediit ergo ut operi mōchanico consulentes noticiam harum linearum omnium per-  
quiramus, supponentes ea quā in cordis & arcubus sunt probata, palam autem ex pra-  
missis quoniam lineā f e, quā inscripta circulo, quia est aequalis eius semidiametro, est par-  
tes 60. secundū quod diameter circuli est 120. arcus ergo f e, similiter est 60. secundū qd  
circulus est 360. ducatur quoq; lineae b f & b e, & quoniam diameter b c, diuidit cordam  
f e, per aequalia & orthogonaliter, patet quoniam lineae rectae f b & b e aequales sunt, per  
4. primi, ergo arcus f b & b e sunt aequales, per 27. tertiū, arcus itaq; f e, diuisus est p̄ aqua-  
lia in puncto b, ergo arcus f b est partes 30. corda ergo f b, est 31. partes, tria minuta,  
& 30. secunda, sed quoniam lineā f g, est medietas lineae f e, quā sint 60. patet quod li-  
nea f g, est 30. quadrentur ergo ex 45. primi, lineā f b, & similiter lineā f g, & quia quā-  
dratum lineae f b, in triangulo f b g, subtenditur angulo recto, palam ex 46. primi, quia

quadrati lineae f b, ualet ambo quadrata linearum f b & b g, ablato ergo ex quadrato f  
b, quadrato f g, remanet quadratum b g, extrahat ergo radix quadrata illius residui, &  
ipsa est quātitas lineae b g, & secundū qd est lineā f g & 30. ptes, & ipsa 8. ptes 2. minuta 29.  
secunda, secundum uero quod diameter b c est partes 6. & semidiameter f e, partes 3. &  
lineā f g partes 8. & 30. minuta, erit lineā b g 24. minuta, & 6. secunda, prout ex tribus  
notis quantum ignotū perquirens auxilio 20. ppositionis 7. di-  
ligens inquisitor facile poterit inuenire, qm uero lineā g l, ere-  
cta aequidistans est axi pyramidis quā est d a, patet ex 29. pri-  
mi, qm trianguli d a b & g l b sunt aequianguli, ergo per 4. se-  
xti, erit p̄portio lineae d a ad lineam g l, sicut lineae d b ad lineā  
g b, ergo per 16. quinti, erit permutatim lineae d a ad lineam d  
b, sicut lineae l g ad lineā g b, sed lineā d a, secupla est ad lineam d  
b, ex hypothesi, erit ergo lineā l g, secupla lineae b g, patet er-  
go, qm lineā l g, erit duae partes, 24. minuta, 36. secunda, secun-  
dum quod lineā d a est partes, 18. secundū quod in triangulo l  
b g, angulus l b g est rectus, qā latus g l quē admodū lineā d a,  
orthogonaliter erectum est super superficiē circuli basis pyra-  
midis p 89. primi huius, & p 8. undecimi, patet ergo qā quadratū lineae l b, ualet quadrata  
ambarum lineae l g & b g, ex 46. primi huius, componantur ergo quadrata & aggregati  
radix quadrata extrahat, & ipsa est quātitas lineae l b, quā secundū p̄positum numerū  
quo semidiameter basis est 3. partes, erit duae partes, 26. minuta, 35. secunda, & quia li-  
nea l g, erecta est super superficiē basis pyramidis, palam ex diffinitione lineae erectae su-  
per superficie, qm ipsam cum lineis g f & g e, angulos rectos facit, sicut etiā cum omnibus  
lineis in dicta superficie productis, quadratum ergo lineae e l,  
rectae quā in triangulo recti lineae, quā est e g l, angulo recto  
opponitur, ualet quadratum lineae l g & lineae g e. Coniunctis  
ergo illis quadratis ipsius quadrati extrahat radix, & patet qd  
linea recta quā est l e, est duae partes, 50. minuta, 19. secunda, &  
quia per eadē quadratū lineae rectae quā est f l, ualet quadra-  
tum lineae f g, quā est aequalis lineae g e, & quadratū lineae l g,  
patet quia lineā l f, est aequalis lineae e l. Erit ergo lineā f l duae  
partes, 50. minuta, 19. secunda, habet itaq; noticiā omnium li-  
nearum portionis pyramidis assumptae necessariae operi pra-  
ſenti. Cū autē difficile sit assumi pyramidē, p̄posito cōpetentē,  
qm oportet ut ipsa tota esset concava solidi corporis densi &  
polibilis pro factura speculi, ut prius dictum est, & ab illis diffi-  
cilis fieret abſcisio, sufficiat ipsam habere mathematicam in imaginatione. Cum ergo



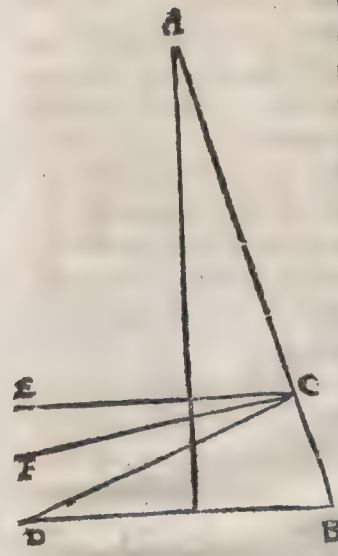
Cum ergo  
bono portio pyramidis concava, sit ut basis illius sectionis sit portio circuli, qui est ba-  
sis imaginatae pyramidis, cuius corda sunt medietas diametri imaginati circuli, & est li-  
nea f e, eritq; partes tres, sinus uero uersus qui g b, sit secundum illam quantitatē, 24. mi-  
nuta, 6. secunda, quā est lineā p̄funditatis acceptae sectionis, & forte qm p̄trahitur assi-  
milatur sagittae, secundū quod illae lineae cordae & arcui simulantur, & erūt lineae e b & f  
duae partes, 26. minuta, 35. secunda, secundū dictam quantitatē, quā omnia si bene men-  
surata fuerint, patet qd habet portio pyramidis, cuius circuli basis diameter est partes  
6. & axis pyramidis partes 18. eritq; tale speculū latius quam sit longū, & in breue spa-  
tes, secundum quod diameter est partes 6. tunc erit lineā l g, 4. partes & longius radij p̄-  
tenduntur, eruntq; ex hāc lineae noticiā, & ex notitia lineae e g & g f, quarum notitia  
supponitur, eo quod sunt medietas semidiametri, omnes aliae lineae notae componentū  
quadrato lineae notae, & radicem lateris oppositi recto angulo extrahenti, & minorū



talium est infinita, eo quod secundum omnem numerum axem pyramidis accipi est possibile, diametro tamen circuli basis non mutata secundum numerum, & si mutetur secundum quantitatem partium numeratam, certitudo ergo numerorum operationi indagatoris solliciti relinquantur, sinus enim uersus & medietas semidiametri circulo inscripto semidiametro, secundum quem sit basis portionis abscisso, non poterunt uariari, ex quorum noticia ad aliarum linearum noticiam poterit procedi. Quod si radios ad longam distantiam aggregari placuerit, ex quo tamen uirtutem ipsorum debilitari patulum est, nisi quantitas aggregationis quantitatem uincat distantiam, illud erit in excessu pyramidis lateris erecti ipsius, scilicet axis pyramidis respectu semidiametri basis, & semidiametri basis respectu sinus uersi, potest ergo si placet circulo basis inscribi medietas semidiametri, hoc autem cum sit partes 30. secundum quod tota diameter est partes 120. si ex notis notum extrahatur, inuenietur arcus sibi correspondens in circulo, 28. partium, 57. minutorum, 21. secundarum, qui ex 29. tertij, si per aequalia diuidatur erit medietas ipsius 14. partes, 28. minuta, 40. secunda 30. tertia, secundum quod circulus est 360. cuius arcus cordam operans inueniet 15. partes, 7. minuta, 13. secunda, 20. tertia, secundum quod diameter est 120. semidiameter quocumque partes 60. sed quod diameter est partes 3. erit 45. minuta, 21. secunda 40. tertia, sitque latus fb, sed linea fe inscripta circulo aequalis medietati semidiametri, per diametrum orthogonaliter superstantem ei, ex 3. tertij, diuidit per aequalia in puncto g, ergo linea fg est medietas lineae fe, quae est pars & 30. minuta, linea ergo fg, est 45. minuta, quadratum itaque fg, auferatur ex quadrato fb & residui extrahatur radix quadrata, & erit linea bg, quae est sinus uersus ipsius arcus 5. minuta, 42. secunda 44. tertia, cuius immutabili haec posita quantitate numerati axem pyramidis quocumque in numero & quantitate uariata diametro basis 6. partium, cuiusque quantitatis existentis, omnes lineae abscissae sectionis, ut prius operanti possunt faciliter inueniri. Fabricata itaque sectione pyramidis si placet ex ferro competentis spissitudinis, mensurationemque facta lineae praemissarum in illa secundum proportionem axis imaginatae pyramidis, & secundum diuersitatem lineae basi inscriptae, quam fieri posse diximus secundum quantitatem semidiametri uel medietatem ipsius, ut secundum haec quantitas sinus uersi & tota proportio uarietur, planetur speculum intrinsecus ne partes partibus multum praemineant quantum est possibile. Quia uero & si hoc speculum secundum ultimum possibilitatis poliretur, tamen quia est pars pyramidis, omnes radij ipsius uel plures ad unum punctum aggregari esset impossibile, ut patet per 26. huius. Oportet ergo ante politionem completam aliam sibi adhibere medelam. scilicet ut in eo fiant diuersarum intersectiones pyramidum quod per tale artificium poterit compleri, quoniam enim in assumpta pyramidis portione, triangulus lbg, qui continetur a lineis intra sectionem assumptis, est notum laterum, aequalis ei triangulus in aliquo plano describatur, quae sit item lbg, qui si duplatus fuerit, praestato latere lg, quousque linea gm, sit aequalis lineae gl, & compleatur triangulus lbgm, praestata quod siue sit orthogonius siue ampligonius, siue oxigonius, quia ex doctrina 54. quarti, circulus sibi potest circumscribi, circumscribatur ergo, quod ut facilius fiat, assumatur prior dispositio. scilicet ut linea bg, sit 24. minutorum, 6. secundorum, & linea lg, 2. partium, 24. minutorum, 26. secundorum, eritque lg, secupla lineae bg, producat ergo linea bg, in continuu & directum ad punctum p, donec linea gp sit secupla lineae lg, erit ergo proportio lineae pg ad lineam gl, sicut lineae gl ad lineam gb, ergo per 16. sexti, illud quod sit ex ductu lineae gp in lineam gb, erit aequale quadrato lineae gl, sed quadratum lineae gl, aequale est ei quod sit ex ductu lineae gl in lineam gm, quia linea lg, est aequalis lineae gm. Illud ergo quod sit ex ductu lineae pg in lineam gb, est aequale ei quod sit ex ductu lineae lg in lineam gm, ergo lineae pg & lm, in circulo aliquo se intersecant ex conuersa 24. tertij, sed linea pb, secat lineam lm per aequalia, & orthogonaliter ei superstat ex prius datis, transite ergo linea bp, per centrum circuli ex prima tertij, quae diuidatur per doctrinam eiusdem per aequalia, & erit in puncto diuisionis centrum circuli circumscriptibilis triangulus lgb, & erit diameter circuli quae est linea bp, 14. partes, 51. minutum, 42. secunda, cuius medietas est 7. partes 25. minuta, 51. secundum, & est punctus ille post completam fabricam locus aggregationis radiorum speculi secundum dictam

dictam dispositionis quantitatem, praeterquam modicum quod patitur in limando, quod si basi eiusdem pyramidis inscribatur medietas semidiametri axe pyramidis existente 18. erit linea bg, 5. minuta, 42. secunda, 44. tertia, cuius secuplum est latus lg, quod erit 34. minuta, 16. secunda, 24. tertia, cuius item secuplum erit linea gp, & ipsa erit, 3. partes, 25. minuta, 38. secunda, 24. tertia, & ducta ergo linea bg, erit linea bp, 3. partes 31. minutum, 21. secundum, 8. tertia, cuius medietas est pars una, 45. minuta, 40. secunda, 34. tertia, & est punctus ille locus aggregationis radiorum speculi secundum talem quantitatem dispositi, praeter illud quod deperditur in limando. Similiter etiam est in reliquis formis speculorum secundum quantitatem uarias acceptorum, & semper secundum proportionem axis pyramidis respectu diametri basis, & semidiametri respectu sinus uersi, sit diuersitas elongationis puncti aggregationis radiorum a speculo, qui secundum eundem modum est in omnibus perquirendus. Assumatur ergo pars circuli circumscriptibilis triangulum lmb, & resecetur secundum lineam bp, quae est diameter, & deinde ducatur a centro illius circuli quae sit q, linea ql, & resecetur circulus secundum illam, remaneatque qlb sector, in quo postea fiant intersectiones triangulorum diuersarum pyramidum huiusmodi, quoniam enim angulus lbg, est angulus semicirculi, patet ex 15. tertij, quoniam ipse est maximus omnium angulorum acutorum, ergo est maior quolibet angulo trianguli cuiuslibet pyramidis, resecetur ergo ab ipso angulo alicuius trianguli, cuius latus tertium a centro circuli puncto q, productam rationem angulum contineat cum linea bq, quae est semidiameter circuli, producatursque a puncto b, linea secans arcum bl, prout uicinius possit puncto b, & sit arcus resectus b. Verum adhuc a puncto b, ducantur latera aliorum triangulorum intersecantia arcum bl, & sint loca intersectionum c d e f, eruntque lineae productae, quoniam angulum acutum continent cum linea bq, omnes concurrentes cum linea a puncto q, orthogonaliter imaginata erigi, quae sit qs, ut patet per 14. primi huius, facientque triangulos, includentes semper altiores ipsis triangulis includentibus. quorum triangulorum quilibet si moueatur latere erecto fixo manente, describet pyramidem rotundam, & pars motus partem pyramidis efficiet axi copulatam, & pars trianguli resecta causabit partem pyramidis habentem proportionem ad totam pyramiden, sicut pars trianguli ad totum triangulum, & sicut partialis motus ad totum motum, quoniam uero patet per secundam huius, quod in speculo pyramidalis concauo secundum lineas longitudinis pyramidis sit reflexio, ita quod angulus quem facit radius incidens cum linea longitudinis speculi, est aequalis angulo reflexionis, scilicet ei quem facit radius reflexus cum eadem linea longitudinis speculi, ut sit super lineam longitudinis pyramidis alicuius speculi quae sit ab, reflectatur radius e c, aequedistans semidiametro basi incidens quae sit bd, patet quia angulus e c a, aequalis est angulo d c b, quoniam enim ut patet per 20. quinti huius, quoscumque angulos facit radius incidens cum perpendiculari erecta super superficiem contingentem speculum in puncto incidentiae, eosdem facit radius reflexus cum eadem perpendiculari, uniuersaliter enim angulus incidentiae est aequalis angulo reflexionis. Resumatur ergo qlb sector, & eius trianguli, quia quod demonstratum est in pyramidalibus, uerum etiam est in triangulis causantibus pyramides. Incidit ergo ipsi sectori in puncto t, radius aequedistans lineae qb, quae sit hc. Erit ergo angulus incidentiae, quae est h c s, aequalis angulo reflexionis, sed angulus h c s, aequalis est angulo q b c, quia per 29. primi, est angulus h c s, aequalis angulo q b c, & angulus q b c, est per 5. primi, aequalis angulo q c b, ideo quod latera qb & qc sunt aequalia per definitionem circuli, erit ergo angulus reflexionis aequalis angulo q b c, ergo linea reflexionis aequalis erit lineae qb, per 6. primi secundum lineam ergo qt, sit reflexio incidentis, ergo radius in punctum b, reflexus a puncto c, concurrat in puncto q, quia a puncto c, aliam lineam aequalem lineae qb, continentem cum linea bc, angulum aequalem angulo qb c duci est impossibile. Similiter etiam angulus incidentiae qui est k d f, aequalis est angulo reflexionis, sed & idem est aequalis angulo q b d, secundum praemissum modum deducendo ex 29. primi, ergo angulus qb d, & angulus reflexionis radij k d incidentis sunt

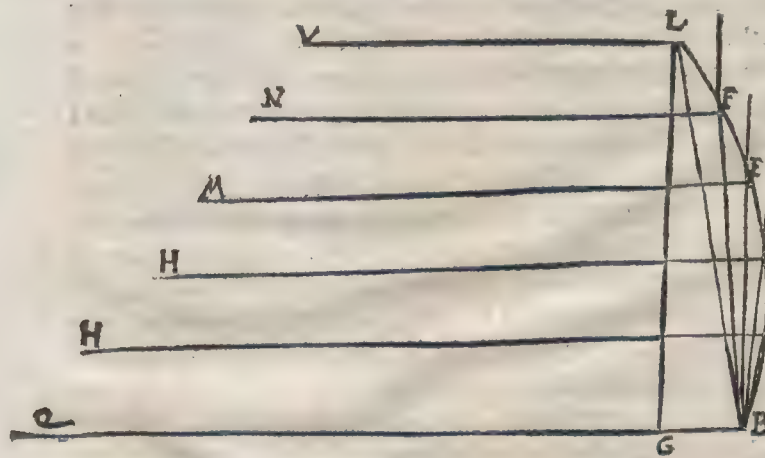




sunt æquales, ergo secundum lineam q d fit reflexio. Similiter autem est & in alijs demonstrandum, patet ergo quod omnes radij incidentes in puncta sectionum factæ per latera triangulorum productorum à puncto b, uersus axem q s, reflectuntur ad punctum unum, quod est centrum accepit circuli, & quia sectiones illæ fieri possunt quasi infinitæ ab una linea sic ordinata in sectore ad unum punctum mathematicum, aggregationes autem radiorum sunt quasi infinitæ, hæc ergo demonstratio patet, quod omnes radij incidentes punctis b c d e f l, reflectuntur ad unum punctum, qui est q, & si portiunculæ præminentes, ut d o c auferantur, regulabuntur mini c d & e f, interiacentes lineas, ita quod reflexio ab illis facta, non multum distabit à puncto reflexionis quæ est q. Eritque aggregatio omnium radiorum totali lineæ b l incidentium ad unum punctum sensibilem naturalem in circuitu puncti q. hæc ergo linea b l, motu suo superficiem sectionis præassumptæ pyramidis superius limando & cauando, producet, à qua tota fiet reflexio ad punctum unum naturalem, ut inferius docebitur, patet ergo propositum, faciunt enim isti trianguli motu suo pyramides se inter secantes.

XXXIX.

Si sectionem parabolam linea recta contingat, & à puncto contactus ducatur recta perpendiculariter super diametrum sectionis productam ad contactum cum contingente, erit pars diametri interiacens perpendicularem & periferiam sectionis æqualis parti interiacenti sectionem & contingentem.



quod linea z a pars diametri interiacens punctum sectionis perpendicularis b 3, & periferiam sectionis quæ est l a g, est æqualis lineæ a h, parti eductæ diametri, quæ interiacet punctum h, quod est punctum concursus diametri cum linea contingente, quæ est h b k, & punctum a, quod est terminus diametri cadens inter ipsam periferiam sectionis, & hoc uniuersale est, etiam si linea recta sectionis contingat in puncto g, hoc autem demonstratum est ab Appollonio Pergeio in libro de Conicis elementis, & hic utemur ipso ut demonstrato.

XL.

Omne quadratum lineæ perpendicularis ductæ ab aliquo puncto sectionis parabolæ super diametrum sectionis est æquale rectangulo contento sub parte diametri interiacente illam perpendicularem & periferiam sectionis, & sub latere recto ipsius sectionis.

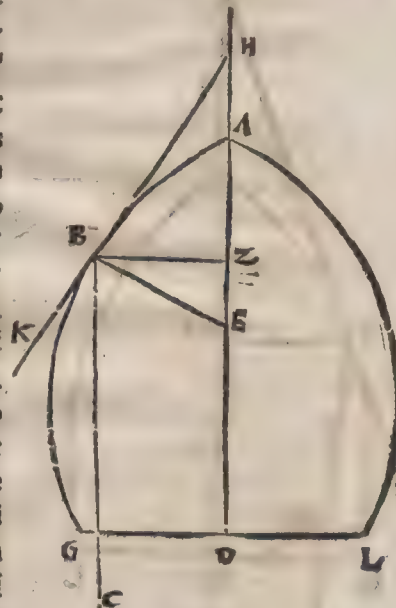
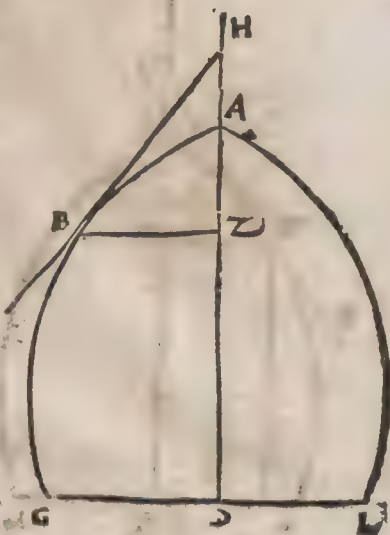
Sit ut in præmissa sectio parabola quæ sit l a g, cuius latus rectum sit l g, & eius diameter sit a d, & à puncto aliquo sectionis quod sit b, ducatur super

diametrum sectionis, quæ est ad perpendicularis b z, dico quod quadratum lineæ perpendicularis quæ b 3, est æquale ei rectangulo, qui fit ex ductu lineæ 3 7, quæ est pars diametri a d, interiacens ipsam perpendicularem b z, & periferiam sectionis in linea l g, quæ est latus rectum ipsius sectionis. Est ergo per 16. sexti, proportio lineæ l g ad lineam z b, sicut ipsius z b ad lineam z a, hoc autem similiter demonstratum est ab Appollonio Pergeio in libro de Conicis elementis, & nos ipso utemur ut demonstrato. Hæc uero duo theorematum cū alijs Appollonij theorematibus, in principio libri non connumerauimus, quia solum illis indigemus ad theorema subsequens explicandum, & nullo aliorum theorematum totius eius libri.

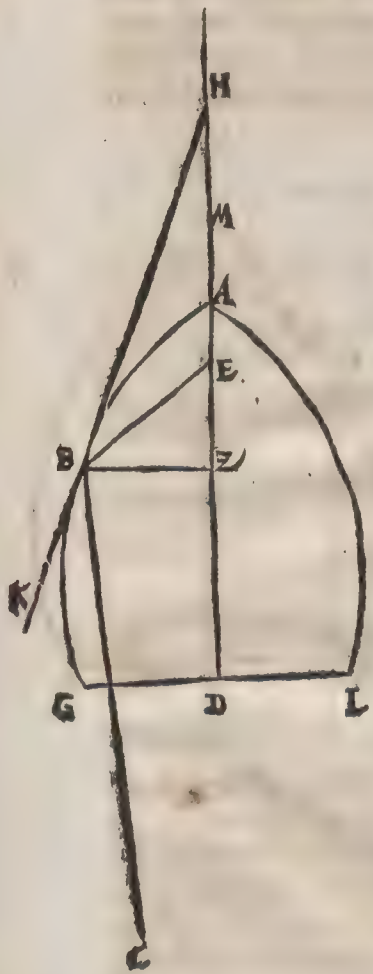
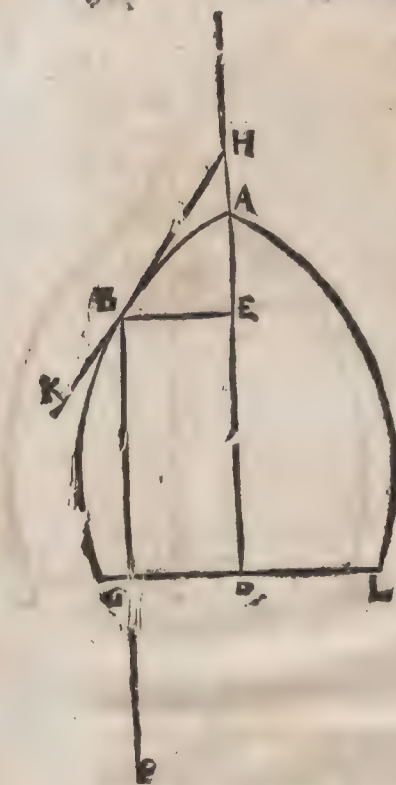
XLI.

Si in sectione parabola ab extremitate diametri ex parte periferiæ sectionis refecetur æquale quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, omnis linea æquedistans diametro incidens alicui puncto sectionis, & linea ab eodem puncto sectionis ad punctum abscissionis diametri producta cum linea contingente sectionem super illud punctum, continet angulos æquales.

Sit ut superius sectio parabola quæ l a b g, cuius diameter sit a d, & eius latus rectum sit l g, ab extremitate quoque diametri a d, ex parte periferiæ sectionis, hoc est à parte puncti a, refecetur per 3. primi, linea a e, æqualis quartæ parti lateris recti ipsius sectionis, quod est l g, incidatque linea t b, puncto sectionis, quod est b, æquedistans diametro a d, & continuetur linea à puncto b, ad punctum e, quod separat a diametro a d, lineam a e æqualem quartæ parti lineæ l g, & ducatur à puncto b, linea contingens sectionem, quæ sit h b k, dico quod h b k, in puncto b, continent angulos æquales, ita quod angulus t b k, est æqualis angulo e b h, angulus enim b e h, non potest esse uadere unam trium conditionum, aut enim erit acutus, aut rectus, aut obtusus, sit primo acutus, & à puncto b, ducatur per 12. primi, super diametrum a d, perpendicularis b 3, cadatque per 32. primi, punctum 3, inter duo puncta a & e, & producat diametrum a d, ultra punctum a, donec per 2. primi huius, concurrat cum linea contingente sectionem, quæ est k b h, sitque concursus in puncto h, eritque angulus a h b acutus, cadet ergo perpendicularis b 3, inter puncta h & e, & erit per 39. huius, linea a 3, æqualis lineæ a h, & itaque lineæ a e, est diuisa in puncto 3, & ei est æqualis uni parti diuidentium adiecta, quæ est a h. Erit ergo per 8. secundum quadratum lineæ e h, æquale ei quod fit ex ductu lineæ a e, in lineam h a, uel in lineam a 3 quater, & quadrato lineæ 3 e, sed linea a e, est quarta pars lineæ l g, ex hypothesi, ergo per 1. secundum diuisum per 1. sexti, illud quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam a e, quater, est æquale ei quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g, semel. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g, cum quadrato lineæ 3 e, est æquale quadrato lineæ e h, sed per præmissam partem, quod illud quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g, est æquale quadrato lineæ b 3, quod per penultimam primi, æqualia quadrato lineæ b e, quadrata ergo linearum e h & e b, sunt æqualia, ergo linea e b est æqualis lineæ e h, ergo per 5. primi, in trigono e b h, angulus e h b, est æqualis angulo e b h, sed linea t b & d a, sunt æquedistantes, ergo per 29. primi







primi, angulus  $t b k$  extrinsecus, est aequalis  $d h b$  intrinsecus, angulus ergo  $e b h$ , est aequalis angulo  $t b k$ . Eodē quoque modo demonstrandū est, de qualibet linea aequedistante diametro  $a d$  &  $d e$ , linea copulata ad punctū  $e$ , quoniam illa linea super punctū  $e$  cū diametro  $a d$ , angulū continet acutum, patet ergo propositū secundū hunc modū. Quod si angulus  $b e h$ , fuerit rectus, ad huc patet propositū, quoniam angulus  $c b k$ , est aequalis angulo  $e b h$ , quoniam enim angulus  $b e h$ , est rectus, patet quod linea  $b e$  est perpendicularis super diametrum  $a d$ , ergo linea  $e a$  per 39. huius, est aequalis lineae  $a h$ , sed linea  $e a$  ex hypothesi est quarta pars lineae  $l g$ , ergo linea  $h e$ , quae est dupla lineae  $a e$ , est medietas lineae  $l g$ , ergo per 4. secundi, quadratum lineae  $e h$ , est quarta pars quadrati lineae  $l g$ . Id quoque quod fuerit ex ductu lineae  $e a$ , in lineam  $l g$ , est aequale quartae parti quadrati lineae  $l g$ , per 1. sexti, quoniam linea  $e a$ , est ex hypothesi 4. pars lineae  $l g$ . Illud ergo quod sit ex ductu lineae  $e a$ , in lineam  $l g$ , est aequale quadrato lineae  $e h$ , sed id quod sit ex ductu lineae  $e a$ , in lineam  $l g$ , est aequale quadrato lineae  $e b$  per praemissam, quoniam linea  $e b$ , est perpendicularis super diametrum  $a d$ , quadratum ergo lineae  $e h$ , est aequale quadrato lineae  $e b$ , ergo & linea  $e h$ , est aequalis lineae  $b e$ , ergo ut prius per 5. primi, anguli  $e b h$  &  $e h b$ , sunt aequales, & quoniam linea  $t b$ , aequale stat linea  $a d$ , patet per 29. primi, quoniam angulus  $t b k$ , est aequalis angulo  $e b h$ , & similiter demonstrandum est de omni linea incidente ipsi sectioni, cum angulus  $b e h$  est rectus, & alius lineam, quod proponebatur. Si uero angulus  $b e h$  sit obtusus, dico quod adhuc angulus  $t b k$ , est aequalis angulo  $e b h$ , ducatur enim linea perpendicularis, quae sit  $b 3$ , a puncto  $b$  ipsius sectionis, cui incidit linea aequedistans diametro  $a d$ , quae sit  $b 3$ , illa quoque perpendicularis super diametrum  $a d$ , sit  $b 3$ , cadetque hac perpendicularis  $b 3$ , inter puncta diametri, quae sunt  $d$  &  $e$ , alias enim duo anguli unius trigoni  $b e 3$  fierent maiores duobus rectis, quoniam uno existeret recto, qui  $b 3$ , angulus  $b e 3$  esset obtusus, quod est impossibile, cadit ergo punctum  $3$ , inter puncta  $e$  &  $d$ , linea ergo  $a 3$ , est maior quam linea  $a e$ , & quoniam linea  $b k$  contingit sectionem, & linea  $b 3$ , est perpendicularis super diametrum  $a d$ , erit per 39. huius, linea  $a 3$ , aequalis lineae  $a h$ , ergo linea  $h a$  est maior quam linea  $a e$ , fiat per 3. primi, linea  $a m$ , aequalis lineae  $a e$ , remanet ergo linea  $h m$ , aequalis lineae  $3 e$ , linea ergo  $e m$  addita, utrobique erit linea  $3 m$ , aequalis lineae  $h e$ , quadratum ergo lineae  $3 m$ , est aequale quadrato lineae  $e h$ , quia itaque linea  $3 a$ , est diuisa in puncto  $e$ , & ei est adiecta aequalis uni diuisentium, quae est  $m a$ , aequalis ipsi  $a e$ , patet per 8. secundi, illud quod sit ex ductu lineae  $3 a$ , in lineam  $a m$ , uel in eius aequalem lineam  $a e$  quater, cum quadrato lineae  $3 e$ , est aequale quadrato lineae  $3 m$ , uel lineae  $e h$ , quae sunt aequales, sed illud quod sit ex ductu lineae  $3 a$ , in lineam  $a e$  quater, ut patet ex praemissis est aequale ei quod sit ex ductu lineae  $3 a$ , in lineam  $l g$ , per 1. secundi, uel per primam sexti, quoniam linea  $a e$ , est aequalis quartae parti lineae  $l g$ , ex hypothesi, illud ergo quod sit ex ductu lineae  $3 a$ , in lineam  $l g$ , cum quadrato lineae  $3 e$ , est aequale quadrato lineae  $e h$ , sed illud quod sit ex ductu lineae  $3 a$ , in lineam  $l g$ , est aequale

aequale quadrato lineae  $b 3$ , per praecedentē, quoniam linea  $b 3$ , est perpendicularis super diametrum  $a d$ , quadratum uero lineae  $b e$ , per penultimā primi, est aequale quadrato ambabus linearum  $b 3$  &  $e 3$ , patet ergo quod quadratum lineae  $b e$ , est aequale quadrato lineae  $e h$ , ergo linea  $e b$  est aequalis lineae  $e h$ , ergo per 5. primi, anguli  $e b h$  &  $a h b$  sunt aequales, sed ut prius  $t b$  &  $d h$  sunt aequedistantes, angulus ergo  $t b k$ , per 29. primi, est aequalis angulo  $d h b$ , ergo & angulus  $e b h$ , & similiter demonstrandum in omni linea incidente sectioni aequedistans diametro  $a d$ , cū angulus  $b e h$  est obtusus, patet itaque generaliter propositū, nam omnis linea incidens periferia sectionis aequedistans diametro, & alia linea quae ab illo eodem puncto ducitur ad punctum abscindens a diametro ex parte periferiae sectionis partem aequalem quartae parti lateris recti ipsius sectionis, cum linea sectionem in alio puncto contingentem continent angulos aequales, & hoc proponebatur.

## XLI.

In omne superficie concava concauitatis sectionis parabolae, si ab extremitate axis contingentis sectionem abscidatur pars aequalis quartae lateris recti ipsius parabolae, omnis linea aequedistans axi incidens illi superficiei, & linea a puncto incidentiae ad punctum signatum in axe producta cum linea in illo puncto superficiem contingente continent angulos aequales.

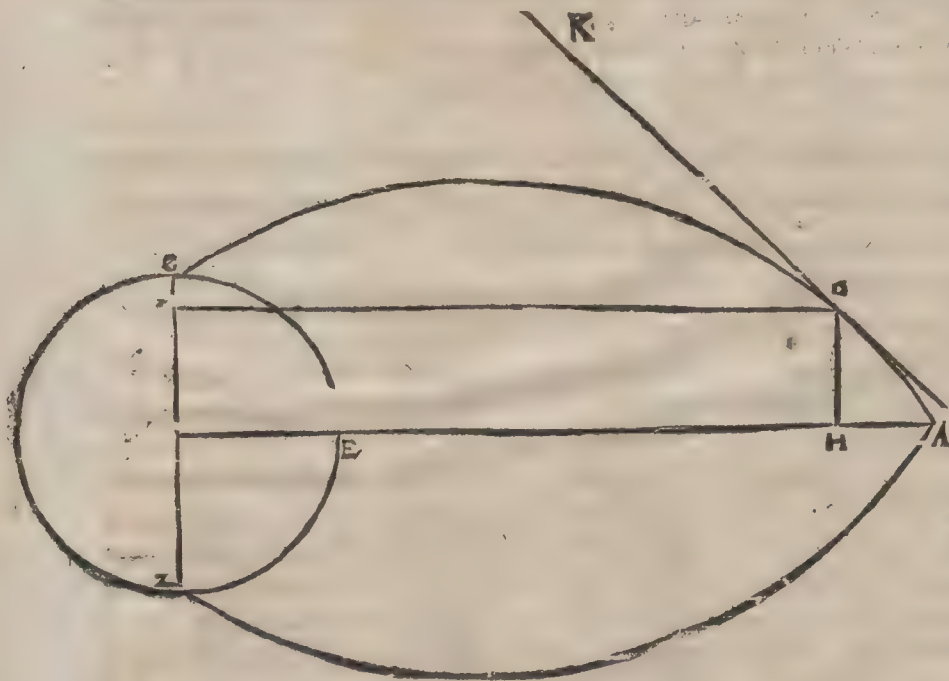
Sit superficies concava concauitate sectionis parabolae, cuius uertex sit punctum  $a$ , & haec est superficies illa, quam motu suo circa axem fixū efficit ipsa parabola per 117. primi huius, & quoniam ut idē patuit, huius superficiei basis est circulus, quē circa punctum  $d$ , motu suo describit linea  $g d$ , sit ille circulus  $g e 3$ , & sit huius superficiei concavae axis linea  $a d$ , quae fuit prius diameter sectionis parabolae, & ab extremitate axis a puncto, scilicet  $a$ , abscindatur ab axe linea  $a h$  aequalis 4. parti lateris recti ipsius sectionis, quae sit  $g z$  cuius quartae parti aequalis sit linea  $a h$ , & ducatur a puncto superficiei  $b$ , linea  $b t$ , aequedistans axi  $a d$ , per 31. primi, & ducatur linea  $b h$ , dico quod duae lineae  $t h$  &  $b h$ , continent cū linea contingente superficiē concavam propositā in puncto  $b$ , duos angulos aequales, quoniam enim linea  $a d$  &  $b c$  sunt aequedistantes, patet quod ipsae sunt in eadē superficie per 1. primi huius, sed linea  $b h$ , cadet inter illas, ergo per 7. undecimi, ipsa est in eadem superficie cum illis, linea ergo  $t b$ , &  $b h$ , &  $a d$  sunt in una superficie, sit itaque ut aliqua superficies plana contingat superficiem propositam super punctum  $b$ , superficies itaque  $b c d a$ , secabit superficiem concavam, & erit per 19. primi huius, communis sectio ipsarum parabolae, quae sit  $a b$ , cuius diameter erit linea  $a d$ , & erit communis sectio superficiei  $b c d a$ , & superficiei planae contingentis istam superficiem concavam linea contingens sectionem  $a b g$  in puncto  $b$ , quae sit linea  $l b k$ , quia itaque linea  $l b k$ , contingit sectionem  $a b g$ , in puncto  $b$ , & linea  $a h$ , est quarta pars lateris recti, & linea  $t b$ , aequedistat lineae  $a d$ , patet per praemissam, quoniam duae lineae  $t b$  &  $b h$ , continent angulos aequales cum linea  $l b k$ , contingente sectionem in puncto  $b$ , quoniam imaginata moueri superficie  $b c d a$ , circa axem fixū quae est  $a d$ , patet quod punctum  $b$ , motu suo efficit circulum in superficie concava, a cuius totali periferia linea ducta ad punctum  $h$ , continent angulos aequales, & idē accidit in quacunque parte sectionis parabolae, quae est  $a b g$ , cadat punctus  $b$ , siue angulus  $b h a$ , si acutus, rectus, uel obtusus, patet itaque quod omnis linea aequedistans axi  $a d$ , est incidens superficiei concavae propositae, & linea ab illo puncto ad punctum  $h$ , ducta continent angulos aequales, & hoc est propositum.

## XLIII.

Speculo concavo concauitatis sectionis parabolae soli opposito, ita ut axis ipsius sit in directo corporis solaris, omnes radij incidentes speculo aequedistantes axi reflectuntur ad punctum unum axis distantem a superficie speculi secundum quartam lateris recti ipsius sectionis parabolae speculi superficiem causantis, ex quo patet quod a superficie talium speculorum ignem est possibile accendi.



Sit speculum concavum concavitate sectionis parabolæ, cuius uertex sit punctum  $a$ , & basis ipsius sit circulus  $qez$ , & eius axis  $ad$ , & distantia puncti axis quod sit  $h$ , a puncto uerticis speculi quod est  $a$ , sit equalis quartæ parti lineæ  $qz$ , scilicet lateris recti sectionis parabolæ  $abg$ , causantis motu suo super axem  $ad$ , superficiem ipsius speculi concavi quod soli opponatur secundum eius axem  $ad$ , sit enim corporis solaris centrum  $k$ , sit tuereturq; speculum taliter, ut eius axis  $ad$ , sic producta, proveniat ad centrum solis in punctum  $k$ , dico quod omnes radij solares æquedistanter radio  $ka$ , superficiem speculi propositi incidentes reflectuntur ad punctum  $h$ , lineæ  $ad$ , quæ est axis speculi, quoniam enim omnes radij egredientes



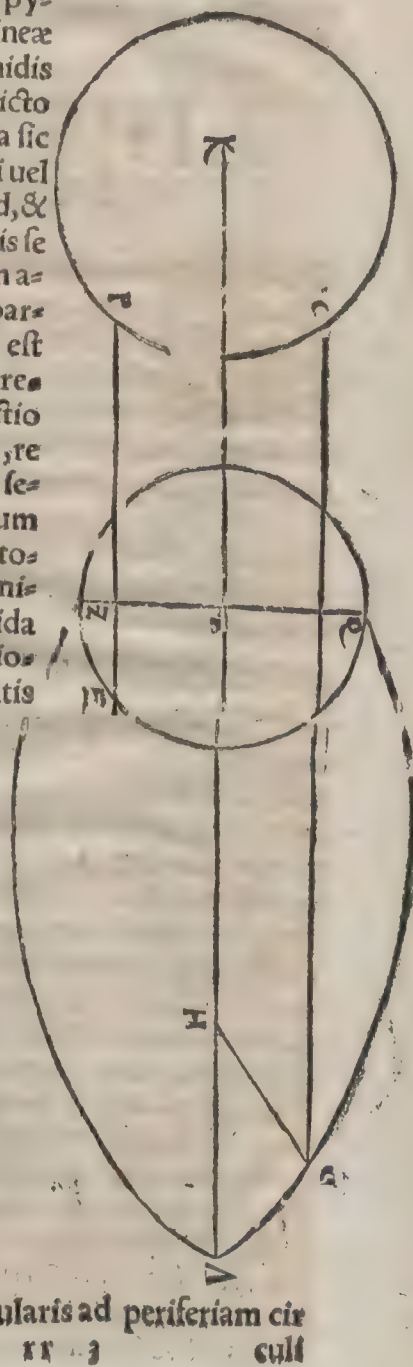
æquedistanter radio  $ka$ , qui incidit superficiem speculi secundum axem  $ad$ . Est autem necessarium omnem lineam a quocunque puncto speculi æquedistanter radio  $ka$ , productam ad superficiem corporis solis incidere, quoniam superficiem speculi ad superficiem solaris corporis aut nulla, aut modica est proportio, sit ergo punctum  $t$ , quod est terminus lineæ  $g$ , in ipsa superficie corporis solaris. Omnes itaq; lineæ quæ possunt duci a superficie ipsius speculi æquedistanter suæ axi  $ad$ , incident corpori solari, & secundum illas lineas sit incidentia superficiem speculi respectu radij qui incidit secundum axem omnium æquedistantum axi radiorum, hoc autem est omnium radiorum quicunque puncto superficiem totius speculi incidentiū, qm p 31. primi, a quolibet puncto ppe uel remote dato, scimus cuilibet datæ lineæ ut in proposito ex axis  $ad$ , ducere lineam æquidistantem, dico itaq; qd oēs illi radij reflectuntur a totali superficie speculi ad unū punctū axis speculi quod est punctū  $h$ , oēs em illi radij cū sint lineæ rectæ, patet p præmissam, quod cū lineis ab omnibus punctis suarū incidentiarū ad punctū  $h$ , ductis continēt angulos æquales, ergo p 20. quinti huius, oēs illi radij reflectuntur secundū illas lineas transcurrentes punctū  $h$ , & ex hoc patet, quod oēs radij incidentes periferiæ sectionis æquedistanter radio incidenti secundū lineam, q est diameter ipsius sectionis reflectuntur ad punctū diametri, qui abscidit ex capite diametri a parte periferiæ sectionis partē æqualem quartæ parti lateris recti ipsius sectionis  $abg$ , qm omnis reflexio a quolibet corporū politorū regulariū sit secundū æqualitatem angulorum, qd continēt linea incidens & reflexa, cum linea in illo puncto superficiem speculi a qua sit reflexio contingente, & quoniam oēs illæ duæ secant se in puncto  $h$ , patet quod in puncto  $h$ , est cōkursus omnium illorū radiorū. In illo ergo puncto aggregatur omnis uirtus oīm radiorū totali superficiem speculi incidentiū, & qm quilibet radiolus defert secum aliquid uirtutis actiue corporis solaris, patet quod in illo puncto tota uirtus est concurrere omnium

omnium scilicet radiorum superficiem speculi æquedistanter ipsi axi  $ad$  incidentium. Ex quo patet quod in illo puncto  $h$ , posito aliquo combustibili ignem est possibile accendi, & hæc est melior & fortior figura omnium figurarum radios solares ad unum punctum aggregantium, quoniam a tota superficie & a quolibet puncto ipsius radij solares in unū punctum aggregantur, patet ergo propositum.

XLIIII.

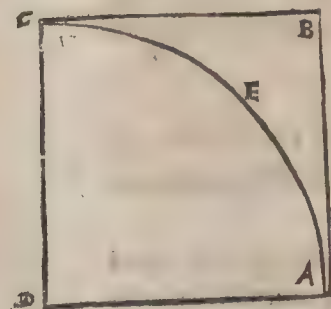
Speculum secundum formam sectionis parabolæ uel lineæ ecentrales uel intersectionis pyramidalis uel cuiuscunque alterius regularis uel irregularis datæ lineæ artificialiter constituere.

Lineam quæ dicimus periferiam sectionis inueniat industria operantis, quæ & apud non multis conatibus artificialiter est inuenta, faciliter tamen est imaginabilis, quoniam ut in 98. primi huius, diximus, ipsa est linea quæ est communis sectio superficiem conicæ cuiuscunque pyramidis, maxime uero rectangulæ & superficiem pyramidis per diametrum basis secanti, æquedistanter alicui lineæ longitudinis illius pyramidis, utpote ei cuius & axis pyramidis communis superficies est erecta super planam superficiem dicto modo pyramidem secantem. Talis itaque sectio parabola sic artificialiter inuenta, sit  $aeg$ , & assumatur lamina ferri boni uel calybis, mensuræ & quantitatis cuius placuerit, quæ sit  $abgd$ , & protrahatur in ipsa sectione parabola, quæ sit æqualis, & similis sectioni  $aeg$ , & abscindatur lamina secundum illam sectionem  $aeg$ , uel secundum aliquam partem ipsius, siue placeat a parte uerticis quæ est  $a$ , siue ex parte unius sui capitis, quod est  $g$ , siue ex parte alterius sui capitis, quod est in latere eius recto oppositum puncto  $g$ , sit enim magna diuersitas projectio nis radiorum secundum illam partium sectionis diuersitatem, reflecta itaque lamina  $abgd$ , secundum formam & figuram sectionis  $aeg$ , acuat extremas laminæ, quæ est secundum formam sectionis acutissime bona, scilicet, ut uidere ualeat totum illud super quod mouetur, & assumatur item alia lamina de calybe forti alicuius competentis spissitudinis, quæ incidatur iterum secundum formam præassumptæ partis illius sectionis, & illa superficies similis parabolæ scetur contigua multis sectionibus ad modum laminæ, ita ut per ipsa possit limari ferri superficiem secundum formam intentam proponimus concavare & polire ad formam speculi, siue illud fiat secundum formam partis sectionis adiacentem uertice sectionis parabolæ, siue capitis. In his enim est multa diuersitas & formæ uel figuræ speculi, quoniam forma figuræ speculi concuati secundum partes adiacentes uertici sectionis æqualiter hinc inde distantium a puncto uerticis est figuræ, quasi annularis, & forma speculi concuati secundum partes adiacentes capitibus sectionis est figuræ quasi oualis, hoc est, ad modum longitudinis ouis. Limetur itaq; speculum cuiuscunque figuræ fieri debuerit per limam sibi similem in figura, taliter ut superficies limæ, quæ est secta ad limandum occurrat toti superficiem ipsius speculi. Si ergo speculum limatum fuerit secundum figuram oualem, tunc ordinetur in loco fixo, ita ut eius concava superficies, quantum ad lineam periferiæ quæ basis sit in periferia illius circuli basis, uel si fuerit figuræ annularis ad periferiam circuli





culi æquestantis basi, & in loco axis figatur lamina lineæ superficiei incidētis uel incidentis planantis, moueaturq; ad concauandum speculum, & tornetur sicut tornantur alia instrumenta, donec periferia acuta laminæ occurrat toti superficiei speculi, & euacuetur omnis asperitas ipsius, planetur quoq; quantum est possibile, eritq; tunc superficies illius speculi secundum totum habens figuram sectionis parabolæ, & fiet ab omnibus punctis suæ superficiei reflexio in punctum unum, similiterq; modo faciat ingeniosus artifex in alijs lineis quibuscunq; ut in illis lineis quas per 37. & 38. huius, docuimus inueniri, quoniam in omnibus his idem est operandi modus, ut secundum fixam diametrum a c. in 37. huius, uel secundum fixum punctum q. in 38. huius, fiat dictarum linearum reuolutio super subiectas sibi proportionales corporis superficiei superficies, prouenientq; naturalem uel mathematicum concurrent, patet itaq; propositum.



## LIBER DECIMVS

### PERSPECTIVÆ VITELLIONIS.



Vperius duos modos uisionis, scilicet eum q̄ sit directa per unum medium diafonum, & eū qui sit per reflexionē a politis corporibus tractauimus, super est nunc ut tertium uidendi modum, qui sit per refractionem factam a pluribus diafonis corporibus medijs inter uisum & rem uisam prosequamur. Quoniam & secundum hunc modum diuersimode uariatur actio naturalium formarum & modus actionis. Virtutes enim formarum naturalium aggregatae per refractionem fortius agunt, & plus actionis formæ corporibus susceptibilibus imprimunt, unde etiam accenditur ignis ex radijs solis sub corpore sphaerico diafoni aëre, uel aqua, ut sub glacie, uel cristallo, uniuersaliter uero aggregatio uirtutis radiorum stellarum uel aliarum formarum in eodem puncto naturali, uel circa illud sit fortioris actionis, dispersio uero uirtutum naturalium formarum debilitat actiones naturales. Disgregata enim uirtus debilius & minus agit. In his autem omnibus sicut & in alijs modis uidendi, superius diximus, uisua cognitio signum est non causa. Non enim quia uisus sic uidet, ideo sic accidit in formis rerum agentium, sed quia sic agunt formæ naturales, ideo ipsas sic agentes uidet uisus, nisi forte in quibusdam deceptionibus, quæ uisui accidunt per seipsum. Omnis autem passio secundum modos cuiuscunq; refractionis naturæ accidens uel uisui, sit semper propter diuersitatem diafoneitatis mediorum corporum inter agens & passum, uel inter uisum & rem uisam. Corpora uero diafona bis assueta, sunt aer, qui est rarioris diafoneitatis omnibus alijs diafonis corporibus, excepto corpore cœli, quod est rarius aere, ut postmodum demonstrabimus in progressu. Hic autem in tota sequente tractatu nomine aeris & ignem accipimus, quia licet inter hæc sit differentia specifica formalis & diuersa raritas in dispositionibus materiæ, tamen ex hac diuersitate aliqua accidit diuersitas sensibilis in formarum refractione, quoniam ignis qui apud nos est hic inferius, est in materia grossa terrea, uel aquea, uel aërea, & secundum hoc sequitur passiones corporum aliorum, ignis uero in sphaera sua est secundum sui formalem distinctionem aëri contiguus, & secundum naturam diafoneitatis continuus, non habens distinctam superficiem ab aëre in qua sit possibile refractionem sensibilem fieri. Aer enim quanto propinquior est cœlo, tanto sit rarioris diafoneitatis, similiter & ignis, ita quod infimum ignis & supremum aeris est diafonitas quasi una, in qua refractionis sensibilis fieri non potest, & itaq; superficies concava ignis non est diuersæ diafoneitatis & sensibilibiter determinata a superficie conuexa aeris, ideo non fit refractionis inter illa, & sic ignem in hoc tractatu sub nomine aeris implicamus. Est tamen aliquis refractionis

refractionis diuersitas in aere densiori & rariori, quoniam illa diuersitas densitatis fit sensibilis, sicut plurimum accidit in aere condensato prope terram, & maxime in crepusculis serotinis & matutinis temporibus. Diafonum uero aliud diuersum ab istis est aqua cōtinens etiam in se diuersitatem refractionis secundum rarius & densius, quod est in illo suo genere, uno tamē nomine nuncupatur. Sunt enim aquæ calidæ sulphureæ, & aquæ salæ, ut maris, grossioris diafoneitatis, quàm aliæ aquæ frigidæ claræ dulces. Alia uero corpora diafona nobis assueta sunt quædam lapides, ut cristallus, berillus, & similes, ut sunt uitra. Dicitur etiam de quibusdam corporibus animatis, quæ sunt diafona, ut de istis quæ colorantur coloribus corporum, quibus superstant, quorum animatorum corporum passiones, non prosequimur, quia sunt figuræ irregularis. Superficies itaq; cœli, quæ occurrit uisui, est sphaerica concava, quæ si secetur ab aliqua plana superficiei, erit communis sectio illarum superficierum linea circularis, cuius conuexum est ex parte uisus, ut patet per 69. primi huius, & superficies aeris, quæ tangit illā, est sphaerica cōuexa, quæ si secetur a plana superficie, erit communis sectio linea circularis, cuius conuexum est ex parte cœli. Superficies uero aquæ ex parte uisus superstantis aquæ est sphaerica cōuexa, quæ si secetur a plana superficie, erit communis sectio linea circularis, cuius conuexum est ex parte illius uisus. Vitrorum uero & lapidum diafonorum figuræ sunt rotundæ, aut planæ, aut irregularis, unde si secantur a planis superficieribus, sicut in illis communes sectiones, aut circuli, aut lineæ rectæ, aut irregulares, secundum quarum linearum & superficierum diuersitatem uariatur diuersitas passionum, quæ uisibus occurrunt.

#### DEFINITIONES.

Linea incidentiæ, dicitur linea secundum quam formā directē diffunditur per medium unius diafoni, & eadem dicitur linea extensionis formæ. Refractio, dicitur incuruatio eiusdem lineæ ad angulum continendum, ut cum lineæ, per quas una forma rei uisæ peruenit ad uisum, non recte prodeunt, sed franguntur in superficie alterius corporis diafoni. Punctus refractionis, est punctus superficiei corporis diafoni, in quo fit lineæ incidentiæ, uel lineæ extensionis formæ refractionis ad uisum. Linea refractionis, dicitur linea a puncto reflexionis ad centrum uisus extensa. Linea perpendicularis, hic nunc dicitur linea, quæ a puncto refractionis erigitur super superficiem corporis, a qua fit refractionis. Kathetus incidentiæ, dicitur linea a puncto rei uisæ super superficiem corporis, in quo est res uisæ, & a qua fit refractionis perpendiculariter producta. Superficies refractionis, dicitur superficies in qua continentur lineæ incidentiæ & refractionis. Angulus incidentiæ, dicitur minor angulus, quem continet linea incidentiæ cum linea perpendiculari ducta a puncto refractionis super superficiem corporis, a qua fit illa refractionis. Angulus refractus, dicitur angulus minor quem continet linea refracta cum ducta perpendiculari. Angulus refractionis, dicitur angulus quem continet linea refractionis cum linea incidentiæ trans corpus diafonum, in cuius superficie fit refractionis in continuum producta. Directe uideri dicitur sicut & superius definitum est, quando forma rei uisæ sine refractione peruenit ad uisum. Oblique dicitur uideri, cum forma rei uisæ ad uisum peruenit refracte. Imago refracta, dicitur forma rei uisæ oblique perueniens ad uisum. Locus imaginis refractæ, dicitur locus in quo imago refracta uisibus occurrit. Superponimus autem hic, Lumen Solis aliquantulum in matutinis & serotinis crepusculis uideri, item iridem secundum figuram rotundam & colores uarios uideri.

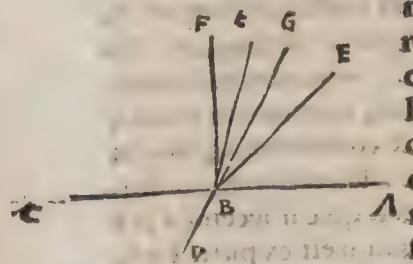
#### THEOREMA I.

In omni superficie refractionis necessario sunt punctum, cuius forma reifrangitur, & punctum refractionis, & centrum ipsius uisus, & perpendicularis ducta a puncto reflexionis super superficiem, in qua fit refractionis, ex quo patet, quod unius refractionis unica tantum est superficies.

Sit superficies secundi diafoni densioris uel rarioris primo diafoni, in qua sit linea a b c, & sit punctum, cuius forma reifrangitur punctum d, sitq; centrum uisus e, fiatq; refractionis in puncto superficiei secundi diafoni quod est b, & a puncto b, super superficiem a b c,



a b c, ducatur perpendicularis b f, dico quod puncta d e b, & linea b f, sunt semper in eadem superficie refractionis, quoniam enim ut patet per definitionem præmissam in principijs libri huius, & per propositionem 46. secundi libri huius, linea radialis incidens quæ est d b, & refracta quæ est b e, sunt in eadem superficie refractionis, punctum ergo d, cuius forma incidit & refrangitur, & punctum refractionis scilicet punctum in quo fit refractionis, quod est b, & centrum uisus quod est e, sunt in eadem superficie per primam undecimi, sed & per secundam undecimi, linea b f, quæ est perpendicularis super superficiem, est in eadem superficie cum linea b c, ergo & cum lineis d b & b e, quoniam linea b f, est perpendicularis super lineam a b c, & cum illa in eadem superficie, similiter cum protracta linea d b ultra punctum b ad punctum g, est in eadem superficie, puncta itaque d b e, & linea b f, sunt in eadem superficie per primam & secundam undecimi. Omnis enim refractionis aut sit ad ipsam perpendicularem b f, aut ab ipsa, & semper in eadem superficie in qua fiebat incidentia formæ refrangenda, quoniam enim omnis refractionis sit ad omnem differentiam positionis, quia qua ratione sit ad unam partem, eadem ratione sit ad quamlibet aliam. Determinatio ergo refractionis ad tertiam differentiam positionis sit tantum per uisum, quia in quacunque superficie centrum uisus fuerit, in illa tantum percipitur fieri refractionis, patet ergo propositum. & ex hoc patet, cum ista puncta refractionis omnia scilicet d e b, & linea b f, superficiem refractionis constituent, quod horum aliquo deficiente non est superficies refractionis, & quod unius refractionis unica tantum est superficies refractionis, quoniam hæc omnia puncta in unica tantum superficie similiter concurrere est possibile, & non in pluribus, & hoc est quod proponebatur.



Necesse est enim omnem superficiem refractionis super superficiem corporis à qua fit refractionis, siue illa superficies sit plana, conuexa, uel concaua, erectam esse.

Hoc quod hic proponitur patet per præmissam, quoniam enim in omni superficie refractionis necessario sunt punctum, cuius forma refringitur, & punctum superficie corporis, à quo fit refractionis, & centrum uisus perpendicularis ducta à puncto refractionis super superficiem corporis illis, in qua fit refractionis, ergo per 18. undecimi, patet quod omnis superficies refractionis est perpendicularis super superficiem corporis in qua fit refractionis, si enim illa superficies fuerit plana, tunc euidenter patet propositum per 18. undecimi, ut præmissum est. Si uero fuerit illa superficies conuexa uel concaua spherica, tunc patet, quoniam perpendicularis ducta à puncto refractionis super ipsam superficiem corporis in qua fit refractionis, semper transit centrum illius corporis, & est perpendicularis super illud corpus in puncto refractionis contingente, ergo item per 18. undecimi, superficies refractionis est erecta super illam superficiem contingentem, ergo & super ipsam superficiem. Similiter quoque demonstrandum, siue figura corporis in qua fit refractionis fuerit columnaris, siue pyramidalis, siue alterius figuræ cuiuscunque, semper enim superficies refractionis erit recta super superficiem corporis, in qua fit refractionis, & si accidat, ut illa superficies corporis in qua fit refractionis, fuerit æquedistantis horizonti, tunc perpendicularis ducta à puncto refractionis super superficiem corporis, in qua fit refractionis, est etiam perpendicularis super superficiem horizontis, per 23. primi huius, ergo & per 18. undecimi, superficies refractionis est perpendicularis, & erecta super superficiem horizontis, sed & hoc patet per declarationem quæ sit in instrumento, quod in prima secundi huius præmissimus, quoniam enim linea radialis incidens & refracta ab aliqua superficie unius corporis diafoni ad aliud corpus diafonum, ut patet per 46. secundi huius, semper sunt in una plana superficie, quæ est medius circulus illorum trium circularum signatorum in interiori parte oræ instrumenti æquedistantis superficie interioris laminæ instrumenti, sed illa superficies laminæ æquedistant superficie dorsi instrumenti, cui extrin-

extrinsecus supponitur superficies regulæ cubitalis tenentis instrumentum. Superficies itaque medij circuli æque distat superficie regulæ longæ quadrangulæ suppositæ dorso laminæ per 24. primi huius, sed illa superficies perpendicularis est super superficiem laterum longitudinis regulæ erectas super oras instrumenti, superficies itaque medij circuli est per 14. undecimi, perpendicularis super superficiem longitudinis regulæ erectas super oras instrumenti, sed illæ duæ superficies regulæ sunt æquedistantes horizonti tempore experimentationis p instrumentum positum in uase ut consuevit. Superficies itaque medij circuli est perpendicularis super superficiem horizontis, & quia superficies medij circuli est superficies refractionis, patet propositum. Idem quoque potest ostendi producta per imaginationem linea à centro medij circuli ad centrum mundi, hæc enim linea cum sit semidiameter mundi perpendicularis super superficiem aquæ quæ est in uase. Est autem illa linea in superficie medij circuli quæ est superficies refractionis. Est ergo per 18. undecimi, illa superficies perpendicularis super superficiem horizontis, cum enim lux refrangitur ab aère ad aquam erit refractionis linea cadens inter primam lineam per quam extenditur in aère, quæ est linea incidentiæ suæ, & inter perpendicularem exeuntem à centro medij circuli super superficiem aquæ, & centrum lucis intra aquam semper procedit à centro medij circuli, palam ergo quod lux quæ refrangitur ab aère ad aquam, refrangitur in superficie perpendiculari super superficiem aquæ, ergo & super superficiem horizontis. Idem quoque accidit cum ab aère ad uitrum sit refractionis, patet ergo siue superficies corporis à qua fit refractionis sit plana conuexa uel concaua, quod semper superficies refractionis est erecta super illam, & hoc est propositum.

## III.

Centro uisus existente ultra medium secundi diafoni, omnes formæ oblique incidentes superficie secundi diafoni respectu uisus refracte uisui occurrunt, perpendiculariter uero incidentes uidentur directe.

Quoniam enim lux pertransit corpora diafona quibus incidit, aut directe, ut cum radius incidens est perpendicularis super superficiem corporis sibi oppositi, aut oblique, ut cum radius incidit oblique, & ab uno puncto corporis luminosi secundum omnem lineam ab illo puncto ducibilem sit luminis diffusio, ut patet p 20. secundi huius, & quia forma coloris semper diffundit se cum lumine, patet quod cuiuslibet puncti, cuiuslibet corporis luminosi colorati uel lucidæ existentis in aliquo corpore diafono, forma lucis & coloris extenditur in uniuerso corpore diafono sibi proximo, & peruenit ad superficiem corporis diafoni sibi oppositi, & si fuerit illud corpus diafonum continens illud secundum corpus diafonum quod sit alterius diafonitatis ab illo, tunc forma diffusa penetrat illud, & omnes lineæ radiales, secundum quas illis corporibus diafonis oblique lumen uel color incidit refringuntur, præter quæ linea incidens perpendiculariter, sola enim illa extenditur secundum rectitudinem in corpore diafono proximo sibi, & in corpore alio diafono proximo corpus diafonum contingente, dum tamē perpendiculariter incidat utriusque, & si forte aliqua linearum radialium perpendiculariter incidit puncto superficie continuæ cum superficie corporis diafoni corporis proximi, nec sit illius superficie secundæ corpus diafonum, uel si fuerit diafonum, non sit tamen eius superficies prioris superficie diafoni æquedistantis, tunc à puncto incidentiæ lineæ radialis super superficiem secundi corporis alia perpendicularis duci potest, ergo tunc illa forma quæ superficie prioris corporis secundum perpendicularem inciderebat, delebitur, quoniam ab uno puncto ad unam superficiem duas lineas perpendiculares duci est impossibile p 3. undecimi. Omnes ergo formæ illius puncti transeuntes in corpus diafonum contingens proximum illi puncto aliud corpus diafonum, erunt reflexæ, & quoniam penetrans totum corpus diafonum obiectum, & refrangitur à superficie alterius corporis diuersæ diafonitatis illi succedentis per 47. secundi huius, patet quod forma lucis & coloris erit una forma continua cōiuncta, & refrangitur tota cōtinua & cōiuncta, superficie corporis diafoni, existente cōtinua, & cum forma refracta fuerit cōtinua. Si ergo corpus densioris diafonitatis quam sit primum diafonum, illi formæ occurrerit, tunc forma



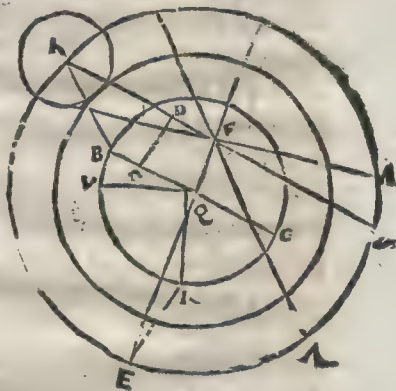
forma cōtinua magis aggregata & unita pueniet ad aliud corpus, & occurrente iterum corpore diafono rariore, tunc quilibet punctus corporis diafoni rariore per quē extenditur forma puncti, quod est in primo corpore luminoso uel colorato, transmutet formam lucis & coloris ad quodlibet punctū ipsius secūdi uel tertij corporis diafoni per omnem lineam rectam quā potest extendi ab illo pūcto. Si itaq; aliq; fuerit imaginatus pyramides rectilīneas exeuntes à quolibet pūcto aeris ad superficiē corporis diafonitatis alterius pertingentes, & si in superficie eius corporis secūdi diafoni corporis lineā obliq; incidentes refringi imaginentur perpendiculari lineā, quā est axis illius pyramidis imaginatæ, sine refractione transeunte, tunc adhuc sit unum corpus continuū in refractione, sicut & una est forma corporis incidens superficiē illius secūdi corporis diafoni. Si ergo in loco imaginatæ pyramidis sistatur secūdu ueritatē in aēre pyramis sensibilis, cuius corpus sit coloratū uel luminosum densum, miscebitur lux uel color illius pyramidis cum luce uel colore corporis à quo sit refractione, & fiet ipsorū multiplicatio per omnem lineam rectā quā poterit extendi ab illo pūcto cui incidit, & forma puncti incidens alii cui puncto densi extēdet per quilibet linearū refractionē ad illud punctū corporis in quo sit refractione sibi correspondente, & si uisus fuerit ex parte altera illius diafoni, tunc illæ formæ perueniunt ad uisum, sed perpendicularis quia nō refringitur, peruenit perpendiculariter ad centrū uisus, & formæ per lineas obliquas incidentes refractione & oblique perueniunt ad uisum, cum itaq; lineæ secūdu quas forma refrangitur se in aēre per omne corpus medium diffundant, quando coniunguntur apud unum punctū aeris, ideo quod ipsarum multa sit intersectio ppter æqualitatem diffusionis formarum illarū ad omnem differentia positionis, tunc si centrū uisus positū sit in illo pūcto, cūprehendet uisus illud uisum secundum refractionem excepto unīco pūcto perpendiculariter incidente, quoniam ille nō refrangitur, ut in 47. secūdi huius ostensum est, patet ergo propositum.

## TITI.

Omnis formæ per refractionem uisæ si fiat refractione à medio secūdi diafoni densioris primo ad uisum, uidetur fieri ad partem perpendicularis ductæ à puncto refractionis super superficiem à qua sit refractione. Si uero fiat à diafono rariore uidetur fieri ad partem contrariam illius, perpendicularis.

Quod hic proponitur potest instrumentaliter demonstrari, ita ut demonstratio auxilio instrumēti sensibiliter exprimitur. Accipiatur itaq; prædictū instrumentū quo in præcedentibus uti sumus, cuius diametrū quam ibi signauimus, per lineas f g, nunc dicemus b q g, ita ut punctū q, sit centrū laminæ basis instrumēti, hoc itaq; instrumentum positum in uase æquedistans superficiē horizontis situatur, & infundatur aqua usq; ad centrū laminæ, quod est q, opulentur quoq; foramina instrumēti cū cæra uel alio modo, ita quod modicum remaneat de foraminibus circa mediū ipsorum quod in ambobus foraminibus sit æquale, & hoc potest in æquali colūna illis foraminibus immissa mensurari. Deinde moueatur instrumentū donec diametrū b q g, sit perpendicularis super superficiem aquæ. Immittatur quoq; stilus albus subtilis in ipsum uas, ita quod eius extremitas cadat in punctū z, quod est extremitas diametri circuli mediij quæ sit k f z, ponaturq; unus uisus super superius foramen in punctum k, & claudatur reliquis, tunc enim uidebitur extremitas stili secūdu rectitudinem perpendicularis exeuntes ab extremitate stili super superficiem aquæ, nam centrū uisus & extremitas stili tūc sunt in lineā k f z, perpendiculari super superficiem aquæ secūdu quam sit uisio. Est enim lineā k f z, perpendicularis super superficiem aquæ per 8. undecimū, ideo quod ipsa æquedistat lineæ b q g, quæ ex hypothesi, est perpendicularis super eandē superficiem aquæ. Deinde declinetur instrumentū donec lineā b q g, obliquetur super superficiem aquæ, ponaturq; uisus super superius foramē, & nō uidebitur extremitas stili, moueatur itaq; extremitas stili in circūferentiā mediij circuli paulatim ad partem oppositam uisui, donec uideat illa extremitas, & figatur in illo pūcto circuli mediij in quo apparet. Si itaq; tunc ponatur aliquod corpusculū densum in superficie aquæ in centro mediij circuli quod est f,

est f, tūc non uidebitur illa extremitas stili, ablato uero illo corpusculo uidebitur illa extremitas stili, quod si consideretur in numero graduum mediij circuli distantia extremitas stili à pūcto z, inuenietur distantia sensibilis. Potest aut punctus z, quod est extremitas diametri mediij circuli transeuntis per centrū duorum foraminum sic inueniri, scilicet ut regulā subtilis latior extremitas ponatur super centrū laminæ, & media lineā ipsius protendatur secūdu diametrum laminæ, tunc enim acuum regulā cadit super punctum z, ut præmissum est prius in propositionibus secūdi huius, quod si assumpto uitro quod sit pars alicuius sphaeræ ut in illis propositionibus aliquibus assumptū est, cuius uisus superficies aliqua sit plana & aliqua conuexa sphaerica, & illud uitrum applicetur laminæ, ita ut eius plana superficies sit ex parte foraminū, namq; quæ est suarum superficialium planarum communis differentia sit super lineam o d, secantem b q, semidiametrum laminæ perpendicularis. Sic ergo erit diametrū k f z, perpendicularis super planam superficiem uitri & super conuexam. Deinde ponatur instrumentū in aqua, ponaturq; extremitas stili super punctum z, & centrū uisus super superius foramen, uidebiturq; extremitas stili quæ in alio puncto circuli mediij non poterit uideri, ex quo patet, quoniam extremitas stili quādo est in lineā perpendiculari super superficiem corporis, in qua sit refractione uitri, ut nūc est lineā k f z, perpendicularis super superficiem uitri, forma ipsius uidetur non per refractionem sed recte, ex quo patet quod forma perpendicularis ter incidens non refrangitur, quod si conuexum uitri ponatur ex parte secunda foraminum, & differentia cōmunis duarum superficialium planarum uitri ponatur super prium locum scilicet lineā o d, quoniam & tunc lineā k f z, est perpendicularis super utraq; superficies uitri, uidebitur ergo tunc ut prius extremitas stili in puncto z, quod si à superficie laminæ instrumēti euulso uitro à centro laminæ quod est q, in superficie laminæ ducatur semidiametrū q r, continens eū semidiametro b q, angulum obtusum. Deinde ducatur semidiametrū q u, continens cum lineā q r, angulum rectū, & pertrahatur ad aliam oram instrumēti, erit ergo angulus b q u acutus, & erit semidiametrū b q, obliqua sup lineā q u. Deinde lineā quæ est communis differentia superficialium planarum uitri, ponatur super lineam q u, & sit plana uitri superficies ex parte foraminum, & sit medium differentia communis planarum superficialium ipsius uitri super centrū q. Erit itaq; tunc centrū uitri super centrū mediij circuli ut præostensum est in alijs. & lineā k f, transit per centrū uitri & est obliqua super superficiem ipsius planā, quoniam diametrū b q æquedistans lineæ e i, quæ est k f, oblique cadit sup lineā q u, & quoniam lineā k f, transit per centrū uitri, palam quoniam ipsa est perpendicularis super conuexam superficiem uitri. Deinde à puncto r super lineam q r, ducatur perpendicularis in ora instrumēti usq; ad circūferentiā mediij circuli quæ sit r e, & fiat nigra utraq; illarum linearum q r & r e, ut melius per uisum ualeāt notari, & imaginetur duci lineā e f, hæc itaq; per 73. primi huius, erit perpendicularis super conuexam superficiem uitri, quoniam transit per eius centrū, & est perpendicularis super planam uitri super eū est illa communis sectio planarum superficialium ipsius uitri, punctus itaq; e, est punctus mediij circuli, in quem cadit perpendicularis exiens à centro uitri super planam superficiem ipsius, ponatur itaq; instrumentum sic dispositū, in uas, & ponatur extremitas stili albi ut prius in puncto z, & ponatur uisus super foramen ipsius in puncto k, tūc nō uidebitur extremitas stili, moueatur itaq; stilus in circūferentiā mediij circuli ad partem contrariam puncto e, nec tunc uidebitur extremitas stili, moueatur autem ad partem puncti e paulatim, & uidebitur extremitas stili. Quod si tunc punctum f, quod est centrū mediij circuli, cooperiatur aliquo corpusculo, nō uidebitur extremitas stili, sed





## Quantities

SS 3 lamina



Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum planum uel conuexum, & e conuerso experimentaliter declarare.

los refractionis ex uitro ad aerem uel aquā, accipiat uitru q  
est pars ſphæræ, ut ipſi ſuperius uſi ſumus in propoſitionibus  
ſecundi libri huius ſcientiæ, & in 4. ſecundi huius, & ponatur  
conuexū uitri ex parte centroꝝ 2. foraminū, ponaturq; medie  
um lineæ quæ eſt differentia cōmunis ſuperficiæ planæ ſup  
centrum laminæ, ita quod illa cōmunis differentia ſit ſuper li  
neam l q, tunc ergo lux quæ tranſit centra 2. foraminū, ad æ  
rem, diuidanturq; poſtmodū arcus ſucceſſiue, ut in præmiſſa,  
& mutetur uitri poſitio, ita ut illa cōis planarum ſupficierum  
ipſius uitri ſectio ſit ſup lineam p q, ſitq; iterū medius punctus  
illius lineæ uitri ſup punctum q, centrū laminæ, & ſic factis ul  
terioribus diuiſionibus circuli mediꝝ, ductisq; lineis ut prius,  
& mutato

256  
 & mutato uitro secundum illas, habebunt anguli refractionū particulares, & ipsorum pro-  
 portio ad angulum incidentiæ quæ continet diameter pertransiens centrū foraminū cū  
 perpendiculari pducta à loco refractionis sup superficiē planam ipsam superficiē uitri  
 conuexam contingentem. In his em̄ dispositionibus uitri respectu laminæ instrumenti,  
 semper erit centrum uitreæ sphaeræ in puncto f, eritq; p 72. primi huius, linea s f, similis il-  
 li perpendiculari sup superficiē conuexam uitri, & sup superficiē planam ipsius, à cuius  
 puncto aliquo fit refraction, qm̄ quælibet illarū linearum est perpendicularis sup lineas  
 æquedistantes lineis l q & p q, & similib. illis quibuscūq;. Sciaturq; ut prius reiterata ope-  
 ratione cum extremitate stipitis totius refractionis modus, & anguli refractionis à ui-  
 tro ad centrū uisus existens in puncto k, centro foraminis superioris, & in his duobus si-  
 tibus cum refraction sit ab aëre ad uitrum, uel à uitro ad aerē, semper inuenientur quantita-  
 tes angulorū refractionis de aere ad uitrū, & de uitro ad aerē æquales, qm̄ angulus cōten-  
 tus à linea, per quem extenditur lux ad locū refractionis, & à linea perpendiculari ducta  
 à puncto refractionis, cum sit refraction ad aere ad uitrū, æqualis fuerit angulo contento  
 à linea per quā extendit lux, & à perpendiculari ducta à loco refractionis cū refringitur de  
 uitro ad aerē, ut patet instrumentaliter operanti. Si uero uoluerit aliquis experiri quantita-  
 tates angulorū refractionis à conuexo uitri ad aerē, diuidat ut prius de circūferentia me-  
 dij circuli ex parte puncti k, centri foraminis quod est in ora instrumenti arcū 10. paro-  
 tium, quæ sit k n, & ducant ut prius linea n l, & linea l q, & a linea l q, quæ est semidiamete-  
 ter laminæ ex parte centri q, abscindat lineam æqualis semidiametro sphaeræ ipsius uitri,  
 quæ sit q o, & à puncto o ducat perpendicularis super diametrū laminæ b q g, quæ pro-  
 tracta ultra diametrum sit o d, secans diametrū b q g in puncto d. Deinde supponatur  
 communis sectio planæ superficiē uitri huic perpendiculari o d, ita quod punctum me-  
 dium illius sectionis sit sup punctū o, erit itaq; centrū uitri in superficie medij circuli &  
 eiusdem circuli diameter quæ est k f 3, erit perpendicularis sup superficiē uitri planam  
 per s. undecimi, qm̄ est æquedistans diametro laminæ b q g, quæ est perpendicularis su-  
 per illam superficiē, & sup illam differentiā cōmunem illarū duarū planarū superficialium  
 uitri, erit quoq; centrū circuli medij in superficie conuexa uitri, ideo quia linea f q, exi-  
 ens à centro medij circuli quod est f, ad centrū laminæ quod est q, est æqualis lineæ pro-  
 ductæ à centro uitri ad medium lineæ quæ est differentia cōmunis superficialium planarū ui-  
 tri, ut patet ex his quæ præmissa sunt infiguratione huius figuræ uitreæ in 45. secūdi hu-  
 ius, & utraq; istarū linearū est perpendicularis sup superficiē laminæ, ergo per 25. primi hu-  
 ius, illæ duæ lineæ sunt æquales & æquedistantes, ergo per 33. primi, linea copulans cen-  
 trum uitri quod est in aliquo puncto planæ superficiē ipsius uitri cū centro medij circu-  
 li est æqualis lineæ q o, copulanti centrū laminæ quod est q, cū medio puncto differen-  
 tiæ cōmunis duarū planarū superficialium ipsius uitri quod est punctum o, sed linea q o, posi-  
 ta est æqualis semidiametro uitri, ergo & linea æquedistans ei est æqualis semidiamete-  
 tro uitri. Centrū ergo medij circuli est in conuexo uitri, linea ergo k f, quæ est semidia-  
 meter medij circuli cū nō transeat centrū sphaeræ uitreæ, patet quia est oblique incidēs  
 superius conuexam superficiē, ergo per 47. secūdi huius, cū eadē diameter oblique in-  
 cidat superficiali aeris cōtinētis refrangit ipsa à perpendiculari ducta à puncto refractionis  
 super ipsam superficiē aeris, imaginetur itaq; semidiameter uitri, pducī ex utraq; parte  
 ad circūferentiā circuli medij, quæ fiat linea n f u, secans diametrū circuli medij quæ  
 est k f 3 in puncto f. Erit itaq; per 15. primi, angulus k f n, æqualis angulo 3 f u, & erit  
 per 25. tertij arcus u 3, æqualis arcui k n, qui est positus esse 10. partium. Est ergo arcus  
 u 3 10. partium notus, ergo & angulus u f 3 est notus. Intueatur itaq; aliquis centrum lū-  
 cis refractionis, & inuenietur remotius à puncto 3, quod est extremitas lineæ transeuntis p  
 centrū duorū foraminū q̄ sit punctum u, quod est extremitas lineæ transeuntis per cen-  
 trum uitri ab eodē puncto 3, quæ est extremitas diametri circuli medij, hæc ergo reflexio  
 facta est ad partē contrariam diametri pductæ à loco refractionis quæ transit cen-  
 trum uitri, & arcus medij circuli interiācens punctum 3, & centrū lucis signatū est quan-  
 titas anguli refractionis, angulus em̄ refractionis est apud centrū circuli medij, qm̄ ut

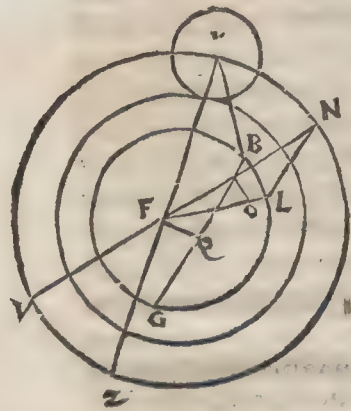


patuit per 44. secundi huius. lux extendit super lineam transeuntē per centrū duorū foraminū recte, donec perveniat ad conuexū vitri, & cum est angulus incidentiæ 10. partium, sit angulus refractus quasi 13. partium. & angulus refractionis quasi partium trium, factisq; ut in præcedentibus diuisionibus arcuum à puncto k, inuenietur diuersitas angulorū refractionis per instrumentum, & si infundatur aqua uasi, tunc erit aqua loco aeris, & pmissio mō inuenietur diuersitas angulorū refractionis à vitro ad aquā, & differentia secundū quod illi refractioni est ppria, & quantitas angulorū refractorū & angulorū refractionis, respectu eorū quæ sunt in aëre, qd si à puncto 3. ducere placuerit extremitatem stili, ut prius, tunc secundum illud facta dispositione situs vitri occurrit eadem quantitas angulorum quæ prius, patet ergo propositum.

VII.

Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum concauū uel econuerso experimentaliter inuenire.

Accipiat clarum uitrum mundū aquedistantiū superficierū omnium, cuius longitudo sit maior in uno grano hordei, q̄ diameter vitri sphaerici conuexi, quo superius ussumus. Sitq; latitudo eius æqualis longitudine, sitq; spissitudo eius dupla diametro foraminis, quod est in ora instrumenti, & fiat una suorum laterū quadratorū concauitas rotunda semicolumnaris, ita quod semidiameter basis columnæ concauæ sit in quantitate semidiametri vitri sphaerici, & sint cōmunes sectiones planarū superficierū huius vitri lineæ rectissimæ. Potest autē hęc forma vitri sic fieri per artificium, ita quod fiat talis forma ex aëre uel lapide, & uitrū liquefactū fundat sup ipsum, & poliat, diuidatur itaq; à centro foraminis oræ instrumenti, qd est k, in circūferentia mediū circuli arcus, cuius



quantitas sit illa secundū quā quis uult experiri quantitates angulorū, q̄ sit arcus k n, & à puncto n, ducat in ora instrumenti lineam n l, perpendicularis super superficiē laminæ, & ducatur lineam l q, in superficiē laminæ ad centrū eius quod est q, & à semidiametro l q, resecetur ex parte centri q, lineam q o, æqualis semidiametro basis concauitatis columnæ, & à puncto o, extrahatur per 1. primi, perpendicularis super diametrum laminæ b q, & protrahatur in utrāq; partē, & sit o e, secans diametrum b q g in puncto e, & superponatur uitrum laminæ, ita quod dora sum concauitatis, hoc est superficies plana concauitatis supposita sit ex parte duorū foraminū, & quod ex concauitate respiciente foramina duæ superfuitates rectilineæ quæ superfluit super diametrum columnæ sint directæ & fixæ suppositæ isti lineæ perpendiculari o e, & præseruetur hoc, ut distantia duarū extremitatū diametri basis concauitatis columnaris distent æqualiter à puncto o, à quo exeunt directe perpendiculares. Erit ergo tunc centrū basis concauitatis columnaris super punctū o, à quo exeunt lineam o e perpendicularis super lineam q b, & super punctum, cuius distantia à centro laminæ, quod est q, est æqualis semidiametro concauitatis columnaris, secundū hanc ergo dispositionē applicetur uitrum firmiter superficiē laminæ, & erit superficies mediū circuli secans concauitatem columnarē & aquedistans basi eius, qm̄ basis eius in hac dispositione est in superficiē laminæ instrumenti. Superficies ergo mediū circuli per 100. primi huius, secat superficiē columnarē concauā secundū circulū, cuius semidiameter æquedistat semidiametro basis concauitatis ipsius columnæ, & lineam continuans super istorū duorū semicirculorū, s. basis, & alterius sibi æquedistantis, erit perpendicularis super superficiē laminæ incidens ad punctum o, qm̄ ipsa per 25. primi huius, est æqualis lineæ perpendiculari f q, exeunti à centro mediū circuli, quod est f, super centrū laminæ, qd est q, sed & lineam e q, est æqualis semidiametro basis columnæ ex hypothese, ergo per 33. primi, lineam quæ exit à centro mediū circuli quod est f, ad centrū semicirculi, qui sit in superficie columnæ concauæ æquedistans basi, est æqualis semidiametro basis concauitatis concauæ columnæ, centrū itaq; mediū circuli, quod est f, est in circūferentia semicirculi

culi in columna uitrea facti. Est ergo centrum f, in concava superficie columnæ, & quia terminus planus vitri superponitur lineæ perpendiculari productæ à puncto o, super b q, diametrum laminæ, palam quia diameter laminæ quæ est q b, est perpendicularis super planā vitri superficiē, q̄a etiā planæ superficies sunt sup se inuicē perpendiculariter erectæ, erit ergo lineam k f 3. pertransiens centra amborū foraminū perpendicularis super superficiem planam, quæ est in parte cōuexa vitri per 8. undecimū, quia illa lineam k f 3 est æquedistans semidiametro laminæ b q g, quæ est perpendicularis super illā superficiem ut patet ex præmissis, & hæc superficies plana vitri est ex parte foraminū. In hoc ergo situ lux quæ extenditur per lineam transeuntē centra duorū foraminū, extēditur in corpore vitri recte, donec pueniat ad concauū vitri, & tūc reflectitur apud concauā superficiē vitri, cū enim nō transit p centrū circuli, q̄ est in cōcaua superficie vitri, patet per 72. primis huius, qm̄ ipsa nō est perpendicularis super cōcauam superficiē vitri, refrangitur ergo in concava superficie vitri, & cōmunis sectio illius lineæ & concauitatis vitri, est centrū circuli mediū, & in hoc pūcto sit refractione ex aere ad uitrū, arcus itaq; cadens inter centrū lucis & punctū 3, q̄ est terminus diametri transeuntis per centrū amborū foraminū subēditur angulo refractionis. Similiter quoq; patet in cuiuslibet aliorū arcuū refractione à puncto k, & potest ostendi quantitas omnium angulorū refractionis à cōcaua vitri superficie. Quod si uitrū sic disponatur ut cōmuni sectione suarū planarū superficierū posita sup lineam o e, cōuexitas vitri respiciat cētra foraminū, tūc q̄a lineam k f 3, pertransiēs uitrū puenit ad cōcauū vitri irrefracta, cū sit perpendicularis super planā superficiē ipsius, obliqua uero sup cōcauam eius superficiē, ergo et sup cōuexā superficiē aeris cōtingētis uitrū, refringetur ergo à concava vitri superficie, & hæc refractione est à cōcauo vitri ad aerē, & angulū q̄ sūt ex aere ad uitrū in cōcauo vitri sunt idē istis, qm̄ semp angulū refractionis à vitro ad aerem, & ab aere ad uitrū sunt idē, cū angulus quē cōtinet lineam per quā primo extenditur lux, est perpendicularis exiens à loco reflexionis, sit idē angulus, & eodem modo possunt sciri angulū refractionis de aqua ad uitrū, & de uitrū ad aquā in superficie vitri cōcaua, uel in superficie alia quacūq; quod si extremitas stili ducatur à puncto 3. in periferia mediū circuli, ut prius, tunc facta dispositione situs vitri secundum exigentiam illius refractionis, occurret notitia angulorum huius refractionis ad usum sicut prius, patet ergo propositum.

VIII.

Anguli omnium refractionum per tabulas declarantur.

Acceptis instrumentis prout potuimus propinquius angulis omnium refractionū à quibuscūq; diafonis notis adinuicē, ut ab aere ad aquā & uitrū, & ab aqua ad uitrū, & econuerso ab aqua & vitro ad aerem, & à vitro ad aquā, inuenimus quod semper idē sunt angulū refractionis à quocūq; raro diafono ad diafonū densius illo, & ab eodem denso ad idem rarū, secundū hoc fecimus has tabulas, quarū hæc est forma. Et præmittimus angulos incidentiæ in primis, deinde alios angulos subiungimus secundū modos suorū circulo rum quos præmittimus in capitibus suarū linearū. Potest itaq; secundū has tabulas experimentally inuentas per instrumentū præmissum, diligens inquisitor scire omnes angulos refractionū à medijs diuersæ diafonitatis quibuscūq; & patet ex eis, quoniā angulū incidentiæ formæ eiusdē puncti propinquiores radio à puncto rei uisæ superficiē corporis diafoni, à qua sit refractione perpendiculariter incidenti sunt minores, & remotiores ab illo sunt maiores, ut patet hoc in subscripta figura per 31. primi, ablato enim angulo maiore à suo recto qui relinquitur, sit minor alio angulo quando à recto aufertur angulus minor, eritq; in eodē diafono densiore primo angulus refractionis ab angulo incidentiæ maiori, maior angulo refractionis ab angulo incidentiæ minori, excessus quoq; angulū refractionis maioris super angulū refractionis minorē erit minor excessu angulorū incidentiæ maioris super maiore, & proportio angulū refractionis ab angulo incidentiæ maiori ad illū angulū maiorem, erit maior proportione angulū refractionis ab angulo incidentiæ minore ad illum minorem, & angulus refractus, scilicet ille quem addit angulus incidentiæ maior super angulū suæ refractionis, est maior angulo refracto quē addit angulus incidentiæ minor super angulū suæ refractionis, semper itaq; in medio secundi diafoni densiore primo, erit angulus refractus minor angulo incidentiæ, & proportio istorum angulorū



angulorum refractorum ad æquales angulos incidentiæ diuersificatur secundum diuersitatem densitatis ipsorum mediorum, cum enim per aerem eundem & secundum æqualitatem anguli incidentiæ sit refractione in aqua & vitro, acutiores sunt anguli refracti in vitro quam in aqua, & sic secundum diuersitatem diafonitatis anguli variantur. Si uero medium secundi diafoni fuerit rariius, tunc semper angulus refractus erit maior angulo incidentiæ. Eritque istorum angulorum habitudo ad alios angulos reuerse se habens angulis præmissis, ac si promissæ tabulæ modo reuerso ordinentur, & istorum angulorum refractorum & refractionis secundum maiorem & minorem raritatem diafonitatis secundi medij ad eundem angulum incidentiæ proportio uariatur, quando enim a vitro ad aquam uel ad aerem sit refractione, tunc anguli qui sunt in aere sunt maiores angulis qui sunt in aqua, & secundum hoc angulorum refractiones ad angulos incidentiæ proportio uariatur. Hæc itaque sunt quæ accidunt lucibus & coloribus, & uniuersaliter omnibus formis in diffusionem sui in corporibus diafonis & in refractione quæ accidunt in illis omnibus tam secundum se quam in respectu ad uisum. Patet itaque quod quærebatur.

Tabula quæntitatis angulorum incidentiæ oib; sequentibus. cõis.	Anguli refracti ab ære ad aquam.	Anguli refractionis eiusdem.	Anguli refracti ab ære ad uitrum.	Anguli refractionis eiusdem.	Anguli refracti ab aqua ad uitrum.	Anguli refractionis eiusdem.
	pt. minut.	pt. minut.	pt. minut.	pt. minut.	pt. minut.	pt. minut.
10	7 45	2 5	7 0	3 0	9 30	0 30
20	15 30	4 30	13 30	6 30	18 30	1 30
30	22 30	7 30	19 30	10 30	27 0	3 0
40	29 0	11 0	25 0	15 0	35 0	5 0
50	35 0	15 0	30 0	20 0	42 30	7 30
60	40 30	19 30	34 30	25 30	49 30	10 30
70	45 30	24 30	38 30	31 30	56 0	14 0
80	50 0	30 0	42 0	38 0	62 0	18 0

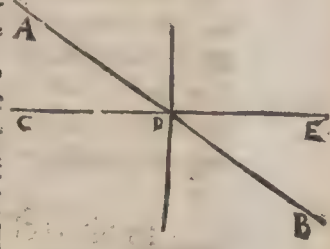
Anguli refracti ab aqua ad aerem.	Anguli refractionis eiusdem.	Anguli refracti a vitro ad aerem.	Anguli refractionis eiusdem.	Anguli refracti a vitro ad aquam.	Anguli refractionis eiusdem.
par. minut.	pt. minut.	par. minut.	pt. minut.	pt. minut.	pt. minut.
10	12 5	2 5	13 0	3 0	10 30
20	24 30	4 30	26 30	6 30	21 30
30	37 30	7 30	40 0	10 30	33 0
40	51 0	11 0	55 30	15 0	45 0
50	65 0	15 0	70 30	20 0	57 30
60	79 30	19 30	85 0	25 30	70 30
70	94 30	24 30	101 30	31 30	84 0
80	110 0	30 0	118 0	38 0	98 0

IX.

Centro uisus & puncto rei per refractionem uisæ in diuersis diafonis loca propria permutantibus, eadem lineæ incidentiæ & refractionis nomina permutant.

Satis iam patuit ex præmissis huius tractatibus, quod formæ uisæ per refractionem extenduntur directe per lineam rectam, donec perueniant ad superficiem alterius corporis diafoni in quo est uisus. Deinde refringuntur ab illo alio corpore diafono per lineam

lineam rectam, quæ continet eum lineam incidentiæ angulum. Sit itaque centrum uisus a & punctum rei uisæ b. Sitque superficies corporis in quo est punctum b, ad uisum existentem in puncto b, superficies c d e, & refringatur forma puncti b, ad uisum existentem in puncto a, a superficie corporis c d e, puncto d, sitque linea incidentiæ quæ b d, & linea refractionis, quæ d a, dico quod si centrū uisus & punctū rei uisæ permutet loca, ita ut centrū uisus positum sit in puncto b, & punctū rei uisæ in puncto a, tunc adhuc fiet refractione ab eodē puncto corporis quæ est d, & linea a d, erit linea incidentiæ, & linea d b, erit linea refractionis, & sic tantū linearū nomina permutantur manentibus eisdē lineis & eodē angulo, hoc autē patet per experientiam, cū enim aliquis existens in aere inspexerit aliud corpus contentum sub alio corpore quod est diafonū, differens in sui diafonitate ab aeris diafonitate, tunc uisus comprehendit omnia quæ sunt ultra illud corpus, quæcunque opponuntur uisui, & si cooperuerit alterū uisui, & aspexerit cū reliquo, uidebit illa eadē quæ prius, siue illud medium sit aer, uel aqua, uel uitrum, uel cristallus. Quod si uisus ponatur intra aquam, aut sub uitro uel cristallo, uidebit omnia corpora uisibilia, quæ sunt ultra illud aliud corpus diafonum in ipso aere, siue ergo uisus fuerit in aere, uel in uitro, semper comprehendit omnia eadem quæ prius, patuit autē per 4. huius, quod uisus per mediū diafoni diuersi nō comprehendit res quæ nō sunt in perpendiculari ducta a centro uisus super superficiē diafoni corporis, nisi per refractionem, omne ergo punctū comprehenditur per refractionem, & quoniam formæ omnium punctorum, quæ sunt in omnibus uisibus existentibus ultra corpus diafonū, refranguntur in eodē tempore ad centrū uisus, patet quod si alicuius rei uisæ, punctum esset in puncto, in quo tunc est centrū uisus, refrangitur forma illius puncti ad omnia puncta, quæ sunt in omnibus uisibus existentibus ultra illud corpus diafonū oppositū uisui in illo tempore, fieretque illa refractione eodē modo, & similiter est de quolibet puncto propinquo illi puncto in quo est centrū uisus, quoniam si centrū uisus in eodē puncto remanente moueatur oculus ad omnē differētiā positionis, comprehendit omnia illa uisibilia. Forma itaque cuiuslibet puncti cuiuscunque rei uisæ cū fuerit ultra aliquod corpus diafonū, extenditur ad superficiē corporis diafoni ultra quod est, & refringitur, ad uniuersum eius quod opponitur ei ex corpore aeris, uel alterius diafoni, & illa forma erit apud quodlibet punctū illius secundi corporis diafoni, & ob hoc forma totius rei uisæ coniungitur apud quodlibet punctū aeris uel alterius corporis diafoni: forma enim cuiuslibet punctorum rei uisæ diffundit semper lineam rectam ad unūquodque punctū corporis diafoni, unde si tot fuerint centra uisuum in aere, quot sunt puncta aeris, quilibet illorum uisuum uidebit totalem formam rei uisibilis, quæ est sub altero diafono, nam semper forma rei uisæ, tunc erit apud punctū apud quæ erit & centrū uisus, unde etiam uisus motus de loco ad locū super idē diafonū, semper eandē uidet formam quamdiu forma illa secundū lineas rectas potest pertingere ad uisum, & similiter plures aspicientes comprehendunt unam rem in cœlo & in aqua uno & eodē tempore, forma itaque cuiuslibet puncti rei uisæ extenditur ad quodlibet punctū corporis diafoni in quo est res uisæ, & formæ omnium punctorum rei uisæ congregantur apud quodlibet punctū cuiuslibet corporis diafoni, in quo existit res uisæ, inter quodlibet enim punctū aeris, & quamlibet corpore diafono, in quo existit res uisæ, inter quodlibet enim punctū aeris, & quamlibet rem uisibilem existentem in aliquo corpore diafono diuerso ab aere sit pyramis, cuius uertex est in aliquo puncto aeris & basis in superficie rei uisæ, suntque tot pyramides quot sunt puncta aeris, uel alterius corporis diafoni in quo sit diffusio formarum, quia itaque totum medium est plenum formis rerum, anguli uero refractionis quæ sunt ab aere ad aquam sunt idem cum angulis refractionum, quæ sunt ab aqua ad aerem, ut patet per præmissam in tabulis. Idem uero anguli semper per easdem lineas continentur, patet ergo quia loci centri uisus & puncti rei uisæ de uno diafono ad alterū permutatis, semper quidē sit formæ uniuersalis diffusio, nō tamen percipitur quælibet forma, a quolibet uisu in quolibet puncto, sed solum in illo a quo sit directio refractæ lineæ ad illum uisum, patet itaque quia illæ lineæ manent eadem secundum substantiam nominibus tantum hinc inde permutatis





mutatis, ut quæ prius fuit linea incidentiæ uel extensionis ipsius formæ, postea fiat linea refractionis, & e conuerso, patet ergo propositum.

X.

Omnis refractione formam lucis & coloris quæ sunt in re uisa, debilius uisui repræsentat.

Hoc patet per experientiam, cum enim aliud uisum est in medio secundi diaconi, utpote per aerem in aqua, & uisus fuerit ualde obliquus à perpendicularibus exeuntis à punctis rei uisæ super superficiem aquæ, & deinde uisus moueatur donec fiat positus in perpendiculari aliqua exeunte à re uisa super superficiem aquæ, tunc lux & color rei uisæ sunt manifestiora, quæ essent cum aspiceretur oblique, tunc enim figura exiens ad uisum secundum lineas obliquas est refracta, & multum obliqua, in perpendiculari, uero forma tota exit recte, & quædam partes eius oblique aut ferè recte secundum quod plus uel minus distant à perpendiculari, patet ergo ex hoc, quoniam reflexio debilitat in formis reflexis lucem et colores, quæ formæ rerum uisarum per quodcunque corpus diaconi secum deferunt ad uisum, nec enim est aliqua alia differentia illarum formarum in esse suo, ergo nec quo ad uisum, nisi sola obliquitas inducens refractionem, & perpendicularitas adiuuans directionem uisionis, & secundum illam uisus iudicat formas lucis & coloris debiles uel fortes. Accidit itaque in corporibus uisibilibus per medium secundi diaconi propter refractionem fallacia, quæ non accideret in illis, si uiderentur recte, quia etiam ut patet per 33. quarti huius. Omnis linea uel superficies rei uisæ dicitur recte uisibus opposita perfectius uidetur quam obliquata, & secundum quantitatem obliquationis fit imperfectio uisionis, patet ergo propositum.

XI.

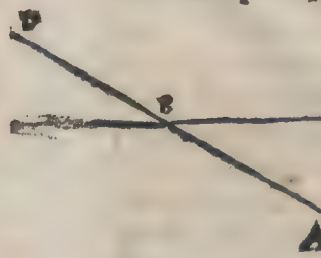
Imago refracta rei uisibilis nunquam occurrit uisui in loco rei uisæ, sed semper extra suum locum.

Quod autem hic proponitur, patet ratione & experientia, ratio autem est hæc, nam forma comprehensa à uisio in corpore diaconi alio ab aere non est ipsa res uisa, quoniam uisus non comprehendit rem tunc in sua forma uel in figura, sed in alijs dispositionibus & alio modo, comprehendit enim imaginem refractam in sua oppositione, cum tamen res non sit directe uisui opposita, & quia comprehendit rem refractam, ideo quia uisus est declinatus à perpendicularibus exeuntibus à re uisa super superficiem corporis diaconi, comprehendit ergo ipsum ut extra suum locum non in suo loco. Per experientiam quoque idem patet. Assumatur uas habens oras erectas super basem eius, & in medio fundi uasis ponatur denarius argenteus, & elonget se experimens quousque uideat illum denarium in fundo uasis. Deinde elonget se paulatim ulterius, quousque non uideat ipsum, & in principio oculi uisionis stet in suo loco uisus immoto, & præcipiat infundere aquam in uas, ita ut denarius non mutet locum, & tunc uidebit denarium in eius oppositione ipso non existente in loco rei uisæ, nam si forma esset in loco rei uisæ, tunc etiam res uisa comprehenderetur sine infusione aquæ in uas quod non accidit in tanta distantia, ut patuit, imago itaque rei uisæ per refractionem non uidetur in loco ipsius rei, quod est propositum.

XII.

Omnis forma puncti per refractionem uisui comprehenditur in rectitudine lineæ per quam à puncto refractionis forma extenditur ad uisum.

Sit enim punctus per refractionem uisus, qui est a, cuius forma refringatur ad uisum ab aliquo puncto superficiei corporis alterius diaconi, qui sit b, & sit centrum uisus d, dico quod forma puncti a comprehenditur à uisui secundum rectitudinem lineæ d b, hoc autem instrumentaliter declarandum, accipiat instrumentum primum, & ponatur in uas se impleto aqua ut prius, ut signetur aliquod uidendum per refractionem in ora instrumenti in oppositione uisus, & intueatur experimens per ambo foramina ita ut uideat illud per refractionem. Deinde claudetur



claudetur secundum foramen instrumenti, & tunc non comprehendetur res uisa, & si claudatur primum foramen, similiter nihil uidebitur, quoniam abscissa est linea recta imaginabiliter exiens uisus ad locum refractionis, forma enim puncti uisui per refractionem extenditur in corpore diaconi in quo est res uisa, & refrangitur in corpore diaconi quod est inter ipsum & centrum uisus, peruenitque ad uisum per lineam rectam exeuntem à centro uisus ad punctum refractionis, & uisus non comprehendit aliquid nisi in rectitudine linearum radialium per quas forma uisibilium mouetur ad uisum, & si fiat operatio per interpositionem alicuius uisui uisui & rei uisæ, ut supra eodem modo penitus operando, patebit idem, & hoc est propositum. Uisus enim nihil comprehendit nisi in rectitudine linearum radialium, non enim patitur in progressionem istarum linearum à punctis rerum uisibilium ad uisum, quoniam non uidet, nisi res sibi oppositas, quarum formæ secundum lineas rectas multiplicant se ad uisum, ut patuit per 2. tertij huius, & per multas similes, patet ergo quod proponebatur.

XIII.

Omnis forma uisa per refractionem comprehenditur in linea perpendiculari ducta à puncto rei uisæ super superficiem corporis à qua fit refractione.

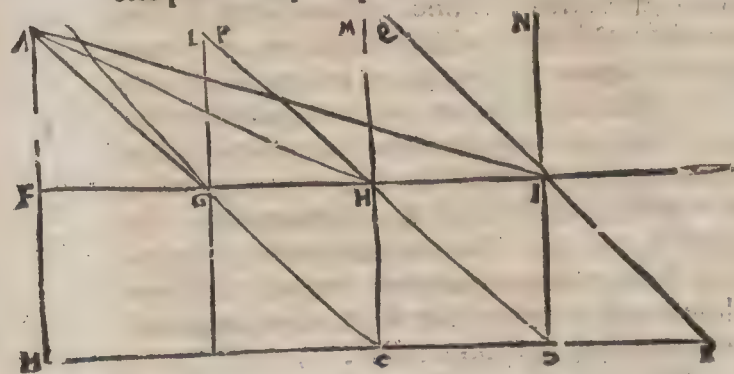
Quod hic proponitur, patet ideo, quia lux extenditur in corpore diaconi transitu uelocissimo, intelligendo illam uelocitatem modo prius exposito, & iam patuit in his, quæ dicta sunt in 47. secundi huius, quia transitus lucis in corpore diaconi super lineam declinabilem super superficiem illius corporis, est compositus ex motu super lineam perpendiculari exeuntem à puncto, à quo exextenditur lux super superficiem illius corporis diaconi, & ex motu super lineam ductam in superficie corporis diaconi aut lineæ æquedistantis ei, quæ est perpendicularis super hanc lineam perpendiculari ductam à puncto corporis luminosi, forma uero quæ extenditur à puncto rei per refractionem uisæ ad ipsum punctum refractionis quæ est forma lucis existens in puncto rei uisæ mixta cum forma coloris, semper extenditur super lineam declinabilem super superficiem corporis diaconi, hæc ergo forma extenditur ad locum suæ refractionis motu composito ex motu super perpendiculari exeuntem à puncto ipso uisui super superficiem corporis diaconi, & ex motu super lineam quæ est perpendicularis super hanc perpendiculari. Est ergo motus formæ quæ mouetur ad uisum aut super perpendiculari ductam ab ipso puncto cuius ipsa est forma super superficiem corporis diaconi, quamuis postmodum translata sit ab hac perpendiculari alio modo, aut motus eius est super perpendiculari ductam super illam priorem perpendiculari, & translata est post motum eius super primam perpendiculari ductam à puncto rei formæ motæ super superficiem corporis diaconi, sitque hæc transitio propter compositionem ex prædictis duobus motibus, forma ergo exiens à loco refractionis peruenit ad ipsum uisum per motum formæ, quæ mouetur super lineam perpendiculari ductam à puncto rei uisæ super superficiem corporis diaconi. Deinde multiplicat se ad uisum, palam est quod proponitur per hoc, quia si punctum superficiei corporis diaconi cui incidit perpendiculari ducta à puncto rei uisæ contingat abscondi à uisui, utpote propter interpositionem alicuius corporis opaci, non fiet uisio illius puncti rei uisæ, forma ergo rei uisæ comprehenditur in perpendiculari ducta à puncto rei uisæ super superficiem corporis à qua fit refractione, patet ergo propositum, quod est manifestius postmodum instrumentaliter studebimus declarare.

XIII.

Omnium formarum punctorum rei uisæ plus distantium à linea perpendiculari, ducta à centro uisus super superficiem corporis diaconi à qua fit refractione, maior est refractione quam punctorum minus distantium ab illa.

Esto centrum uisus a, & linea uisa per refractionem sit b c d e, sitque communis sectio superficiei refractionis & corporis, à cuius superficie fit refractione lineæ f g h i, sitque perpendiculari ducta à centro uisus super superficiem illius corporis linea a f, quæ incidat in punctum b, rei uisæ, & sit a f b. Distetque à puncto b, & à perpendiculari a f b, plus punctum d quam punctum c, & plus punctum e quam punctum d, dico quod maior erit refractione

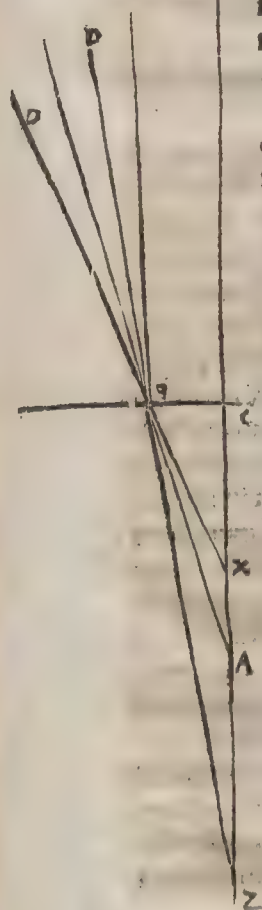




PERSPECTIVAE VITELLIONIS

ctio puncti e quàm puncti d, & maior puncti d quàm puncti c, forma enim puncti a, cum sit in ipsa linea perpendiculari, patet per 3. huius, quia non refringitur formæ uero aliorum punctorum quæ sunt c d e, patet quod refringuntur per 4. huius, & quoniam ut patet per 49. huius, nulla refractione transmutatur partium formæ refractione, sed solum auget uel minuit figuram, patet quod de necessitate diuersitas formarum punctorum rei uisæ refringitur à diuersis punctis superficieum ipsius

us rei uisæ, ita quod forma puncti remotioris à uisu refringitur à puncto superficieum ipsius remotiori à centro uisus, aliàs enim fieret transmutatio formarum uisarum per refractionem. Sit ergo ut forma puncti c, refringatur à puncto g, & forma puncti d à puncto h, &



forma puncti e puncto i, & educantur à puncto g, linea g l, & à puncto h, li-  
 nea h m, & à puncto i, linea i n, perpendicularis super superficiem corporis dia-  
 afoni per 12. undecimi, & producantur lineæ incidentiæ formarum ultra sur-  
 perficiem corporis linea c g in punctum o, & linea d h in punctum p, & linea  
 e i in punctum q, & copulentur lineæ refractæ à punctis g h i, ad uisum quæ  
 sunt g a, h a, i a, quia itaq; in trigono a f z, ductæ sunt lineæ a g & a h, patet  
 per 21. primi, quoniam angulus a g f est maior angulo a h f, quia ergo angu-  
 li l g f & m h f, sunt recti & æquales, relinquitur angulus a g l minor angulo  
 a h m, sed angulus o g l & p h m sunt æquales, quælibet enim linea incidente  
 tiæ cum sua perpendiculari continet angulos æquales propter æqualem dis-  
 stantiam punctorum b c d e, ab inuicem, & à superficie diafoni à qua fit refra-  
 ctio. Est ergo angulus p h a maior angulo o g a, & angulus q i a maior angu-  
 lo p h a. Est autem eadem dispositio medij in quo fit refractio formarum pun-  
 ctorum c & d, à punctis g & h patet ergo quod maior fit refractio à puncto h  
 remotiore ad uisum a, quàm à puncto g, propinquiore uisui illo puncto h. Si-  
 militer quoq; patet per eundem modum de puncto i, respectu puncti h, fit es-  
 nim secundum præmissa angulus a i n maior angulo a h m, est ergo maior  
 refractio puncti i, quàm puncti h, ergo est maior quàm puncti g, patet ergo  
 uniuersaliter quod proponebatur. In omnibus enim punctis & superficiebus  
 à quibus fit refractio est eadem demonstratio.

XV.

XV.

Locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei perrefractionem uisæ est in communi sectione lineæ refractionis per quam peruenit forma ad uisum, & katheti incidentiæ exeuntis ab illo puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni uisum contingentis, ex quo patet quod locus imaginis formæ puncti rei uisæ existens in medio secundi diafoni densioris primo approximat uisui, in rariore uero elongatur.

Verbi gratia, sit punctus rei uisæ per medium secundi diafoni a, & superficies secundi diafoni sit in qua est linea b c, & sit b punctus refractionis, & centrum uisus sit d, perueniatq; forma puncti a ad uisum d secundum lineam refractionis quæ sit b d. Ducatur itaq; à puncto a, perpendicularis super superficiẽ b c, quæ sit a e, dico quod in puncto quæ est communis sectio lineæ perpendicularis a e, productæ d b, est locus imaginis refractæ, hoc autem patet, quoniam per 11. huius, forma refracta occurrit uisui in linea d b, & per 12. huius, occurrit in linea perpẽdiculari quæ est a e, occurrit ergo in communi ipsorum sectione quæ sit punctum x, hoc autem fortius instrumentaliter demonstrandum. Accipiat

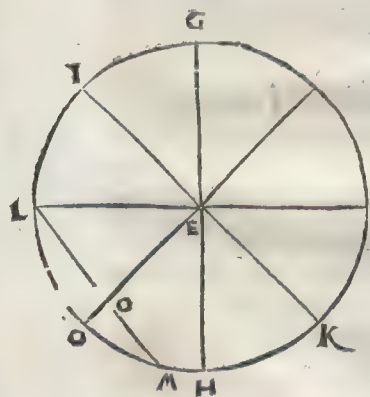
260

LIBER DECIMVS.

platur columna rotunda lignea, cuius basis diameter sit unius cubiti, & altitudo modica, utpote duorum uel trium digitorum, & planentur superficies basium eius, & in uno basi um suarum inuento per primam tertij, centro, quod sit e, ducantur diametri quæcunq; placuerint, & sint duo, quæ g h & i k, oblique se secantes, quæ profundentur ferro ut ap pareant uisui, & impleantur profunditates ipsarū cerusa distemperata cū lacte uel cū alio albo siqre aut albo alio colore quocunq; pūctū uero centri quod est e, sit nigrū. Dein de accipiatur uas magnū profundum habens oras erectas, & ponatur in loco luminoso. Infundaturq; in uas aqua tanta, quod cum immissa fuerit columna in aquam erectam taliter, ut eius superficies planæ perpendicularis sint super fundum uasis, tunc ipsa aqua excedit punctum e, centrum circuli basis columnæ ad aliquot digitos, expecteturq; donec aqua quiescat in ipso uase, moueatur itaq; columna donec g h, diameter basis sit perpendicularis super superficiem aquæ, declinetur quoq; uisus extra ora uasis, quousq; appropinquet æquedistantiæ superficiæ aquæ in tantum, ut possit uideri punctum e, cen trum circuli, & diameter g h, & inuenietur centrum circuli e, in rectitudine illius diame tri, deinde intueatur uisus diametrum i k, declinem super superficiem aquæ, & inuenietur incuruari & frangi apud superficiem aquæ. Eritq; pars eius intra aquam cum parte eius extra aquam continens angulum obtusum respectu uisus, cum tamen diameter g h extra aquam & intra aquam remaneat, linea una recta sine refractione, uel continen tia anguli, ex quo patet quod forma puncti centralis quod est e, quam uisus comprehen dit, non est apud centrum circuli basis, quia tunc esset etiam in rectitudine diametri de cliuis quæ est i k, quia secundum ueritatem ille est eius situs. Cum ergo uisus comprehen dit illud punctum extra rectitudinem diametri decliuis quæ est i k, & angulus quem con tinent partes diametri decliuis i k, sequentur perpendicularem g h, patet quod punctus in quo uidetur forma centri e, est eleuatus à centro basis columnæ, & quia uisus hoc pun ctum comprehendit in rectitudine diametri g h, patet quod forma centri f, est eleuata à uero loco centri secundum rectitudinem diametri perpendiculariter quæ est g h, patet etiam ex diametri decliuis i k, incuruatione apud superficiem aquæ & ex rectitudine & continuitatis partis suæ intra aquam, quod omne punctum partis diametri i k, quod est intra aquā est eleuatum à suo loco. Deinde reuoluatur circulus basis columnæ quousq; diameter i k, fiat perpendicularis super superficiem aquæ, erit ergo tunc g h, diameter de cliuis super superficiem aquæ, & tunc uidebitur forma puncti f, in rectitudine diametri i k, & extra rectitudinem diametri g h, quoniam illa uidebitur frangi & incuruari super superficiem aquæ, & angulus incuruationis obtusus erit respiciens uisum & diametrum i k, perpendicularem super aquæ superficiem. Idem quoq; accidet si plures sint diametri signati in superficie basis columnæ, semper enim forma centri f, uidebitur in rectitudine diametri perpendicularis, & diameter decliuis uidetur incuruari apud superficiem aquæ & continet angulū obtusum cū parte sui quæ est intra aquā, quæ pars intra aquā semper uidebitur cōtinua & recta. Ex hoc itaq; patet quod forma cuiuslibet puncti a, uisi in cor pore diafonitatis grossioris, quàm sit aeris diafonitas, uidetur extra locum suum eleuata in rectitudine perpendicularis exeuntis ab illo pūcto superficiæ corporis diafoni, cum li nea d b, continuans d, centrum uisus cum puncto refractionis b, non fuerit perpendicu lis super superficiem corporis diafoni, & quia sicut instrumentaliter & per rationem o rtensum est per 11. huius, omne punctum comprehenditur à uisu in ipsius uisus oppositio ne & rectitudine lineæ per quam extenditur forma ad uisum, puncta ergo quæ uisus cō prehendit per refractionē, quia sunt in oppositione uisus secundū lineam rectam in cōmuni sectione perpendicularis a e, & lineæ d a, productæ ad perpendicularem, necessa rio uidentur. Est ergo punctus ille in quo illæ lineæ duæ secant se locus imaginis refrac tæ, qd si fiat refractione formæ puncti uisi à corpore diafono subtiliori ad grossius, adhuc illud accidit quod in præmissis, quoniā adhuc locus imaginis refractæ erit in cōmuni se ctione lineæ refractionis per quā forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis du ctæ à puncto rei uisæ super superficiē corporis à qua fit refractione. Assumatur enim uitrū superficialium planarum & æquedistantiū, cuius longitudo sit octo digitorum, latitudo & ipsi situ



& spissitudo sit æqualis quælibet quatuor digitorum. Deinde basi columnæ lignæ prædictæ prius inscribatur linea decem digitorum per 1. quarti, quæ sit l m. Eritq; medietas lineæ l m, quinq; digitorum, diuidaturq; in duo æqualia in puncto n, & a centro basis quod est f, ducatur linea fn, & producaturs illa linea ex utraq; parte ad periferiam ut fiat diameter o n f p. Erit itaq; per 3. tertij, linea fn, perpendicularis super lineam l m, & ducatur linea f l, & compleatur diameter l q, hæc itaq; duæ diametri o p & l q, profundentur cultro, & impleatur diametri p o, concauitas colore albo, & diametri l q, concauitas colore alio. Deinde ponatur uitrum super basem columnæ, taliter ut altera extremitas lōgitudinis superponatur medietati lineæ quæ est n l, & quia uitrū est in lōgitudine octo digitorum, & linea l n quinq; digitorum, patet quod lōgitudo uitri excedit quantitatē lineæ l n, in tribus digitis, & distinguantur de uitro tres digiti, de quibus duo erunt ex parte diametri l q, decliuis extra circulū, & remanebit de lōgitudine uitri unus digitus ultra diametrum p o, perpendicularem super lineam l m, sicq; corpus uitri ex parte centri f, scilicet inter lineam l m, & centrum f, & sic applicetur uitrū tabulæ per glutinum, erit itaq; perpendicularis p o, erecta super extremitates uitri quæ sunt superficies duæ æquedistantes, & diameter l q erit obliqua super illas duas superficies. Ponatur itaq; periferia circuli cui supereminet extremitas uitri ex parte uisus experimentantis, & ponatur alter uisus in dicta communī circumferentiæ basis & extremitatis uitri, hoc est in puncto l, quod est extremitas diametri decliuis, quæ est l q, & applicetur taliter uitro, ita quod nihil uideatur cum illo oculo, nisi solus punctus l, reliquus uero uisus sit in parte, in qua est uitrū & circulus, & cooperiatur illud quod opponitur ei ex superficie uitri cum panno linteo, uel bombacæ, applicata taliter superficiēi columnæ, ut non uideatur nisi sola diameter decliuis l q, & per unum uisum contingentem uitrum, diameter uero p o, perpendicularis alba uideatur utroq; uisu. Sic itaq; disposito uisu & instrumento, centrum circuli f, inuenietur in rectitudine diametri p o, albæ, quæ est erecta super superficiēi uitri, & inuenietur diameter decliuis quæ est l q, incuruata in superficie uitri, quæ est ex parte centri, caderq; angulus incuruationis ex parte circumferentiæ, sed uisus comprehendit partem diametri l q, quæ est sub uitro in rectitudine, & quoniam uisus tangit superficiēi uitri, & diametri perpendicularis quæ est p o, aliqua pars est sub uitro, & alia extra uitrum ex parte diametri p o, & sic patet quod uisus non uidet partem diametri p o, quæ est extra uitrum, sed uidet partem diametri l q, quæ est sub uitro, & partem diametri p o, quæ est intra uitrum.



perficiem, cum ergo extenduntur ad superficiem uitri, reliquam quæ est ex parte centri, erunt etiam decliues super illam, ut patet per 23. primi huius, illæ enim superficies uitri sunt æquedistantes ex hypothesi, uisus itaq; ille comprehendet etiam partem diametri p o, quæ est uersus centrum f, duabus refractionibus, partem uero quæ est sub uitro una sola refractione, partem uero superiorem quæ est p o, comprehendet absq; refractione, uterq; tamen uisum comprehendit hanc diametrum p o rectam, & si experimentator cooperto altero uisu aspiciat solum per uisum qui positus est super uitrum, comprehendet perpendicularem p o rectam, & si eleuauerit uisum à superficie uitri, & intueatur diametrum p o ultra uitrum, comprehendet tamen ipsam lineam rectam, quamuis comprehendat ipsam secundum refractionem, quoniam quilibet punctus diametri p o, & si non comprehendatur à uisu in suo loco, comprehenditur tamē in rectitudine perpendicularis quæ exit à puncto

LIBER DECIMVS. 261

puncto illo super superficiem uitri, hæc autem est sola ipsa linea p o, per 20. primi huius, quoniam ab uno puncto super unamquancq; superficiem unam tantum perpendicularẽ duci est possibile. Hæc autem linea quæ est p o, à quolibet sui puncto procedit perpendiculariter super superficiem uitri. Omnis ergo refractionis suorum punctorum fit super ipsam eandem formam itaq; centri f, quando uisus tangit uitrum, comprehenditur in rectitudine diametri p o, exeuntis perpendiculariter à centro f, super superficiem uitri, & diametri declinatis l q, pars extra uitrum existens uersus centrum f, comprehenditur non in suo loco, ideo quia punctus centri f, non comprehenditur à uisu, nisi præter suum locum, & cum angulus incuruationis fuerit ex parte circumferentiæ, tunc forma centri f, uidetur sub centro basis columnæ, quia ergo forma cuiuslibet puncti comprehensæ à uisu in secundo medio rarioris diafoni illo diafoni in quo est uisus, est in rectitudine perpendicularis productæ ab illo puncto super superficiem corporis diafoni, quod est contingens uisum, & est remotior à superficie eiusdem diafoni quàm ipsum punctum, cuius uidetur forma, & quoniam omne punctum comprehensum à uisu per undecimam huius, est in rectitudine lineæ per quam forma peruenit ad uisum, patet quod forma cuiuslibet puncti in quibuscuncq; diafonis taliter situatis comprehenditur in puncto, qui est communis sectionis lineæ per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis exeuntis à puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni quod est contingens uisum, & patet ex præmissis correlarium, locus enim formæ puncti rei uisæ per refractionem quando fit illa refractionis in medio secundi diafoni densiore primo, tunc locus imaginis approximatur ipsi uisui, ut patet in experimentatione prima de centro f, cum ipsum uidetur sub aqua, cum uero sit refractionis à superficie alterius diafoni rarioris primo diafoni contingente uisum, tunc locus imaginis elongatur à uisu, ut patet in experimentatione secunda de centro f, uiso sub uitro approximato uisibus, cuius forma per medium rarius uitro quod est aer diffunditur ad uitri superficiem, & per uitrum refringitur ad uisum, ut enim exemplariter patet in prima figura præsentis propositionis, punctum x, propinquius est uisui existenti in puncto d, quàm punctum z, patet itaq; propositum.

Formæ puncti rei uisæ per refractionē existentis in medio secundi diafo-  
ni, locus imaginis quādoq; est in ipso secūdo corpore diafono, quādoq; in e-  
ius superficie, ut in ipso puncto refractionis, quandoq; est inter uisum & illud  
corpus diafonum, quandoq; retro uisum, quandoq; in ipsa superficie uisus.

Quia enim ostensum est per præmissam, quod locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractionem uisæ, est in communi sectione lineæ, per quam forma peruenit ad uisum, & lineæ perpendicularis exeuntis ab illo puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni uisum contingentis, cum illæ lineæ necessario concurrant, aut æquedistant. Si concurrunt, patet quod ubicunq; illæ lineæ se intersecauerint, siue hoc sit intra corpus diafoni, in quo est punctus rei uisæ, siue fuerit extra illud corpus, inter uisum & superficiem illius corporis, siue hoc fuerit in centro uisus, siue retro uisum, ibi semper erit locus imaginis formæ puncti rei uisæ. Si uero illa linea per quam forma peruenit ad uisum fuerit æquedistans illi perpendiculari, tunc non erit aliqua certitudo propria loci illius imaginis nisi solum ipsum punctum refractionis, in illo ergo uidebitur imago illius formæ, sicut etiam accidit idem, quando linea refractionis & ducta perpendicularis in ipso puncto refractionis se intersecant, nec indigent hæc alia demonstratione nisi illa q̃ in 2. octauæ huius, in speculis sphaericis concauis posuimus, hæc enim refractionis, ut patet per 7. huius, quandoq; fit à superficie concaua corporis diafoni, quod corpus est ex parte uisus contingens conuexum corporis diafoni quod est ex parte rei uisæ, unde est omni-modi demonstrationis similitudo faciendæ hinc & inde, patet ergo propositum, diuersan- tur enim illæ perpendiculares secundum diuersitatem superficialium corporum, à quibus fit refractionis.



In refractione formarum à superficiebus corporum alterius diafonitatis ad uisum, semper fit deceptio in situ.

Quoniam enim secundum omnes lineas per quas forma extenditur ad uisum semper fit refractione in superficie corporis alterius diafonitatis, ut linea per quam forma extenditur in medio unius diafoni angulum contineat cum linea illa per quam in secundo diafoni forma peruenit ad uisum, sola uero perpendicularis ducta à puncto uiso super superficiem corporis diafoni non refrangitur, & omnis imaginis refractæ locus est in communi sectione lineæ secundæ per quam forma refracta extenditur ad uisum, & lineæ perpendicularis exeuntis à puncto rei uisæ super superficiem corporis diafoni uisum contingens per 14. huius, hæc autem sectio semper est extra locum uerum puncti uisi, quoniam sola linea incidentiæ concurrat cum illa perpendiculari in ipso puncto rei uisæ, à quo ambæ illæ lineæ producuntur, palam ergo quia uisus nunquam uidet formam rei uisæ per refractionem uisi ab alio loco & situ quæ sit ipsa res uisæ, erit itaq; positio formæ comprehensæ à uisu alia à puncto rei uisæ, & similiter est de remotione, hæc autem sunt quedam situs, punctus enim communis sectionis dictarum linearum faciens locum imaginis in refractione ex diafono densiore ad subtilius se eleuat approximando uisui, & in refractione ex diafono rariore ad densius se deprimit, remouendo se à centro uisus, ut patuit per correlarium 14. huius, patet itaq; quod locus imaginis semper se uariat, & secundum hoc decipitur uisus secundum situm imaginis alium locum rei uisæ, & situationem aliam accipiens secundum illud, patet ergo propositum.

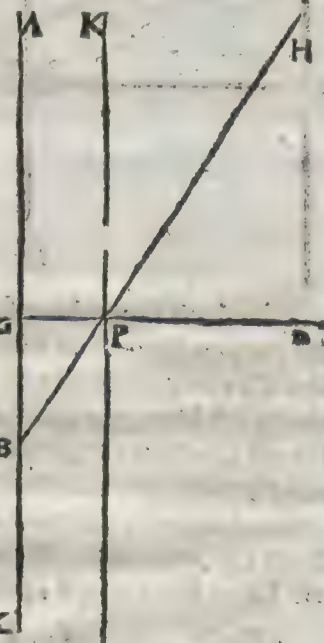
Omnis forma rei uisæ per refractionem comprehenditur ac si res illius formæ sit in loco imaginis constituta.

Sicut enim in 12. huius, dictum est, forma existens in puncto refractionis peruenit ad ipsum uisum per motum formæ quæ mouetur super lineam perpendicularem super superficiem corporis diafoni ductam à puncto rei uisæ. Deinde transfertur ad hanc perpendicularem per motum in rectitudine lineæ per quam forma peruenit ad uisum, forma itaq; quæ est super lineam perpendiculariter incidentem superficiem corporis diafoni, & deinde mouetur in rectitudine lineæ, per quam forma extenditur ad uisum, est forma quæ extenditur à puncto uiso in rectitudine perpendicularis exeuntis ex ipso super superficiem corporis diafoni donec perueniat ad punctum sectionis, inter hanc perpendicularem & lineam per quam forma extenditur ad uisum, forma itaq; quam uisus comprehendit refracta ultra corpus diafonum est per motum formæ, quæ peruenit ad uisum à loco imaginis, comprehendit autem uisus hanc formam in loco imaginis, sicut alia quæ in suo loco comprehendit sine refractione per medium unius diafoni & directe, uidetur itaq; res distans tantum à centro uisus, quantum punctus imaginis distat ab eodem centro uisus, quoniam situs loci imaginis in respectu uisus, & situs formæ quæ est in loco imaginis unde propter refractionem forma rei uisæ comprehenditur in loco imaginis, patet ergo propositum.

Communi sectione superficiem refractionis & superficiem corporis diafoni in qua sit refractione existente linea recta, punctoq; rei uisæ existente in perpendiculari ducta à centro uisus super superficiem corporis diafoni qualiscumque à nullo puncto illius superficiem fiet refractione, & una tantum imago uisui concurret.

Esto centrum uisus a, & punctus rei uisæ b, sitq; g, aliquod punctum superficiem corporis in quo sit refractione, quod sit grossioris uel rarioris diafonitatis quam corpus quod est contingens uisum, ducaturq; à puncto a, centro uisus linea a g c, quæ sit perpendicularis

ris super superficiem corporis secundi diafoni per 11. undecimi, sitq; punctus rei uisæ, qui est b, in linea g c, palam ergo per 3. huius, quoniam uisus a comprehendit formam puncti b, recte sine omni refractione, quia forma puncti b in rectitudine extenditur per lineam b g, ad superficiem corporis diafoni quod est contingens uisum in puncto a, & quia linea l g est perpendicularis super superficiem corporis diafoni contingens uisum, comprehendet ergo uisus a punctum b in suo loco secundum rectitudinem lineæ a g b, non est itaq; possibile ut punctum b, extra lineam b g a refrangatur ad uisum a. Si autem detur hoc esse possibile, sit superficiem illius diafoni in qua est punctus refractionis b, alter punctus refractionis qui sit p, extra lineam a g b, & refrangatur forma puncti b ad a centrum uisus à puncto p, imaginemur itaq; superficiem refractionis in qua sit linea perpendicularis quæ a g b, transire per punctum p, & sit communis sectio huius superficiem, & superficiem corporis diafoni in qua sit refractione linea recta, quæ est g p d, per 3. undecimi, & à puncto p, extrahatur perpendicularis super lineam g d, per 11. primi, quæ sit k p l, & sit linea k p l, producta secus ipsum corpus diafonum, in cuius superficiem sit refractione formæ puncti b ad uisum a. Est ergo linea k l p, perpendicularis super superficiem illius corporis diafoni, ducatur itaq; linea b p, & producatul ultra corpus diafonum usq; ad punctum h. Erit ergo angulus k p h, contentus à linea p h, per quam extenditur forma, & linea k p, perpendiculari exeunte à puncto refractionis quod est p, super superficiem corporis diafoni, quia itaq; corpus diafonum, quod est ex parte uisus a, est subtilius illo quod est ex parte ipsius b, puncti rei uisæ, tunc enim forma puncti b, peruenit ad p, punctum refractionis, palam per quartam huius, quia refrangetur ad partem contrariam illi parti in qua est perpendicularis k l, non ergo peruenit forma refracta ad lineam a b, ergo neq; ad punctum a, quod est centrum uisus, sed datum est ipsum refrangi à puncto p ad punctum a, accidit igitur impossibile contra hypothese, & quocumq; alio puncto dato idem accidit impossibile, non ergo refrangitur forma puncti b ad uisum a, ex aliquo puncto superficiem illius corporis diafoni dato extra lineam a g b, sed solum forma illa puncti b, secundum rectitudinem peruenit ad uisum a, quod si corpus diafonum contingens superficiem uisus sit densius diafoni illo corpore quod est contingens punctum rei uisæ, tunc idem linea p h refrangetur ad partem perpendicularem p k, propter densitatem diafoni secundi, nec tamen concurret unquam cum perpendiculari p k, ergo neq; cum linea a b æquedistante ipsi p k, per sextam undecimi, quoniam ambæ lineæ a b & k l, sunt erectæ super superficiem corporis diafoni in qua est linea g p d, quaecumq; ergo fuerit diafonum secundum, scilicet rariius uel densius primo diafoni, semper puncto rei uisæ sic disposito à nullo puncto illius superficiem diafoni fiet refractione ad uisum, sed uidebitur res in ipsa linea perpendiculari ducta à centro uisus ad punctum rei uisæ secante superficiem corporis secundi diafoni in uno tantum puncto g, forma ergo illius puncti non comprehenditur, nisi ex uno tantum puncto superficiem illius corporis diafoni, habet ergo tantum unicam imaginem non refractam, quod est propositum.

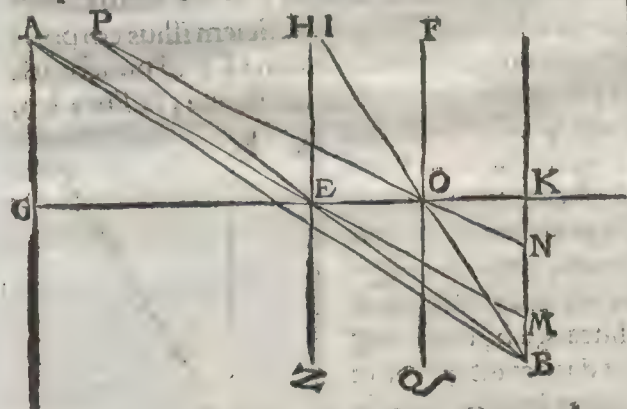


Communi sectione superficiem refractionis, & superficiem corporis diafoni in qua sit refractione existente linea recta, punctoq; uiso existente extra

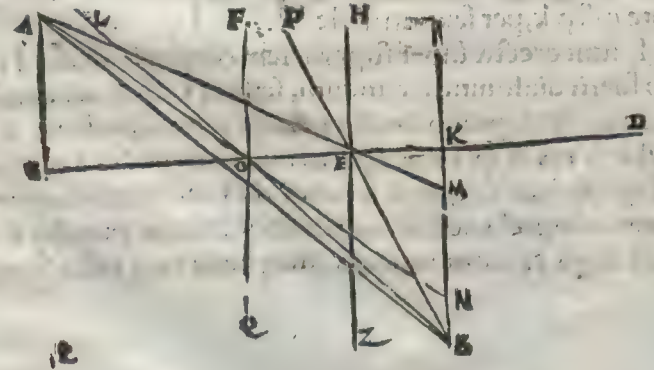


perpendicularem ductam à centro uisus super superficiem corporis diafoni densioris diafono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refraction, & uidebitur unica imago.

Remaneat dispositio, quæ est in proxima precedente, & sit punctus b, extra lineam perpendicularem ductam à centro uisus a, super superficiem secundi diafoni, quæ est a g c, educatur quoque superficies plana per lineam a g c, & per punctum b, hæc itaque erit perpendicularis super superficiem secundi corporis diafoni per decimam octauam undecimi, & secabit superficiem corporis diafoni secundum lineam rectam per tertiam undecimi, quæ sit g d, non ergo refrangetur per secundam huius, forma puncti b ad uisum a, nisi ab aliquo puncto superficiei in qua est linea g d, non enim transiit per duo puncta a & b, superficies perpendicularis super superficiem secundi corporis diafoni, nisi solum super



perpendicularis super duas superficies illorum duorum corporum diafonorum, quia ducta est perpendiculariter in superficie erecta super illas ambas superficies, producat utraque linea b e, in continuum & directum, & sit linea b e p, erit ergo linea e p, cadens inter duas lineas e h & e a, per quartam huius, nam corpus diafonum quod est ex parte a, centri uisus, est subtilius corpore diafono quod est ex parte b, ergo per eandem quartam huius forma puncti b, quæ extenditur per lineam b e, cum peruenit ad e, punctum datum refractionis refrangitur ad partem contrariam puncti perpendicularis quæ est z e h, erit ergo linea e p, inter duas lineas e b & e a, ducatur itaque à puncto uiso b, linea perpendicularis super lineam g d, per duodecimam primi, quæ sit b k, erit ergo linea b k, perpendicularis super superficiem corporis



diafoni, quod est ex parte b, quia ducta est perpendiculariter in superficie à b g, erecta super illam, educatur itaque linea a c, in continuum, hæc itaque secabit ab angulo b e k, angulum æqualem angulo p e a, per decimam quintam primi. Secabit ergo per uigesimam nonam primi huius, et lineam b k, illi angulo subtensam. Secet ipsa itaque lineam b k in puncto m, palam itaque per decimam quartam huius, quoniam punctus m, est locus imaginis formæ puncti b, & angulus p e a, est angulus refractionis. Dico itaque quod punctus b, non habebit aliam imaginem, præter quam illam quæ est in puncto m, nec forma eius refrangetur ad uisum in punctum a, ab alio puncto superficiei corporis diafoni, quam puncto e, nec enim potest forma puncti b comprehendi à uisu, nisi secundum perpendicularem

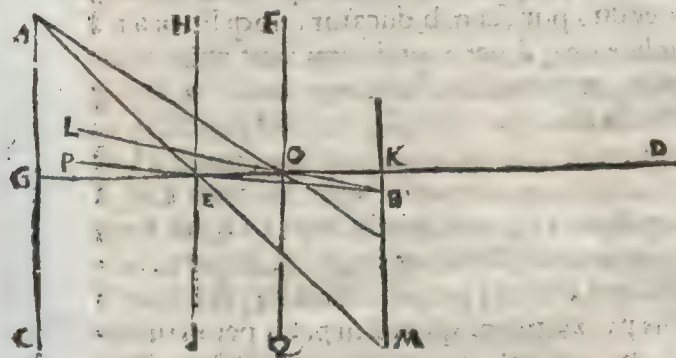
dicularem b k, per 12. huius. Si itaque punctus b, aliam habuerit imaginem quæ in puncto m, erit ille punctus in linea b k, & inter duo puncta b & k, per 14. huius, quia corpus quod est ex parte b puncti uisi est grossioris diafonitatis illo corpore quod est ex parte uisus a. Sit itaque si possibile est illa alia imago formæ puncti b, in puncto lineæ b k quod sit n, erit itaque punctus n, aut inter duo puncta m k, aut inter duo puncta m b, ducatur quoque linea a n à centro uisus ad punctum n, hæc itaque secabit lineam g d, per 1. undecimi, sunt enim puncta a b k, in eadem superficie cum linea g d, ut patet ex præmissis. Secet ergo linea a n, lineam g d, in puncto o, ducatur quoque linea b o, quæ producta ultra punctum o, signetur ad punctum b, erit itaque punctum o, punctum refractionis formæ puncti b, ad uisum in punctum a, quia b o l est linea per quam extenditur forma, & est angulus l o a, angulus refractionis, ducatur itaque à puncto o linea perpendicularis super lineam g d, per 11. primi, quæ sit linea f o q, erit itaque linea f o q, perpendicularis super superficiem corporis diafoni per 27. primi, & per 8. undecimi, & erit angulus l o f, æqualis angulo o b n, cōtēto à perpendiculari f q, & à linea b o, per 1. undecimi, lineæ b k & f o q sunt æquedistantes, si itaque punctus n, fuerit inter duo puncta m & k, tunc punctus o erit inter duo puncta e & k, secans lineam e k, per 3. 2. primi huius, erit itaque angulus e b k, maior angulo o b k, per 29. primi huius, quia omne totum est maius sua parte, & quia angulus p e h, est æqualis angulo e b k, per 29. primi, & angulus l e f, æqualis angulo o b k, per eandem 29. primi, quoniam lineæ h j & f q, & b k, sunt inter se æquedistantes, erit ergo angulus p e h, maior angulo l o f, & angulus p e a, est angulus refractionis ex angulo incidentiæ qui est p e h, & angulus l o a, est angulus refractionis ex angulo incidentiæ, qui est l o f, angulus ergo p e a, est maior angulo l o a, per 8. huius, ostensum est enim in corollario quod præcedit tabulas ibi positas, cuius ueritas patet ex præcedenti experimētatione, quoniam anguli refractionis in medio secundi diafoni grossioris quibus differunt anguli incidentiæ ab angulis refractis cōtēntis sub linea perpendiculari ducta à puncto refractionis super superficiem diafoni, & à lineis refractis ad uisum in maioribus angulis incidentiæ sunt maiores, & in minoribus sunt minores, ergo angulus a e h est minor angulo a o f, quod est impossibile, quoniam enim p 21. primi, angulus a e g est maior angulo a o g, & anguli h e g & f o g sunt æquales p 29. primi, & quia sunt recti, patet ergo angulus a o f, est maior angulo a e h, cum ergo sequatur impossibile ex datis, patet quod punctum n, non cadit inter puncta m & k. Similiter quoque sequitur ex illis datis, ut angulus e b, sit maior angulo a o b quod est impossibile, & cōtra 21. primi, producta linea a b, quæ amboibus illis angulis subtenditur, & à cuius punctis terminalibus illæ lineæ producuntur. Si enim angulus p e a, sit maior angulo l o a, ergo per 1. 1. primi, angulus a e b est maior angulo a o b. Est enim uterque illorum super angulum suæ refractionis residuum duorum punctorum, quod si punctus n, qui datus est esse locus secundæ imaginis formæ puncti b, fuerit inter duo puncta m & b, linea b k, tunc punctus e, erit inter duo puncta o & k, per 3. 2. primi huius, quod potest ostendi ut prius, & erit angulus e b k, minor angulo o b k, erit ergo ut prius, angulus p e h minor angulo l o f, & erit angulus p e a, qui est angulus refractionis minor angulo l o a, qui est etiam angulus refractionis, angulus ergo a e b est maior angulo a o b, quod est impossibile ut prius per 21. primi, ducta linea a b. Impossibile est ergo quod punctus n, sit locus imaginis formæ puncti b, ergo neque aliquod aliud punctum lineæ b k, præter punctum m, punctus itaque b, existens in proposito situ non habebit alium locum imaginis respectu uisus a, nisi solum punctum m, nec refrangitur ab alio puncto superficiei corporis diafoni ad uisum a, nisi à solo puncto e, quod est propositum.

xxi.

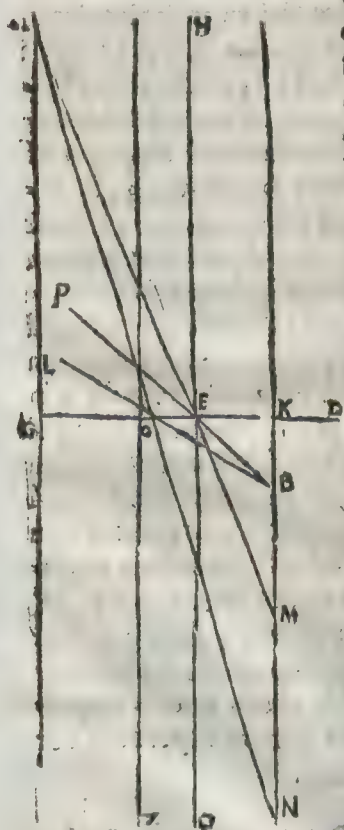
Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni, in quo sit refraction existente linea recta, puncto quoque uiso existente extra perpendicularem ductam à centro uisus per superficiem corporis diafoni rarioris corpore diafono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refraction & unica uidebitur imago.



Remaneat omnis dispositio ut in præcedentibus, nisi quod corpus diafonum in cuius superficie est linea g d, & perpendicularis g c, quod est ex parte uisus a, sit grossioris diafonitatis illo corpore, quod est ex parte b, puncti rei uisæ, & illud quod est ex parte puncti b, sit rarius, & sit linea b k, ducta à puncto rei, per i i. undecimi, perpendicularis super superficiem corporis diafoni. fiatque refra-



tionis est linea b e p, sit autem refractio ad partem perpendicularis e h, per quartam huius, nam corpus quod est ex parte uisus a, est grossioris diafonitatis corpore quod est ad partem ref uisae b, ut patet ex hypothesi, protrahatur itaq; linea a e, ultra punctum e, quousq; concurrat cum linea k b, concurreret autem cum illa per secundam primi huius, secat enim eius aequedistantē lineam h e 3. Secet ergo lineā k b in puncto m. Est itaq; per 14. primi huius, punctus m, locus imaginis formae puncti b, & profundabitur sub puncto b,



rixæ h e & f o, & k b sunt æquedistantes, est ergo angulus l o f, minor angulo p e h, an-  
 gulus itaq; l o a, qui est locus refractionis per corollarium 8, huius, est minor angulo p  
 e h, qui est etiam angulus refractionis, ergo angulus a o f, qui remanet de angulo l o f, su-  
 per angulum refractionis qui est l o a, est maior angulo a e h, qui remanet de angulo p e  
 h super angulum refractionis qui est p e a, p eandē 8, huius, sed angulus a o f, est æqualis an-  
 gulo

superficiem corporis diafoni, fiatq; refra-  
ctio formæ puncti b, ad uisum a, ex pun-  
cto superficiæ illius corporis quod sit e,  
& ducatur lineæ b e & e a protrahaturq;  
linea l e, usq; ad punctum p, ultra superfi-  
ciem corporis in qua est lineæ g f, & a  
puncto refractionis quod est e, ducatur  
linea h e, perpendiculariter super lineam  
g k, cadet ergo lineæ a e, media inter du-  
as lineas a p & e b, nam prima lineæ per  
quam extenditur forma ad locum refra-

locus imaginis formæ puncti b, & profundabitur sub puncto b, ultra situm rei, cuius ipsum habet formam, nam corpus quod est ex parte b, est subtilius illo corpore qd est ex parte uisus a, dico itaq; quod forma puncti b non refrangitur ad uisum a, nisi a solo puncto e, & quod non habet imaginem, nisi in solo puncto m, si enim hoc sit possibile, ut plures habeat imagines q̃ illa quæ est in puncto m, sit ut habeat imaginem in puncto alio qd sit n, erit itaq; punctus n, in linea perpendiculari b k, p 12. huius & infra punctū b p 14. huius, propter corporū diafonorū mediorū propositam diuersitatē, aut igitur erit punctus n, inter duo puncta m & b, aut sub puncto m, sit primo inter duo puncta b & m, ducaturq; linea a n, quæ secabit lineam e k, per 32. primi huius, quia ipsa producta a puncto lateris m e, secat latus k m, uti goni e k m, remotius a puncto a, qd est latus k m, & etiam ideo quia puncta a & b, sunt in eadē superficie, & linea e d est iactēs inter illa puncta. Secet ergo ipsum in puncto o, est itaq; o punctus refractionis, & ducatur linea b o, quæ transeat usq; ad punctū l, & ex puncto o extrahatur linea f o g, perpendiculariter suæ per lineā g o d p 11. primi, linea itaq; b o est illa linea p q̃ linea puncti b, extenditur ad punctū refractionis qd est o, linea q̃q; o a, erit inter duas lineas o l & o f, qm̃ in tali dispositione mediorū diaforit semper sit refractionis ad p̃pendicularē p 4. huius. Si itaq; punctus n, fuerit inter duo puncta m & b, erit p 32. primi huius, punctū o, inter duo puncta e & k, ergo ut in p̃missa p 29. primi huius, angulus o b k, erit minor angulo e b k, qm̃ pars est minor suo toto, sed per 29. primi, angulus l o f, est æqualis angulo o b k, & angulus p e h, est æqualis angulo e b k, ideo quod li-

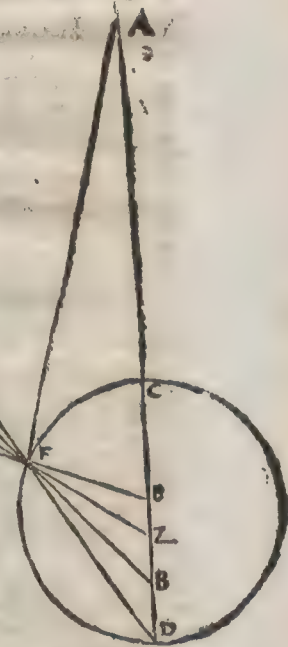
LIBER DECIMVS. 264  
gulo a n k, per 29. primi, & angulus a e h, est æqualis angulo a m k, per eandem 29. primi  
angulus itaq; a n k, est minor angulo a m k, quod est impossibile, & contra 16. primi. Si  
autē punctus n, fuerit infra punctum m, tunc ut prius in proxima huius, deductiōe facta  
punctus e, cadet intra punctum n & k, & erit angulus o b k, maior angulo e b k, per 29.  
primi huius, & quia totū est maius parte, angulus ergo l o f, erit maior angulo p e h, per  
29. primi, ergo angulus l o a, est maior angulo p e a, & angulus a o f est maior angulo a  
e h, per 8. huius, ut prius, ergo angulus a n k, per 29. primi, est maior angulo a m k, quod  
est impossibile, & contra 16. primi, non est ergo imago formæ puncti b, in puncto n, nec  
en aliquo alio puncto lineæ m k b, præter quā in puncto m, quoniam idem impossibile  
taccidit in omnibus datis punctis, ab unico ergo puncto in hac dispositione fiet refractio,  
& unica uisui occurrit imago, patet ergo propositum.

XXII.

XXII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in quo fit refractio existente circulo, punctoq̃ uiso existente in perpendiculari ducta à centro uisus super conuexam superficiem corporis diafoni, formæ rei uisæ à nullo puncto fiet refractio, & una tantum uidebitur imago.  
Sint centrū uisus punctū q̃ sit h. non sicut in corpore diafono

Sit centrū uisus punctū a, sitq; b punctus rei uisæ ultra corpus diafonū grossius illo corpore diafono, quod est circa uisum, & sit superficies illius corporis diaphoni, q; est ex parte b, superficies conuexa illa quæ est ex parte uisus a, sitq; cōmunis sectio superficiēi re fractionis & superficiēi illius corporis diafoni per 69. primi huius, circulus c d e, cuius cē trum sit pūctus 3, & ducatur linea a c 3 d, qui necessario erit perpēdicularis super superficiē em corporis diafoni per 72. primi huius, quoniā transit p punctū 3, centrū eius, sitq; b pū ctus rei uisæ in ppēdiculari linea quæ est a d, tūc itaq; uisus a cōprehēdet formā pūcti b, si ne aliqua refractionē, nā forma quæ extēditur secūdu lineā a d, extēditur recte in corpore diafono quod est ex parte uisus a, p 3. huius, ideo qd linea d a est perpen dicularis super superficiē corporis diafoni quod est ex parte uisus a, cōprehēdet itaq; uisus a, formā puncti b, in suo loco & recte, sed & in hac dispositiōe formā puncti b, nunq; refringitur ad a uisum. Aut enim pū ctus rei uisæ qui est b, erit in centro corporis diafoni quod est 3, aut ex tra illud, si fuerit in centro 3, tunc nulla linea per q; extēditur formā pū cti b, ad circumferentiā circuli c d e, refrangitur ad uisum a, quoniā omnes illæ sunt semidiāmetri perpendiculares super superficiē conue xam corporis diafoni, & quia sola linea 3 a, exit à cētro circuli c d e ad uisum, patet quod formā puncti b, non refrangitur ad uisum a, cū pun ctus b, fuerit in centro 3, quod si punctus b, fuerit in linea c d extra cen trum 3, aut igitur erit in linea d 3, aut in linea 3 c, si sit in linea 3 c, adhuc nulla sui fiet refractionē ad uisum a. Quod si fuerit possibile, esto quod re fringatur ex puncto e, & ducatur linea b e, & protrahatur extra circū lum ad punctum h, & protrahatur linea 3 e, extra circulum ad pūctū p erit itaq; linea 3 p, perpēdicularis super superficiē corporis diafoni quod est ex parte uisus. Cum itaq; corpus diafonum quod est circa ui sum, fuerit rarius corpore diafono, quod est circa rem uisam, & circa punctum b, patet per 4. huius, quod formā puncti b, quando extēditur per lineam b e, refrangitur in puncto e, ad partē cōtrariā illi parti in qua est perpēdicu laris 3 p, non ergo refrangitur tunc formā puncti b, ad uisum a, qd si punctum b, sit in li nea d 3 adhuc non refrangitur formā puncti b, ad uisum a. Si enim hoc est possibile sicut refringatur ex puncto e, & producatu linea b e ad pūctū k, & ptraatur linea 3 e, ad pū ctū p, sitq; ut formā pūcti b refrāgatur ad uisum a, ex pūcto e, per lineam e a, palam itaq; quoniā angulus r e a, est angulus refractionis, & angulus k e p est contentus à linea b e r, per quam extēditur formā puncti b, & à perpēdiculari exeunte a b e, pūcto refractionis sup superficiē corporis diafoni à qua sit refractionē, ergo per correlariū 8, huius angulus





PERSPECTIVAE VITELLIONIS

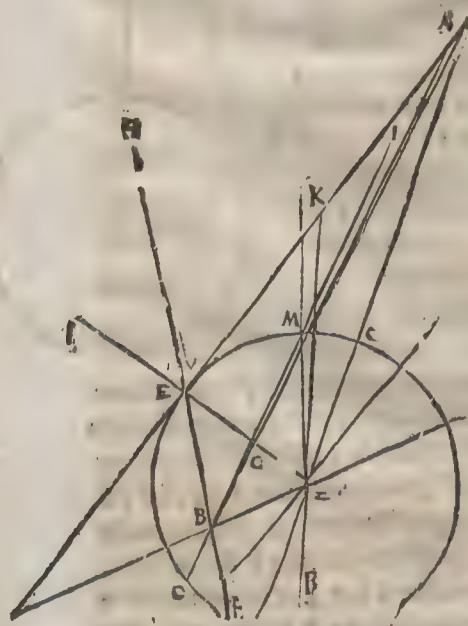
incidentiae qui est  $rea$ , est minor angulo refracto qui est  $rep$ , & linea  $be$  3, aut est minor q̃ linea 3  $e$ , aut aequalis ei, quia punctus  $b$ , aut est inter duo puncta  $d$  & 3, aut in p̃cto  $d$ . Est itaq; per 19. & per 5. primi, angulus  $e b$  3, aut maior angulo  $b e$  3, aut aequalis ei, sed angulus  $a e r$ , per 16. primi, maior est angulo  $e b$  3, ergo & angulus  $b e$  3, & angulus  $rep$  per 15. primi, est aequalis angulo  $b e$  3. Erit ergo angulus  $a e r$ , maior angulo  $rep$ , quod est cōtra praestensa & impossibile, forma ergo puncti  $b$ , non refrangitur ad usum  $a$ , ex puncto  $e$ , sed nec ex alio puncto circuli  $c d e$ , nec ex alia circumferentia alicuius circulo- rum in superficie corporis diafoni, in quo est punctus  $b$  existentiu, ut patet p. 1. huius, palā ergo qm̃ existente p̃cto  $b$ , in linea  $g d$ , nō cōprehenditur forma eius a visu  $a$ , per refracti- onē ex aliquo p̃cto superficie corporis densioris, & non cōprehenditur, nisi solū unum punctū, qm̃ linea perpendicularis super superficiem corporis diafoni densioris nō secat illius corporis superficiē nisi in uno tantū puncto, unica ergo tantū uidetur imago. Simi- liter quoq; demonstrandū si corpus diafonum quod est circa centrum visus p̃ctum  $a$ , fu- erit densius corpore diafono, quod est circa p̃ctū rei uisae, quod est  $b$ , tūc em̃ semper fiat refractionis ad perpendicularē ductā a dato p̃cto refractionis, & nunq̃ fiet ad centrū visus punctū  $a$ , siue punctū rei uisae fuerit in linea  $e$  3, uel in linea 3  $b$ , & sequuntur maiora im- possibilia q̃ prius, & si fuerit in centro 3, patet quod non refrangitur, sed uidetur directe forma eius, & unica est eius imago, patet itaq; propositū secundū omnes eius modos.

XXIII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafo-  
ni in quo fit refractione existente circulo punctoq; uiso iacente extra perpendi-  
cularem ductam à centro uisus super superficiem conuexam corporis diafoni  
grossioris corpore diafono uisum contingente ab uno tantum puncto fiet res  
refractio, & unica uidebitur imago, loco tamen imaginis diuersificato secundū  
diuersitatem loci puncti uisi uel centri uisus.

diuersitatem loci puncti uisi uel centri uisus.

Esto dispositio quæ in proxima pmissa, nisi quod punctus rei uisæ qui est b, sit extra lineam a c d, tamē intra circulū c d e, & quia forma puncti b, nō refrangitur ad uisum a, nisi in circūferentia circuli c d e, quæ est in superficie refractionis, ut patet p i, huius, & ex hypothesi, sitq; illa refractione concauitate corporis diafoni. qd est ex parte uisus continens conuexū corporis diafoni ex parte rei uisæ, sit ut refrangatur ad uisum a, ex puncto e, circuli c d e, dico quod non potest ex alio puncto superficie corporis illius refrangi ad uisum. Sit em, si possibile, ut refrangatur ex puncto alio



circuli e d e, & ex puncto e, qui fit punctus m, & ducantur  
linea b e, a e, b m, a m, 3 e, 3 m, fit quoq; ut linea 3 e, & b  
m, cum sint in superficie circuli c d e, secant se in puncto, qd  
sit g, & producatur linea b e, extra circumulum usq; ad pun-  
ctum h, & linea b m usq; ad punctum n, & linea 3 e, usq; ad  
punctum n, & linea 3 e usq; ad punctum p, & linea 3 m usq; ad  
punctum l, erit itaq; angulus h e p, per 15. primi, æqualis an-  
gulo incidentiæ, qm uterq; illorum est contentus sub linea  
e b, per quã extenditur forma, & sub perpendiculari e p, ex-  
eunte à loco refractionis quæ est e, super superficiem corpo-  
ris, à quo fit refraction, eritq; angulus h e a, angulus refra-  
ctionis, & erit angulus l m n, æqualis angulo incidentiæ  
contentus sub linea n m, per quam extenditur forma, &  
sub perpendiculari l m, exeunte à loco refractionis quæ est  
3 m, & angulus n m a, est angulus refractionis, erit itaque  
angulus h e p, aut æqualis angulo n m l, aut maior aut mi-  
nor, si sit æqualis, tunc per 8. huius, erit angulus h e a, refra-  
ctionis æqualis angulo n m a, qui est similiter angulus refra-  
ctionis, & quoniã uterq; ipsoꝝ cū suo cõpari ualet duos re-  
ctos

263  
 ctos per 13. primi, erit tunc angulus a m b, æqualis angulo a e b, quod pducta linea a b,  
 patet esse impossibile, & contra 21. primi. Si aut angulus h e p, sit minor angulo l m n, e-  
 rit angulus h e a, minor angulo n m a, per 8. huius, erit ergo per 13. primi, angulus a m b  
 minor angulo a e b, quod iterum est contra 21. primi. & impossibile. Si uero angulus h e  
 p, sit maior angulo l m n, extrahatur linea e b, in partem puncti b, ad punctum circumferentiæ  
 qui sit f, & extrahatur linea m b, ultra punctum b, ad punctum circumferentiæ qui sit o, angu-  
 lus itaq; e b m, erit per 54. primi huius, æqualis angulo qui est apud circumferentiam cadēs  
 in arcum æqualem duobus arcibus e m & f o, & cum angulus h e p, ex hypothesi, sit maior  
 angulo n m l, erit angulus 3 e b, per 15. primi, maior angulo n m l, ergo & angulus b m 3  
 per eundem 15. cum ergo angulus 3 e b, sit maior angulo b m 3, erit excessus anguli m 3 e,  
 super angulum e b m, æqualis excessui anguli 3 e b, super angulum b m 3, per 21. primi,  
 cum enim in trigonis e b g & m g 3, anguli intersectiōis ad punctum g, sint æquales, ut patet  
 per 15. primi, & quilibet reliquorum duorum cum suo tertio ualeant duos rectos, patet qd duo an-  
 guli reliqui unius trigoni sunt æquales duobus reliquis angulis alterius trigoni, in quāto  
 ergo angulus 3 e b, est maior angulo b m 3, in tanto angulus m 3 e, est maior angulo e b  
 m, arcus uero respiciens angulum m e 3, cum fuerit apud circumferentiā, erit duplus ad  
 arcum m e, per 19. tertij, & per ultimam sexti. Si ergo angulus m 3 e, fuerit maior angu-  
 lo m b e, tunc arcus m e duplicatus erit maior duobus arcibus m e & f o, & erit excessus  
 arcus a x, duplicatus super duos arcus m e & f o, æqualis excessui arcus m e, super arcum  
 f o, quia arcus m e, utriq; est communis, qd ablato remanet idē excessus, & si uarietur pro-  
 portio Geometrica, nō tamē uariatur pportio Arithmetica, excessus ergo anguli m 3 e,  
 super angulum e b m, est ille qui respicit apud circumferentiā excessus arcus m e, super  
 arcum f o, sed excessus arcus m e, super arcum f o, est minor duobus arcibus m e & f o,  
 quoniam est pars arcus m e, ergo excessus anguli a m e, super angulum m b e, est minor angu-  
 lo m b e, per ultimam sexti, & ut patet ex præmissis, excessus itaq; anguli 3 e b, super angu-  
 lum 3 m b, est minor angulo m b e, ergo ut supra patet p 15. primi, excessus anguli h e p, su-  
 per angulum n m l, est minor angulo m b e, ergo excessus anguli refractionis h e a, super an-  
 gulum refractionis, quæ est n m a, est multo minor angulo m b e, per 8. huius, sed excessus  
 anguli h e a, super angulum n m a, est excessus anguli a m b, super angulum a e b, per 13. primi,  
 excessus itaq; anguli a m b, super angulum a e b, est minor angulo m b e, excessus uero an-  
 guli a m b, super angulum a e b, & duo anguli m a e & m b e, quod patet per 33. primi huius,  
 pducta linea a b, duo itaq; anguli m a e & m b e, sunt minores angulo m b e, totū sua  
 parte, quod est impossibile, forma itaq; puncti b nō refrangitur ad uisum a, ex alio pun-  
 cto circuli c d e, quā ex puncto e, unica ergo habebit imaginē, & hoc est propositum pri-  
 mū. Sed & locus imaginis diuersatur secundū diuersitatē loci in quo est punctum uisum qd  
 est b, producatu enim linea b 3, ultra puncta b & 3, ad utramq; partē trans circuli c d e,  
 quæ autē concurret cum linea e a, aut erit æquedistans ei. Si cōcurrat, tunc concursus aut  
 erit ad partē diametri ad quam est b, propinquior periferiæ ut in puncto k, aut cōcurrēt  
 in puncto aliquo alio ad partem uisus, ut in puncto r, si itaq; concursus fuerit in puncto k  
 tunc per 14. huius, erit imago ante uisum, & erit forma manifeste cōprehensa à uisui, quo-  
 niam est in perpendiculari 3 k, producta à cetro corporis diafoni super superficiē corpo-  
 ris diafoni, qd si concursus fuerit in puncto r, erit imago puncti r, & tunc forma cōprehen-  
 ditur à uisui in eius oppositione, sed non manifeste, quia comprehenditur à uisui extra suū  
 locū, scilicet extra superficiem corporis diafoni inter uisum & illam superficiē. Si uero li-  
 nea b 3, fuerit æquedistans lineæ e a, tūc erit linea b 3, media inter duas lineas h b 3 & b 3  
 r, per 14. primi huius, & tunc imago uidetur indeterminata, & forma comprehenditur in  
 loco refractionis, ut patet per 15. libri huius, & hoc est propositū. Ex his itaq; patet, quod  
 recuius forma cōprehenditur à uisui existente ultra corpus diafonū grossius corpore dia-  
 fono quod est ex parte uisus, nō sit refractione nisi ab uno tantum superficiē illius corpo-  
 ris puncto, & res illa non habet nisi imaginem unicam, neq; comprehenditur nisi unum  
 tantum. Hæc enim refractione est à concauitate totius diafoni, quod est ex parte uisus, cō-  
 uentis conuexum corporis diafoni, quod est ex parte rei uisæ, patet etiam quod secun-



PERSPECTIVÆ VITELLIONIS  
dum diuersitatem situationis puncti a, qui est centrum uisus, fit diuersitas locorum ima-  
ginum formæ puncti b, non transmutati secundum situm, quoniam eadem est huius cum  
præmissis modo alio declaratio, nisi quod tunc puncta refractionum diuersificantur.

XXIII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni  
in quo sit refractione existente circulo punctoq; uiso iacente extra perpendicular  
larem ductam à centro uisus super superficiem corporis diafoni rarioris dia  
fono uisum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractione, & unica refra  
cta uidebitur imago, loco tantum imaginis diuersificato secundum diuersitas  
tem loci puncti uisi uel centri uisus.

tem loci puncti uisi uel centri uisus.

Esto omnis dispositio, ut in præcedente, nisi quod punctum b, nunc ponimus esse centrum uisus, & punctum a, punctum rei uisæ, refrangatur itaq; forma puncti a, ad uisum b, à puncto e, & erit linea refractionis a e b, forma itaq; extentensa per lineam a e, refrangitur per lineam e b, sicut in præcedenti propositione forma extentensa per lineam e b, refrangitur per lineam e a. Si itaq; forma puncti a, refrangitur ad uisum b, ex alio puncto circuli c d e, quàm ex puncto e, tunc utiq; forma puncti b, refrangitur ad uisum a, ex eodẽ puncto, ut ostensum est in 9, huius, sed iam in præcedenti declaratum est hoc esse impossibile, forma enim extensa per lineam b e, & refracta per lineam e a, per præcedentẽ proximam, non potest refrangi ad uisum existentem in puncto a, ab alio puncto circuli c d e, neq; ex alio puncto superficiẽ corporis diaconi, quoniã in superficie refractionis solus cadit ille circulus, non ergo refrangetur forma puncti a, ad uisum existentẽ in puncto b, ex alio puncto circuli c d e, nisi ex puncto e, & unica tantum uidebitur imago, de diuersitate quoq; locorum imaginum est idem, sicut in præmissa declarandum, patet ergo propositum.

X X V

XXV.

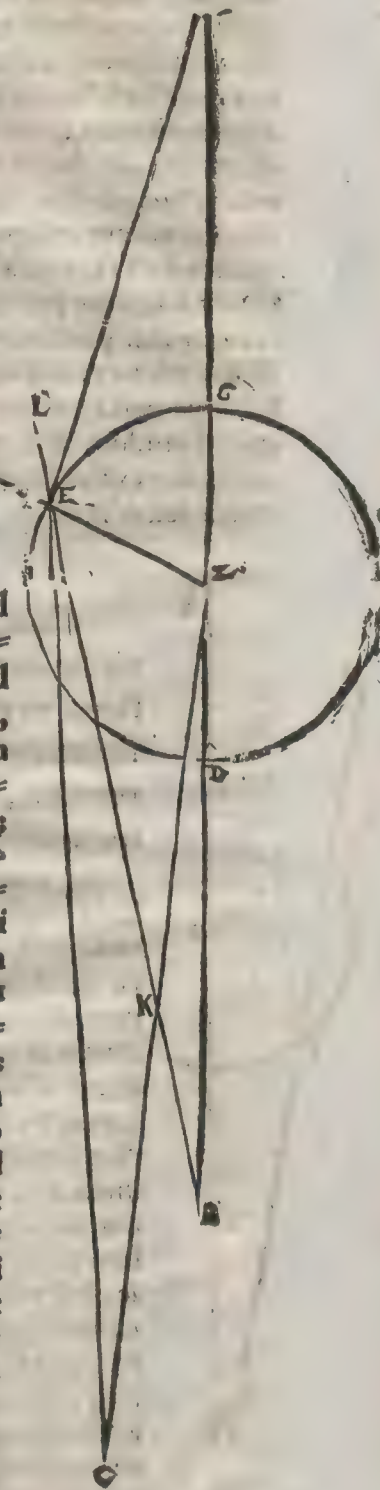
x x v.

Cum superficies sphaerica conuexa corporis diafoni densioris aere fuerit opposita uisui existenti extra circulorum communis sectionis superficie refractiois & corporis sphaerici diafoni densioris, possibile est lineam rectam tantummodo sustinere, ut aliquis ipsius punctus directe & diuersa puncta eiusdem lineae uideantur refracte, totaque forma illius lineae refrangatur a portione superficiei corporis illius terminata circulo non magno, & locus imaginis suae sit in centro uisus.

tro uisus.

Esto cōmunis sectio superficiēi refractionis & corporis sphaerici conuexi desoris dia-  
foni q̄ est aer, circulus g e d, cuius centrum sit 3, ducaturq; semidiameter 3 e, super cuius  
terminū e, fiat per 23. primi, angulus 3 e k, aequalis máximo angulo incidentiæ quem cō-  
tinet linea extensionis formæ puncti rei existentis sub illo diafono ad uisum existentem  
extra illud diafonū in aere, uel in alio diafono rariori cum linea perpendiculari ducta à  
puncto e, super superficiē illius corporis, in qua sit refractionis, fiatq; angulus k e c, per ean-  
dem 23. primi, aequalis medietati maximi anguli refractionis, qui potest fieri inter corpo-  
ra diafona quæcumq; data, ut inter aquam & aerem, uel econuerso, hoc autem est possi-  
bile, quoniam omnes isti anguli per 8. huius, sunt noti, & à puncto 3, centro corporis gros-  
sioris ducatur linea æquedistans lineæ e t, per 31. primi, quæ pducta ex utraq; ad circums-  
ferentiam sit g 3 d, & linea e 3, ex parte puncti e, protrahatur extra corpus illud usq; ad  
h punctum, cum itaq; ut patet ex præmissis, proportio anguli 3 e k, ad duplum anguli k  
e c, sit maxima proportio, qm̄ angulus incidentiæ quē continet linea per quā extenditur for-  
ma puncti rei uisæ ad superficiē corporis, à qua refrangitur, cū linea ppendiculari à pūcto  
refractionis sup̄ superficiē illius corporiseducta possit habere ad angulum refractionis,  
quē exigit ille angulus incidentiæ quo ad sensum, anguli em̄ refractionis, qui sunt inter  
duo corpora diuersæ diafonitatis à luce transeunte per illa corpora diuersantur, quo-  
rum diuersitas quo ad sensum, habet finem, quem si angulus excesserit, tunc sensus non  
comprehen-

comprehendet quantitatem refractionis, comprehendet enim directe centrum lucis trans-  
seuntis per illa duo corpora in rectitudine lineæ per quam extenditur, & hoc plenius ex-  
periri potest per instrumentum, quod superius usi sumus, & quoniam, ut patet ex præ-  
missis, angulus  $e$   $3$   $d$ , est maior angulo  $k$   $e$   $t$ , ponatur ergo angu-  
lus  $d$   $3$   $t$ , æqualis angulo  $k$   $e$   $t$ , per 27. primi huius, quia itaq; li-  
nea  $e$   $k$ , concurrat cum linea  $e$   $t$ , patet per secundam primi huius,  
quia concurrat cum linea  $a$   $d$ , eius æquedistante. Sic ut con-  
currat in puncto  $b$ . Similiter quoq; linea  $3$   $t$ , concurret cum li-  
nea  $e$   $t$ , sit ut concurrat in puncto  $t$ , & quia linea  $e$   $b$  &  $3$   $e$ , sunt  
inter duas lineas æquedistantes, & in eadem superficie, patet  
quod ipsæ se interfecant, sit punctus sectionis  $k$ , eritq; per 32.  
primi, angulus  $3$   $k$   $e$ , æqualis duobus angulis  $k$   $3$   $b$  &  $k$   $b$   $3$ , sed  
angulus  $k$   $b$   $3$ , est per 29. primi, æqualis angulo  $k$   $e$   $t$ , angulus  
ergo  $3$   $k$   $e$ , est æqualis duplo anguli  $k$   $e$   $t$ , ergo per septimā quin-  
ti, erit proportio anguli  $3$   $k$   $e$ , ad angulum  $3$   $k$   $e$ , maxima pro-  
portio, quæ est possibilis inueniri inter angulum incidentiæ,  
quem continet linea per quam extenditur forma & perpendi-  
cularis inter angulum refractionis, quem exigit ille angulus in-  
cidentiæ. Item à puncto  $e$ , per 31. primi, ducatur linea æquedi-  
stans lineæ  $t$   $3$ , quæ per secundam primi huius, concurret cum  
linea  $3$   $g$ , uersus punctum  $g$ , sit itaq; punctus concursus  $a$ , & ex-  
trahatur linea  $b$   $e$ , extra circumulum  $g$   $e$   $d$ , usq; ad punctum  $b$ , erit  
ergo angulus  $l$   $e$   $a$ , æqualis angulo  $3$   $k$   $e$ , per 29. primi, & angulus  $l$   
 $e$   $h$ , æqualis est angulo  $3$   $e$   $k$ , p. 15. primi. Erit ergo ut patet ex præ-  
missis, angulus  $l$   $e$   $a$ , angulus ille refractionis quem exigit angulus  $l$   
 $e$   $h$ , quoniam per 15. primi, angulus  $l$   $e$   $h$ , est æqualis angulo  $3$   $e$   $k$ ,  
qui acceptus est talis, ut proponitur. Si itaq; centrum uisus fuerit in  
puncto aliquo scilicet puncto aeris, & corpus diafoni densius æ-  
re, cuius conuexum est ex parte uisus  $a$ , fuerit continuatum usq;  
ad punctum  $b$ , & non fuerit distinctū apud circumulum  $g$   $e$   $d$ , ex par-  
te  $b$ , ita ut diuersitas alterius diafoni non impediatur naturam refra-  
ctionis, tunc forma puncti  $b$ , extenditur per lineam  $b$   $e$ , & refrangi-  
tur per lineam  $e$   $a$  & comprehenditur à uisu in puncto  $a$ , per lineam  
 $e$   $a$ , & quoniam angulus refractionis, qui est  $a$   $e$   $h$ , potest diuidi plu-  
ribus portionibus earum quæ possunt esse inter angulos refractionis  
& angulos incidentiæ, quos continent ductæ perpendiculares  
cum lineis per quas incidunt formæ corporibus diafonis à quarum  
superficie refranguntur. In linea itaq;  $d$   $b$ , erunt plura puncta quo-  
rum formæ extenduntur ad arcum  $g$   $e$ , & refranguntur ab illo ad  
uisum  $a$ . & forma totius lineæ  $d$   $b$ , in qua sunt omnia illa puncta, re-  
franguntur ad uisum  $a$ , ex arcu  $g$   $e$ . Si itaq; figatur linea  $a$   $g$   $b$ , & re-  
soluatur trigonum  $a$   $e$   $b$ , in circuitu lineæ  $a$   $b$  fixæ, & pars superfici-  
ei corporis diafoni, quæ est ex parte rei uisæ fuerit spherica, tunc  
punctum  $e$ , quod est punctum refractionis signabit motu suo in su-  
perficie corporis spherica conuexa circumulum ex parte uisus  $a$ , à quo  
tota refrangetur forma puncti  $b$ , ad uisum  $a$ , sed locus imaginis in  
tota periferia circuli refractionis erit unus, quoniam ut patet per  
14. huius, locus imaginis est centrum uisus, in quo concurret linea  
extensionis formæ quæ est  $e$   $a$ , & perpendicularis  $b$   $3$   $a$ . Similiterq;  
formæ omnium punctorum lineæ  $d$   $b$ , excepto puncto  $d$ , refranguntur ab aliquo pun-  
cto arcus  $e$   $g$ , secundum quod præmissum est, & locus imaginis omnium illorum pun-  
ctorum semper erit in centro uisus, & sic tota imago illius rei uisæ est una, comprehens



88 2

ditur

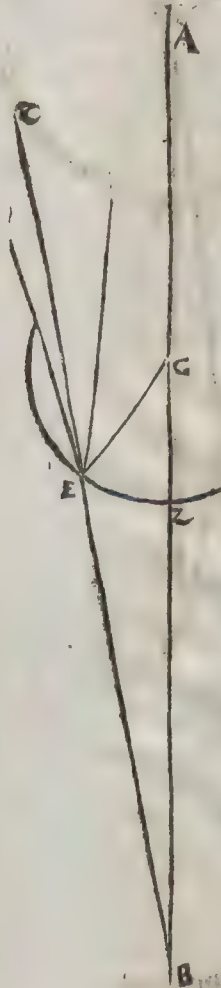


dicitur itaq; forma huius rei uisæ ab ipso uisu formæ circularis apud circulum refractionis, & unicus eius punctus superior, tunc punctum d, uidetur in rectitudine perpendicularis transeuntis per centrum uisus & rem uisam. Cum ergo centrum uisus fuerit in uno corpore diafono, & res uisæ fuerit in alio diafono densiori, & superficies corporis diafoni densioris, quæ est ex parte uisus fuerit spherica conuexa, fueritq; uisus extra circulum, cuius conuexum est ex parte uisus, fueritq; ille circulus remotior a uisu, quam punctum remotius formæ, cuius sit refractionis, ut est in proposito punctum b, distans fuerit a duobus punctis sectionis factæ inter perpendiculares & circumferentiam, & cum corpus diafonum densius, quod est a parte rei uisæ fuerit totum continuum usq; ad locum, in quo est res uisæ, nec fuerit in aliquo puncto medium inter eorum, tunc uisus comprehendet formam illius rei uisæ, & uere & refractæ, & locus imaginis illius rei erit in centro uisus, uidebitur autem in superficie uisus, quod est propositum. Si uero sic accadat, ut perpendicularis ducta a re uisæ super superficiem corporis, a qua sit refractionis, æquedistat alicui illarum linearum per quas forma peruenit ad uisum, & alicui non, possibile erit, ut forma rei uideatur partim in superficie corporis a quo sit refractionis, & partim in superficie uisus & hoc erit ut monstruosum, huiusmodi quoq; infinita accidunt secundum diuersitatem linearum perpendicularium respectu linearum extensionis ipsius formæ, eodem quoq; modo demonstrandum est, si punctus rei uisæ fuerit in diafono rariore, & centrum uisus in diafono densiori, disposita figura secundum dispositionem illorum angulorum, quæ tali pertinent refractionem.

XXVI.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diaconi, in quo fit refractione existente circulo punctoq; rei uisæ existente in perpendiculari ducta à centro uisus super concauam superficiem corporis diaconi oppositam uisui forma rei uisæ recte occurreret uisui, & à nullo puncto fiet refractione, una quoq; tantum uidebitur imago.

tur imago.  
Sic a centrum uisus, & sit b punctus rei uisæ ultra corpus diafonum, quod sit exempli causa, grossius illo in quo est centrum uisus a, sitq; corpus grossius ris superficies quæ est ex parte uisus sphaerica concaua, cuius sit centrum g, dico quod punctus a & b, existentibus in una linea perpendiculari super superficiem illius corporis concaui, tunc b punctus rei uisæ unam solam habebit imaginem, & unam tantum formam apud centrum uisus a, ducatur enim linea a g & extrahatur recte usq; ad punctum 3. Erit ergo per 72. primi huius, linea a 3, perpendicularis super superficiem concauam corporis diafoni. Sitq; punctus b in linea a 3, uisus itaq; a, comprehendet formam puncti b, in rectitudine lineæ a b, quoniam linea a b, est perpendicularis super concauam superficiem illius corporis. quod est diafonum grossius, neq; ab aliquo puncto ipsam poterit comprehendere refractam. Cuius contrarium si detur esse possibile. Esto ut forma puncti b, refrangatur ad a, uisum à puncto corporis e, & ducantur lineæ b e & g e, eritq; linea g e perpendicularis super superficiem corporis à qua fit refraction, & extrahatur linea b e, usq; ad punctum t, angulus itaq; t e g, est angulus incidentiæ contentus à linea per quam extenditur forma, à linea perpendiculari exeunte à loco refractionis super superficiem corporis, à qua fit refraction, & quia corpus quod est ex parte uisus a, subtilius est illo qd est ex parte rei uisæ in qua est punctum b, palam per quartam huius, quoniam erit refraction ad partem contrariam illi parti in qua est perpendicularis quæ e g, & linea e t, non concurrit cum linea b a aliquo modo, forma ergo puncti b, non refrangitur ad uisum a, non ergo comprehendet uisus ipsam refractæ sed solum recte.



LIBER DECIMVS. 267  
 de, non ergo habebit apud uisum a, punctum b, nisi unam solam formam, & unam ima-  
 ginem. Si uero corpus in quo est res uisa, fuerit rarius corpore in quo est centrū uisus,  
 ad huc eadem est demonstratio, nec enim ad huc peruenit refractio ad cētrum uisus, pa-  
 tet ergo propositum.

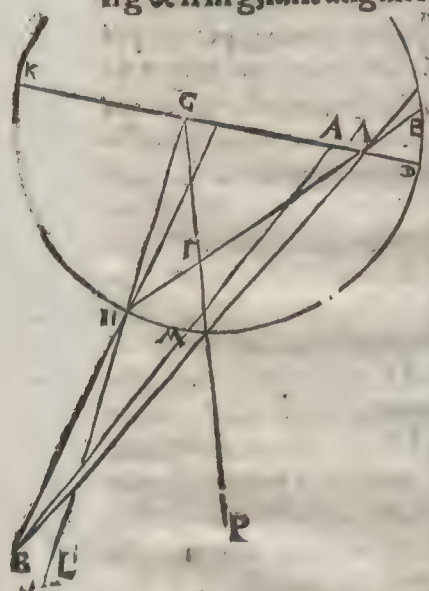
XXVII.

xxvii.  
Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafo-  
ni, in quo fit refractione existente circulo punctoq; uiso iacente extra perpendi-  
cularem ductam à centro uisus super superficiem concauam oppositam uisui  
grossioris corporis diafono contingente uisum ab uno tantum puncto fieri re-  
fractione, & unica refracta uidebitur imago, loco imaginis diuersificato secun-  
dum diuersitatem loci puncti uisi.

Esto dispositio quæ in præcedenti, & sit punctus  $b$ , extra lineam  $a z$ , & quoniã ut patet  
 per secundam huius, omnis superficies refractionis perpendicularis est super superficiem  
 corporis, à quo fit refractionis, sit per 69. primi huius, communis sectio superficiem refra-  
 ctionis, & superficiem concavæ corporis diaconi à quo fit refractionis circulus  $h d k$ , cuius  
 centrum sit  $g$ , & sit punctus refractionis formæ puncti  $b$ , ad uisum  $a$ , punctum  $h$ , dico  
 quod non fiet refractionis formæ puncti  $b$ , ad uisum  $a$ , ex alio puncto circuli  $h d k$ , quàm ex  
 puncto  $h$ . Si enim hoc sit possibile, sit idem aliud punctum refractionis  $m$ , & ducantur  
 lineæ  $a h, b h, g h, a m, b m, g m$ , secetq; lineæ  $h a$ , lineam  $m g$  in puncto  $f$ , & protrahatur li-  
 nea  $b h$ , intra corpus diaconi reliquæ ad punctum  $c$ , & lineæ  $b m$ , ad punctum  $n$ , & lineæ  
 $g h$ , ad punctum  $l$ , & lineæ  $g m$  ad punctum  $p$ , secet lineæ  $a g$ , protracta ultra punctum  $g$ , cir-  
 cumferentiam circuli in puncto  $k$ , aut igitur centrū uisus  $a$ , erit in lineæ  $k d$ , quæ est dia-  
 meter circuli, aut extra illam ultra punctum  $k$ . Si uisus  $a$  fuerit in lineæ  $k d$ , tunc aut erit  
 in centro  $g$  aut in altera duarū linearum  $g k$  uel  $g d$ , si ergo fuerit  $a$  centrum uisus in cen-  
 tro  $g$ , tunc forma puncti  $b$ , non refrangetur ad uisum  $a$ , per præmissam proximam pro-  
 positionem, lineæ enim continuantes corpus diaconi sphericū cum centro  $g$ , per 72. pri-  
 mi huius, sunt perpendiculares super superficiem corporis quod est ex parte uisus, non fi-  
 at autem aliqua reflexio formarū incidentium secundum lineas perpendiculares, ut ibi  
 ostensum est, forma itaq; puncti  $b$ , non refrangitur ad uisum  $a$ , in centro corporis diaco-  
 ni existente. Quod si uisus  $a$ , fuerit in lineæ  $g d$ , tūc lineæ  $h c$ , erit inter duas lineas  $h a$  &  $h$   
 $g$ , & similiter lineæ  $n m$ , erit inter duas lineas  $m a$  &  $m g$ , quoniam per 4. huius, & ex hy-  
 pothesi refractionis sit ad partem contrariam parti ambarum perpendiculārium quæ sunt  
 $h g$  &  $m g$ , corpus enim diaconum quod est ex parte uisus  $a$ , est subtilius illo corpore dia-  
 cono quod est ex parte rei uisæ. Si autem lineæ  $h c$ , fuerit inter duas lineas  $h a$  &  $h g$ , & a  
 centrum uisus fuerit in lineæ  $g d$ , tunc angulus  $b h a$ , erit ex parte puncti  $d$ , scilicet respici-  
 ens punctum  $d$ , & similiter angulus  $b m a$ , erit ex parte puncti  $d$ , & erit punctum  $b$ , ul-  
 tra lineam  $g h$ , uersus punctum  $k$ , quod patet per 15. primi. Si enim lineæ  $h c$ , cadit inter  
 lineas  $h a$  &  $h g$ , tunc oportet quod lineæ  $h b$ , cadat inter lineas  $h l$  &  $g k$ , & erit angulus  $o$   
 $h g$ , angulus incidentiæ contentus à lineæ per quam extenditur forma, & à perpendiculari  
 $h g$ , & similiter erit angulus  $n m g$ , angulus incidentiæ, & erit angulus  $c h a$ , angulus  
 refractionis, & similiter angulus  $n m a$ , angulus uero  $n m g$ , aut erit æqualis angulo  $c h$   
 $g$ , aut maior aut minor, si æquales, ergo & angulus  $n m a$  erit æqualis angulo  $c h a$ , per  
 8. huius, & angulus  $b m a$ , erit æqualis angulo  $b h a$ , per 13. primi, hoc autem impossibile,  
 & contra 33. primi huius, & 21. primi, ut patet ducta lineæ  $b a$ . Si autem angulus  $n m g$ ,  
 sit maior angulo  $c h g$ , erit quoq; per 8. huius, angulus  $n m a$  maior angulo  $c h a$ , & sic  
 angulus  $b m a$  erit minor angulo  $b h a$ , quod est iterū impossibile, ut prius, quod si angu-  
 lus  $n m g$ , sit minor angulo  $c h g$ , tunc angulus  $n m a$ , per octauam huius, erit minor an-  
 gulo  $c h a$ , & sic totus angulus refractus, qui est  $a m g$ , erit minor toto angulo refracto,  
 qui est  $a b g$ , & erit diminutio anguli refractionis, qui est  $n m a$ , ab angulo refractionis  
 qui est  $c b a$ , minor quàm diminutio anguli  $a m g$ , ab angulo  $a h g$ , qui ambo sunt angu-



li refracti, in maiori enim quantitate, & si quādoq; in eadē proportionē excedit angulus refractus maior minorem, q̄ illorum angulorum refractionis maior minorem, ut patet per 8. huius, & ex tabulis. Si diminutio anguli a m g, ab angulo a h g est aequalis diminutioni anguli h g m, ab angulo h a m, ideo quia duo anguli compositi, qui sunt ad punctū f, punctum scilicet sectionis linearū k a & m g sunt aequales, per 15. primi, & reliqui duo anguli trigonorum g f h & a f m, cuiuslibet cum suo tertio ualent duos rectos, per 31. primi. Diminutio itaq; anguli refractionis, qui n m a ab angulo refractionis a h c est minor quā diminutio anguli h g m ab angulo h a m. Educantur itaq; duae lineae h a & m a, ad circumferentiam circuli, & incidat linea a h puncto e, & linea m a puncto o, erit ergo angulus h a m, ille angulus quem respiciunt in circumferentia circuli h d k, duo arcus h m & o e, per 54. primi huius, & angulum h g m, respicit in circumferentia arcus h m, duplicatus per 19. tertij, & quoniam angulus h m g est minor angulo h a m, ideo quia ut patet ex praemissis, angulus a h g est maior angulo a m g, patet per ultimam sexti, quia arcus duplicatus h m est minor duobus arcibus h m & o, & erit diminutio arcus duplicati h m, a duobus arcibus h m & o, diminutio arcus h m ab arcu e o, quoniam arcus h m, utrobique est cōmunis, ergo diminutio anguli n m a ab angulo ch a, erit minor angulo quē respicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o, sed angulus quem respicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o, est minor angulo h a m, ut patet ex praemissis, ergo diminutio anguli n m a ab angulo ch a, erit minor angulo h a m, ergo per 13. primi, excessus anguli b m a super angulum b h a, est minor angulo h a m, sed excessus anguli b m a super angulum b h a, per 33. primi huius, sunt duo anguli h a m & h b m, ergo illi duo anguli sunt minores angulo h a m, totum sua parte, quod est impossibile. Quod si centrum uisus a, fuerit in linea g k, tunc sicut prius ostensum est, linea h c, erit inter duas lineas h g & h a, & linea m n, erit inter duas lineas m g & m a, erit ergo angulus b h a, ex parte puncti k, & similiter angulus b m a, erit ex parte puncti k, & erit punctum rei uisae quod est b, infra lineam g m p, ex parte d, & item ut prius anguli c h g & n m g, sunt anguli incidentiae contenti a lineis per quas extenditur forma & a perpendicularibus exeuntibus a punctis refractionis, & anguli ch a, & e a h, & n a m, sunt anguli refractionis. Si itaq; angulus c h g fuerit aequalis angulo n m g, tunc erit ut prius per octauā huius, angulus c h a aequalis angulo n m a, & sic item per 13. primi, angulus b h a, erit aequalis angulo b m a, quod est impossibile, & contra 21. primi, ducta linea b a, ut supra. Si uero angulus c h g, est maior angulo n m g, tunc per octauā huius, angulus c h a, erit maior angulo n m a, & sic iterum, angulus b h a, erit minor angulo b m a, quod est impossibile, ut supra, quod si angulus c h g fuerit minor angulo n m g, tunc angulus ch a, erit maior angulo n m a, & sic totus angulus g h a, erit minor tali angulo g m a, eritq; tunc modo praestens angulus h g m minor angulo h a m, ergo diminutio anguli h g m ab angulo h a m, erit minor quā angulus g m a, & diminutio anguli c h a ab angulo n m a, est minor quā diminutio anguli g h a, ab angulo g m a, est ergo minor quā diminutio anguli h g m, ab angulo h a m, ergo diminutio anguli ch a, ab angulo n m a, est minor q̄ angulus g m a, sed diminutio anguli c h a ab angulo n m a, est excessus anguli b h a super angulum b m a, excessus uero anguli b h a super angulum b m a, sunt duo anguli h a m & h b m, per 33. primi huius, ergo isti duo anguli simul sumpti sunt minores angulo h a m, totū sua parte quod est possibile. Si uero centrū uisus a, fuerit extra diametrum k d, hoc erit ad partem k, quae respicit partem concavam superficiei sphaerae diafonae, quoniam ad partem z, est conuexitas sphaerae corporis diafoni, a cuius superficiei sit refractionis. Sit itaq; tunc corpus diafonū in quo est centrum uisus a, fuerit continuū ad uisum a, ducantur duae lineae a h & a m, & quoniam illae lineae non sunt contingentes



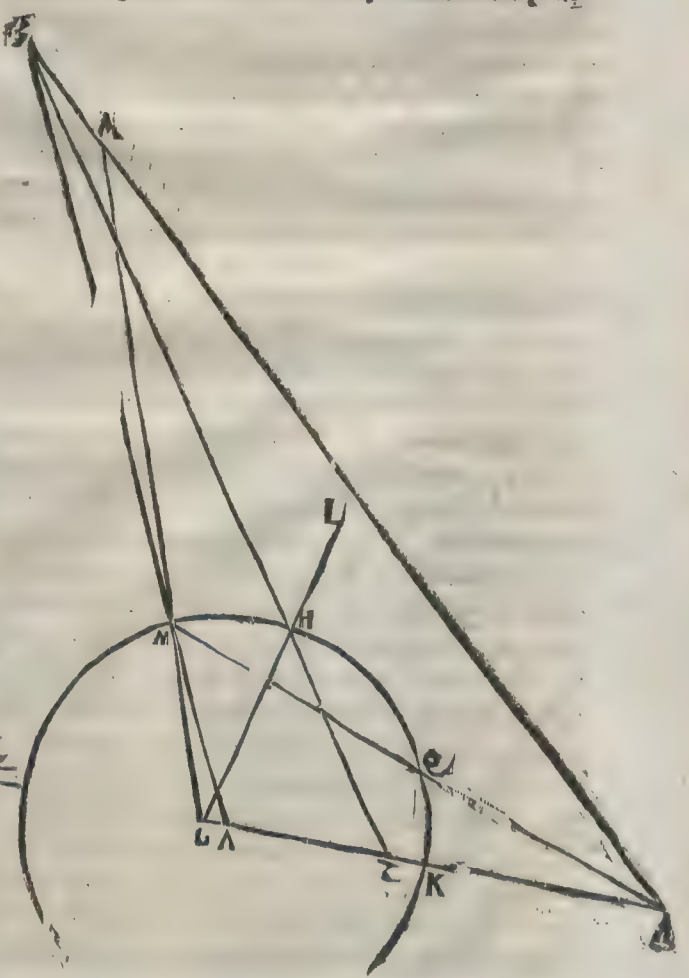
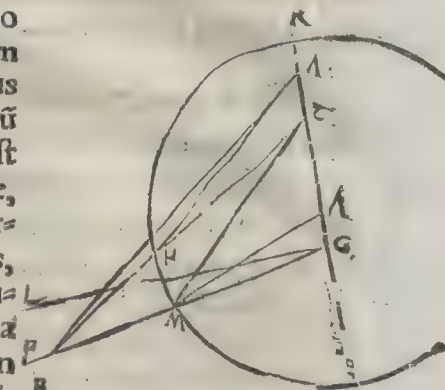
circulum d m k, palam per 57. primi huius, quoniam circulum secabunt, secetq; ipsum lineam a h in puncto q, & linea a m in puncto r, & producantur aliae lineae ut prius. Si itaq; angulus c h g fuerit aequalis angulo n m g, tunc angulus b h a est aequalis angulo b m a, quod est impossibile, ut prius, & si angulus c h g fuerit maior angulo n m g, & angulus c h a erit maior angulo n m a, erit ergo per 13. primi, angulus b h a minor angulo b m, q̄d item est impossibile, ut supra. Si uero angulus c h g fuerit minor angulo n m g, erit angulus ch a minor angulo n m a, & totus angulus g h a minor toto angulo d m a, ergo ut prius, erit angulus h g m minor angulo h a m, sed angulus h g m, est ille quem apud circumferentiam respicit arcus h m duplicatus, & angulus h a m, est ille angulus quem respicit in circumferentia excessus arcus h m super arcum r q, ut patet per 55. primi huius, ergo arcus h m, duplicatus est minor excessu arcus h m super arcum r q, quod est impossibile, quoniam sic sequitur totum esse minus sua parte, ubicunq; erit secundum hypothesein praemissam sit punctum rei uisibilis, quod est b, extra perpendicularem ductam a centro uisus a, super superficiem corporis diafoni suppositi uisui, patet quia imago formae puncti b, non refrangitur ad uisum a, nisi ab uno tantum puncto, & erit una tantum imago refracta, diuersificabitur quoq; locus imaginis semper secundum diuersitatem concursus perpendicularis ductae a puncto b, rei uisae super superficiem corporis diafoni, a quo fit refractionis, cum linea per quam extenditur forma ad centrum uisus a, eritq; locus imaginis quandoq; retro uisum, quandoq; ante uisum, quādoq; in centro uisus, & si illas lineas contingat fieri aequidistantes, ut non concurrant, erit locus imaginis in puncto refractionis, scilicet in super-

ficie corporis a qua fit refractionis, ut haec omnia declarata sunt per 15. huius, patet ergo propositum.

## XXVIII.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni in quo fit refractionis existente circulo punctoq; rei uisae iacente extra perpendicularem ductam a centro uisus super concavam superficiem oppositam uisui corporis rarioris diafono continente uisum ab uno tantum puncto fiet refractionis, & unica refracta uidebitur imago.

Remaneat omnis dispositio proximae praecedentis, nisi quod punctum b, sit centrum uisus, & a sit punctum rei uisae, refrangatur itaq; forma puncti a, a puncto superficiei corporis diafoni quod est h, & erit linea refracta quae a h b, forma itaq; extensa per lineam a h, refrangatur per lineam h b, sicut in praecedenti figuratone forma extensa per lineam h a, si itaq; forma puncti a, refrangitur ad uisum b, ex alio puncto circuli





circuli h d k, quam ex puncto h, tunc utiq; forma puncti b, refrangetur ad uisum existentem in puncto a, ex eodem puncto, ut patet per 9. huius. Sed iam in precedenti declaratu est, hoc esse impossibile, forma enim extensa per lineam b h, & refracta per lineam h a, non potest refrangi ad uisum in punctum h, ab alio puncto circuli h d k, quam ex puncto h, neq; ex aliquo alio puncto superficiei corporis diafoni, quoniam in superficie refractionis solus cadit ille circulus, non ergo refrangitur forma puncti a, ad uisum existentem in puncto b, ex alio puncto circuli h d k, nisi ex puncto h, & unica tantum uidebitur imago, & hoc est propositum.

XXXIX.

Concaua superficiei corporis diafoni densioris aere uisui opposita possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis eius punctus directe, & diuersa puncta eiusdem lineae uideantur refracte, totaq; forma illius lineae refrangatur a portione superficiei illius corporis & locus imaginis suae sit in centro uisus.

Esto per modum 23. huius, communis sectio superficiei refractionis, & corporis sphaerici concaui densioris aere, ut uitri uel cristalli per 72. primi huius, circulus g e d, cuius centrum sit punctum z, ducaturq; semidiameter z e, super cuius terminum punctum e, fiat per 23. primi, angulus z e k, aequalis maximo angulo incidentiae quem continet linea extensionis formae puncti rei existentis sub illo diafono ad uisum existentem extra illud diafonum in aere, uel in alio diaphono rariore, cum linea perpendiculari ducta a puncto e, super superficiem illius corporis in qua sit refraction, fiatq; angulus k e c, per eandem 23. primi, aequalis medietati maximi anguli refractionis, qui potest fieri inter illa corpora diafona quaecumq; data, ut exempli causa inter uitrum concauum & aerem, hoc autem est possibile, quoniam isti anguli per octauam huius, sunt noti, & a puncto z, centri corporis concaui uitri uel cristallini, ducatur linea aequedistans lineae e c, per 31. primi, quae producta ex utraque parte ad circumferentiam sit g z d, & linea e z, ex parte puncti e, protrahatur extra corpus illud usq; ad punctum h, & sit completa totali figuratone & demonstratone 23. huius, patet quod concaua superficiei corporis diafoni densioris aere uisui opposita possibile est lineam rectam taliter sisti, ut aliquis eius punctus uideatur directe, & diuersa puncta eiusdem lineae uideantur refracte, totaq; forma illius lineae refrangitur ab una portione superficiei illius corporis concaui uitri uel cristallini terminata ad circulum non magnum illius sphaerae, & quoniam punctus d, uideatur secundum perpendicularem a d sine refractione, omnium uero aliorum punctorum lineae d b, formae refrangentur, perpendiculares & omnium illorum punctorum sunt in linea b a, concurrentes cum lineis per quas ueniunt formae ad uisum in ipso centro uisus puncto a, patet itaq; propositum per 14. huius. Ex praemissis itaq; octo theorematibus patent passionem occurrentes uisui propter medium secundum diafoni in quo res est uisa, cuius figura est sphaerica, siue sit conuexa, siue concaua, & quandoque corpore secundi diafoni existente figurae columnaris uel pyramidalis communis sectio superficiei refractionis est linea recta, tunc omnino uniformis passio accidit uisui per illa, & sicut accidit per corpora alia diafona planarum superficierum, quarum communis sectio & superficiei refractionis est linea recta, est eodem modo demonstrandum. Quando uero illa communis sectio est circulus, tunc accidunt ea in corporibus diafoni columnaribus quae accidunt in corporibus sphaericis concauis uel conuexis, praeter haec quod a circumferentia unius circuli superficiei corporis secundi diafoni non potest in talibus corporibus fieri refraction ad uisum, sicut ostendimus in 23. huius, a corporibus sphaericis conuexis fieri, in corporibus uero pyramidalibus diafoni concauis uel conuexis non potest communis sectio superficiei refractionis & superficiei unius corporis esse circulus, sicut ostensum est in superficibus reflexionum, per 27. & per 9. huius, & quoniam etiam omnes superficies refractionum erectae sunt super superficies corporum, a quibus sit refraction, ut patet per secundam huius, unde istae passionem non pertinent ad illa, quod si communis sectio superficiei corporis diafoni, & superficiei refractionis in corporibus columnaribus uel pyramidalibus diafoni fuerit sectio oxigonia, ab uno tantum

tantum puncto fiet refraction, sicut nunc ostendimus in circulis uel conuexis uel concauis, & imago formae rei uisae quandoque uidebitur intra corpus diafonum, quandoque inter uisum & corpus diafonum, quandoque in superficie corporis diafoni, quandoque in superficie ipsius uisus, sicut accidit lineam perpendicularem ductam a puncto rei uisae super superficiem corporis diafoni concurrere uel aequedistare lineae extensionis ipsius formae quam forma peruenit ad uisum, unde non diximus talibus amplius immorandum.

XXX.

Superficiebus corporum diafonorum oppositorum uisui diuersarum figurarum uel ipsis corporibus diuersae diafonitatis existentibus, loca imaginum formarum trans illa corpora uisarum diuersantur, & occurrunt uisui formae monstruosae & imagines numeratae.

Ex praemissis enim patet, quod in corporibus diafoni quae sunt unius figurae & substantiae, una tantum occurrit uisui imago omnium corporum, quorum formae trans illa corpora diafona se multiplicant ad uisum. Si uero corpus diafonum per quod sit uisio fuerit superficiei compositae ex diuersis figuris, ut forte ex plana & sphaerica, & ex sphaerica & columnari, tunc cum superficies opposita uisui fuerit diuersa ex diuersis figuris composita, & natura perpendicularium & linearum extensionis formarum secundum diuersitatem figurarum ipsarum diuersificetur, tunc patet per 15. huius, quod loca imaginum formarum uisarum diuersantur, & fortasse diuersa erunt puncta refractionum formae eiusdem puncti rei uisae ad eundem uisum, & diuersae lineae extensionis formarum, & diuersae perpendiculares, propter quod plures uidebuntur imagines eiusdem rei uisae refractae a superficibus talium corporum, unde si quis aspexerit aliquod uisibile existens ultra corpus diafonum, cuius superficies opposita uisui sit figura composita ex superficie sphaerae magnae & paruae, ut saepe accidit in cristallis uel alijs lapidibus diafoni & uitris, patet quod centrum illarum sphaerarum sunt diuersa per 81. primi huius, illae enim sphaerae se intersecant. Erunt ergo perpendiculares illae ductae ab uno puncto rei uisae super superficiem illius corporis magnam habentes diuersitatem, & si figura superficiei illorum corporum fuerit composita ex superficie sphaerica & columnari, patet quod maior est diuersitas factorum refractionis & perpendicularium ductarum. Difformabitur ergo dispositio imaginum trans haec corpora diafona, & forte illa forma uidebitur monstruosa propter conflum diuersarum imaginum ad constitutionem unius formae, cum puncta refractionum fuerint ad inuicem propinqua, & intersectiones perpendicularium & linearum extensionis formarum fuerint ad inuicem propinqua. Si uero puncta refractionum uel praedictarum sectionum fuerint ad inuicem sensibiliter distantia, tunc uidentur plures imagines eiusdem rei uisae, quoniam illarum refraction non est una neque unita, sed remanet diuersa, forma enim rei uisae extenditur ab ipsa ad superficies sphaericas uel columnares uel alterius figurae ipsius corporis diafoni, & refrangitur ab illis apud concauitatem aeris continentis illud corpus diafonum, & ita sit comprehensio formarum eiusdem rei ex diuersis refractionibus, unde imagines diuersae fuerint numeratae numero punctorum refractionis. Idem quoque accidit si corpus diafonum uniforme in superficie fuerit diuersae diafonitatis, scilicet in una sui parte densius, & in alia parte rarius, tunc secundum unam sui partem sit refraction ad partem perpendicularem, & in alia sui parte ad partem contrariam, & sic iterum aut formae sunt monstruosae, aut forte aliter diuersae & numero differentes, patet ergo propositum.

XXXI.

Communi sectione superficiei refractionis & superficiei corporis a quo sit refraction existente linea recta, uisu quoque existente in perpendiculari exeat a medio puncto lineae uisae super planam superficiem corporis diafoni a qua forma illius lineae refrangitur ad uisum, si linea uisa aequedistans fuerit superficiei corporis diafoni cuiuscumque siue densioris siue rarioris primo, imago refracta rei uisae comprehenditur maior re uisa.



PERSPECTIVAB. VITELLIONIS

Esto punctus a centrum uisus, & sit linea uisa in medio secundi diafoni; quæ b c, cuius medius punctus sit z, sitq; communis sectio superficiæ refractionis & planæ superficiæ corporis diafoni linea d e, ducaturq; à puncto z, quod est medius punctus lineæ b c, linea perpendicularis super lineam d e, per 12. primi, qui sit z m, quæ producatul ultra punctum m, & erit itaq; linea z m perpendiculariter erecta super superficiem corporis planam, in qua est linea d e, quoniam superficies refractionis in qua producitur linea z m, & in qua est linea d e, erecta super illam superficiem corporis diafoni per secundam huius, sitq; linea b c æquidistans lineæ d e, existente itaq; centro uisus a, in linea z m, dico quod linea b c, uidetur maior quam sit secundum ueritatem, nec enim transit per centrū quod lineæ d e est a, & per aliquod punctū lineæ b c, præter punctum z, superficies quæ sit erecta super superficiem corporis diafoni, nisi sola superficies refractionis in qua sunt lineæ a z & b c, nō enim transit per a, superficies erecta super superficiem corporis diafoni, nisi illa quæ transit per lineam a z, quæ est linea perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nec exit à puncto a, perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nisi linea a z, per 27. primi huius, non ergo transit per punctū a, aliqua superficies perpendicularis super superficiem corporis diafoni, nisi solum illa, quæ transit per lineam a z, & non transit aliqua superficies per aliquod punctū lineæ b c, aliud à puncto z, & per lineam a z, nisi sola superficies in qua sunt quæ lineæ a z & b c, non transit ergo

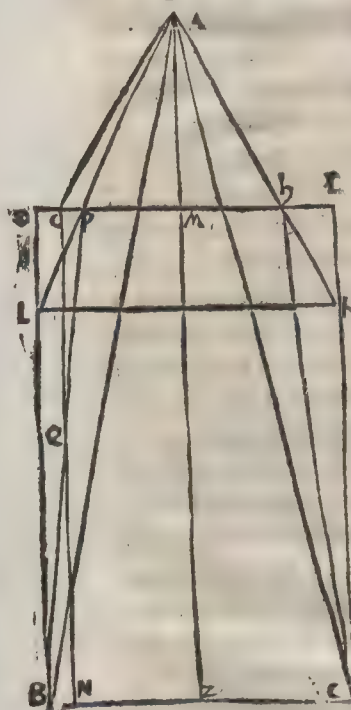


Diagram illustrating geometric principles, likely related to optics or perspective. It shows a series of lines and points labeled with letters (a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z). The diagram consists of several triangles and rectangles formed by these lines and points, demonstrating geometric relationships and proportions.

LIBER DECIMVS. 270

linea e h aequalis linea p d, patet ergo quoniam linea d l est aequalis linea e k, ducatur itaque  
linea l k, erit ergo p 33. primi, linea k l aequalis & aequidistans linea l c, angulus itaque k a l,  
est maior angulo b a c, p 34. primi huius, & linea k l est diameter imaginis linea b c, nam  
omne punctum linea b c, refragitur ad uisum a, ab aliquo puncto linea p h, sicut enim forma  
puncti b, refragitur a puncto p, & punctum z, perpendiculariter sine refractione transiens punctum  
m, peruenit ad uisum a, sic punctum qd est inter b & z, refragitur ab aliquo puncto linea  
p m, qd est inter puncta p & m, & sicut forma puncti c refragitur ad uisum a, a puncto linea  
p m, qd est h, sic omne punctum linea c z, refragitur ab aliquo puncto linea h m, & omne pun-  
ctum linea b z, ab aliquo puncto linea p m, ut si super linea b z sit punctum n. Si itaque dicatur  
qd forma puncti n, refragatur ab aliquo puncto linea m d, extra linea m p, ex parte d, ut a  
puncto g, ducatur linea n g, palam itaque quoniam linea n g secabit linea b p, & si punctus sectio-  
nis q, forma itaque puncti q, perueniat ad uisum a ex duobus punctis refractionis, scilicet p & g  
quod est contra 18. huius, & impossibile, forma itaque puncti n, non refragitur ad uisum a, ex  
aliquo puncto linea p m qd est inter puncta p & m, idem quoque est de omni puncto linea z c,  
qd est inter puncta z & c, nullum enim illorum refragitur ad uisum a, nisi ex aliquo puncto li-  
nea h m, qd est inter puncta h & m, & q a in linea l k, omnes perpendicularares ductae a punctis  
lineae b & c, cum lineis refractionis protractis se intersectant, patet quia linea k l est diameter ima-  
ginis linea b c, forma itaque linea b c, uidetur in linea k l, maior quam secundum ueritatem sit linea  
b c, p 20. quarti huius, Sub maiori enim angulo uidetur, quia angulus k a l est maior angulo  
b a c, p 34. primi huius, qd est oppositum, & huiusmodi deceptio accidit uisui propter debi-  
litem formae reflexae, ut patet p 10. huius, propter qd assimilat ipsam uisui formae rei,  
quidetur a maiori remotioe, maior enim distantia debilitat formam, comprehendit itaque ui-  
sus formam linea b c, refractione ex compositione anguli k a l maiorem angulo b a c, ad distantiam  
maiores quam sit distantia linea b c, & ad positionem aequalem puncti b c, sic itaque quantitas  
lineae b c, comprehenditur refractione maior propter magnitudinem anguli qd facit propinqui-  
tas ad uisum, & propter formae debilitatem quae causatur propter refractionem, & sic uniuersa  
taliter causa quare linea b c, apparet maior, est refractione formae suae in medio secundi dia-  
soni ad uisum, & est semper demonstratio eadem, siue fiat refractione in superficie secundi dia-  
soni siue rarioris primo, in quo est linea b c, nec enim est aliqua differentia quae ad illud,  
si tamen fuerit possibile inueniri corpora diafona taliter collocata, ut superficies plana pos-  
sint esse in corpore rarioris contingente ipsum uisum, sicut accidit cum uitrum planum con-  
tingit uisum, ita quod centrum foraminis unae in uitri plani superficie collocatur.

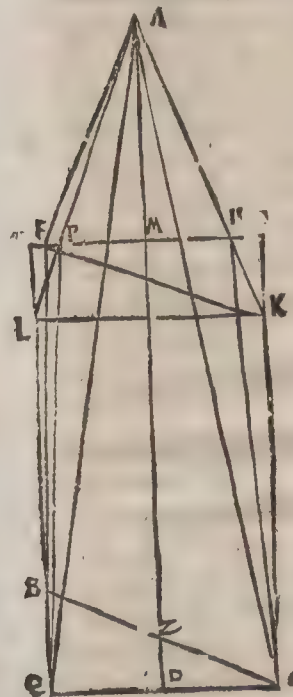
XXXII.

Communi sectione superficiei refractionis & corporis à quo fit refractione  
existente linea recta, visu quoque existente in perpendiculari exeunte à medio  
puncto lineæ visæ super planam superficiem corporis diafoni à qua forma ei  
ius refrangitur ad visum, si linea visæ non fuerit æquedistans superficiei corpo  
ris diafoni, imago eius comprehenditur maior ipsa, & maior quàm si esset su  
perficiei corporis diafoni æquedistans.

Sit dispositio eadem quæ in præcedente, nisi quod linea  $bc$  non sit æquedistans lineæ  
 $de$ , sed sit punctus  $c$ , remotior à puncto  $a$  q̃ sit punctus  $b$ , & à puncto  $c$ , ducatur linea æ-  
 quedistans & æqualis lineæ  $de$ , per 3. primi, quæ sit linea  $cq$ , cuius medius punctus sit  $o$ ,  
 & à puncto  $o$ , per 11. undecimi, protrahatur linea perpendicularis super superficiem cor-  
 poris diaphani secans lineam  $de$ , in puncto  $m$ , & lineam  $bc$  in puncto  $z$ , & sit centrum ui-  
 sus quod est  $a$ , in illa perpendiculari, quæ est  $om$ , eritq̃ punctus  $z$ , in medio puncto lineæ  
 quæ est  $b$ , quia enim linea  $bq$  est æquedistans lineæ  $z$   $o$ , eritq̃ per 2. sexti, proportio li-  
 neæ  $qo$  ad  $oc$ , sicut  $bz$  ad  $zc$ , sed linea  $qo$ , ut patet ex præmissis, est æqualis lineæ  $oc$ . E-  
 rit ergo linea  $bz$  æqualis lineæ  $zc$ , est ergo punctum  $z$  in medio lineæ  $bc$ , punctus itaq̃  
 lineæ  $de$ , à quo forma puncti  $q$ , refrangitur ad uisum  $a$ , sit  $p$ , & punctus à quo refrangitur  
 forma puncti  $c$ , sit  $h$ , ducanturq̃ lineæ  $ah$  &  $ap$ , & protrahatur linea  $a$  pad  $l$ , punctum li-  
 neæ  $db$ , & linea  $ah$  ad  $k$ , punctum lineæ  $ec$ , concurrent autem illæ lineæ per 2. primi hu



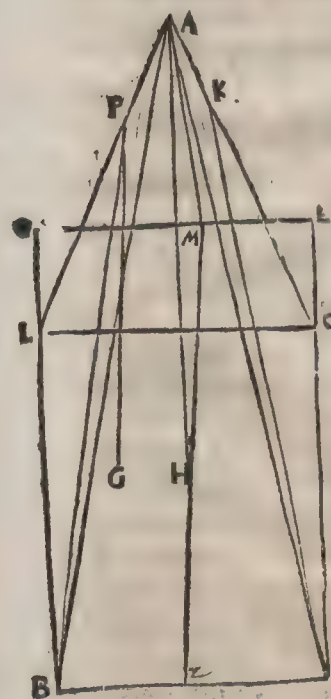
ius, ut ostendimus in præmissa. Eritq; punctum k, locus imaginis formæ puncti c, & punctum l, formæ puncti q, ducaturq; linea l k, quæ erit diameter imaginis lineæ a q & a c, erit itaq; ut in præcedenti angulus k a l, maior angulo c a q, uisus ergo comprehendet imaginem lineæ q c, maiorem q; sit linea q c, ut patet per præcedentē, & quia linea q p, secatur lineam b c, sit punctus sectionis r, palam itaq; cū punctus r sit in linea q p, quoniam ipse refringetur ad uisum a, ex puncto p, forma itaq; puncti b, refringetur ad uisum a, ex aliquo puncto linea p d, quod sit inter puncta p & d, nā si daretur refrangi ex aliquo puncto inter p & m, sequeretur propter intersectionē lineæ incidētis formæ puncti b, & lineæ r p, unius puncti formam refrangi ad uisum a duobus punctis lineæ d e, qd est contra 18. huius, & impossibile, refrangatur itaq; forma puncti b ad uisum a ex f, puncto lineæ p d, & ducatur linea a f, quæ protracta ad lineam d e, secabit illam per 14. primi huius, secet ergo in puncto i. Eritq; p 14. huius punctus l, locus imaginis formæ puncti b, & ducatur linea i k, quæ erit diameter imaginis lineæ b c. Eritq; situs lineæ i k, respectu situs a, similis situi lineæ b c, quia linea i k, aut erit æquedistans lineæ b c, aut non, erit inter ipsarū distantiam diuersitas sensibilis mutans situm ipsarum respectu uisus a, quia uero est inter distantiam lineæ b c, & uisū grandis diuersitas, declinatio enim lineæ i k, à lineæ æquedistante lineæ b c, quæ exit à puncto k, erit ualde parua, angulus itaq; i a k, est maior angulo l a k, per 29. primi huius, & similiter angulus i a k est maior angulo b a c, per 34. primi huius, uidetur itaq; linea i k maior quàm linea b c, & situs imaginis lineæ i k est similis situi lineæ b c, & linea i k, comprehenditur quasi remotior propter debilitatem formæ, quia itaq; linea i k est imago formæ lineæ b c, palam quod in hoc situ linea b c, uidetur maior quàm sit secundum ueritatē



& uidetur linea c q, minor quàm linea b c, quia ut præostensum est, angulus i a k est maior angulo l a k, secundum quem uidetur imago lineæ q c, & hoc est propositum, nec est diuersitas situs diuersorum diafonorum attendenda.

XXXIII.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à punctis rei uisæ, sub medio secundi diafoni planam habente superficiem super eandem superficiem productarum, lineæq; uisæ superficiem eiusdem corporis æquedistante, imago lineæ uisæ comprehenditur maior ipsa.



Sit ut supra punctus a, centrum uisus, & linea b c res uisæ, & super superficiem corporis à qua sit refractione educantur perpendiculariter b d & c e, & continetur linea d e, in superficie ipsius corporis diafoni, per quod sit uisio refracta, sitq; linea b c æquedistans lineæ d e, & sit a centrum uisus extra superficiem, in qua sunt lineæ b c & d e, & diuidatur linea b c in duo æqualia in puncto z, & ducatur linea z m, perpendiculariter super illam b c, secetq; lineam d e in puncto m, & à centro uisus a, ducatur perpendicularis super superficiem b c d e, per 21. undecimi quæ sit a h, ita ut punctus h, imaginetur cadere in lineam m z, producatuq; linea a z, quæ per 22. primi huius, & ex præmissis erit perpendicularis super lineam b c. Situatio itaq; puncti b uersus a, centrum uisus, est similis situationi puncti c, respectu a, & distantia puncti d ad uisum a, est æqualis distantia puncti b ad a, refringatur itaq; forma puncti b ad uisum a, ex puncto p, & forma puncti c, ex puncto k. Sintq; puncta p & k, extra lineam d e æquedistantia lineæ l c, in superficie corporis diafoni, situatio itaq; & distantia puncti p ad uisum, est sicut situatio & distantia puncti h ad a uisum, ducantur

itaq; lineæ b p, p a, c k, k a. Est ergo superficies in qua sunt duæ lineæ a p & b d perpendicularis super superficiem corporis diafoni per 2. huius, cū sit superficies refractionis, ergo & linea b d, quæ est perpendicularis super superficiem corporis diafoni ducta à puncto b, erit in hac superficie, & similiter superficies in qua sunt lineæ a k & c k, est perpendicularis super superficiem corporis diafoni, ergo & in illa superficie est linea t e, quæ est perpendicularis super eandem superficiem corporis ducta à puncto c, ptraatur itaq; linea a p, ultra p punctum, est palā per iam dicta, & per 2. primi huius, quoniam ipsa secabit lineam b d, quia ut patet per 28. primi, lineæ a 3 & b d, æquedistant, quæ ergo linea a p, secatur lineam b d, secet ipsam in puncto l, secetq; per eandem lineam k d, ptraata ultra puncta k, lineam t e in puncto o. Est ergo per 14. huius, punctū l locus imaginis formæ puncti b, & punctū o locus imaginis formæ puncti c, erit quoq; situatio lineæ a l, sicut lineæ a o, & lineæ b l sicut lineæ t o, ducatur etiam linea l o, hæc itaq; erit diameter imaginis lineæ b c, & æqualis ei dem b c, per 32. primi, ducantur itaq; lineæ a b & a c, utraq; ergo superficies a l b & a o c est erecta similiter super superficiem corporis diafoni per 2. huius, tres itaq; superficies sunt erectæ super superficiem corporis diafoni, q sunt a l b, a o c, a m 3, & hæ superficies necessario secant se super lineam perpendicularē, q est a h, exeunte à puncto a, super superficiem corporis diafoni per 19. undecimi, qniam cōmunis sectio illarū necessario est perpendicularis super superficiem, cui supstat, & ab uno puncto una tm perpendicularis super superficiem planam duci potest p 20. primi huius. Erit itaq; angulus b p l, p 1. 5. primi, æqualis angulo refracti onis, & linea b l d, est perpendicularis super superficiem corporis à qua sit refractione, ergo linea l, est obliqua super ipsam per 13. undecimi, linea ergo a p, cōtinet cū perpendiculari super eandem superficiem exeunte à puncto p, q sit p g, angulū acutū, qui est l p g, & erit perpendicularis p g, æquedistans lineæ d l, per 6. undecimi, qniam ambæ lineæ p g & d l sunt erectæ super unam superficiem, ergo per 29. primi, angulus p l d, est acutus, ergo per 13. primi, angulus a l b est obtusus, ergo per 19. primi, linea a b, est longior q; linea a l, & similiter patere potest, quod linea a o, minor est quàm linea a t, sed linea a l & a o, sunt æquales, & lineæ a l & a t sunt æquales, & linea l o est æqualis lineæ l t, ergo per 34. primi huius, angulus l a o, est maior angulo b a t, & situs lineæ l o, est similis situi lineæ b c, quia linea exiens à puncto a, ad medium lineæ l o, est perpendicularis super lineam l o, per 22. primi huius, cum per 29. primi, linea l o sit æquedistans lineæ b c, & etiam quia linea b c, est perpendicularis super superficiem, in qua sunt lineæ a 3 & m 3, super quam similiter per 8. undecimi, perpendicularis est linea o l, ergo linea o l, est perpendicularis super superficiem continuantem centrum uisus quod est punctum a, cum medio puncto lineæ l e. Situs ergo lineæ l o, respectu uisus a, est sicut lineæ b c, respectu eiusdem uisus a. Sed & linea l o, comprehenditur remotius propter debilitatem formæ, linea itaq; l o, uidetur maior quàm linea b c, sed linea l o, est imago lineæ b c, palam itaq; quia linea b c, uidetur maior quàm sit eius uera quantitas, & hoc est propositum, nec ad istud aliquid coadiuuat indiuersitatem ipsa diuersa situatio mediorum plus uel minus diafonorum.

XXXIII.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à punctis rei uisæ sub medio secundi diafoni planam habente superficiem super eandem superficiem productarum, lineæq; uisæ superficiem eiusdem corporis non æquedistante, imago rei comprehenditur maior re uisæ, maior quoq; quàm si esset superficies corpori æquedistans.

Remaneat dispositio q in præcedente, nisi qd linea b c, nō sit æquedistans lineæ d e, quæ est in superficie corporis diafoni, & educatur à puncto e, linea c f, æquedistans lineæ d e, & cōtinuetur linea f l, ptraendo lineam d b, perpendiculariter super lineam c f, sitq; pro ut in præmissa ostensum est p punctū refractionis formæ puncti f, ad uisum a, & punctū refractionis formæ puncti b, ad uisum a, sit punctum q, & ducatur linea a q, & protrahatur ad lineam d b, concurreret aut cum illa, ut in proxima ostensum est. Sit ergo punctus concursus q, est altior q; punctus l, nam punctus b, est ultra lineam a f, linea itaq; a g,

yy 3 neces

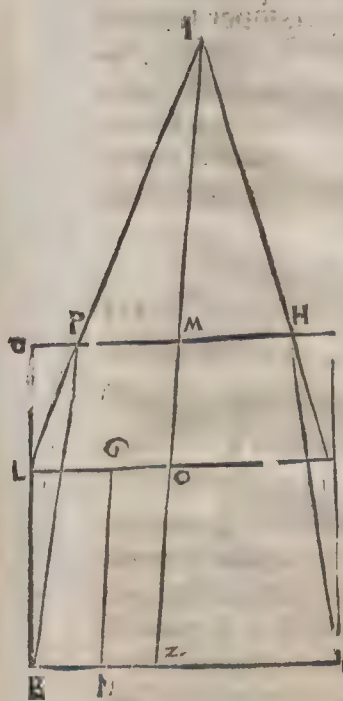


necessario erit ultra lineam a l. punctus ergo g, est altior puncto l, & ducatur linea qo. Er-  
rit ergo secundum praemissa linea g o, diameter imaginis lineae b c, eritque linea g o maior quam  
linea l o, per 19. primi, quoniam angulus g l o est rectus, & linea a g, minor  
quam linea a l, per eadem 19. primi, quoniam angulus a g l est obtusus, ut supra  
patuit, & duae lineae a g & a o sunt in duabus superficiebus secantibus  
se, scilicet a g b & a o c, & differentia communis istarum duarum superficie-  
rum transit per centrum visus per 1. huius, quia ambae illae superficies  
sunt superficies refractionis, & centrum visus semper oportet quod  
sit in superficie refractionis, & quoniam ut patet per 2. huius, illae ambae  
superficies sunt erectae super superficiem corporis diafoni, a quo fit refra-  
ctio, patet per 19. undecimi, quoniam linea recta, quae est communis ipsarum  
differentia, est erecta super illam superficiem, ergo duae lineae exeuntes  
a puncto a, non perpendiculariter super illam corporis diafoni superficiem  
sunt extra hanc communem differentiam in his duabus superficiebus,  
quae lineae sunt a b & a t, suntque altiores duabus lineis a g & a o, cadunt  
enim ultra illas lineas, angulus itaque g a o, est maior angulo b a c, per  
34. primi huius, diversitas enim situum linearum, g o & b e, a visu a, non  
est magna, quia linea g o, aut est aequidistans lineae a c, aut non, est in  
hac differentia sensibilis. Est ergo situs lineae g o, respectu visus a, si-  
cut linea b c, respectu eiusdem visus a, videbitur itaque per 20. quarti  
huius, linea g o, maior quam linea b c, sed linea g o, est imago lineae b c,  
palam ergo, quia linea b c, videtur maior quam ipsa sit secundum veritatem  
& quia sicut in praemissis patuit, angulus o a g, est maior angulo a b  
videbitur imago o g, maior imagine o l, quae est imago lineae c f, aequidistantis lineae c d  
quae est in superficie corporis, a qua fit refractionis, & hoc proponebatur.

XXXV.

In omnibus refractionibus factis a planis superficiebus corporum diafo-  
norum ad visum imagine apparente maiore ipsa re visa, & pars imaginis vi-  
debitur maior parte rei visae sibi proportionali.

Sit dispositio omnimoda quae prius in 29. huius, & sit linea a m 3, secans perpendicu-  
lariter lineam k l, in puncto o, erit itaque linea l o, medietas lineae l k,  
& forma puncti 3, videbitur in puncto o, quia videtur in perpendicu-  
lari 3 o, tota quoque linea b c, videbitur in linea l k, & linea b 3, est  
medietas lineae b c, & linea l o, medietas lineae l k, & linea l k, videtur  
maior quam linea b c, ergo & linea l o, videbitur maior quam linea b 3, & erit  
utriusque istorum causa refractionis, & quia centrum visus a, est in perpendicu-  
lari a 3, exeunte a puncto 3, qui est extremitas lineae b 3, super su-  
perficiem corporis diafoni, aut super superficiem transeuntem per extre-  
mitatem medietatis perpendicularis super superficiem corporis diafoni  
aequidistantem superficiei corporis diafoni per 23. primi huius, vi-  
sus itaque comprehendit medietates visibilibus maiores quam sint, nam punctus o  
qui est medium imaginis k l, est in perpendiculari exeunte a puncto  
rei visae, siue res visa sit aequidistans superficiei corporis diafoni, si-  
ue non, sit item linea b n, pars aliqua lineae b 3, & a puncto n, edu-  
catur linea n g, perpendiculariter super lineam b 3. Seceturque lineam  
l o, in puncto g, erit ergo secundum praemissa linea l g, imago lineae b n.  
Sit itaque punctus g, imago puncti n, aut ergo punctus g, erit in linea  
l g, aut prope, quocumque uero istorum existente erit linea l g, aequalis li-  
neae b n, aut ferè, & quia formarum plus distantium a perpendiculari  
3, maior est refractionis quam minus distantium per 13. huius, erit refra-  
ctio formae lineae b n ad visum a, maior quam refractionis lineae 3 n,  
ad

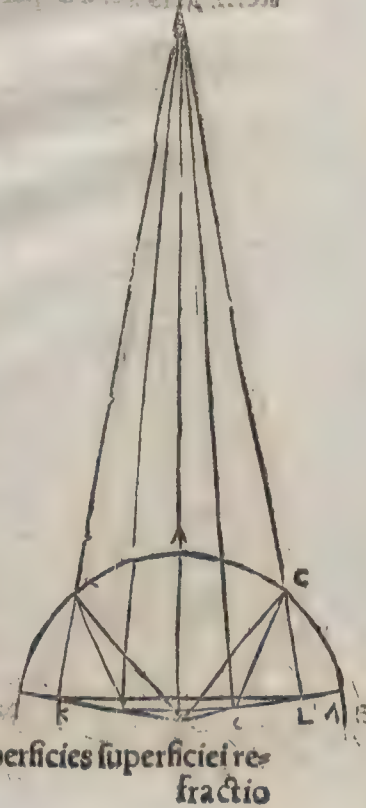


ad visum a. Si ergo minor refractionis facit totam l o, imaginem lineae b 3, apparere visui maiorem  
quam sit linea b 3, ergo maior refractionis faciet lineam l g, imaginem lineae b n, videri maiorem quam  
sit ipsa linea b n, cum maiorem efficaciam habeat refractionis maior respectu minoris, linea ergo  
l g, quae est imago lineae b n, comprehenditur maior quam sit ipsa linea b n, & si visus non compre-  
henderet lineam l g, imaginem lineae b n maiorem, ipsa linea b n, non comprehenderet imagines partium  
lineae b n, quae sunt propinquiores ad punctum 3, maiores ipsis partibus, quia forma illarum par-  
tium sunt minores refractionis per 13. huius, quam remotiores a puncto 3, sed refractionis est cau-  
sa magnitudinis imaginis, visus ergo a, si non comprehenderet imaginem lineae l g, maiorem quam sit  
linea b n, nec comprehenderet imaginem lineae l o, maiorem ipsa linea b 3, nec totam lineam l k, maio-  
rem tota linea b c, quod est impossibile, & contra 29. huius, visus ergo comprehendit lineam l g,  
quae est imago lineae b n, maiorem ipsa linea b n, & ita comprehendit lineam b n, maiorem quam  
sit secundum veritatem. Eodem quoque modo potest idem in alijs refractionibus declarari, ut  
cum per modum 31. huius, fuerit centrum visus extra superficiem perpendiculari illarum pro-  
ductarum, quoniam idem accidit in omnibus illis modis, quibus imago rei videtur maior quam ipsa  
re visa, semper enim pars imaginis videbitur maior parte rei visae, sibi correspondente, quod  
est propositum, & quia communis sectio superficiei refractionis & superficiei corporis diafoni,  
ut plurimum, est per se in linea recta, quando illud corpus diafoni fuerit grossius aere, per ac-  
cidents uero accidit quandoque contrarium propter voluntariam situationem corporis densio-  
ris plani iuxta visum, ut diximus in fine commenti 29. huius, patet euidenter quod 5. proxi-  
me praemissa theorematum per se intelligenda sunt, quando a superficie corporis diafoni  
grossioris aere sit refractionis ad visum in aere existentem, & per accidents econuerso.

XXXVI.

Communi sectione superficiei refractionis & corporis sphaerici diafoni  
densioris aere a quo fit refractionis existente circulo centroque visus in eadem su-  
perficie extra circulum in linea perpendiculari super illius corporis superficiem  
em & re visa inter centrum corporis & visus existentibus, ita quod extrema  
rei visae aequaliter distent a centro corporis, imago videbitur maior re visa.

Sit superficies sphaerica corporis diafoni grossioris aere, cuius conuexum sit ex parte  
visus, cuius centrum sit a, sitque res visa b c, sitque centrum corporis sphae-  
rici punctum d, quod sit ultra lineam b c, respectu visus a, sitque pun-  
ctus 3, medius punctus lineae b c, & ducantur lineae d b, d 3, d c, &  
prahantur quousque concurrant cum superficie corporis diafoni sphae-  
rici linea d b, in puncto e, & linea a 3, in puncto m, & linea d c in  
puncto n, & sit visus a, in linea 3 m, quae est perpendicularis super  
superficiem illius diafoni corporis per 72. primi huius. Erunt itaque  
a m 3, linea recta, & quoniam linea b r, est aequalis lineae 3 c, & quia  
puncta b & c, quae sunt extrema rei visae aequaliter distant a centro  
d, ex hypothesi. Erunt etiam lineae d b, aequalis lineae d c. Erunt ergo  
trigona b d 3 & c d 3 aequilatera, quoniam linea 3 d, est communis ambo-  
bus illis trigonis, ergo per 8. primi, erunt anguli ad punctum d a-  
equales, qui sunt anguli 3 d b & 3 d c, & similiter erunt anguli ad  
punctum 3 aequales, sunt ergo recti. Est ergo per definitionem per-  
pendicularis lineae a 3, perpendicularis super lineam b c, ducantur  
quoque lineae a b & a c, ergo per 4. primi, erunt trigona a 3 b & a 3  
& aequalia, linea ergo a c, est aequalis lineae a b, puncta ergo b c, ae-  
qualiter distant a centro visus a, habebunt itaque b & c, aequalem re-  
spectum ad visum a, extrahatur quoque superficies plana in qua  
sunt lineae d e & d n & d m, haec itaque superficies secabit superficiem  
corporis sphaerici secundum circulum magnum per 69. primi huius,  
cuius arcus oppositus visui sit n m e, eritque in illa superficie  
centrum visus a, & linea visa quae est b c, erit ergo per 1. huius, illa superficies superficiei re-  
fractionis

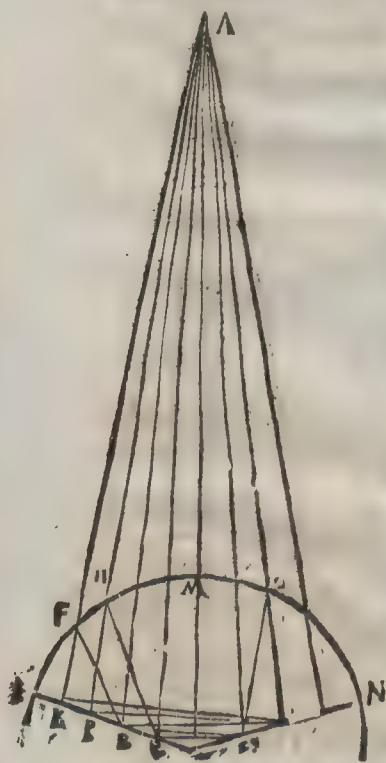




fractionis, quæ est perpendicularis super superficiem sphericam, nec sit refractione formæ  
lineæ b c, ad uisum a extra illam superficiem, & linea a 3, est perpendicularis super superficiem  
sphericam corporis, dico itaq; quod imago lineæ b c, in hac dispositione uidebitur maior  
ipsa linea b c, quia enim, ut patet ex præmissis, forma cuiuscunque partis lineæ b c, non  
refrangitur ad uisum a, nisi ex aliquo puncto arcus e m n, sit ergo ut forma puncti b, re-  
frangatur ad uisum a, ex puncto circuli h, & forma puncti c, ex puncto g, quia itaq; pun-  
cta b & c, æqualiter distant à puncto a, centro uisus, patet quod ipsorum erit uniformis re-  
fractione ad uisum, per 13. huius, puncta ergo h & g, æqualiter distabunt à puncto m, arcus  
autem e m & m n, sunt æquales per 25. tertij, ideo quia anguli m d e & m d n sunt æquales, quod  
patet ex præmissis, tamē ergo distabit punctus refractionis, qui est h, à puncto e, quantum  
punctus g, à puncto n, & erit punctorum istorum situs & respectus æqualis, ducatur itaq; li-  
neæ b h, a h, t h, a g, & producat lineæ a h, ad lineam d e, sitq; punctus sectionis k, & similiter  
producat lineæ a g, ad lineam d n, in punctum l, ducaturq; lineæ k l, quia itaq; in trigonis d  
a k, & d a l, anguli a d k & a d l sunt æquales, ut patet supra, anguli q; d l a d & k a d sunt  
æquales, quod patet ductis lineis d h & d g, tunc enim cum arcus m g & m h sunt æquales ex  
præmissis, erunt per 26. tertij, anguli g n b, a d g, & a d h æquales, ergo per 4. primi, anguli  
l a d & k a d sunt æquales, ergo per 3. 2. primi, trigona d a k & d a l sunt æquiangula, ergo  
per 4. sexti, cum lineæ a d, sit æqualis sibi ipsi, erit lineæ d l, æqualis lineæ d k, & lineæ a k æ-  
qualis lineæ a l, eritq; lineæ l k æquidistantes lineæ b c, uidebiturq; per 20. quarti huius, ma-  
ior q; sit lineæ b c, quoniam angulus k a l, secundum quod uidetur lineæ l k, est maior angulo b  
a d, & quia positio & situs lineæ k l, est cōsimilis positioni, & situi b c lineæ, quod patet ex hoc  
quod cum lineæ d l, sit æqualis lineæ d k, & lineæ e d, æqualis lineæ d b, erit lineæ l c, æqua-  
lis lineæ k b, ergo per 7. quinti, & 2. sexti, lineæ b c & l k, sunt æquidistantes, ipsarū ergo  
situs respectu uisus a, est cōsimilis, & similiter positio inter lineas k l & b c, non est differ-  
rentia in distantia quæ sit sensibilis, palam ergo quia lineæ k l, uidebitur maior q; sit, quia  
imago eius est maior ipsa, & hoc accidit etiam ideo, quia forma eius refracta est debilius  
quàm uera forma, ut patet per 10. huius, patet ergo, propositum.

XXXVII.

XXXVII.  
Communi sectione superficiei refractionis & corporis sphaerici diaconi  
densioris aere à quo fit refractione existente, circulo usque existente in eadem lu



perficie extra circulum in linea perpendiculari super  
 us corporis superficiem, & re uisa inter centrum corpo  
 ris & uisusexistentibus ita quod extrema rei uisae inaequa  
 liter distent a centro, imago uidetur maior re uisa.

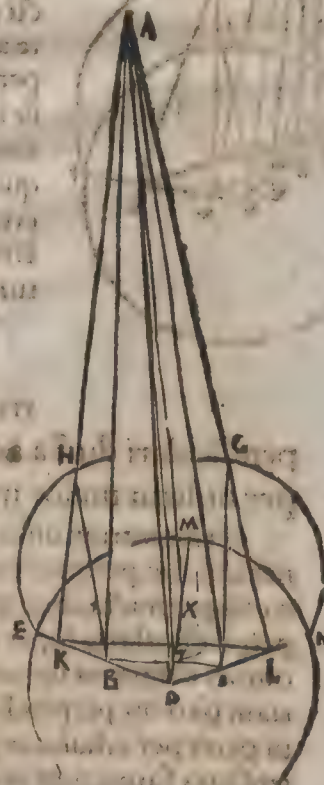
Remaneat dispositio præcedētis, nisi qđ extremum lineæ b c, punctum c, sit propinquius puncto d, cētro corporis diafoni, & pñctum b, remotius ab illo, dico qđ adhuc imago lineæ h c, uidebitur maior ipsa linea b c, ducat enim ā puncto c, linea c q, cuius extrema æqualiter distant ā puncto d, qđ potest fieri si ā linea d e, abscindatur per 3. primi, linea æqualis lineæ d c, quæ sit d q, palā ga p ea quæ in demonstratione præcedētis ostēsa sunt, qm imago lineæ c q, uidetur maior ipsa linea t q, sit itaq; linea illa imago lineæ l p, & palā per 12. huius, qđ punctū b, illius imaginis quod est imago puncti q, necessario cadet in linea perpendiculari ducta ā puncto q, super superficiem corporis diafoni; q̄ est linea d e, inter puncta d & e, quia punctū l, qđ est imago puncti c, erit in linea perpendiculari ducta ā puncto e, super superficiem corporis diafoni q̄ est d n, & ga forma puncti c refrāgitur ad uisum a, ex puncto c, culi g, sit ut forma puncti q, refrāgatur ad eundē uisum ex puncto h, patet p hypothesim, & p præcedētē, qm pñcta g & h, æqualiter distant ā puncto m, & quia punctū b, est remotius ā cētro corporis d, qđ

d, quā punctum q, erit per ea quæ ostendimus in 13. huius, punctum suæ refractionis re-  
 motius a puncto m, q̃ punctum h, sit itaq̃ punctum illud f, & ducatur linea a, quæ cadet  
 extra lineā a h, & hæc producta ad perpendicularē d e, secet ipsam in pūcto k, cadetq̃  
 punctum k in lineā p e, inter puncta p & e. Si enim caderet in punctum e, esset lineā a  
 k, contingens circulum in puncto e, & secans in puncto f, quod est impossibile, & si cade-  
 ret in punctum p, uel circa illum, tunc lineā a k secaret lineam a p, & punctum p, uel alter  
 punctus illius sectionis refrangeretur ad uisum a, ex duobus pūctis h & f, quod est impossi-  
 bile per 11. huius, cadet itaq̃ punctum k inter duo puncta p & e. Eritq̃ per 14. huius, pū-  
 ctum k, imago formæ puncti b, ducatur itaq̃ lineā l k, quæ erit diameter imaginis formæ  
 lineæ b c, quia itaq̃ lineā l k, uidetur sub angulo l a k, & lineæ b c, sub angulo b a c. Est au-  
 tem angulus l a k maior angulo b a c, ut manifestum est, quia totum est maius sua parte,  
 patet ergo per 20. quarti huius, quia lineā l k, uidetur maior q̃ lineā b c, quod enim sub  
 maiori angulo uidetur, maius uidetur, & etiam quia situs & positio lineæ l k, respectu uis-  
 us a, est cōsimilis, sicuti & positio lineæ b c, respectu eiusdem uisus a, patet quia lineæ b c  
 & k l, aut sunt æquedistantes simpliciter, aut inter illarum æquedistantiam non est diuer-  
 sitas sensibilis, ergo per 29. primi, & per 4. sexti, lineā k l, est maior q̃ lineā b c, & quia il-  
 larum linearum l k & b c, ab ipso uisu non est distantia sensibilis diuersitatis in remoti-  
 one, uidetur ergo lineā l k maior q̃ lineā b c, quia est maior, sed lineā k l, est imago for-  
 mæ lineæ b c, patet ergo propositum, comprehenditur etiam lineā l k, quasi maior a uisu  
 q̃ lineā b c, propter debilitatem formæ refractæ, quoniam ut patet per 10. huius, refra-  
 ctio debilitat omnes formas lucis & coloris,

XXXVIII.

Centro uisus existente extra superficiē linearū perpendiculariū à pūctio  
rei uisæ sub corpore sphaerico diafono densiore aere super eius cōuexā super  
ficiē oppositam uisui productarū, lineæq̃ uisæ secundū sui extrema cētro cor  
poris æquedistante, imago lineæ uisæ comprehenditur maior ipsa linea uisæ.

Est centrum uisus punctū a, & linea uisa per refractionem sit b c, sitq; punctus d, cen-  
 trum corporis diafoni densioris aere, sitq; ita ut linea b c, sit intra illud corpus secundum  
 sui extrema b & c, æqualiter distans à centro d, à medio q; q;  
 puncto lineæ b c, quod sit z, à duobus extremis eius punctis du-  
 cantur in eadem superficie lineæ perpendiculares super super-  
 ficiem corporis, quæ productæ ad periferiam circuli sint b e,  
 3 m, & c a. hæ itaq; omnes per 72. primi huius, secabunt se in  
 centro d. Erit ergo arcus n m e, in superficie illius corporis di-  
 aphi respiciens centrū d, nō sit autē centrum uisus in aliqua  
 istarum linearū, sed sit extra superficiē in qua sunt illæ lineæ.  
 dico quod imago lineæ b e, uidebitur maior q̃ ipsa linea b c,  
 ducatur enim linea a z, & à centro uisus puncto a, ducatur per  
 perpendicularis linea super superficiē circuli n m e, per i i, unde  
 tñti, quæ sit a x, & quia ut patet ex præmissis, & per 22. primi  
 huius, est linea a z, perpendicularis sup lineā b c, situatio itaq;  
 puncti b, uersus uisum a, est p 4. primi, & ex præmissis consi-  
 milis situationi puncti c, uersus eundē uisum a, & illorū pun-  
 ctorū à uisū a, distātia est æqualis, sit itaq; ut forma puncti b, re-  
 fragatur ad uisum a, à puncto corporis diafoni qd sit h, & for-  
 ma puncti c, à puncto g, suntq; pūcta g & h, extra superficiē cir-  
 culi n m e, eritq; illorū punctorū h & g, à uisū a, distātia æqua-  
 lis, ducātur itaq; lineæ a h & b h, erectæ sup superficiē corporis diafoni  
 p 2. huius, qñā ipsa est superficies refractionis, ergo & linea  
 b c, quæ est perpendicularis super superficiē corporis diafoni,

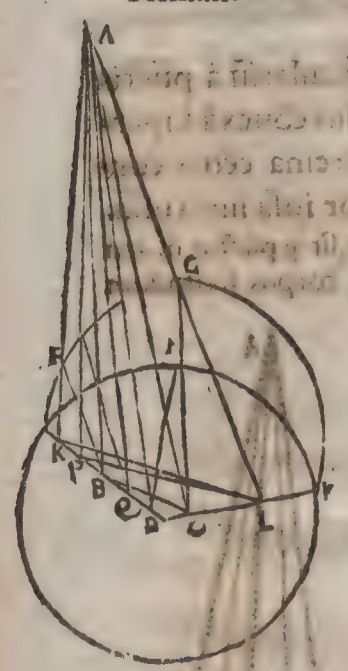




ducta à puncto b, erit in illa superficie p. huius. Similiter quoque superficies in qua sunt lineae c g & a g, cum sit superficies refractionis, patet per 2. huius, quoniam ipsa est erecta super superficie corporis diafoni, ergo & in illa superficie est linea c n, quae est perpendicularis super eandem corporis superficie ducta à puncto c, protrahatur itaque linea a h, ultra punctum h, & palā per praemissa & per 14. primi huius, quod ipsa secabit lineam b e, sit ergo ut secet in puncto k. Similiter quoque linea a g, producta ultra punctum g, secet lineam d n in puncto l, eritque sitatio lineae a k, respectu uisus a, sicut lineae a l, unde lineae a k & a l, erunt aequales, & similiter erit linea d k, aequalis lineae d l, quae omnia ostendi secundum modum quo praecessimus in praemissa 34. huius, copuletur ergo linea l k, haec itaque erit diameter imaginis lineae b c, & linea d k, aequalis lineae d l, ergo per 7. quinti, & per 2. sexti, linea l k & b c, aequedistant, ergo per 29. primi, & per 4. sexti, linea l k, est maior quam linea b c, & quia sub maiori angulo uidetur apparet maior, & hoc est propositum.

XXXIX.

Centro uisus existente extra superficiem perpendicularium à puncto rei uisae sub corpore sphaerico diafono densiore aere super eius conuexam superficiem oppositam uisui productarum lineaeque uisae extremis centro corporis inaequaliter approximatis, imago lineae uisae comprehenditur maior ipsa linea uisa.



Remaneat omnis dispositio proxima praemissa, nisi quod extrema lineae b c, inaequaliter distent à centro corporis diafoni, quod est d, sitque linea d b, maior quam linea d c, secetur ergo ex linea d b, per 3. primi, linea d q, aequalis lineae d c, & copuletur linea c q, cuius extrema aequaliter distabunt à centro d. Eritque per praemissam imago lineae c q, quae sit l p, maior quam linea c q, & quia puncta q & b sunt in eadem linea, perpendiculari super superficiem corporis diafoni, quae est d e, patet quod ipsa ambo sunt in eadem superficie refractionis quae est a d e, & refranguntur ad uisum a, ex eodem arcu circuli, qui est communis sectio illius superficie, & superficie corporis diafoni. Sit itaque ut forma puncti q, refrangatur à puncto illius arcus qui est h, conformiter se habente ad uisum a, cum puncto g, à quo refrangitur forma puncti c, patet per 13. huius, quod punctum à quo refrangitur forma puncti b, quod sit f, erit basius puncto h, producta quoque linea a f, intra corpus diafonum ad diametrum d e, in punctum k, patet quoque ut in 36. huius, quia punctum k, cadet inter puncta p & e, copulata quoque linea l k, erit ipsa quasi aequedistans lineae b c, & in eadem superficie cum illa. Erit ergo maior per 4. sexti, & etiam quia sub maiori angulo uidetur, maior uidetur, patet ergo propositum.

XL.

Lineae refractae uisae transeuntis per centrum corporis diafoni sphaerici densioris aere non existentis, in perpendiculari ducta à centro uisus super illius corporis superficiem, imago semper uidetur maior ipsa linea.

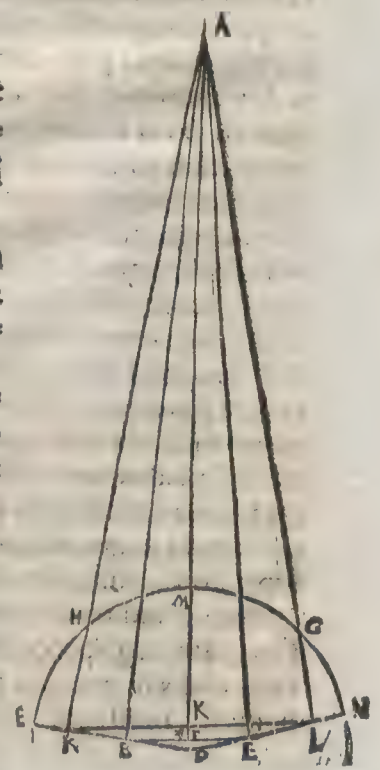
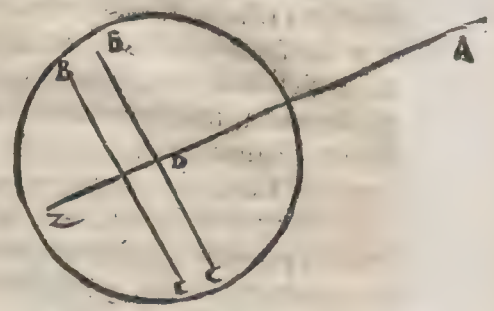
Sit a centrum uisus extra corpus diafonum grossius aere, cuius centrum sit d, sitque linea uisa b c, pertransiens centrum d, ita tamen quod centrum uisus non sit in illa linea b c, ut cunctae protractae, dico quod eius imago semper uidetur maior ipsa linea, quoniam enim perpendicularis super superficiem corporis à quibuscunque punctis lineae b c productae, omnes continent lineam b c, uisu quoque in aere existente sit refractionis super superficiem corporis partem partem perpendicularis ducta à puncto refractionis super superficiem corporis ut patet per 4. huius, ergo secundum praemissas demonstrationes patet quod linea extensionis formarum punctorum extremorum lineae b c, quae sunt b & c, producta intra corpus

corpus diafonum, à cuius superficie sit refractionis, intersecabunt perpendiculares punctorum b & c, maior ergo semper uidebitur imago lineae b c, quam ipsa linea, quae tunc sit pars suae propriae imaginis secundum ueritatem, patet ergo propositum. Posset quoque ampliari modus iste demonstrandi ad alios situs lineae uisae, qui possent esse ultra centrum corporis diafoni densioris aere uisu existente extra illud corpus in aere, & conuexitate corporis respiciente uisum, uidetur enim & tunc imago quandoque maior re uisa praemisso modo, scilicet in alijs sitibus ante centrum, ut cum linea uisa fuerit propinqua centro corporis diafoni, & si linea uisa b c fuerit perpendicularis super lineam a d, à centro uisus per centrum corporis productam, & lineae extensionis formarum extremorum punctorum lineae b c, secant corporis sphaerici diafoni superficiem, & secant lineas perpendiculares ductas à punctis b & c, super superficiem corporis diafoni intra corpus, tunc imago uidebitur minor re uisa. Si uero lineae extensionis formarum punctorum b & c, fuerint contingentes circulum corporis diafoni in terminis perpendicularium ductarum à punctis c & b, super superficiem corporis, uel secantes circulum in eisdem terminis, tunc semper imago erit aequalis rei uisae per 15. primi, & per 25. & 28. tertii, & uidebitur imago lineae b c, sicut quaedam chorda arcus illius circuli, & si lineae extensionis formarum accideret contingere circulum corporis diafoni in duobus punctis medijs illius arcus, ut si uisus sit ualde propinquius superficiei corporis diafoni, tunc illae lineae concurrent cum perpendicularibus extra corporis superficiem, uidebiturque imago lineae b c, maior ipsa linea, & extra superficiem corporis secundum sui extrema extenta, quod si linea uisa b c, sit extra corpus diafonum, continens ipsum, uel distans ab ipso, non existens tamen pars lineae a d, tunc imago eius uidebitur minor re uisa, quando concurret inter ipsum corpus diafonum, uel ultra illud inter rem uisam & superficiem corporis. Sed in assuetis uisibilibus non est aliquid tale, nisi forte fuerit aliquod corpus diafonum uitreum, aut lapideum, & fuerit totum corpus solidum, & res uisa fuerit inter ipsum, uel si res uisa fuerit extra sphaeram cristallinam aut uitream. Horum autem situum diuersitatem ex praehabitis principijs demonstrandum relinquimus ingenio perquirentis.

XLI.

In omnibus refractionibus factis à superficiebus sphaericis corporum diafonorum ad uisum imagine apparente maiore re uisa, pars imaginis uidebitur maiori parti rei uisae sibi proportionali.

Fiat dispositio quae in 34. huius, & sicut linea d m, secet lineam k l, quae est diameter imaginis in puncto o. Erit ergo linea k o imago lineae b 3, quoniam punctum 3, uidetur secundum perpendicularem a 3, per 3. huius, & erit angulus k a o, maior angulo b a 3, & situs lineae k o, respectu uisus a, est similis positioni lineae b 3, respectu eiusdem uisus, & ambae illae lineae aequaliter distant à centro uisus, uel si in hoc sit aliqua differentia, illa non erit sensibilis respectu uisus, imago itaque k o, uidetur maior quam linea b 3, & earum puncta 3 & o, cadunt in linea a 3, quae est ducta à centro uisus, & cuius pars est linea a 3 m, exiens ab extremitate lineae b 3, perpendiculariter super superficiem corporis diafoni, cadens in punctum m, quod si assumatur alia pars lineae b 3, quae sit b f, & sit locus imaginis formae puncti f, in puncto r, linea k o, tunc erit linea k r, imago lineae b f, & sicut supra ostensum est, patet quod linea k r uidetur maior quam linea b f, quoniam plus refractionis accidit lineae





neæ b f, quàm lineæ f 3, per 13 huius, maior ergo ei debetur excessus imaginis quàm lineæ f 3. Si uero punctum a, centrum uisus sit extra superficiem, in qua sunt omnes perpendiculares exeuntes à punctis lineæ b c, super superficiem corporis diafoni, à qua sit refraction, nam lineæ a 3, quæ exit à puncto a, perpendiculariter super medium punctum lineæ b c, quod est 3, non propter hoc est perpendicularis super superficiem corporis, in qua est lineæ b c, & quoniam lineæ b c & k l sunt erectæ super lineam a 3 d, & lineæ k o est imago lineæ b 3, & lineæ l o, est imago lineæ 3 e, & angulus quem respicit lineæ k o, apud centrum uisus a, qui est angulus k a 3, est maior angulo b a 3, quàm quæ respicit lineæ b 3, apud centrum uisus a, lineæ ergo k o, per 29. quarti huius, uidebitur maior quàm lineæ b 3, & similiter lineæ k r, uidebitur maior quàm lineæ b f, & omnia hæc patet ex illis quæ præmissa sunt in 33. huius, siue ergo superficies corporum diafonorum oppositæ uisui fuerint planæ siue sphericæ conuexæ, accidit imaginem rei uisæ uideri maiorem ipsa re uisa, in hoc tamen est differentia, quia in corporibus diafonis planarum superficialium excessus magnitudinis imaginis super rem uisam est solum in apparentia uisus propter excessum angulorum secundum quos uidetur & imago & res ipsa uisa, aliæ enim imagines secundum ueritatē sunt æquales ipsis rebus uisis, sed in refractione facta à corporibus conuexis sphericis imago est secundum ueritatem maior ipsa re uisa, & etiam secundum apparentiam in uisu propter angulorum excessum uidetur maior, quoniam in hoc situ imago respicit maiorem angulum apud centrum uisus quàm respiciat ipsa res uisa, & sunt utroque modo partes imaginum maiores partibus rerum uisarum sibi proportionalium, patet ergo propositum.

## XLII.

Omne corpus uisum in aqua comprehenditur maius quæ sit secundum ueritatem.

Quod hic proponitur, patet satis ex præmissis, sed & idem placuit experimentaliter declarare, & uniuersalem causam particulariter exemplare, assumatur itaque corpus columnare longitudinis unius cubiti, & aliquantæ grossicie, & sit album, ut manifestius in aqua possit distinguui. Sintque superficies eius basis planæ, ita quod per se super illas possit stare æqualiter super superficiem horzontis, uel terræ, uel uasis. Deinde infundatur aqua clara in uas aliquod, cuius superficies basis sit plana, ita quod aqua non immergat totam corporis longitudinem, & erigatur corpus super mediam basem uasis in aqua. Remanebit ergo aliqua pars eius extra aquam, quia profunditas aquæ est minor corporis longitudine, cum itaque quiescerit aqua, uidebitur pars corporis intra aquam grossior quàm illa quæ est extra aquam, patet ergo propositum per experimentum. Sed & idem patet, quoniam enim conuexum superficiem aquæ, est figuræ sphericæ, & opponitur uisui, & centrum superficiem aquæ, quod est centrum uniuersi, ut aliàs ostendimus, semper est ultra omnia illa uisibilia quæ comprehenduntur in aqua, & aqua est grossior aere, siue extremitas rei uisæ fuerit æqualiter distans à centro aquæ, siue inæqualiter, & siue uisus fuerit in aliqua linearum perpendicularium exeuntium ab aliquo punctorum rei uisæ super superficiem aquæ, siue omnes extra illas perpendiculares semper est necessarium, ut patet ex præmissis 6. propositionibus proximis, formam rei uisæ uideri maiorem ipsa re uisa existente extra corpus aquæ. Sed forte si aqua fuerit clara ualde & pauca, quales aquas in loco subteraneo in concauitate montis, qui est inter ciuitates Paduam & Vincentiam, qui locus dicitur Cubalus, nos uidimus lucidas quasi ut aerem, tunc forte non comprehendetur imago formæ rei uisæ sub aqua tali esse maior quàm si in aere uideretur, quia tunc non est differentia in quantitate istorum quo ad sensum, quoniam densitas aquæ modicum addit super aeris densitatem, & ideo sensus tunc non distinguet quantitatis additioni, semper tamen secundum ueritatem imago sit maior ipsa re uisa, licet illud quandoque lateat sensum, patet ergo propositum, magis enim est hoc euidentius in aquis grossioribus, uel sulphureis calidis, in quorum intuitu & mirabili transmutatione formarum primum nos amor huius studiū allexit.

Reu

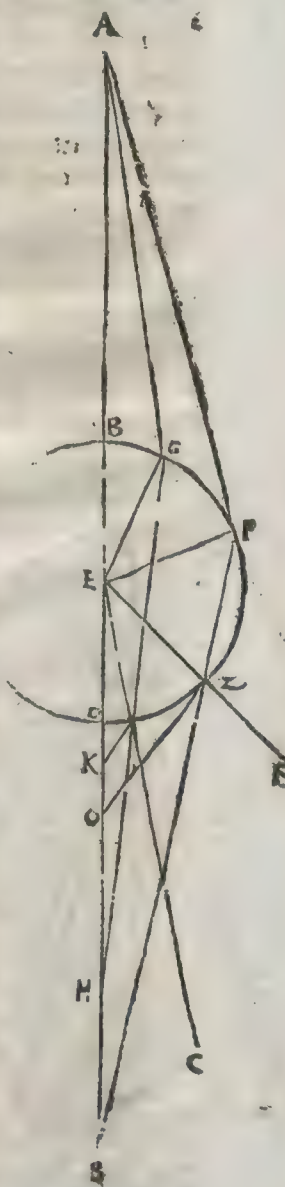
## XLIII.

Re uisa ultra corpus diafonum sphericum grossius aere existente, ita quod centrum uisus & res uisa & centrum corporis sphericum sint in eadem superficie lineæ rectæ, comprehenditur imago rei uisæ figuræ armillaris multo maior re uisa.

Sit centrum uisus a, & corpus sphericum diafonum sit b d z g, cuius centrum sit e, & ducatur lineæ a e, quæ protrahita secet superficiem sphericæ diafonæ in duobus punctis b & d, & protrahatur quoque ultra punctum d usque ad punctum h, transeatque per lineam a b d h, superficies plana secans sphaeram, & sit communis sectio illius superficie planæ, & superficie sphericæ diafonæ per 69. primi huius, circulus b d z g. Iam autem ostensum est in 33. huius, quod in lineæ d h, sunt plura puncta, quorum formæ refranguntur ad uisum a, ex circumferentia circuli b d z g, & quod forma totius huius lineæ refrangitur ad uisum a, si arcus b g z d, fuerit continuus unius scilicet diafonitatis continentis lineam u h l, & si forma puncti h refrangatur ad uisum a, ex puncto corporis g, & forma puncti l, refrangatur ad uisum a, ex puncto corporis p, manifestum est quod forma totius lineæ refrangatur ad uisum a, ex arcu g p, & ducantur lineæ g h, p l, g a, p a, secetque lineæ g h, circumferentiam circuli in puncto m, & lineæ p l in puncto z, forma itaque puncti h, extenditur per lineam h g, & refrangitur per lineam g a, & forma puncti l, extenditur ad lineam l p, & refrangitur per lineam p a, & ducantur lineæ e m & e z, & extrahatur lineæ e m ad punctum c, & lineæ e z ad punctum f, forma ergo quæ extenditur per lineam a g, quoniam peruenit ad punctum g, refrangitur per lineam g h ad punctum h, & forma quæ extenditur per lineam a p, perueniens ad punctum p, per lineam p l, refrangitur & peruenit ad punctum l, & hoc si corpus diafonum fuerit continuum & unum usque ad punctum b. Si uero corpus sphericum fuerit signatum & terminatum apud circumferentiam sphericam citra lineam h l, tunc forma quæ extenditur per lineam a g, refrangitur per lineam g m, in partem perpendicularis e h, & cum forma peruenit ad punctum m, refrangatur secundo in partem contrariam perpendicularis quæ est e m c, & concurret cum perpendiculari e l, refrangatur ergo in punctum k, perpendicularis e l, & similiter forma extenditur per lineam a p, refrangatur per lineam p z, & cum peruenit ad punctum z, refrangatur secundo ad partem contrariam perpendicularem e z f, in partem perpendicularis e h, & concurret cum illa perpendiculari e h, sit punctum cōcursus o, sic ergo refractione formæ quæ est à puncto p, peruenit ad punctum z, ab illo puncto z, refrangitur ad diametrum e l, per lineam z o, forma itaque puncti k per nonam huius extenditur per lineam k m, & à puncto m, refrangitur per lineam m g in punctum g. Deinde secundo refrangitur à puncto g, per lineam g a ad uisum a, & similiter forma puncti e, extenditur per lineam o z, & à puncto z, refrangitur per lineam z p, & in punctum p. Deinde refrangitur ab illo puncto p per lineam p a ad uisum a, forma ergo totius lineæ k o, refrangitur ad uisum a, ex arcu g p, & si lineæ a k o, fuerit fixa, & imaginati fuerimus figuram k a g p, circumuoluti circa lineam a k o fixam, tunc arcus g p, describet figuram circularem, utpote armillam, à cuius totali superficie refrangatur forma lineæ k o, ad uisum a, & erit centra uisus a locus imaginis, forma ergo lineæ k o, uidebitur in tota superficie circulari, quæ est locus refractionis, & est armillaris in superficie sphericæ, forma itaque lineæ k o, uidebitur multo maior seipsa, & erit figura formæ diuersa à figura k o, hoc autem potest sic experimento declarari. Accipiat sphaera cristallina aut uitrea perfectæ rotunditatis, & accipiat corpusculum paruum, ut cera nigra sphericæ, quæ ponatur in capite acus, ponaturque sphaera cristallina in oppositiōe alterius uisui, & claudatur reliquus. Eleuetur acus

zz 3

ultra





ultra sphaeram, & aspiciatur medium sphaerae, & sit cara opposita medio sphaerae in linea recta, uidebiturque in superficie sphaerae nigredo rotunda in figura armillae, quod si non uideatur talis figura, moueatur cara ante & retro, donec uideatur talis rotunditas, & tunc auferatur cara, & recedet nigredo, quod si caram reduxerit quis ad locum & situm priorem, reuertetur statim nigredo rotunda armillaris. Sed & in his multa est diuersitas quam relinquimus studio perquirentis.

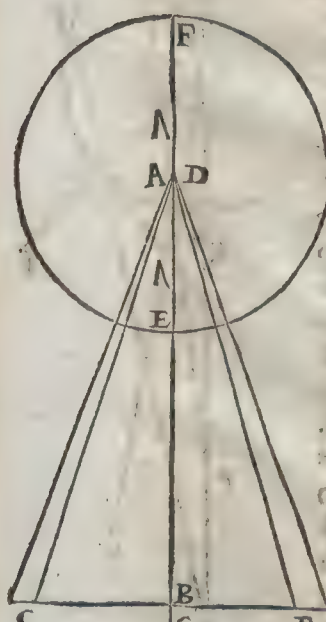
## XLIII.

Reuisa trans corpus diafonum columnare densius aere, itaque centrum uisus, & centrum alicuius circuli corporis aequedistantis basibus columnae, & res uisa sint in eadem linea recta, imago rei uidebitur duplicata.

Sit in corpore columnari grossioris diafonitatis quod sit aer circulus b g d z, & sit centrum uisus a, & cetera ut prius in precedente, dico quod forma lineae k o, uidebitur duplicata quoniam ipsa uidebitur apud arcum g p, & apud arcum sibi aequalem, & sibi correspondentem ex arcu b d, in alia parte semichilindri, sed haec forma non erit circularis, quia figura a h p g, cum fuerit circumuoluta circa a k, lineam immotam fixam, non transibit per illam lineam arcus g p, per totam superficiem columnatam, sed refrangetur forma ex aliis quibus portionibus columnae, erit continua in una parte, & similiter in alia, nam superficies in qua sunt puncta l k, transiens per axem columnae facit in superficie columnae, quae est ex parte uisus a, lineam rectam transeuntem per punctum b, & extensam in longitudine columnae, & non refrangetur formae lineae k o, ex illa linea recta, nam linea k h, erit perpendicularis super illam lineam rectam. Non ergo erit forma rotunda corpore diafono existente columnari, sed erunt duae formae quarum altera refrangetur super alteram uidebitur ergo linea k o, habens imagines duas, quarum utraque est maior quam linea k o, & erunt illae duae formae eadem apud punctum a, quod est centrum uisus, quoniam in illo puncto a, est locus ambarum illarum imaginum, ut patet per 14. huius, patet ergo propositum, non potest autem fieri huiusmodi refractionis a superficie corporum pyramidalium, quoniam linea k a, non est perpendiculariter erecta super superficiem conicam talium corporum, uidelicet potest esse, ut superficies refractionis secet huiusmodi corpora secundum circulum, quemadmodum etiam de superficiebus reflexionum, & de speculis pyramidalibus conuexis uel concavis, ostensum est in praemissis libris.

## XLV.

Centro uisus existente in diametro corporis diafoni sphaerici concavi densioris aere, & re uisa respiciente conuexum illius corporis, imago uidebitur quandoque minor re uisa, quandoque maior ut cum sit figura armillaris.



Etis arcus a quo fit refractionis uel circa illa puncta intra corpus diafonum uel extra illud uidebitur

uidebitur ergo imago quandoque curua, quandoque recta, quandoque irregularis, sed semper minor re uisa, quoniam ut patet chorda uel alia diameter imaginis est minor re uisa, & omnis linea cadens inter centrum uisus punctum a, & inter lineam b c, est minor quam linea b c, cum ceciderit inter lineas a b & a c, ut haec patere possunt per 29. primi, uel per 4. sexti. Est itaque in tali dispositione semper imago minor ipsa re uisa, eritque eius imago quandoque maior, ut cum sit figura armillaris. Si enim linea b c, situeretur in diametro f d e tunc formarum punctorum b & c, fiet refractionis ab aliquibus duobus punctis unius arcus circuli corporis & punctorum mediorum lineae b c, fiet refractionis a punctis medijs illius arcus, & si linea a b c, remanente fixa imaginetur illa figura circumuoluta quousque redeat ad locum, unde motus accepit principium, describetur per arcum refractionis quaedam superficies armillaris in tota sphaerica superficie corporis, a qua totali fiet refractionis ad uisum. Eritque locus imaginis in centro uisus, qui applicans formam uisam ipsi superfici refractionis, re iudicat figurae armillaris, ut haec amplius omnia declarauimus in 41. huius, patet ergo propositum. Sed in uisibilibus nobis assuetis nihil comprehenditur a uisum ultra corpus diafonum sphaericum densius aere, cuius concavitas sit ex parte uisus, nisi forte tale corpus fiat artificialiter ex uitro uel cristallo uel glacie aut aliquo illis simile, refractionis tamen quae fit ad uisum a superficie concava coeli similis est isti, nisi quod secundum illam non fit refractionis nisi formarum sphaerarum, quarum naturam & modum inferius duximus persequendum.

## XLVI.

Imago formae cuiuslibet rei uisae figuratur diuersimode secundum figuram superficiei corporis a qua fit refractionis ad uisum.

Quoniam enim locus imaginis refractionis est semper in communi sectione katheti incidentiae, qui est perpendicularis a puncto rei uisae productus super superficiem corporis diafoni, in quo est res uisa, & linea per quam forma peruenit ad uisum, ut patet per 14. huius. Si ergo imaginati fuerimus quod ab uno quocunque puncto rei uisae exeat kathetus incidentiae qui est perpendicularis super superficiem corporis in quo est res uisa, tunc habebimus quandam figuram columnarem uel corporalem exeuntem a superficie totius uisus corporis ad superficiem corporis diafoni, & haec figura secat pyramidem radialem secundum quam sit uisio refractionis, cuius uertex est in centro uisus per 8. quarti huius, & istarum duarum figurarum corporalium, columnaris scilicet & pyramidalis communis sectio est locus imaginis formae rei uisae. Si itaque superficies corporis a qua fit refractionis formae rei uisae fuerit plana, tunc corpus imaginatum continens omnes perpendiculares erit similiter planae superficiei, quare illa imago erit aequalis, uel modico maior quod sit forma rei uisae, uidebitur tamen semper multo maior re uisa. Quod si corpus a quo fit refractionis fuerit sphaericum, & conuexum eius sit ex parte uisus, fueritque res uisa in centro ipsius corporis diafoni, uel inter illud centrum & uisum, tunc imago rei uisae erit figurae pyramidalis, quoniam omnes perpendiculares quae sunt katheti incidentiae concurrunt in centro corporis diafoni per 72. primi huius, & haec imago quanto magis extenditur uersus superficiem conuexam corporis diafoni, tanto magis amplificatur, & ubicunque locus imaginis fuerit inter rem uisam & superficiem corporis sphaericam, semper imago erit amplior re uisa. Si autem locus imaginis fuerit ultra rem uisam, tunc imago erit strictior re uisa. Si uero res uisa fuerit ultra superficiem sphaericam corporis diafoni uel ultra centrum eius, tunc cum omnes katheti incidentiae secant se in centro corporis, citra corpus imaginatum, duae pyramides oppositae, quarum uertices coniunguntur in centro corporis diafoni, & loca imaginum tunc possunt esse diuersa, & forte accidet quandoque imaginem uideri maiorem re uisa, quandoque aequalem, & quandoque minorem, quod si corpus diafoni sphaerici concavitas fuerit a parte uisus, & conuexitas ex parte rei uisae, tunc idem per rationem quae prius corpus imaginatum erit pyramis, cuius uertex erit in centro corporis diafoni, quanto ergo magis hoc corpus imaginatum extenditur uersus centrum corporis diafoni, tanto magis confringitur, & quanto magis extenditur ad partem illam, tanto magis dilata



dilatatur & amplificatur superficies unde secundum hoc locis imaginum diversificatis diversificatur & quantitas imaginum formarum, quia si locus imaginis fuerit propinquior centro corporis diafoni concavi & ipsa res uisa, erit imago maior ipsa re uisa, & si fuerit locus imaginis propinquior centro corporis diafoni convexi & ipsa res uisa, erit imago minor ipsa re uisa, & si fuerit locus imaginis remotior a centro corporis & res uisa, erit imago maior ipsa re uisa, & hoc exemplificauimus in corporibus diafonis sphaericis conuexis & concavis, eodem modo in corporibus columnaribus & pyramidalibus conuexis & concavis potest intelligi, uniuersaliter autem quando locus imaginis est superficies corporis diafoni a qua fit refraction, tunc semper imago induit figuram superficiei, a qua fit refraction, unde in conuexis superficiebus fit conuexa, in concavis concava, in columnaribus corporibus fit oblonga columnaris, & in pyramidalibus corporibus pyramidalis. Diversificantur etiam figurae imaginum in eodem diafono secundum diversum situm eiusdem rei uisae respectu uisus, unde forma eiusdem rei, ut pedis uel manus, quando uidetur stricta & curta, quandoque arta & longa, secundum quod perpendicularares punctis illius rei ad superficiem corporis diafoni productae illi superficiei incidunt, diuersimode, sic enim uarie a lineis extensionis formarum intersecantur, & uariatur multo minus imago, ut patet per 14. & 15. huius, horum quoque omnium causa sufficienter patet ex praemissis, palam ergo est id quod proponebatur.

XLVII.

Vna imago refracta occurrit eiusdem uidentis uisibus ambobus.

Quoniam enim forma eiusdem rei uisae refracta ab aliqua superficie corporis diafoni, in quo est illa res, se offert ambobus uisibus eiusdem uidentis, tunc in ipsius uisione non fit quantum ad actum uidendi, differentia a simplici uisione, quam pertractauimus in tertio & quarto libro huius scientiae, ubi diximus quod res secundum pyramidem uidetur cuius uertex est in centro uisus, & basis in superficie rei uisae, & ostendimus quod tunc ab ambobus uisibus uidetur una forma, unde idem hoc supponimus in formis refractis, ut in formis directe uisus. Si enim homo comprehendit aliquid uisibile in coelo, aut in aqua, aut sub uitro, uel cristallo ambobus uisibus, & claudat unum uisum, nihilominus comprehendet illud uisibile, ambobus ergo uisibus, & uno tantum uisu comprehenditur eadem forma, & hoc est propositum, non enim uidimus in talibus aliquid ulterioris morae dignum.

XLVIII.

Cristallo sphaerico soli opposita ignem possibile est accendi in re combustibili quae post illam.

Sit centrum solis punctum a, sitque cristallus sibi opposita, cuius centrum b, sitque ut superfacies plana centra amborum quae sunt a & b, pertransiens, secet ipsam cristallum sphaericam secundum circulum per 69. primi huius, quae sit c d e f g, dico quod si aliquod combustibile ponatur post hanc cristallum, ita quod cristallus sit media inter solem & rem combustibilem, ut stupam, uel aliquid consimile, possibile est ut ignis in illo corpore accendatur. Imaginetur enim a centro solis a, usque ad centrum cristalli, quod est b, diffundi radius, qui sit a b, cum itaque radius iste sit perpendicularis super corpus solis & super corpus cristalli, per 72. primi huius, quoniam transit per amborum centra, palam per 47. secundum huius, quia non refrangitur, sed transit corpus cristalli refractionis. Omnesque radij solis superficiei sphaericae cristalli aequidistanter medio a b incidentes, palam quoniam incidunt oblique, ergo per eandem 42. secundum huius, patet quoniam omnes illi radij refranguntur ad perpendicularem a b, quoniam quilibet illorum radiorum refrangitur ad perpendicularem a puncto refractionis super superficiem cristalli, quae perpendiculares omnes concurrunt cum diametro a b, in centro sphaerae cristalli, sic autem ad illas perpendiculares refraction, ideo quod corpus cristalli densius est corpore aeris per quod transierunt radij inter corpus solis & corpus cristalli incidentes, & quoniam in distantia aequaluntur radij inter corpus solis & corpus cristalli incidentes, & quoniam secundum aequalitatem angulos refranguntur, imaginetur itaque radius a b, produci ultra corpus cristalli, & patet

et quoniam a quolibet circulo corporis cristalli totius superficiei solis oppositae refranguntur radij ad unum punctum perpendicularis a b, sicut & omnes perpendiculares concurrunt in centro b, in aliquo itaque illorum punctorum perpendicularis a b, retro corpus cristalli posito combustibili ignis accenditur in illo, si moram duixerit, omnes enim anguli refractionis ex aere ad superficiem superiorem cristalli unius circuli, cuius polus punctus est secundum quem linea a b, secet superficiem cristalli, sunt aequales, & eorum radij illorum radij refractionis a superficie cristalli ad aerem sunt aequales, & quoniam quilibet illorum radiorum refrangitur a linea perpendiculari a puncto suae refractionis super superficiem cristalli productae, patet quod omnes illi radij aequaliter refracti concurrunt in uno puncto lineae a b, productae ultra superficiem cristalli, & quia illa puncta naturalia latitudinem habent, patet quod ipsis radij plurimi concurrunt, possunt ergo rem combustibilem ibi positam inflammare, quod est propositum, fore tamen portio sphaerae cristallinae minor hemisphaerio fortius inflammaret in loco centri sui posita re inflammabili, quoniam omnes radij totali illi superficiei sphaericae perpendiculariter incidentes concurrent in centro per 72. primi huius. Sed in horum experimentatione est in maxima latitudo quae relinquitur ad talia curiosis.

XLIX.

Stellas coeli & lunam secundum refractionem a uisibus comprehendi instrumentally declaratur.

Instrumentum armillarum ponatur in loco eminenti, unde appareat horizontis pars orientalis, ita quod armilla quae est in loco circuli meridiei sit posita in superficie circuli meridiei, & polus eius sit exaltatus a superficie terrae secundum elevationem poli mundi super illius habitabilis horizonta, & in nocte obseruetur aliqua stellarum fixarum magnarum, quae tamen peruenit ad circulum meridianum sic transiens per centrum capitis experimentatis aut prope, & consideretur illa in ortu suo dum eleuatur super superficiem horizontis, & tunc reuoluatur armilla reuolubilis in circuitu poli mundi, qui est plus aequinoctialis, donec fiat aequidistantis circulo magno coeli transeunte per polos aequinoctialis, & per centrum corporis illius stellae, & certificetur locus stellae ex armilla, ita ut habeatur distantia stellae a polo mundi. Deinde obseruetur stella donec ueniat ad circulum meridiei, moueaturque armilla mobilis donec fiat aequidistans circulo stellae, ut prius, & sit in superficie circuli meridiani, & tunc iterum habebitur distantia stellae a polo mundi cum stella fuerit in zenith capitis aut prope, inuenieturque distantia stellae a polo mundi in tempore ortus & elevationis stellae minor ipsius distantia ab eodem polo tempore quo est in zenith capitis uel prope, patet itaque ex istis quia uisus comprehendit formas stellarum orientium reflexae & non recte, quoniam quaelibet stellarum fixarum semper motu uetur per eundem circulum, ex circulis aequidistantibus aequinoctiali, nisi forte secundum motum latitudinis uarietur parum in tempore longo, de quo alibi plenius dicemus. Si itaque uisus comprehenderet stellas recte non refractae, tunc uisus comprehenderet quamlibet stellarum in suo loco, & esset omni hora noctis eiusdem stellae a polo mundi eadem distantia in uisu, cuius contrarium accidit uisui per instrumentum. Similiter quoque accidit in luna, si enim aliquis per tabulas aquauerit locum lunae in aliqua hora prope ortum eius, & habeat latitudinem eius & distantiam a polo mundi notam, & item aequet ipsam pro tempore mediae noctis, & sciat latitudinem eius & distantiam a polo mundi, si itaque inueniatur locus lunae per armillas tempore ortus sui non accidet diuersitas inter computationem per tabulas & experimentationem per instrumentum, inuento uero loco lunae per armillas dum est in meridiano circulo, erit distantia linea zenith capitis inuenta per instrumentum, cum latitudo lunae est meridiana maior, & cum est septentrionalis minor uera distantia eius ad zenith capitis inuenta per computationem tabularum, patet ergo quod lux lunae non peruenit ad uisum recte, sed refrangitur in aliquo medio corpore secundi diafoni, quia nisi refrangeretur eadem eius esset distantia a zenith capitis per instrumentum & per tabularum computationem, ut accidit cum esset in horizonte nunc aut differt, palam est ergo propositum, quia omnes stellae uidentur per refractionem.

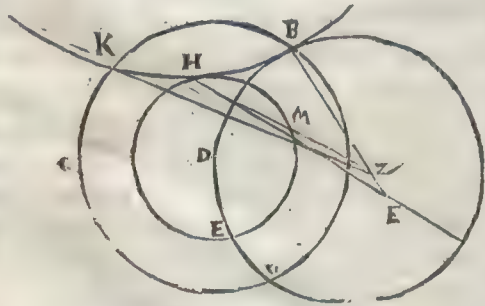
a a a

Dispositio



Diaphonitas corporis coelestis rarior est aeris & ignis diaphonitate.

Disposito enim instrumento armillaris ut supra, inveniendae est distantia alicuius stellarum a zenith capitis, & in loco experimentationis sit circulus meridiani a b g, & sit zenit capitis punctum b, & polus mundi sit punctum d, centrum quoque mundi sit punctum e, & ducatur semidiameter meridiani circuli quae sit e b, pertransiens centrum visus ex perimentantis, quae sit punctus z, sitque circulus h c, aequidistans circulo aequinoctiali, & polo ipsius qui est d. Eritque polus illius circuli h c, punctus d, per 68. primi huius, propter distantiam illorum circulorum. Sitque circuli h c distantia a puncto d, polo mundi, illa in qua inuenitur stella in hora certificationis distantiae primae, quae est in ipso puncto sui ortus, & sit locus stellae in illa hora punctus h, sitque circulus alter qui k b g, aequidistans aequinoctiali circulo, & etiam circulo h c, cuius distantia a polo mundi, quae est d, sit illa, in qua inuenitur stella in secunda hora considerationis, quae sit stella existente iuxta zenith capitis in circulo meridiani quae est a b g. Eritque circulus k b g aequidistans polo mundi, qui est d, & ualde propinquus ipsi zenith capitis, aut transiens per punctum b, quod est zenith capitis. Ille ergo circulus k b g, est in quo cessat obliquitas refractionis, nam cum stella fuerit in zenith capitis in puncto b, aut ualde prope, tunc visus comprehendit eius formam recte, nam linea e z b a centro mundi e, per centrum visus z, ad zenith capitis b pertingens, est perpendicularis super concuum sphaerae coelestis, & super conuexum sphaerae aeris per 72. primi huius, quoniam transit per centrum utriusque illarum sphaerarum, visus itaque propter perpendicularitatem lineae z b, super sphaeras aeris & coeli, comprehendit stellam existentem super hanc lineam recte, siue corpus coeli & aeris sint eiusdem diaphonitatis siue diuersae, quoniam ut supra ostensum est per tertium huius, perpendicularis linea radialis non refrangitur in medio secundi diaphoni, forma itaque stellae apparentis in puncto b, sine omni refractione peruenit ad visum per medium corpus coeleste & ignis & aeris, quorum in hoc loco acceptio est uniformis, quoniam ignis plus difonus est aere, & ex lucibus coelestibus nihil ad nos peruenit, uel ad nostros visus, nisi per medias sphaeras ignis & aeris, quae quantum ad illud sunt sphaera, quasi una, stellam itaque existentem in zenith capitis aut prope illud, comprehendit visus in suo uere circulo aequidistantem circulo aequinoctiali super quem mouebatur ab initio noctis quousque peruenit ad circulum meridianum. Cum in circulo itaque k b g, fuerit stella in prima experimentatione, si autem circulus altitudinis transitus per stellam in prima hora experimentationis circulus b h k. Secetque iste circulus circulum k b g, in ambobus punctis, scilicet in puncto k, qui est in parte orientis, & in puncto g, illi directe opposita, secetque circulum h c, scilicet in puncto h, in quo corpus stellae uidetur esse in tempore primae considerationis, &

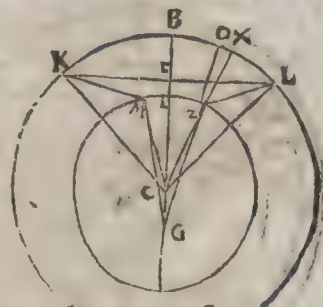


quod distantia stellae secundum visum a polo mundi fuit in prima experimentatione minor quam in secunda, patet quod circulus h c, est propinquior polo d, quam circulus k b g, punctus itaque h, circuli altitudinis qui est b h k, propinquior est ipsi zenith capitis b, quam punctus k. Ducantur itaque duae lineae h z & k z, ad centrum visus z, quia ergo stella comprehenditur a visu in prima hora experimentationis in puncto h, circuli b h k, & tunc erit in superficie circuli k b g, & cum stella erit in illa hora secundum ueritatem in circumferentia circuli k b g, oportet necessario ut stella in illa hora fuerit secundum ueritatem in puncto communi illis duobus circulis, qui sunt k b g & b h k, qui est punctus k, super terram comprehenditur autem a visu in puncto h, per lineam z h, quia forma stellae peruenit ad visum in rectitudine lineae h z, & linea quae est inter stellam & visum secundum ueritatem, est linea k z, palam ergo quod visus non comprehendit stellam quae est in puncto k recte, comprehendit ergo ipsam refracte, & quia in corpore coelesti propter homogeneitatem suam diaphonitatis non potest fieri refractionis, fiet ergo illa in aliquo puncto corporis illi propinqui. Sit itaque locus refractionis factae in medio secundi diaphoni, quod est aer uel ignis puncto m, & ducatur linea k m, & protrahatur a puncto m, linea recta usque punctum z, centrum visus, quia ergo forma stellae extenditur a stella per lineam k m, & refrangitur ad visum, per lineam k m z, forma uero non refranguntur, nisi occurrerit corpus diuersae diaphonitatis, ut ostendimus in secundo libro huius, & in praemissis huius libri propositionibus, ergo corpus coeleste in quo est stella, & differentis diaphonitatis ab ignis diaphonitate, & quia locus refractionis est apud superficiem transeuntem inter duo corpora differentia in diaphonitate, ut patet per 4. huius, punctus itaque m, est in concauitate coeli, & si producatur linea e m, hoc secundum ueritatem erit semidiameter sphaerae coeli, cuius concuum attingit conuexum ipsius ignis, est ergo perpendicularis super superficiem coesi concuum contingentem aerem uel ignem, & super superficiem aeris, uel ignis conuexam, & quia forma stellae extensa in corpore coelesti per lineam k m, refrangitur in aere ad visum per lineam m z, linea uero k m, protrahitur ultra punctum m, secaret lineam z m, elongans se a puncto e, centro mundi, ideo quia oblique incidit concuam superficiem ipsius coeli, palam quia illa refractionis est ad partem in qua est perpendicularis e m, transiens per punctum refractionis perpendiculariter super conuexam superficiem aeris, & quoniam neque in coelo, neque in terra, neque in aere est aliquod corpus densum politum, a quo possit fieri reflectio, ut a speculo, patet quia illa diuersitas accidit propter refractionem formae in medio secundi diaphoni, corpus itaque aeris est grossius corpore coeli, ut patet per 4. huius, & hoc est propositum.

Diaphonitas corporis coelestis rarior est aeris & ignis diaphonitate.

Diametri omnium stellarum & lineae determinantes distantias quarumlibet duarum stellarum in zenith capitis, uel circa existentium, minores comprehenduntur per refractionem quam si directe uiderentur.

Sit circulus meridianus in aliquo horizonte b f k, & communis sectio superficiei huius circuli, & superficiei conuexitatis sphaerae coeli infimi per 69. primi huius, sit circulus m e z, erit ergo isti duo circuli in eadem superficiei & concentrici. Sit ergo centrum ipsorum quod est centrum mundi punctum g, sitque centrum visus punctum c, & ducatur a centro mundi g ad centrum visus c, linea g c, & extrahatur linea g c in partes, donec occurrerit circulo meridiani in puncto b, secetque circulum qui est in superficie coeli concua in puncto e, erit itaque punctus b, zenith capitis quo ad visum, sit itaque k l, arcus cuius chorda k l, sit diameter alicuius stellae aut distantia inter aliquas duas stellas, & linea c b, transeat per medium arcum k l punctum b, & secet chordam k l in puncto p, arcus itaque k b est aequalis arcui b l, & ducantur duae lineae c k & c l. Erit ergo angulus k c l, quidam angulus secundum quem visus c, comprehendit arcum k l, quam do ipsum recte comprehendit. Sit itaque ut forma puncti k refringatur ad visum c, a puncto m, circuli m e z, qui est signatus in concua superficiei ipsius coeli infimi, ut praesumptum est, & forma puncti l, refringatur ad visum c, ex puncto z, ducantur lineae g m & g z, a centro mundi ad loca refractionum, ducantur quoque lineae k m, l z, z c, forma itaque puncti k, exren ditur per lineam k m refrangitur ad visum c, per lineam m c, & quoniam linea g m, exit a centro ad circumferentiam, palam per 72. primi huius, quod ipsa est perpendicularis super superficiem sphaerae coeli incidens puncto m, quod est punctus refractionis, & quia per praemissam corpus coeli quod est z m, est rarioris diaphonitatis quam corpus aeris, in quo est visus c, palam per 4. huius, quia refractionis quae sit secundum lineam m c, erit ad partem perpendicularis lineae quae est m g. Erit itaque punctum m, inter duas lineas c b & c k, quia si punctus m esset ultra lineam c k, tunc perpendicularis exiens a puncto g ad punctum m, esset etiam ultra punctum k, & ita cum forma puncti k refringatur ad partem perpendicularis m g, & non perueniret ad perpendicularem g e, ergo non perueniret ad visum c, palam itaque, quod punctus m, est inter duas lineas c k & c b, & eodem modo declarari potest, quia punctum z, est inter duas lineas c b & c l, extrahatur itaque linea c m ad q, punctum circuli meridiani

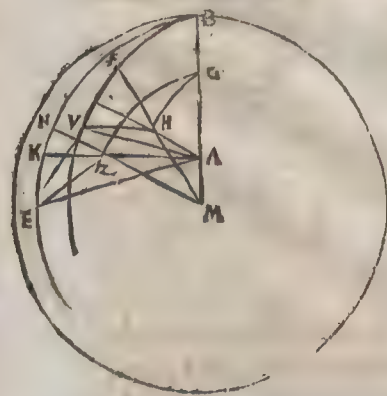




diani, & linea c z ad punctū r, eiusdē circuli meridiani. Erit itaq; arcus q k aequalis arcui k r, & angulus q c r erit minor angulo k c l, qm̄ est p̄s eius. Sed angulus q c r est angulus p̄ quē uisus c, cōprehendit arcū c k l refracte, & angulus k c l per quē uisus c, cōprehendit arcū k l recte, si ipsum recte posset cōprehendere, sed remotio arcus k l, a uisu est maxima qua propter quātitas eius uera certificatur, uisus itaq; per existimationē nō per certitudinē accipit remotiōnē arcus k l, sed existimatio uisus quādo cōprehendit refracte, nō differt ab existimatione eius quādo cōprehendit recte, nisi in hoc solū, quod putat se recte cōprehendere quādo cōprehendit refracte, uisus itaq; c, cōprehendit arcū k l, refracte ex angulo minori, q̄ ille angulus quo ipsum cōprehendit recte, & secundū cōparationē ad illam eandē remotiōnē, ad quā cōparat si ipsam recte cōprehenderet. Sed uisus c comprehendit magnitudinem ex quantitate anguli respectu remotiōnis puncti c, quod est centrum uisus a, a superficie rei uisae per 20. quarti huius, ergo comprehendit quantitatē arcus k l, refracte minorē q̄ si comprehēderet illam recte, & si figura in qua sunt puncta k l r b imaginetur circūuolui linea c b, existente immobili, describetur circulus secans meridianū circulū in duobus punctis, cuius circuli polus erit punctū b, zenith capitis, & erūt omnes anguli qui sunt apud uisum c, cōtēti duabus lineis similibus lineis c k & c l inter se qualibet suae compari aequalis, uisus ergo c cōprehendit formam arcus k l, refracte in omni situ in respectu circuli meridiei, cū fuerit in uertice capitis minorē, q̄ comprehēdet ipsam recte, & si linea c b, secuerit arcū k l in duo aequalia, tunc duo puncta q & r, erunt inter duo puncta k & l, Eritq; angulus q c r minor angulo k c l, & erit omnis angulus aequalis angulo q c r, exiens a p̄cto c, secans stellam, & linea exiens a centro uisus c, in superficie illius circuli secabit circulū minorē ipsius stellae, & comprehēditur quantitas eius minor q̄ sit, & sic rota stella uidebitur maior q̄ sit, omnis ergo stella uidetur minor cū est in zenith capitis q̄ si uideretur directe, & similiter est de omni distantia, cōprehēdetur enim as stellas, cū zenith capitis fuerit inter duas extremitates illius distantia, cōprehēdetur enim in omnibus suis positionibus minor, q̄ si directe comprehēderetur sine refractione. Omnis itaq; stella in uertice capitis aspiciētis existens uidetur minor q̄ in alio loco cōgli, & quanto magis remouetur a uertice capitis, tanto semper apparet maior, itaq; in horizonte apparet maior q̄ in alio loco, & hoc est cōmune omnibus stellis, planetis scilicet & fixis, quod in zenith capitis uel prope illud semper sunt minores, & hoc similiter apparet in lineis determinantibus stellarum distantias, hoc est in ipsis stellarū distantijs, ut spaciōrum cōeli quae sunt inter stellas magis q̄ in quantitatibus stellarum, nam quantitas stellae quoad uisum est res parua, & excessus suae quantitatē res parua, sed magis comprehenditur diuersitas & excessus distantiarum, patet ergo propositum.

L II.

Diametri stellarū uel lineae stellarū distantiam determinantes, existentes in horizonte aut inter horizonta & circulū meridiei, taliter ut aequedistant horizonti, uidebūtur propter refractionē minores q̄ si directe uiderentur.



Sit item circulus meridians qui p b, cuius centrū quod est centrū mūdi sit punctus m, & sit centrū uisus a, & zenith capitis punctū b, & ducatur linea a b, & sit diameter stellae aut distantia inter aliquas duas stellas linea d e, aequedistans horizonti, & sit circulus altitudinis transiens p unā extremitatē diametri stellae, aut distantiae inter duas stellas circulus b d, & alius circulus altitudinis transiens per alteram extremitatē diametri stellae aut distantiae sit circulus b e, & alius circulus altitudinis transiens extremitatē diametri stellae aut distantiae sit circulus b c, cōmunes quoq; sectiones superficierum istorum duorū circulorum & superficier concavae cōeli infimi sint duo circuli g h & g z, forma itaq; p̄cti z, refrangitur ad uisum a, in superficie circuli g h, esto ut hoc fiat in p̄cto h, & forma puncti e, refrangitur ad uisum a, in superficie circuli g z, sit item in puncto z, ducantur lineae a d, a e, a h, a z, m z, m h, & produ-

producatur linea m z, ad arcum b e, in punctum n, & linea m h, producatur ad arcum b d in punctū f, & quoniam linea d e, aequedistat horizonti, cū sit quaedam pars circuli aequedistantis circulo horizontis, ut alicuius illorū circulorū qui Arabice dicatur Almucantara, palam per 68. primi huius, quoniam zenith capitis quod est p̄ctus b, est polus circuli d e, quoniam ipse est polus horizontis, arcus itaq; b d, est aequalis arcui b e, per 27. tertij, chordae enim illorū arcuū sunt aequales per 65. primi, linea itaq; m h, est perpendicularis super superficiem corporis diaconi cōlestis per 72. primi huius, quoniam exit a centro mundi, linea itaq; h a, refrangitur a puncto h, ad uisum a, & erit eius refractione ad partē diametri h m, p 4. huius, aer enim est densior corpore cōlesti, ut patet per 48. huius, refringetur ergo ad partē cōtrariā illi, in qua est pars reliq; p̄pendicularis quae h f, ergo h p̄ctū refractionis est altius q̄ linea a d, & similiter declarabitur qd 3 punctus refractionis est altior q̄ linea a e, duo ergo puncta f & n, quae sunt termini duarū linearū perpendiculariū m f & m n, sunt inter duo puncta d & e, & zenith capitis quod est b, ita quod punctum f, est inter duo puncta e & b, & angulus refractionis qui est apud punctū h, est aequalis angulo refractionis qui est apud punctū z, per 13. huius, quoniam situs duorū punctorū d & e, respectu uisus a, est cōsimilis ex hypothesi, tantū ergo distat punctus f, a p̄cto d, quantum punctus n, a puncto e, extrahatur itaq; linea a h, ad punctū t, & lineam a z ad p̄ctū k, distabit itaq; punctus t, a puncto d tantū, quantum punctus k a puncto e, & ducatur linea t k, qui necessario erit aequedistans lineae d e, per 88. primi huius, quoniam arcus e k, est aequalis arcui d t, ergo linea t k, minor q̄ linea d e, per eandē 88. primi huius, & lineae a t, a k, a d, a e, sunt aequales, quia punctum a, centrū uisus est quasi centrū mundi, & omnium arcuum signatorum ut b d & b e, duae lineae a t & a k sunt aequales duabus lineis a d & a e, & basis t k, trigoni a t k est minor q̄ basis d e, trigoni a d e, ergo per 25. primi, erit angulus t a k, minor angulo d a e, sed angulus t a k, est angulus secundū quem linea d e, comprehenditur refracte, & angulus d a e, est angulus secundū quem linea d e, comprehenditur recte, patet itaq; illud quod proponebatur, siue linea d e, sit diameter alicuius stellarum, siue ipsa sit linea determinans distantiam inter stellas.

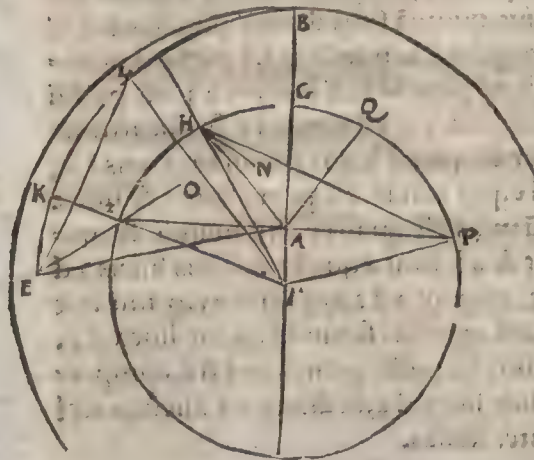
L III.

Diametri stellarum aut lineae determinantes distantiam stellarum in alio quo circulo altitudinis super horizonta erectae, per refractionem uidentur minores quā si directe uiderentur.

Remaneat dispositio quae supra, & sit diameter alicuius stellarū uel distantia aliquarū duarū stellarū linea d e, quae sit erecta in aliq; circulo altitudinis transeūte per zenith capitis, qd est punctū b, q̄ circulus altitudinis sit b d e, sitq; cōmunis sectio superficier circuli b d e, & superficier cōcauitatis sphaerae infimae cōlestis, circulus a h z, per 69. primi huius, & ducantur lineae a d & a e, & refrangatur forma puncti d, ad uisum a, ex p̄cto h, & forma puncti e, ex puncto z, copuletur quoq; lineae d h, quae producatur ultra punctū h, in punctū n, & c z, q̄ producatur ultra punctū z, in punctū o, patet ergo ut in precedēte proxima, qd punctū h, est altius q̄ linea a d, & qd punctū z, est altius q̄ linea a e, ducatur itaq; lineae a h, h d, a z, z e, m h, m z, & protrahatur linea m h, ultra punctū h, ad circulū altitudinis in punctū t, & linea m z, ultra punctū z, in puncto k, erit ergo angulus refractionis qui sit ex refractione formae puncti e, ad uisum a, qui est angulus a z m, ualde paruus, quoniam linea a m, qui est semidiameter terrae respectu tantae distantiae, non est alicuius sensibilis quantitatē, ut aliās declarauimus in scientia motuū cōlestium, & angulus refractionis eius erit paruus sequēs modū illius anguli a z m, quoniam cū aer sit densior corpore cōlesti, ut patet p 48. huius, palā p 4. huius, qm̄ sit refractione ad p̄pendicularē quae est z m. Erit ergo p 8. huius, angulus e z m, & similiter angulus b h t, acutus, ergo angulorū a h d & a e z, uterq; erit obtusus per 13. primi. P̄ctū itaq; z, aut erit in superficie horizontis, aut altius, si erit in superficie horizontis, erit ergo in extremitate p̄pendicularis exeuntis a centro uisus, quod est a, super lineam b a, perpendiculariter superficier horizontis insistentem, quae perpendicularis imaginatur esse ducta in superficie horizontis, aut si fuerit



altius horizonte, erit altius illa linea perpendiculari, & punctum h, erit semper altius puncto  
3, angulus ergo a h m, est minor angulo a 3 m, quod patet si super punctum m terminum lineae  
a m, fiat per 23. primi, angulus aequalis angulo a m 3, qui sit a m p, ducta linea m p, ad pe-  
riferiam circuli g h 3, factio quocumque angulo q a g, aequali angulo h a g, ita ut per 7. tertij, li-  
nea a q sit aequalis lineae a h, copuletur linea h p, in trigono erit h m p, duo anguli m h p  
& m p h sunt aequales per 5. primi, sed in trigono h a p, latus a p, est maius latere a h, quod  
est maius latere a q, per 7. tertij, est ergo per 19. primi, angulus a h p, maior angulo h p a.  
Relinquitur ergo angulus a p m, maior angulo a h m, est autem per 4. primi, angulus a p m,  
aequalis angulo a 3 m, est ergo angulus a h m, minor angulo a 3 m, ergo per 8. huius, an-  
gulus formae incidentiae puncti d, qui est angulus b h t, est minor angulo incidentiae formae  
puncti e, q est angulus e 3 k, ergo angulus a h d, est maior angulo a 3 e, per 13. primi, quia  
per 8. huius, minores anguli incidentiae minores habent angulos refractionum, & ita angulus  
n h a, est minor angulo o 3 a, relinquitur ergo angulus a h d, maior angulo a 3 e, & duae li-  
neae m t & m k sunt semidiametri circuli b d e, & duae lineae m h & m 3 sunt semidiametri



circuli g h 3, linea itaq; m t, est aequalis lineae m k,  
& linea m h, est aequalis lineae m 3, per diffinitionem  
nem circuli, linea itaq; h t, est aequalis lineae 3 k, quia  
niam sunt remanentiae linearum aequalium ablati aequa-  
libus, & angulus d h t, est minor angulo e 3 k, ergo  
linea h d, est minor quam linea o 3, quia linea con-  
tinetur cum linea t h, angulum aequale angulo k 3 e, qui  
est maior angulo d h t, erit maior quam linea d h, per  
7. tertij, linea ergo d h, est minor quam linea e 3, & duae  
lineae a d & a o sunt aequales, similiter duae lineae  
a h & a 3 sunt aequales, quia punctum a centrum est  
suis, est centrum circulorum b d e & g h 3, triangulus  
ergo a h d, est minor triangulo a 3 e, quoniam illorum du-  
orum trigonorum duobus lateribus existentibus aequa-  
libus, tertium est inaequale, ergo circulus continens trigonum a h d, est maior circulo conti-  
nente trigonum a 3 e, quia angulus a h d est maior angulo a 3 e, & linea h d, est minor quam  
linea e 3, linea itaq; h d distinguit de circulo minore continente triangulum a h d, arcum minorem  
arctui simili illi arctui quem resecat linea 3 e, ex circulo minore continente triangulum a e 3, angulus  
ergo h a d, est minor angulo 3 a e, sit ergo angulus 3 a d, communis illis ambobus, an-  
gulus, erit ergo angulus h a 3, minor angulo d a e, angulus uero si a 3, est angulus secundum  
duos quos uisus a, comprehendit lineam d e, per refractionem, & angulus d a e, est angulus secundum  
duos quem comprehenderetur forma lineae d e, recte si hoc posset fieri, uisus itaq; a, com-  
prehendit lineam d e, reflexe minorem quam recte per 20. quarti huius, quoniam sub ma-  
iori angulo comprehendit ipsum reflexe quam recte, patet ergo propositum.

L IIII.

Omnes stellae uidentur rotundae maiores in horizonte quam in medio coeli, nisi  
quandoque contrarium accidat propter interpositos uapores uisibus & stellis.

Omnes stellae comprehenduntur rotundae, quoniam uterque diametrorum suarum, scilicet longitudo  
nis & latitudinis comprehenditur aequaliter minor quam si comprehenderetur recte, quilibet ergo  
suarum diametrorum declinatus comprehenditur aequaliter minor per refractionem quam si compre-  
deretur recte, stella ergo comprehenditur rotunda in omni suo situ, omnes quoque stellae com-  
prehenduntur minores per refractionem, quam si directe uiderentur, quoniam ipsarum diametri, comprehen-  
duntur minores, ut patet ex propositionibus praemissis, & hoc uerum est, quantum a parte refra-  
ctionis, quae fit in medio secundi diaconi quod est aer, quod est densius caelo per 48. huius, in coe-  
lesti itaq; concava superficie fit refractione ad perpendicularem exeuntem a puncto refra-  
ctionis super illam superficiem, hoc est ad lineam, quae est semidiameter mundi per 4.  
huius, Diuersitas uero refractionis quae fit secundum distantiam stellarum a polo mundi in-  
uenitur

uenitur parua, quoniam illi anguli refractionis sunt parui, unde secundum ipsos non diuersificatur  
sensibiliter quantitas stellarum, sed magnitudo stellarum & quantitas distantiae ipsarum ab inuicem  
multum differunt, cum sunt in horizonte, & cum sunt iuxta zenith capitum, uel in medio coeli pro-  
pter sensibilem diuersitatem suae refractionis, & hic est error perpetuus, quia causa eius est perpetua  
scilicet uictoria raritatis corporis coelestis super aeris raritatem, accidit tamen quandoque uideri  
stellas maiores una uice quam alia, ut si uapor grossus sit inter uisum & stellam, tunc enim pro-  
pter refractionem linearum extensionis formae stellarum in illo uapore ad perpendicularem, & pro-  
pter refractionem a superficie illius uaporis factam iterum ad aerem, in quo est uisus, quod refractione fit  
ab illa perpendiculari, dispersior occurrit forma uisui, & sub angulis maioribus uidentur for-  
mae stellarum, sicut etiam accidit de denario sub aqua uiso, quod uidetur maior quam si in aere uide-  
retur, huius autem quantitas uisionis stellarum maxime accidit cum stellae sunt in horizonte, aut  
prope illum, & sic duae refractiones subsequentes primam, quod sit in concava superficie ipsius coeli & sit  
semper in omni stellarum uisione, faciunt nouas immutationes circa stellarum uisionem, uapor enim  
ille grossus cum fuerit in horizonte, aut prope, & non fuerit continuus usque ad medium coeli, erit pro-  
portio cuiusdam sphaerae concentricae mundo, & erit superficies eius quae est ex parte uisus pla-  
na, propter quod formae aut distantiae stellarum, quae sunt ultra illum uaporem uidebuntur maiores  
quam si sine illo uapore uiderentur, in illo enim loco concavitatis coeli ex quo refrangitur forma  
stellarum ad uisum, est forma stellarum, & ex ipso extenditur ad uisum si non interuenierit uapor  
grossus, quod si uapor grossus uisibus & stellis interuenierit, tunc extenditur forma stellarum ad  
superficiem uaporis supremam, & refrangitur in illa ad perpendicularem. Deinde extenditur ad  
superficiem infimam uaporis, & refrangitur ab illa ad aerem purum continentem uisum, & sic illa re-  
fractione ad partem contrariam perpendicularis exeuntis a puncto refractionis super planam sup-  
ficiem uaporis, sic ergo forma stellarum & earum distantia uidetur maior quam si uideretur post re-  
fractionem factam in concavo coeli a supremo corporis elementaris, nulla facta refractione  
ne in superficie uaporis ad aerem, quod est sub uapore & sub denso corpore rarior existens, &  
continens ipsum uisum. Causa uero propter quam omni uapore medio excluso uidentur  
stellae & stellarum distantiae maiores in horizonte quam in medio coeli aut prope, coadiuuatur  
plurimum per existimationem uidentis, quoniam existimat stellas plus distare a uisu in horizon-  
te quam in medio coeli, existimans ipsum partem coeli, quae est iuxta zenith capitum propinquio-  
rem sibi quam eam quae est inter horizontem, ut ostendimus per 14. huius, comprehendit ergo ui-  
sus quantitatem stellarum, & quantitatem distantiae, quae est inter stellas cum fuerit in horizon-  
te aut prope, ex compositione anguli sub quo fit uisio ad distantiam remotam, & cum fuerit in  
medio coeli aut prope illud comprehendit ipsarum quantitatem ex compositione anguli aequa-  
lis primo aut fere ad distantiam propinquam, inter quam & distantiam horizontis uide-  
tur diuersitas maxima, & sic iudicat stellarum quantitatem secundum modum qui diiudicat quan-  
titate uisibilium consuetorum, quae enim a remotiori sub eodem angulo uidentur quo alia pro-  
pinquiora, illa remotiora iudicantur a uidentibus esse maiora, ut ostendimus hoc 4. libro  
Hae enim causa uisionis stellarum est perpetua & immutabilis omnibus uidentibus com-  
munis, & eodem modo accidit uidentibus in comprehensione distantiarum ipsarum stellarum, nam for-  
mae harum distantiarum non diuersantur apud uisum in diuersis temporibus, sed sunt sem-  
per eodem modo se habentes, & uisus assimilat ipsas distantias rerum assuetarum, quae  
maxime distant a uisu super superficiem terrae ipsius, patet ergo propositum.

L V.

Scintillatio accidit semper omnibus stellis fixis propter diuagationem  
formae in loco imaginis ex motu subiecti corporis accedentem.

Quoniam enim ut patet ex praemissis 5. theorematibus, locus imaginis formae cuiuslibet  
stellarum erit in conuexo aeris uel ignis sub concavo coeli infimi ignem continentis. Hoge  
autem elementorum quodlibet mobile est se per motum rectum, utpote sursum propter leuitatem,  
quae est in illis, mouetur autem per accedens motum circulari una cum motu diurno coeli, propter  
formam stellarum ipsis incidentem necesse est diuagari & distrahi, sicut ipsa forma uidetur  
aliqua locum mutare propter motum corporis in quo uidetur, nec est diuersitas in isto siue lu-  
men stellarum per se ipsum diffundatur, siue fiat hoc propter reflexionem luminis solaris a  
stellis



stellis. Semper enim tam lumē per diffusum à corpore luminoso, q̄ lumen ab alijs corpore  
ribus diffusum, quādo per, refractionē uidetur fit debilius per 10. huius, unde cum habet  
locum imaginis in corpore mobili diuersis motibus, aut uno motu forti necesse est for-  
mam illam debilitatā diuariatā & distinctā uideri propter motū corporis subiecti in q̄  
uidetur, unde in his talis refractione luminis nō est causa, & huius simile est in aqua ueloci-  
ter currēte, à cuius superficie formae stellarū reflexae uidetur plus scintillare q̄ in ipso lo-  
co suae imaginis refractae p̄ aerē uideatur, q̄nā p̄pter motū aquae distrahitur forma reflexe  
& mutatur locus imaginis reflexae, propter qd̄ & stellarū formae plus moueri uidetur  
& ideo apparēt amplius scintillantes. Similiter quoq̄ formae stellarū in loco suae imagi-  
nis tpe uētorū p̄pter maiore motū corpis medijs plus scintillant. In planetis uero nō sem-  
per accidit scintillatio, quoniam licet plus scintillant, & in eis fit idē locus imaginis, & ipso-  
rum formae propter refractionē debilitetur, tamē p̄pter p̄pinitatē ad nos uidētes non acci-  
dit eis multa debilitas, q̄a minor fit in eis refractione p̄ 13. huius, perueniūt ergo formae ip-  
sorū fortes ad uisum, unde & locū imaginis suae, quamuis corpus subiectū moueatur, pe-  
netrēt immote & sine omni diuariatione, nisi forte aliquod corpus grossius aere uisibus  
& planetarū formis interponatur, utpote uapor aquaticus grossus, tunc etenim propter  
incertitudinē motus illius uaporis, praesertim cū à uentis agitur, formae planetarū qua-  
si scintillantes perueniunt ad uisum, & ex hac causa aliquando & ipsam solē uidemus scin-  
tillantem in mane cum fuerit in ortu suo uisibilis secundū spiritū uisibilū resolutionē, pro-  
pter quorū resolutionē & motū, sol semper aliquādiu aspectus uidetur scintillare & moue-  
ri forma eius, quoniam recipitur in spiritibus motis, qui p̄pter uictoriā luminis cū fuerint  
in fine suae corruptionis ab actu uisionis mutati, rarificatur sup̄ suae naturae cōsistentiam,  
unde mouetur motu sibi improprio nato & insolito, suntq̄ causa motus formae uisae,  
& tūc uidetur forma rei uisae scintillare, sicut etiā accidit cū à corporibus politis fit fortis  
reflexio luminis ad uisum, tūc enim p̄pter improprietatē illius luminis ad spiritus uisibil-  
es fit motus illorū spiritū, & uidentur formae illorū corporū scintillantes & motae, quia  
recipiuntur in corpore cōmoto. Sic itaq̄ scintillatio semp̄ accidit omnibus stellis fixis, q̄nā  
causa illius est p̄petua, scilicet diuariatio formae suae in loco imaginis accidens ex motu  
subiecti corporis. In planetis uero scintillatio accidit ut raro, quia causa eius est eueniēs  
ut raro. In alijs uero corporū formis, quātū excellentia corrumpit sensum, non est pro-  
pria scintillatio, siue illa corruptio fiat per simplicē luminis immisionē, uel per reflexio-  
nē à corporibus politis, q̄a illa scintillatio nō accidit sensui ut est suae p̄prie dispositio-  
sed ut est infimae suae corruptiois, etēn si habētibus in oculis formam rei motae, aut etiam  
mouētibus, omnia moueri uideantur propter motū spiritū, sine regimine animae discer-  
rentiū non propter hoc differunt formae rerum omnium scintillare, patet ergo propositū  
Et quia secundum praemissos refractionum modos passioēs uisibilium infimorum & su-  
premorū transcurrimus, restat ut refractiones, quae in medijs accidunt corporibus ali-  
qualiter pertractemus, utpote illas quae in uaporibus medijs occurrunt.

LVI.

Non aggregatis radijs corporis luminosi in corpore non luminoso plus  
quā in medio lumine sensibilis fieri est impossibile.

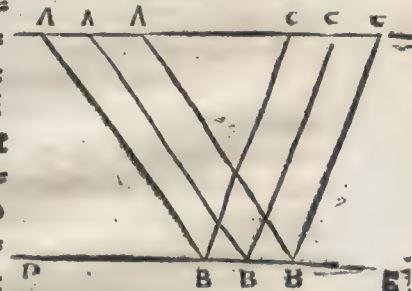
Quod hic proponitur patet, quia lato lumine per aliquam partē medijs, uniformis erit  
extensio radij secundum lineam rectam per 1. huius secūdi, unde si nō aggregantur radij  
in corpore aliquo occurrente ipsis radijs luminis, non erit plus sensibile lumen in illo cor-  
pore q̄ fuerit in alia parte medijs, per quam ferebatur secundū extensionē ad motū linea-  
rum rectarū, lumine enim inaequaliter lato per unū corpus, & aliud, nisi fiat aliqua di-  
uersitas ipsius luminis, nō magis in uno q̄ in alio corpore sentietur, alijs circumstantijs in  
uisu & remotione existētibus aequalibus, qd̄ si fiat diuersitas luminis in radijs respectu di-  
uerforū corporū, ut patet p̄ 4. huius, tūc in eo corpore in q̄ magis radij disgregantur minus  
luminis apparet. Si ergo i aliquo corpore plus luminis apparebit, necesse est in illo corpo-  
re radios plus aggregari, patet ergo quod nō aggregatis radijs corporis luminosi in cor-  
pore

corpore non luminoso plus quā in medio lumine sensibilis fieri in aliquo corpore quā  
fit in medio unius diaconi impossibile est. Ex quo patet, quod si radij in aliquo corpore  
plus aggregantur quā in medio, quod in illo corpore lumen sensibilis q̄ in medio apa-  
parebit, & secundum quantitatem aggregationis radiorum lumen uidebitur intendi.

LVII.

Radios corporis luminosi per reflexionem uel refractionem aggregari  
palam est.

Istud patet per hoc, quoniam cū radius reuerberatur uel reflectitur ab aliquo corpo-  
re, tunc quia per 20. quinti huius, angulus incidentiae est aequalis angulo reflexionis, &  
radius incidens & reflexus sunt in eadem superficie, ut patet per 25. quinti huius. In su-  
perficie ergo eadem radij duo ad aequales angulos incidentes reflectuntur & uniuntur sic  
ut fiant unum, aggregantur ergo, quia duo obtinent unum locū, imō minus unum. Ver-  
bigratia, sit ut in superficie una reflexionis quae sit a b c, incident duo radij à diuersis par-  
tibus diametri corporis luminosi, scilicet a & c, ad unum punctum corporis in quo fit re-  
flexio, quod sit b, & sint anguli incidentiae aequales, producta ergo à puncto b, linea in di-  
cta superficie ad utramq̄ partem, scilicet ea quae est communis sectio superficie reflexio-  
nis, & superficie corporis à quo fit reflexio, quae sit d b e, erit angulus incidentiae qui est  
a b d, aequalis angulo reflexionis, qui est c b e, per 20. quinti huius, sed & secundum angu-  
lum incidentiae qui est c b e, fit reflexio radij c b, ergo radius b a reflexus, radius c b inci-  
dens, efficiuntur unus radius, & radius b c reflexus, radius quoq̄ a b, incidens efficiuntur  
unus. Sic autem est de alijs omnibus qui incidunt secundum py-  
ramidem, cuius conus est in aliquo puncto corporis, à quo fit re-  
flexio, & basis in corpore luminoso, patet ergo quod ad minus  
omnes illi radij in se duplicantur, unde cum ipsi sint infiniti, quoniam  
solum sunt entes in potentia in continuo, & tales pyramides sunt  
tot, quot sunt puncta in corpore, à quo fit reflexio, patet quod ip-  
si per reflexionē aggregantur. Sed & per refractionem in medio  
secūdi diaconi lumen aggregari per experientiam sensibiliter ad-  
hibita patere potest. Cum enim ostensum sit quod in medio se-  
cūdi diaconi densiori aere à parte opposita superficie incidentiae semper fit radiorum ag-  
gregatio, imō concursus in punctum unum, & ibi lumen & calorem generant, imō quod  
ignitionem efficiunt in corpore inflammabili cui immorantur, patet per 46. huius. Re-  
fractione itaq̄ lumen generat, quoniam adunat radios. Sed & in superficie à quo fit refra-  
ctio in profundum corporis densioris diaconi radius incidens & refractus, qui in medio  
unius diaconi producti, essent linea una, angulum refractionis constituunt. Suntq̄ per  
46. secūdi huius, in una superficie quae dicitur superficies refractionis, est semper ortho-  
gonalis super superficiem corporis in quo fit refractione per 2. huius, unde tales radij om-  
nes sic sibi ipsi incidentibus quando sunt refracti uicinantur & aggregantur secundum  
diaconi secūdi dispositionem angulo refractionis ad angulum incidentiae suae uariato.



In grossiori enim uel densiori diacono radius non perpendicularis magis debilitatur, un-  
de ad perpendicularē uehementius refrangitur & in uiciniorē punctum axis cadit,  
angulus ergo fit acutior angulo incidentiae suae respectu eius, si secundū idem punctum  
radius subtilioris diaconi incidisset, & ob hoc, q̄nā angulus ex omnibus refractis radijs  
cum linea, quae est communis sectio superficie refractionis, & superficie corporis in quo  
fit refractione, est minor in corporibus densioris diaconi quā minus densi, patet quod in  
corporibus densioribus & radij plus aggregantur quā in minus densis, per 8. huius, fit  
itaq̄ illorum radiorum aggregatio quandoq̄ propter lucis reflexionem ad punctum u-  
num Mathematicum uel naturalem, ut in 9. libro huius scientiae per specula cōburentia  
ostendimus fieri aggregationem radiorum, & in alijs libris, ubi de talibus sermo fuit. Fit  
etiam haec aggregatio quandoq̄ per refractionem, quoniam radij secundum aequales an-  
gulos incidentes per 8. huius, secundum aequales angulos refranguntur, & quandoq̄ cō-  
currunt in puncto uno, ut patet per 46. huius, semper autē in talibus & radij reflexi & refra-  
cti

bbb

cu



Et quodammodo in eadem parte medijs se duplicant, unde faciunt maius lumen, aggregatis autem per refractionem radijs, ut patet ex præmissis, tunc visu existente in loco aggregationis lumen generatur, & quandoque in corporibus diafonis superficiem leuem habentibus densioribus aere propter leuitatem superficiem lumen incidens ab ipsis reflectitur, ut ostendimus per 1. quinti huius, tunc propter reflexionem lumen aggregatur, & item quia in illis corporibus propter diuersitatem densioris diafoni fit luminis refractione ad perpendicularem intra corpus, ut patet per 4. huius, tunc in periferia cuiuslibet superficiem refractionis propter acutum angulum refractionis ipsis ad inuicem radijs uicinis fortificatur sensibilitas luminis, quando ergo superficies talium corporum sunt leues ut pollicae per naturam, tunc licet in ipsis fiat refractione, ab eorum tamen superficie fit etiam reflexio radiorum, licet debiliter, & propter hoc duabus his causis concurrentibus in superficie corporum talium lumen aggregatur, & apparent corpora plurimum luminosa, quamuis magis densa magis appareant luminosa. Non sunt autem modi alij aggregationis radiorum quam reflexio & refractione, ad hos enim ut ad primos, si qui alij modi apparuerint, radialiter reducuntur, patet ergo propositum.

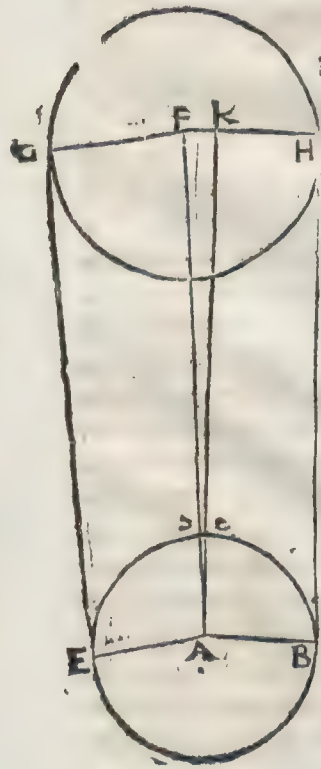
LVIII.

Sine oppositione corporis densioris quam sit medium proximum radijs corporis luminosi ipsorum radiorum reflexionem uel refractionem uel maiorem sensibilitatem impossibile est fieri.

Istud patet per hypothesim, quoniam radij cuiuslibet corporis radiosi sunt in se semper luminosi & uniformes, si ergo medium per quod feruntur sit uniforme, nunquam reflectuntur uel refranguntur, sed semper feruntur in continuum & directum, ut patet per 1. secundum huius, nec lumen propter eorum dispersionem aggregabitur ut uincat lumen quod ex æquali diffusionem luminis receptum est in oculo uidentis, nec etiam ad uisum fiet reflexio nec refractione in partem oppositam ad axem pyramidis uisualis, nec lumen uel sensibilitas luminis maior efficietur, patet ergo propositum, quoniam sine oppositione corporis densioris quod sit primum medium per quod fertur radius corporis luminosi, ipsorum radiorum reflexionem uel refractionem fieri non est possibile, quoniam omnis reflexio uel refractione semper fit ab aliquo talium corporum, ut est habitum ex præmissis.

LIX.

Quantitatem arcus circuli magni terræ secundum quem illuminatur à sole possibile est declarari.



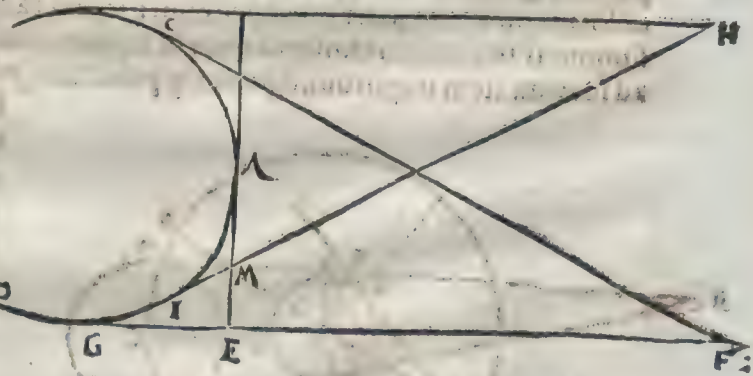
Supposito ex his quæ alibi declarata sunt per antiquos, & nos quod corpus solis sit maius corpore terræ, palam per 27. secundum huius, quoniam sol aspiciet terram secundum superficiem terræ maiorem medietate superficiem ipsius terræ. Sit itaque circulus secundum quem terra illuminatur à sole, qui b c d e, cuius centrum sit a, & sit circulus maior solaris corporis, qui g h, cuius centrum sit f, ducanturque lineæ æ contingentes utramque horum circulorum qui sint b h & e g, proportio itaque b c d e, terræ, est illuminata à sole, qui est maior hemisphaerio, ducantur itaque lineæ a b & f h, quæ erunt æquedistantes per 28. primi, quoniam utraq; ipsarum est perpendicularis super lineam b h, utrosque circulos contingentem per 17. tertij, & quoniam linea h f, est maior quæ linea b a, ut patet ex suppositis, resecetur à linea f h, æqualis lineæ a b, per 3. primi, sitque h k æqualis ipsi a b, & ducatur linea a k, eritque per 33. primi, linea a k æquedistans lineæ h b, ergo linea a k est perpendicularis super lineam f h, & quia linea f h, est 5. partes, & medietas partis ferè secundum quod linea a b est pars una, ut demonstratum est in Astronomicis, remanet linea k f, 4. partes, & media. Per eandem quoque uiam Astronomicam ostensum est, quod secundum quantitatem qua semidiameter terræ est

pars una, linea a f, est partes 1210. cum sit distantia solis à terra in medijs longitudinibus eius. Si ergo secundum quantitatem quæ, linea a f est 1210. partes, linea f k est 4. partes, & medietas partis, erit secundum quantitatem qua linea a f est 120. partes, linea f k, 29. minuta, 12. secunda, & secundum quantitatem qua linea a f est 60. partes, linea f k est 14. minuta, & 36. secunda, circumscripto ergo circulo in trigono orthogonio, qui est f k a, per 5. quarti, erit arcus quem subtendit chorda f k, quasi 13. minuta, & 56. secunda, ergo per ultimam sexti, erit angulus b a f, 13. minuta, & 56. secunda, secundum quod angulus rector est 90. partes, arcus ergo c d 13. minuta, & 56. secunda, secundum quod arcus b c est partes 90. per ultimam sexti, quoniam angulus b a c est rector per 34. primi, angulus enim k h b, est rector, totus ergo arcus b d, erit 90. partes, 13. minuta, & 56. secunda. Sed arcus d e est æqualis arcui d b, totus ergo arcus b c d e, est 180. partes, 27. minuta, & 52. secunda, quod quærebamus.

LX.

Summorum uaporum consistentiam ad quantum possint eleuati pertinere, possibile est inueniri.

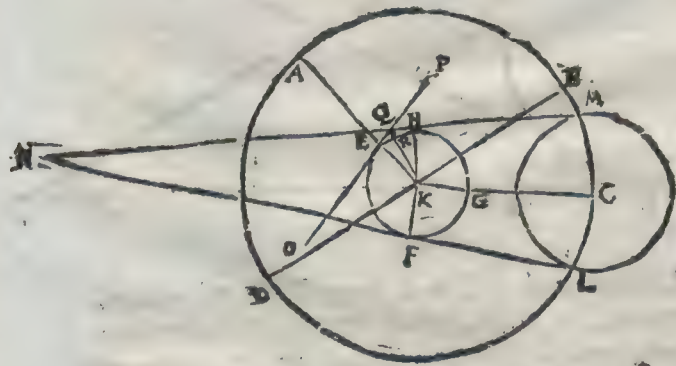
Ad hoc quod hic proponitur demonstrandum, utemur consuetis in scientia astrorum ut in præcedenti. Sit itaque per 69. primi huius, circulus secundum quem superficies plana transiens centrum solis & terræ, secet terram circulus a b c, & sit locus uisus a, & sit linea d a e, contingens circulum, & quoniam angulus contingentie est indiuisibilis quia est minimus acutum per 15. tertij, tunc patet quod uisus non cadet sub linea d a e, sed tantum super illam, & quoniam, ut patet per 27. secundi huius, umbra terræ est pyramidalis. Sit illa pyramis umbræ terræ, ante crepusculum matutinum, quando primo uidetur aer albescere in mane, c f e g, cuius uertex sit f, aer itaque cadens intra hanc pyramidem non illuminatur à sole, sed radius solaris cadit super omnem aerem, qui est extra hanc pyramidem, quoniam illi non impedit per obstaculum terræ, non tamen uidetur uisui illuminatum hoc quod est extra hanc pyramidem, quoniam ut patet per 54. & per 56. huius, non fit luminis reflexio ab aere puro & subtili. Tria sunt ergo quæ in hac dispositione res faciunt non uideri, ut si cadant sub linea contingente, & per uisum transeunte, uel si cadant intra superficiem contingentem pyramidis umbræ terræ, uel si tanta sit subtilitas materiæ corporum mediorum ut ab ipsis non fiat reflexio ad uisum, sit quoque ut linea e a d, contingens terram in puncto a, centro uisus, secet superficiem pyramidis illius umbræ in puncto extra pyramidem, quod sit punctum e, ut propinquum umbræ, aer ergo qui est apud punctum e, est inuisibilis, non quod cadat sub linea terram contingente, quoniam ille aer est in superficie horizontis, nec quod cadat intra superficiem pyramidis umbræ terræ, quoniam est extra illam, sed manet inuisibilis propter subtilitatem materiæ fixæ quia non habet mixtionem uaporis densioris aer à quo reflectatur lumen solis ad uisum, ut patet per 56. huius, imaginemur ergo moueri solem usque ad principium crepusculi matutini, & quoniam uertex pyramidis umbræ terræ ad locum nadir solis semper procedit, ut patet per 27. secundi huius, & ex causa eclipsis lunarium patet quod illa pyramis omne corpus medium habet necessario transire. Sit ergo tunc pyramis umbræ terræ h i k, cuius uertex sit h, quæ intersectet lineam e d, quæ est diameter horizontis in puncto m. In hoc itaque puncto m, ex significato ipsius nominis crepusculi primo uidebitur reflexum lumen solis, ut fiat sensibile, hoc autem necesse est accidere ex densitate materiæ fixæ.





PERSPECTIVÆ VITELLIONIS

itate aeris inspissati per naturam uaporum , quia ab aere simplici non fit reflexio, ut patet ex præmissis huius libri propositionibus, & per 1. secundi huius, punctum ergo m, est punctum altissimum in quo consistit eleuatio uaporum aerem inspissantium. Describitur quoq; consequenter circulus altitudinis pertransiens centrum solis in hora diei crepusculi, qui sit a b c d, qui per 69. primi huius, secabit sphaeram terræ secundum ductulum, qui sit e f g h, cuius centrum sit k. Sitq; linea à centro terræ ad zenith caput ductalum, quæ sit a e k, sitq; linea b k d, perpendicularis super lineam a k, semidiametrum circuli altitudinis. Eritq; linea b k d, diameter cuiusdam circuli, cuius superficies per 18. undecimi, erit erecta super superficiem altitudinis secans sphaeram terræ in duo hemisphæria, nec est differentia sensibilis superficiei huius circuli à superficie circuli horisontis. Sit itaq; corporis solis centrum in puncto c, eritq; per attentionem Astronomicam, scilicet instrumentalem armillarum, uel Astrolabij, uel Tabularum, totalis arcus b c, quo distat centrum solis ab ipsa superficie horisontis ferè 19. partes, secundum quod circulus altitudinis est 360. & quoniam diameter solis est quintuplus diametro terræ & eius continens medietatem, fiat circa centrum c, circulus l m, secundum diametrum quintuplam & medietatem continentem lineam e k, quæ est semidiameter terræ. Erit quoq; ut patet ex præmissis circulis l m, maximus circuloorum corporis solaris, producatuq; linea c k, à centro solis ad centrum terræ secans superficiem terræ in puncto g, & quoniam longior radius solis ad corpus solis exiens, & ad terram pertingens quasi linea contingens est per 16. secundi huius, ducantur duæ lineæ contingentes ambos circulos, solis scilicet & terræ, qui sunt l f n & m h n, secundum quas lineas per 27. secundi huius, continetur illuminatio solis & umbra terræ, producatu quoq; linea contingens circumulum terræ in puncto e, quæ sit p o, secetq; linea m h n, lineam p o, in puncto q. Eritq; punctum q, locus luminosus in tempore crepusculi, & quoniam punctus n, qui est uertex pyramidis umbræ, quia semper est in nadair solis, secundum motum solis declinat, & partibus suæ basis uicinus uelocius mouetur, patet quod primum in quod radius solis cadit extra pyramidem, est summitas uapor eleuatorum à terra & aqua, producatu ergo linea k r q, à centro terræ ad summitatem uaporum, signeturq; punctus r, in superficie terræ, & ducatur linea k f. Eritq; arcus f g h, pars terræ illumina-



go angulus e k h, 18. partes, 46. minuta, 4. secunda, & quoniam linea q c, est aequalis lineae  
 q l, per 58. primi huius, quoniam ab uno puncto ducantur eundem circulum contingentes, erit per  
 8. primi, angulus q k e, aequalis angulo q k h, erit ergo angulus q k e, 9. partes, 23. minuta  
 & 2. secunda, & quoniam angulus q k e est rectus per 17. tertii, erit angulus k q c, per 32. primi,  
 complementum unius recti, hoc est 80. partes, 36. minuta, & 58. secunda, per 4. recti ualeat 360  
 partes, & secundum quod duo recti ualeant 360. partes. Erit ergo angulus k q e, 161. partes, 13.  
 minuta, & 56. secunda, circumscripito ergo circulo ipsi trigono q k e, erit arcus quem subtrahit li  
 nea k e, 161 partes, 13. minuta & 56. secunda, chorda ergo eius quae est linea k e, erit 118.  
 partes, 23. minuta, & 20. secunda, 18. tertia, secundum quantitatem qua diameter q k, erit 120.  
 partes, & secundum quantitatem qua diameter q k est 60. erit chorda k e, 59. partes, 11. minu  
 ta, 40. secunda, 9. tertia, ergo secundum quantitatem qua linea k e, est 60. erit linea k q, 60. partes  
 & 48. minuta, & quinquaginta secunda, ablata itaque a linea k q, paribus sexaginta, quae est  
 quantitas lineae q r, semidiameter terrae, remanet linea k q, quae est summa uaporum ele  
 uatio

ratio 48. minuta, 50. secunda, secundum illam quantitatem qua diameter terræ est 120. partes, & quoniam secundum Cosmographos maximus circulus terræ secundum milia est notus, ergo secundum illum quantitas diametri est nota, ergo & linea r q est nota & hoc est propositum. Est autem secundum computationem Abbomadi ex miliaribus, quibus terræ circumferentia est 24000. miliaria, linea r q 51. miliarium, 47. minuta, & 34. secunda, & 31. tertium sunt ferè. Summa ergo ad quod eleuantur uapores secundum ipsorum consistentiam minus q̄ 52. milia passuum, ut patere potest perquirenti.

LXI.

Ab aqua & aere denso & uapore rorido reflexionem radiorum corporis  
luminosi fieri manifestum est.

Istud in politis corporibus, & ut in speculis & similibus sensus comperit, nosq; in  
 pluribus præmissis huius scientiæ libris istud sumus cum amplitudine studij persequuti.  
 In aqua uero soli exposita patet, quia radius in parte soli opposita uidetur, & maxime si  
 locus oppositus sit obscurus, hoc autem fit per reflexionem. In aere etiam aliquantulum den-  
 siori idem euenit, ut quando inspissatus est & consistens quasi in nubem, tunc enim ab ip-  
 so fit luminis reflexio, ut apparet in crepusculis serotinis & matutinis. Huic etiam atte-  
 statur quod tempore pluuiæ radij solis sæpe in aere disperguntur, & uix tenuiter ad ter-  
 ram pertingit propter humiditatem & grossiciem aeris contrapositi ipsi soli, hoc eti-  
 am patet, quoniam in aere modicæ densitatis in hyeme maxime flante austro circa lu-  
 cernas frequenter uidetur lumen reflectio secundum formam circulem, & maxime uis-  
 bus humidis ad quos de facili fit luminis reflexi & formarum, cum uirtus uisiva propter  
 debilitatem organi debilitatur, sic quod non potest densitatem modicam aeris penetrare,  
 sed ad uisum forma rei uisæ refrangitur ab aere modicæ densitatis, sicut ad uisus sortes re-  
 frangitur solum ab aliquo solido peruietatem non habente, unde etiam in uisu aliquis de-  
 bilatus, & non acute uidens propter opthalmiam, uel propter aliud, uidet quandoq; im-  
 aginem suam in aere grosso ante se, sicut in speculo, stantem contra se, & ambulantem  
 cum ipso quando ipse ambulat, & respicientem ad ipsum, & sic quidam notus meus post  
 plurimum noctium uigilias cum compulsus nocte sequenti equitaret, formam suam, hoc  
 est uirum alium secum equitantem uidit, cum transiret quandam aquam, circa quam gros-  
 sus fuit aer, & cum staret stetit, & ille alius, & omnia opera ipsius faciebat, cum autem ad aerē  
 Terenū uenit ille notus meus, tunc socius eius disparuit, quia non fuerat nisi forma sua.  
 Et sic uisui debili error accidit, nec mirum, quia & quandoq; sanis uisibus hoc accidit ab  
 aere spisso & longe distante, sicut etiam auxilio speculorum, ut in ultima septimi huius,  
 ostendimus, posset fieri, quod aliquis imaginem propriam uel aliam non in speculo, sed ex-  
 tra speculū uideret in aere in loco imaginis, qui per industriam posset ad locum certum  
 uariari. In uapore etiam rorido fit reuerberatio luminis, quando incipit uapor aqueus  
 dissolui in guttas, quia quælibet suarum partium fit quasi speculum, & ob hoc lumen refle-  
 ctitur ab ipso, & istud apparet in aqua guttatim sparfa, quoniam ab illa lumen etiam ad  
 partem oppositam reflectitur, & sic post reflexionem coloretur, patet ergo propositum.

LXII.

A superficie aquæ & aeris densi, & uaporis roridi, & similibus refractionem fieri ad perpendicularem patens est.

Quod hic declarandum proponitur, patet per 4. huius sed etiam experimentis cōpro-  
batur, & hoc est uniuersale, quando forma rei uel radius per mediū rarius ad densius diā-  
sonum procedit, tunc enim semper in medio secundi diaconi fit refractione ad perpendiculari-  
tatem, uerbi gratia, exposita aqua in uase soli in fundo uasis uidebuntur radij aggregati,  
descendente etiam sole super aerem densum uisui & soli interpositi, quandoq; lux aggrega-  
tur, & maior calor peruenit in nobis, quamuis multa pars luminis superius ad nubes uti-  
nas reflectitur, & hoc fit maxime in tempore precedente tempore pluuiarum, unde  
post talem improporionatum tempori calorem & lumen insolitū saepius pluuiā descen-

bbb 3 dic

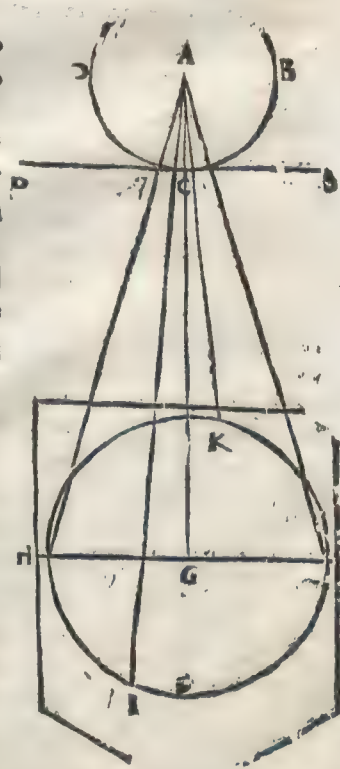


dit. Ex quo patet, quia nube in uaporem roridum resoluta refraçtio fit radiorum in ipso uapore rorido, & ad nos perueniunt radij solis aggregati per refractionem: patet ergo quod in aqua & in aere denso & uapore rorido, quandoq; forma uel lumen est in rariori diafono, & incidit illis diafonis densioribus, diafonum quoq; in quo est uisus non multum differt à diafono in quo fit refraçtio, tunc fiet refraçtio sensibilis ad perpendicularem, qd si forma uel lumen sit in densiori diafono, uel ultra densius diafonum uideatur, tunc fiet refraçtio à perpendiculari, & ob hoc omnia talia uisui apparent maiora sua certa quantitate, ut patet per 40. huius, & ob hoc accidit quod summitates rerum in mari uisarum refraçte uidentur, eo quod forma ipsarum dispergitur à perpendiculari in secundo diafono subtiliori scilicet in aere, & uidentur formæ illorum in concursu lineæ refraçtæ cum perpendiculari ducta à re uisa ad superficiem aquæ, ut patet per 14. huius, & denarius uideatur positus in uase sub aqua in ea distantia, in qua uisus propter altitudinem periferiæ uasæ sine aqua ipsum denarium directe non uideret, & tunc uidetur etiam maior, quoniam sub maiori angulo uidetur. In aere etiam uidentur magnitudines maiores, Sol quoq; & omnia alia orientia & occidentia uidentur maiora, quàm in medio cœli existentia, ut patet per 2. huius, & hæc est causa temporalis, alia uero est perpetua, quam diximus ibidem, ex hoc etiam peruenit quod si in loco imaginis, uel inter imaginem & uisum ponatur uisum clarum uel cristallus, ita ut imago reflexa à speculo ad certum locum aeris uideatur per uisum, tunc enim imago maior uidebitur, & secundum quod media diafona multiplicata à densiori in rariis fuerint, forma se uisibus ita uicinante, quod ultimo ipsa per aerem uideatur, tunc forma maxima uidebitur, cuius ratio patet ex præmissis pluribus theorematibus huius libri. In istis enim corporibus medijs omnibus sic dispositis fit refraçtio à perpendiculari ducta à centro rei uisæ ad superficiem propositis corporibus uel similibus sibi ad refraçtam continentis. His ergo modis fit in- propositis corporibus uel similibus sibi ad uisum refraçtio, inter hæc uero maxime fit in aqua, magis autem fit in uapore rorido incipiente aquam fieri quàm fiat ab aere, nec mirum, quia uapor roridus qui fit tempore transmutationis nubium ex uapore continuo inguttatim sperfam aquam est grossior aere, unde in ipsa facta refraçtio plus sentitur, non potest autem tunc figura rei uisæ cuius forma refrangitur distincte ad uisum peruenire propter refractionum multitudinem, sed peruenit uisui tantum aliqua forma rei, sicut patet etiam quod in speculis paruarum partium uel superficialium refraçtarum alterius super alteram, eleuatorum, & si modicæ præeminentiæ sint, ita tamen quod superficies ipsorum speculorum non sint in eadem linea recta uel curua, tunc non apparet rei propria quantitas uel figura, sed apparet rectæ color ipsius rei uisæ, cuius formæ reflectitur ab ipsis, per quod manifeste patet quod forma corporis luminosi, quæ ab aqua uel aere grosso in egre, scilicet quo ad figuram & locum & colorem reflectitur ad uisum à uapore rorido, sine figura & quantitate certa, sed tantum cum suo colore uel lumine, & ita cum à uapore rorido fit reflexio ad uisum luminis solaris uel stellarum, non uidentur formarum reflexarum figuræ propriæ, sed tantum formarum luminis reflecti, patet ergo propositum.

Omnia corporis sphaerici luminosi irradiationem in corpore cuius superficies aequidistat superfici ei contingenti corpus radiosum sphaericum in puncto ubi perpendicularis ducta à centro corporis sphaerici super superficiem corporis illuminandi secatur superficiem corporis sphaerici, possibile est fieri secundum pyramidem rotundam, cuius basis est in corpore irradiato, vertex vero in centro corporis luminosi, ex quo patet omnem huiusmodi irradiationem fieri secundum angulos incidentiae aequales.

Sit corpus radiosum sphaericum, in quo sit circulus magnus qui  $bcd$ , & eius centrum sit

sit punctum a, contingatq; ipsum superficies plana, quæ sit sp, in puncto c, & sit superficies  
 corporis illuminandi à corpore sphaerico superficies g, quæ sit ex hypothesi æquedi-  
 stans superficiei a p, & sit linea a c g, ducta à centro corporis sphaerici perpendicularis su-  
 per ducti corporis superficiem, dico quod irradiationem illius corporis possibile est fie-  
 ri secundum pyramidem rotundam, cuius basis est in superficie corporis g, uertex uero  
 in puncto a, centro corporis luminosi. Si enim perpendicularis a g, in centro uel in me-  
 dia superficiei g, non ceciderit, ducatur ad ipsius superficiem g, breuius extremum linea  
 a f, super cuius terminum in puncto a, constituatur angulus ex 23. primi, æqualis angulo  
 g a f, quæ sit g a h, producatuq; linea a h ad superficiem g, & producantur in superficie,  
 g, lineæ g f, & quoniam duorum triangulorum a g f & a g h, anguli a g f, & a g h, q sunt  
 ad basem, sunt æquales, ex diffinitione lineæ erectæ super superficiem, & anguli g a f &  
 g a h sunt æquales, & latus a g commune, patet ex 26. primi, quia latus a f erit æquale la-  
 teri a h & f h æquale g h, similiter etiam facto alio angulo æquali g a f & g a h, angulus  
 triangulorum qui sit g a k, productisq; lineis a k & g k, erit sicut in præcedentibus, linea  
 a k æqualis lineæ a f uel a h, & erit linea g k æqualis lineæ g f uel g h, cum ergo ex puncto  
 g, exeant tres lineæ æquales & in eadem superficie, patet ex 9. tertijs, lineam f h k secundū  
 quantitatem lineæ g f à puncto g, productam esse circularem, quia itaq; irradiatio sit  
 secundum has lineas, scilicet a f, a h, a k, & secundū alias omnes ducibiles angulos æqua-  
 les cum linea a g, prædictorum triangulorum angulis qui sunt ad punctum a, continen-  
 tes, ut est linea a l, & aliæ, patet ex diffinitione pyramidis rotundæ, qm sit irradiatio secun-  
 dum pyramidem rotundam, sit enim secundum figuram quæ describi possit per triangu-  
 lum d g f, orthogoniū, latere a g, fixo manente, & a f & g f, lateribus reuolutis ad locū un-  
 de inceperant moueri, & ex præmissis patet, quoniam huius irradiatio, semper sit secun-  
 dum angulos incidentiæ æquales, patet ergo propositum. Si dicatur quod etiam sit irra-  
 diatio extra hanc pyramidem, hoc est uerum, sed quia natura lucis est semper æqualiter  
 diffundi, ut patet per 20. secundi huius, tunc fiet ad omnem partem superficiei g, secun-  
 dum pyramidem uel secundum partem pyramidis in ipsa receptam parte alia pyramidis  
 ad superficiem corporis non illuminabilis protensam, unde si  
 pars illuminata extra signatam pyramidem modica fuerit,  
 non fiet in ea sensibilis irradiatio propter radiorum paucitatem,  
 qui si magna fuerit cum ipsa ad æquales angulos, multi radij  
 conueniant, tunc irradiatio sensibilis erit propter multorum ra-  
 diorum concursum & æqualitatem angulorum, & sic est possi-  
 bile propter lucis unigenitatem irradiationem fieri secundum  
 lineam circularem quæ sit terminus basis pyramidis uel parti ba-  
 sis. Eodem autem modo demonstrandum, si superficies g æquedi-  
 stet superficiei g p, contingenti corpus luminosum in b d, pun-  
 ctis, uel in alijs punctis signatis. Vniuersaliter autem corporum  
 quæ splendorem sensibilem à corpore aliquo luminoso accipi-  
 unt, oportet quod sit talis aspectus ad corpus luminosum, ut  
 theorema supponit, scilicet æquedistantia ad superficiem pla-  
 nam contingentem corpus luminosum in puncto ubi perpendi-  
 cularis ducta à centro corporis radiosi ad superficiem corpo-  
 ris illuminandi secat superficiem corporis luminosi, & huius si-  
 gnum est irradiatio lunæ, quæ nunquam nisi in parte soli oppo-  
 sita illuminatur, & semper medietas illius, ea scilicet quæ solem  
 respicit est illuminata necessario propter naturam præmissi aspe-  
 ctus, aliam uero partem irradiatio solis nisi fortè per refractionē  
 nullatenus attingit, & quoniam pyramides uerticem habentes  
 in centro corporis luminosi, ad infinitas bases in corpore irra-  
 diando una base alteri inscripta applicantur, ideo tata superficies irradiati corporis cor-  
 pus luminosum aspiciens multiformiter irradiatur, & augmentatur irradiatio, quoniā  
 oportet



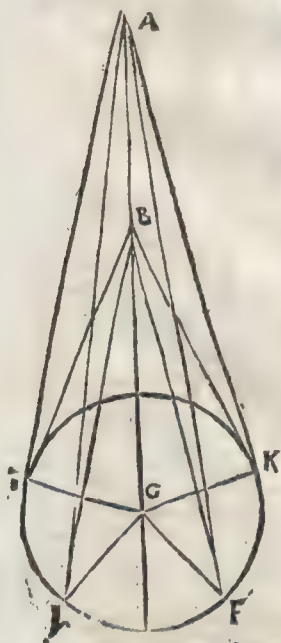


oportet ut tale corpus sit densius medio per quod lumē uenit ad ipsum, oportet enim qd tale corpus habeat aliquid densitatis, unde si lumē nihil haberet resistentiæ transiret nec corpus pertransiret irradiaret, aut etiam in ipso nō fieret reflexio uel refractione per 56. huius, & quoniam per reflexionē radij aggregantur, & similiter per refractionem ex 55. huius, tunc per 54. huius, radij non aggregatis plus sensibilis non fieret irradiatio q̄ in medio, nunc autem irradiatio in theoremate supponitur, patet ergo quod oportet corpus irradiatū esse densius q̄ sit corpus propinquū corpori luminoso. & exemplariter uero hic declarari potest per hoc qd in 37. secūdi huius, ostendimus, quia si per forām rotūdū penetraret radius solis, statim in corpore opposito ad basem applicatur, & in formā pyramidis lumē figuratur. Signū ergo est quod in quolibet radio corporis luminosi idē fiat, qui cū sint naturā homogeneā, eadem est natura in toto & in parte, & ad minus si illud nō sit necessarium semper fieri, est tamē possibile fieri ut proponitur, patet ergo intentum.

LXIIII.

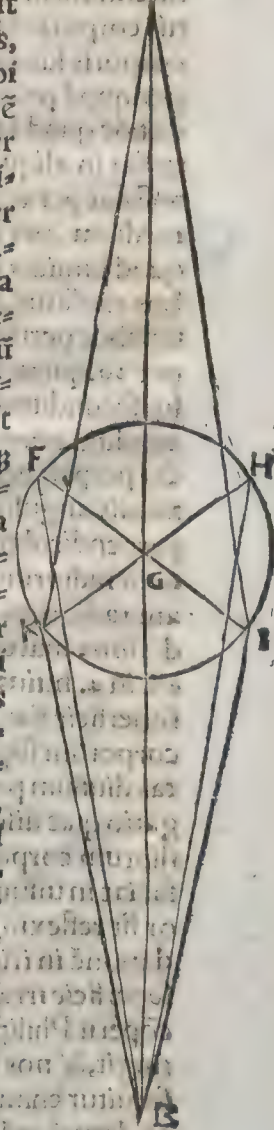
Si ad idem centrum uisus ab aliqua superficie fiat luminis refractione uel reflexio, necesse est extremum illius luminis superficie uisus circulariter secundum rotundam pyramidem incidere, ex quo patet tunc centrum corporis irradiantis, & centrum uisus centrumq̄ circuli basis pyramidis irradiationis refractione uel reflexe in eadem recta linea consistere oportere.

Supposito quod aliquod corpus irradiatum sit inter uisum & inter corpus luminosum irradians, & sit illud medium corpus diafonum ita quod radij refracti in centro uisus ualeant aggregari, aliter enim non uideretur irradiatio. Sit quoq̄ centrum corporis irradiantis a, superficiesq̄ corporis irradiati sit f h i k, perpendicularis ducta a centro corporis luminosi super illam superficiem sit a g, & ducantur lineæ a f, a h, a i, a k, & lineæ g f, g h, g i, g k, & sit centrum uisus b, ducanturq̄ lineæ b f, b h, b i, b k, b g, quoniam itaq̄ ut patet ex hypothesi lumen corporis irradiantis per refractionem uidetur in puncto b, & per tertiam huius, perpendicularis non refrangitur, sed transit ad angulos rectos ut incidebant ad lineas f g, h g, i g, k g, & in uno puncto, ut in centro oculi cōcurrunt plures radij refracti, qui oblique incidunt illi superficie ex hypothesi, qua autē ratione aliquis radius refractus peruenit ad centrum uisus, eadem ratione omnes radij incidentes superficie corporis f h i k, secundum circulum, cuius centrum est punctum g, refracte perueniunt ad centrum uisus, ut patet in 46. huius, sunt enim illi anguli incidentiæ omnes æquales, ut patet per præmissam, ergo & anguli refractionis omnes erunt æquales per 8. huius, in centro ergo unius uisus nulli radij extremi cōcurrunt, nisi qui refranguntur secundum angulos æquales, sic ergo ut sit illa refractione secundum aliquos angulos extremos qui sint b f g & b h g, & b k g, & b i g, erunt ergo illi anguli æquales, sed & anguli ad punctū sub lineā b g, & sub lineis f g, h g, i g, k g, sunt æquales, q̄a sunt recti, sunt ergo trigona b g k, b g h, b g i, æquiangula per 32. primi, ergo per 4. sexti, ipsorum latera sunt proportionalia, sed latus b g est æquale sibi ipsi, cum omnibus sit illis trigonis commune, latera ergo b f, b h, b k, b i, sunt æqualia inter se, & latera g f, g h, g i, g k sunt inter se æqualia, ergo per nonam tertij lineæ h f i k, est periferia circuli cuius centrum est punctum g, & sic describitur in oculi superficie, sit ergo pyramis refracta, cuius uertex est in puncto b, a centro uisus, & eius basis est in illuminata superficie, estq̄ alia pyramis illuminationis, cuius uertex est in puncto a, centro uisus, & eius basis est etiam circulus f h i k, patet ergo quod istarum duarum pyramidum lineæ g f, g h, g i, g k, sunt in eadem superficie ut prius, quoniam ab eisdem lineis in quas radius incidit etiam refrangitur, una est ergo superficies communis terminans istas duas pyramides quæ est circulus f h i k, & secundum



est basis ambarum illarum pyramidum, patet etiam hoc ex 5. undecimi, quia illæ lineæ

secundum unū punctū qui est g, cū lineæ b a, angulos rectos faciunt, angulus em̄ f g b est æqualis angulo f g a, quoniam uterq̄ ipsorū est rectus, ex eo quod suppositū est angulum a g f, esse rectū, eritq̄ superficies in qua sunt lineæ f g, h g, i g, orthogonaliter super superficies omnis refractionis, patet ergo unū propositum. Quod si centrū uisus fuerit inter corpus irradiatū, & corpus irradians constitutū, tunc eadē dispositione manente, nisi forte puncto b, inter a & g, puncta constituto, patet propositū, ex eo quod tunc corpus irradiatū non uidetur, nisi per reflexionē luminis recepti a corpore luminoso, & semper angulus incidentiæ erit æqualis angulo reflexionis per 20. quinti huius, quia angulus extrinsecus angulo a g f, in triangulo a g f, pyramidis illuminationis, erit æqualis angulo b f g, qui sit ad basem trianguli b f g, pyramidis reflexionis, nec erit possibilis uisio irradiationis, nisi in puncto, axis pyramidis illuminationis, ubi secundū æquales angulos reflexi radij a tota superficie illuminati corporis cōcurrunt. Eruntq̄ omnes anguli triangulorū pyramidis reflexionis, qui sunt ad basem æquales inter se per 20. quinti huius, quoniam anguli extrinseci pyramidis irradiationis, qui sunt anguli incidentiæ, omnes sunt æquales inter se, omnes itaq̄ radij ad uisum reflexi qui sunt in eadē superficie per 6. primi, erunt æquales, & quoniam lineæ f g, h g, i g, k g, sunt æquales, patet per 9. tertij, lineam f h i k, esse periferiā circuli quod est secundū propositū, & quoniam lineæ b g, quæ est perpendicularis super illam superficiē, omnibus illis trigonis est cōmunis, & angulus cuiuslibet triangulorū qui sunt ad basem æqualis est, alterius sibi correspondenti per 106. primi huius, cū lineæ f g, h g, i g, k g, sunt adinuicē æquales, ut declaratū est prius, & ab ipsis fiet reflexio ad uisum, quia erit per radios ad ipsis reflexos pyramis inscripta pyramidi ad eandē basem, sed diuersæ altitudinis, quoniam punctū b, qui est centrū uisus, positus est esse inter corpus irradians & corpus irradiatū, & erit illa basis cōmunis duabus pyramidibus, scilicet pyramidi irradiationis & pyramidi reflexionis orthogonaliter super omnes superficies reflexionis, patet ergo quod cōrrelarie proponeretur per 107. primi huius. Visum est etiam quibusdā ad propositam uisurū circulationē coadunare circulationē foraminis unæ, ac si ad periferiā foraminis solū radij incidunt, & sic in superficie uisus rotundentur, quod & si sit aliquando possibile, nō tamen est inuicem necessarium, quia etiā cuiusq̄ parti superficie uisus radij incidunt secundū angulos æquales, semper acciderit necessario figuram uideri circularē, per 73. quarti huius. Ex istis itaq̄ manifeste patet, quia & si tota superficies alicuius corporis irregularis uel regularis rectilinea uel circularis sit irradiata, non tamen uidebitur nisi circularis pars irradiata, quando per reflexionē uel refractionē uidetur, quia oportet ad hoc quod uisus ipsum iudicet irradiatū, radios plures in centro oculi aggregari: non autē concurrūt nisi illi qui incidentes ad superficiē corporis irradiati & reflexi ad centrū oculi omnes æquales angulos constituunt, tales autē incidunt secundum circulū, faciunt enim pyramidē, ut patet ex præmissa, & reflectuntur uel refranguntur necessario secundū circulū eundem, ergo superficies illius corporis semper uidebitur circulariter irradiata, nec uidebit uisus illam irradiationem, nisi fuerit in puncto concursus linearū taliter reflexarum constitutus, & propter hoc in eadem superficie irradiati corporis diuersis uisibus diuersi apparebunt circuli, quia eadem lineæ in diuersis punctis non concurrunt, sed in uno tantū, & remotioribus maiores apparent circuli, scilicet illi quibus ad maiores angulos incidebant radij, & ad maiores reflectuntur uel refranguntur, & sunt exteriores in periferia basis. Sic ergo pyramis interior, scilicet reflexionis uel refractionis inscribitur pyramidi alteri reflexionis uel refractionis minorem exterius ambienti, centrumq̄ uisus propinquius superficie irradiatæ minorem uidebit circulū q̄ uisus remotior, quoniam radij in minori circulo secundū angulos minores incidunt, & secundū angulos minores reflectuntur per 20. quinti huius, uel secundū minores angulos refranguntur per 3. huius, patet autem per 106. primi huius, quia secundū quod angulus refractionis





tionis uel reflexionis plus minuitur, secundum hoc angulus in uisu contentus augmen-  
tatur, & quia angulus refractionis uel reflectionis semper est acutus rectilineus diuisibi-  
lis, propter hoc angulus ad axem semper sit rectus per 89. primi huius. Ex præmissis quod  
patet corporum perpulchrum auxilium 12. huius, quoniam enim in pyramide orthogo-  
nia centrum circuli basis, & conus semper sunt in eadem linea, ut in axe in proposito erū-  
t a & g, in axe a g, sed eadem ratione erunt b & g in eadem linea, linea uero l g & g a, con-  
iunctæ sunt in linea una, eo quod f g, a termino ipsarum exiens cum ambabus facit an-  
gulos rectos, quomocumque ergo se habeat uisus ad corpus irradiatum, dummodo ad ip-  
sum fiat reflexio uel refraction, patet propositum, quoniam semper centrum corporis ir-  
radiantis & centrum oculi, & centrum circuli basis utriusque pyramidis irradiationis, scili-  
cet & uisionis sunt in eadem linea, scilicet axe pyramidis irradiationis, nec aliter est pos-  
sibile uideri irradiationem.

L X V.

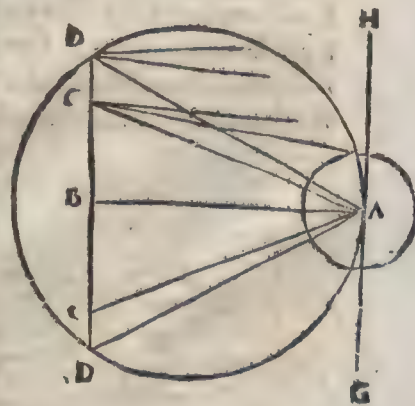
Iridē ex reflexiōe & refractione radiorū corporis luminosi uideri necesse est.  
Locuturi de iride, de illa principaliter intendamus, quæ interfecans horizontem ad  
diuersas partes mundi protenditur, quamuis etiam de alijs quæ illi iridi similia uidentur  
intentionem non principaliter facturi simus. Quoniam uero iris sit ex multitudine lumi-  
nis corporis luminosi in uisu recepti, hoc patet sensui: quod autem non aggregatis radijs  
corporis luminosi lumen sensibilis possit fieri in corpore non luminoso quàm in medio  
per quod prius lumen ferebatur, ostensum est per 54. huius impossibile esse, unde patet  
ex hoc quod lumen uigoretur ex aggregatione radiorum corporis luminosi, ut sensibili-  
tas fiat in aliquo corpore quàm in medio, quia uero aggregatio radiorum corporis lumi-  
nosi fiat per reflexionem uel per refractionem quæ sit in corpore densioris diafoni quàm  
medium, per quod antea ferebatur, declaratum est per 55. huius, patet itaque generaliter  
quod luminis maior sensibilitas per reflexionem uel per refractionem in omnibus uisibili-  
bus causatur. Quod uero iris specialiter ex reflexione fiat, patet per hoc, quia lumen eius  
sensibile peruenit ad uisum ut suppositum est in principio libri huius, ostensum est quoque  
per 20. quinti huius, quod omne quod uidetur per reflexionem, sic uidetur, quod angu-  
lus secundum quem forma speculo uel alteri corpori polito incidit, sit æqualis angulo se-  
cundum quem illa forma reflectitur ad uisum, quod etiam patet per 26. quinti huius, du-  
cta perpendiculari a puncto incidentiæ super superficiem corporis polito ad quam reflex-  
ionis anguli referuntur, continet enim radius incidens & radius reflexus cum eadem  
perpendiculari angulos æquales, si itaque forma iridis fiat in uisu, patet iridem per reflexio-  
nem radiorum corporis luminosi ad uisum causari. Quod uero iris per refractionem etiam  
radiorum corporis luminosi fiat, patet per hoc, quia non generatur iris, nisi in aliqua  
diafona materia existente in medio, & prohibente transitum luminis. Iam quoque dictum  
est in 4. huius, quod in corporibus diafonis densioribus primo diafano, & si ab ipsorum  
superficie fiat reflexio semper tamen sit refraction ad perpendicularem, & sic lumen talium  
corporum superficiebus oblique incidens quasi secundum unam lineam ad duas partes opposi-  
tas diuisum protenditur, sit itaque per refractionem in talibus corporibus luminis aggrega-  
tio quæ uisui offertur, sicut & quodlibet aliud uisibile, & sicut nubes alba, & lumen ab  
illorum corporum superficie ad uisum reflexum coadiuuat, ut actum minoris sensibilitatis  
faciat in uisum, sicut uidemus quod a corporibus albis quæ plus habent luminis sensibilita-  
tis sit reflexio quæ a corporibus medio colore coloratis, hoc etiam patet per luminis profun-  
dationem in iridis generatione, cum enim ea quæ solū reflexionem luminis habent tantum in  
superficie irradietur, materia iridis sensibilibus inuenitur in profundo irradiata, & ob hoc  
cōperit Philippus sodalis Platonis, & ut quotidie quoque circa iridē deambulātibus con-  
tingit, & nos ipsi experimento hoc didicimus, iris mutatur secundum mutationem uidentis.  
sequitur enim fugientē ab ea, & illū qui progreditur ad eam fugiens antecedit, & si quis  
ad dextrū uel sinistrū latus progressus fuerit, iris ad idem latus uidebitur moueri, sed se-  
cundum reflexionē solū uisa fugiunt fugientē & occurrunt accedenti, uidentur enim ta-  
lia semper in cōcursu lineæ reflexionis ad uisum progrediētis, cum perpendiculari ducta a  
puncto rei uisæ sup superficiē corporis a qua sit reflexio formæ uisæ, ut patet per 37. quinti  
huius

huius, iris ergo non solū uidetur per reflexionē, sed etiam per refractionē luminis intra corpus  
a quo reflectitur, quāuis accedenti ad iridē uel ab ipso elongato ab alijs & alijs superficiebus  
corporum luminis obuiatiū fiat reflexio luminis ad uisum, quā fuga iridis, progrediēti ad eā &  
sequenti fugiētis ab ea, accedit, propter diuersas reflexiōes, quæ fiūt ad uisum a diuersis par-  
tibus materiæ iridis, scilicet secundū quod uisus mutat puncta, in quibus ab angulis basis unius  
pyramidis oēs radij in cētro ipsius oculi cōcurrūt, & quia tales bases sunt infinitæ, & pun-  
cta in quibus eorū radij reflexi in axe colliguntur sunt infinita, patet etiam quod per reflexionē  
multitantiā uidetur irides infinitæ secundū infinitatē punctorū in axe pyramidis occurren-  
tis accedenti uel recedenti secundū lineam eiusdem axi, uel etiam a latere exeūti secundū mutationē  
axis a centro corporis luminosi per aliū punctū suæ superficiē exeūtis, quæ per illū quo pri-  
mus axis exiebat, sit enim uisus ad latera sic mutari noua pyramis & noua basis, aliudque  
est punctū superficiē corporis luminosi, per quod uenit radius perpendicularis ad superfi-  
ciem materiæ iridis, qui in ipsum cadente centro oculi sit axis pyramidis utriusque, uidetur  
itaque hoc modo irides infinitæ ad quamcunque differentiā positiōis quis uidentū motus fu-  
erit, dummodo cōtra corpus luminosum nō moueatur, quod etiam si uerū sit per reflexio-  
nis naturā posse fieri, refraction tamen radiorū corporis luminosi semper augmetat lumē,  
ut uideri ualeat sensibilis a uisu, patet enim quod refraction radiorū corporis luminosi ag-  
gregat lumē, ut fiat magis uisibile, quā propter refractionē radiorū circa eandē partē me-  
diū radius duplicatur. Similiterque ipsorū radiorū reflexio lumē aggregat & ad uisum sen-  
sibiliter reducit, iris uero non sit nisi ex aggregato lumine, nec sit ex illo, nisi occurrat ui-  
sui, ergo ad generationem iridis refraction radiorū corporis luminosi & reflexio eorundē  
necessario existunt, & hoc est quod in præsentī theoremate perquirere uolebamus.

L X V I.

In uapore rorido iridem generari necessarium est.

Quod hic proponitur patet, quia cum iris nō fiat sine lumine, immo luminis multitudine,  
lumē autē nō aggregatur nisi ex reflexiōe aut refractione radiorū corporis luminosi, ut pa-  
tet per 5. quinti huius, hæc autē nō fiant, nisi tantū fiat obiectio corporis densioris aere puro  
per 65. huius, ergo in loco generatiōis iridū nō erit ipsius generatio sine corpore irradiati,  
a cuius superficie possit fieri reflexio & refraction luminis incidētis, aliqd uero solidorū pla-  
norum ibi esse est impossibile, sed neque aquā, quā hæc curreret subito ad inferiorē locorū si-  
bi possibile, iris uero aliquo tpe manet, nec tamē possit in aqua cōtinua figura iridis ge-  
nerari, quā lumē integrū reflecteretur a superficie aquæ propter cōtinuitatē ipsius aquæ. Iris  
quæ sit in aqua diffusa per remos, sit propter aquæ dispersionē, quia tūc remone per manu uitur  
nauta aquā rorans, & ob hoc cum aqua sic fuerit fusa in ipsa colores iridis apparēt, nō etiā  
potest esse quod sit aer grossus in quo iris generatur, quā impressio lu-  
minis in aere nō efficeret colores iridis, sed faceret quandā albe-  
dinē, ut appareret in crepusculis matutinis in ipsarū principijs &  
etiā terminis crepusculorū serotinorū & uniuersaliter in simili-  
bus quibuscumque. Non etiā potest esse uapor cōtinuus, siue sit eleua-  
tus ad generationē nubis, siue sit in nubē cōdēsatus. Esto enim quod  
sit possibile a uapore cōtinuo nubē generari, ponatur ergo cor-  
pus radiosum, cuius centrū sit a, in circulo horizontis, secetque ip-  
sum superficies orthogonaliter erecta sup superficiē horizontis per cē-  
trū ipsius corporis, & ducatur in illa superficie secante per centrum  
corporis luminosi linea h g. Huic itaque superficie secanti aut æquid-  
stat uapor cōtinuus irradiatis aut nō. Si æquidstat, sit linea eius  
superficiē b c d æquidistans lineæ h g. Incidantque sibi radij a b, a c, a d  
& sit linea a b perpendicularis sup superficiē uaporis quæ in se refle-  
ctetur per 21. quinti huius, & reflectetur etiam lineæ a c, a d, quia non sunt perpendiculares  
quā autē angulus a c b est acutus per 32. primi, cum angulus a b c sit rectus, patet per 13. primi,  
quod angulus d c a est obtusus, perpendicularis ergo extracta a puncto c, nō cōcurreret cum axe a b,  
ergo nec radius reflexus, cum ergo centrū uisus ex 62. huius, necessario sit sitū in linea a b,  
quæ est in superficie horizontis, & centrū uisus sit centrū horizontis, quæ sit punctus f, patet  
quod

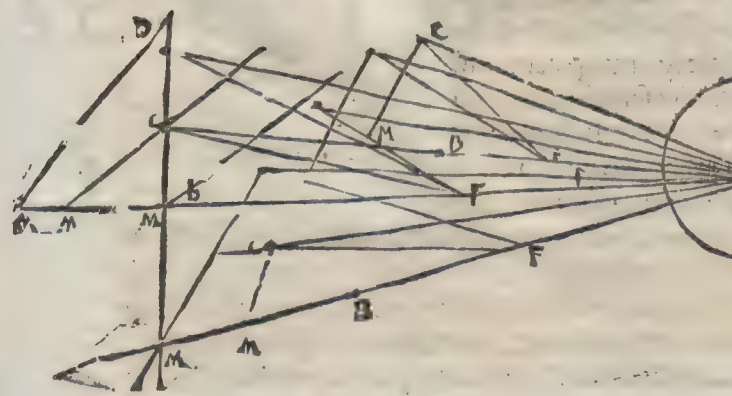




quod lumen sit reflexū centrū uisus nullatenus attinget, nisi forte radius ille reflexus sit  
perficie alterius corporis plani incidens reflecteretur ad uisum, ergo uapore taliter dis-  
posito iris nō uidebitur, qd si uaporis continui superficies superficiei secantis corpus lu-  
minosum nō aequedistat, sed cū ipsa cōcurrat, si illa superficies sub hori-  
zonte cōcurrat, idē accidit impossibile, & eodē modo deducendū, qd  
& si hoc modo radios aliquos de sub horizōte ad uisum reflecti sit pos-  
sibile, nō tamē uisus illorū pāsiōnē aliquā iudicabit, nō em̄ uidetur ea  
quae sub horizōte, cū horizon sit circulus, qd est terminator uisus, & cū  
superficies horizōtis sit obliqua super superficiē uaporis, patet qd radi-  
us a cētro corporis luminosi pēpēdiculariter incidens superficiei uapo-  
ris cadit sub horizōte, oēs qz radij nō pēpēdiculariter superficiei uapo-  
ris ultra superficiē horizōtis incidentes reflectūtur ad partē cōtrariā  
cētro uisus in centro horizōtis cōstituti, nō ergo uidetur iris cētro ui-  
sus & superficiei illius uaporis taliter adinuscē dispositis, qd si non sub  
horizōte, sed super horizōtē cōcurrant illae duae superficies, una uapo-  
ris, & alia secans luminosum corpus, tūc iterū lumen ad uisum reflecti  
nō est possibile, ex causis prius dictis. Semper enim angulus a c d, cū sit  
extrinsecus angulo a b c, in angulo orthogonio a b c, erit minor recto p  
16. primi, ergo reflexio nuncqz fiet ad uisum qui est in centro horizōtis.

Sed etiā dato qd in aliqua prēmiffarū dispositionē fiat reflexio ad ui-  
sum, qd tamē est impossibile, nō propter hoc iris uidetur, qm̄ ppter  
cōtinuitatē fiet luminis multa in superficie uaporis generatio, & erit lu-  
men cōtinuū quo ad uisum reflexū ipsum debilitabit, nec in profundū uaporis ipsum per-  
mittet inspicere, & dicit uulgus qd tale lumen est Sol aqueus, nec habet distinctionē ali-  
quā colorū, & etiam si dictae superficies sup horizōtē cōcurrēt, tūc iris reflexa uideretur  
ad zenith capitis sensibilis secundū gibbū circuli quo uidetur, qd totū sensui est cōtrariū,  
nec apparet uisui. In tali ergo uapore non est conueniens iridem causari. Sed inter ua-  
porē aqueū continuū, & inter aquā depluentē a nubibus est quoddā mediū qd dicitur ua-  
por roridus, & sit quādo frigus cōdensare incipit uaporē aqueū in formā propriā, scilicet  
aquae reducere, tūc enim cōdensantur rarae partes uaporis, & sit partiū uaporis distantia  
quae rotundari incipiūt, nō dū tamē propter debilitatē agentis reducūtur ad formā pro-  
priā quae sibi det motū ad inferius, & tūc illae uaporis particulae sunt quasi quaedā parua  
specula in quibus solū apparet color corporis radiosi sine quantitate & figura ut diximus  
in 59. huius. Si ergo ad talia corpuscula incipientia rotundari propter aequale ex omni par-  
te uirtutis cōdensantis actionē quousqz materiā condenset, incidat lumē corporis lumino-  
si, refrangitur ad posterius ipsius quilibet radiorū sibi incidentium ad lineā pēpēdicularē  
a pūcto incidentiae sup superficiē illius corporis pductam per 4. huius, & qm̄ per 72. pri-  
mi huius, illa pēpēdularis transit centrū illius corporis sphaerici, patet quod radius re-  
fractus oblique cadet sup superficiē illius corporis oppositā corpori luminoso, & aggre-  
gabitur lumē in pfundo totius consi-

stētis istorū corpusculorū propter re-  
fractionē factam in quolibet ipso  
sicut uidemus in cristallo rotūdo, qm̄  
ultra superficiē illius posteriorū sit ag-  
gregatione radiorū in aere ad pūctū u-  
num, ut patet p 46. huius, in quolibet  
autē istorū corpusculorū siue ipsa sint  
maiora guttis ex ipsis postmodū uia  
condensationis generatis, ut quādoqz  
possibile est fieri siue per modū aggre-  
gationis ex pluribus corpusculis fiat  
gutta. In hoc enim quo ad iridis gene-  
rationem nō est diuersitas, quoniam in  
quolibet



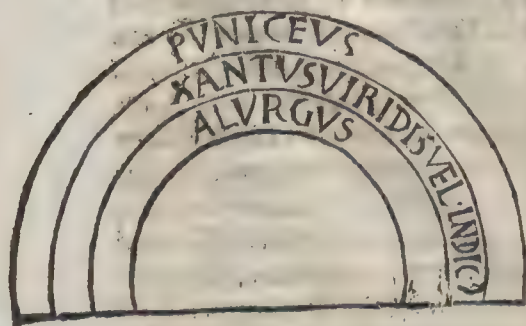
Quolibet corpusculorū talitū semper incidunt radij infiniti, quoniam etiam reflectuntur a  
superficie ipsoꝝ corpusculorū secundū angulos incidentiae suae, quos faciunt cū lineis ma-  
iores circuloꝝ dictorum corpusculorū in pūcto suae incidentiae contingentibus, qui an-  
guli diuersi sunt, etiam ob hoc anguli reflexionis efficiuntur diuersi, ut patet per totū se-  
xtum librū huius scientiae, & radij incidentes facientes angulos cū lineis contingentibus  
corpuscula praedicta cū lineis signatis in superficie corpus luminosi secante concurren-  
tibus superius horizōte, & intersecantibus axem pyramidis illuminationis ultra pūctū  
b, remotus a corpore luminoso, ut in pūcto m, quia anguli tales inter pyramidem obtu-  
si sunt, ideo per 33. quinti huius, illi radij sic incidentes ad uisum reflectuntur, & in pūcto  
ubi talium radiorum plurimorum sit concursus in axe inter corpus luminosum & uapo-  
rem uisu posito uidetur lumen, & quoniam istorū corpusculorū quaedam sunt in quo se-  
cundum aequales angulos, ut dictum est, radij incidunt a centro corporis luminosi, tales  
autem radij ex omni parte nubis dispersi sunt infiniti, cū enim tota consistentia uaporis  
sit plena talibus corpusculis, infiniti sunt tales radij in superficie nubis uel uaporis roridi  
concurren-  
te, uel etiam aequedistante superficiei secanti corpus luminosum secundū qd  
respicit uaporis cōsistentiam, & in illorū irradiatione pyramis figuratur, cuius uertex est  
in centro corporis luminosi, basis uero in consistentia uaporis roridi, & lineae longitudi-  
nis illius pyramidis terminantur ad diuersas partes diuersorum corpusculorū, qui cū se-  
cundū similes angulos suae incidentiae reflectuntur ad uisum aliam faciunt pyramidē, cu-  
ius uertex est in centro uisus, basis uero eadem cū base pyramidis prioris, & est circulus  
ut ostensum est in uersaliter in 62. huius, uidetur autē illud lumen reflexū continuū pro-  
pter uicinitatē partiū uaporis, & eorū distantiae insensibilitatē a uisu, qui protensus ab il-  
lis fallitur propter sui debilitatem, & ob hoc uisus aggregatum ab omnibus illis corpus-  
culis reflexum lumen sine cognitione uel perceptione distantiae partium recipit, & iudi-  
cat tanquam unum, patet itaqz ex praemissis, quod licet tota consistentia uaporis sit radi-  
osa, & forte tota irradiata superficies sit multilatera, tamen semper uidetur circularis, cu-  
ius ratio est, quia non uidetur nisi quod de ipso secundū aequales angulos ad unum pūctū  
axis pyramidis radialis est reflexum, quando uero anguli ad basem sunt aequales, latera  
aequos angulos continentia sunt aequalia per 6. primi, ergo per 56. primi huius, centrum  
uisus est polus, & superficies ad quam illae aequales lineae terminantur est circulus, & ita  
uidetur iris circularis. Potest etiam exempli causa idem aliter declarari, ut si ductis tri-  
bus lineis uel pluribus a pūctis reflexionis orthogonaliter super lineam ipsi totali consi-  
stentiae uaporis a centro luminosi corporis pēpēdiculariter incidentem, illae enim erūt  
in eadem superficie ex 5. undecimi, eruntqz aequales ex 32. & ex 26. primi, ergo in pūcto  
concursus earum in axe, est centrum circuli ex 9. tertij, & quia totius radij partes non ad  
aequales angulos reflectuntur, non uidetur totus circulus radiosus, quamuis in tota nubis  
consistentia ubiqz lumen existat, radij enim qui ad maiores angulos reflectuntur qz sint  
anguli radiorum ad uisum reflexorum ultra pūctum uisus ad aliū locum axis reflectun-  
tur, radij autem qui ad minores angulos eis qui ad uisum perueniunt reflectuntur, ad lo-  
cum alium axis intra centrum uisus concurrunt, & sic neutri uidentur, nisi forte ab alijs ui-  
sibus in locis suorum concursuum existentibz, & propter hoc accidit moro homine in an-  
te uel retro, aliam & aliā iridem uideri, qm̄ semper uisus ppgredientis uel recedentis inci-  
dit in pūcta aggregationis diuersorū radiorū, sicut etiā accidit in hominibus diuersis ma-  
gis uel minus a centro solis secundū diuersam zenith capitis elongationem dispositionis,  
sub eodē tamē existētibus circulo meridiano, uel alio circulo altitudinis. Iris itaqz ppter  
has causas uidetur circularis concava, quia nec exteriores nec interiores radij incidentes  
superficiei totius consistentiae roridae in eodem pūcto concurrunt ad uisum, unde ut-  
sus partes uaporis alias iudicat lumine priuatas, & signum huius est, qd accidit in super-  
ficie plana aquae, in qua in quolibet pūcto est forma solis uel lunae, uel stellarū nō tamē  
uidetur nisi in pūcto uel loco uno, a quo est possibilis reuerberatio ad uisum, & muta-  
to uidente ulterius alia iterum forma corporis luminosi uidetur a loco alio, a quo est ad  
uisum possibilis reflecti, & idem uidetur de candela uel lumine aliquo distincto in cul-  
lo nouo uel serreo polito, uel alio, quia semper re immobili existēte mutatur forma  
uisu



uisu mutato secundum motum quo possibile est ad oculum reflecti, & in puncto alio non uideatur, aliud etiam signum huius est, quia scilicet si aliquo existente radio solis per alium qui est extra radium transversaliter spargatur ore uel aliquo alio artificio aqua roratum in radium, uisus eius qui est in radio forte non uidebit nisi color albus, cum tamen spargens cui opponitur uapor directus uideat lumen & colores iridis, sed confusos, nisi dispositio corpusculorum radiorum sic disponatur, ut possit fieri certa reflexio ad uisum in medio radii existentem. Patet itaque ex praemissis, quoniam iris in uapore rorido generatur. Signum autem illius est, quia modicum stat iris, eo quod uapor talis cum sit ex materia graui, iam ad formam grauis accedente stare non potest super superficiem horizontis, nisi moueatur ad centrum grauius, quod est centrum mundi secundum quod ei est possibile, & ob hoc etiam ad formam potentem mouere, sicut pluuia, & ex ne agentis condensatur materia, & reducitur ad formam potentem mouere, sicut pluuia, & ex corpusculorum quolibet in uapore prius separatorum fit per condensationem materiae guttae aqueae descendentes. Signum etiam eius est quod dictum est prius, quoniam aqua uaporose spersa ore manu uel remo, ut apud nautas, in radio solari apparet iris, & iridis colores, & diuersi aspectus uident illud, quia radii incidentes guttulis diuersimode reflectuntur, patet ergo propositum, quod est iridem in uapore rorido generari. Si autem dicatur, quia partes corpusculorum in materia iridis non sunt omnes omnino sphaerice, non est uim faciens instantia, quia idem accidit omnino in non sphaericis, quod nunc dictum est de sphaericis, nunc enim fiet iris nisi multi congregati radii ad uisum uniformiter reflectantur.

### Tricolor est omnis iris.

Dubitatur propter sui difficultatem ab antiquis hoc theorema proponitur, multis enim Mathematicorum patuit figura & quantitas iridis, & sunt haec ab ipsis naturalis philosophia inquisitoribus supposita, color tamen quem uidimus nondum conuenienter ab aliquo est pertractatus, nisi per distinctionem materiae iridis secundum adustitiam, indigesti & opaci naturam, quod si hoc motum & possibilitatem rerum naturalium seruet & seruari ualeat intellectus eorum qui scripserunt talia duximus relinquendum. Colores autem iridis secundum uerum, quod se nobis post multos cogitatus & experientias obtulit, sic possunt declarari, quia enim totus uapor roridus, qui est materia iridis in superficie & profundo est irradiatus, & ipsius est multa profunditas, patet quia ipse in aspectu uisui ad solem serenius & immixtius habet lumen mixtum, tamen cum colore uaporis qui niger est, ut in aquosis uaporibus euidens est, sunt enim omnes nigri, natura autem lucis est immiscere se coloribus rerum ad quas reflectitur. Est enim in principio secundum huius suppositum, luce res coloratas transeunt illarum coloribus colorari, hoc enim patet sensui, unde etiam lumen reflexum secum deferat colore rei a qua reflectitur, hoc enim patet in radio transeunte per uisum coloratum, cum itaque lumen de natura sua fulgidum sit, ut patet, & recipiatur in generatione iridis in uapore nigro aquoso, necesse est ipsum per 15. quartum huius, uisui colore praesentare puniceum, & iridem in parte illa secundum uisum colore habere puniceum propter fortitudinem uisus & plurimam ad ipsum in loco uicino reflexionem fortiorum radiorum propter uiciniam corporis luminosi a quo fit impressio lucis reflexae secundum lineam breuiorem, & quoniam tota nubes est luminosa, & lumen semper secundum aquales angulos reflexum a diuersis superficiebus in profundo nubis aequedistantibus basi pyramidis primo illuminationis ad eundem reflectitur uisum per superficiem prioris pyramidis uiciniore uisui, quoniam ut patet per 68. primi huius, circuli aequedistantes in eadem axe suos habent polos, & idem punctus est polus diuersorum circulorum patet, quia etiam lumen quod est in profundo nubis uidetur, quoniam uero illud lumen, est lumen refractum debile multo colori nubis qui niger est admixtum, & quoniam uidetur per pyramidem uisuali inscriptam ab eodem uertice, ut



pote a centro oculi ipsi primae pyramidis uisuali secundum quam uiciniore radii, qui puniceum apparent

apparent ad uisum reflectuntur, quae ad minorem basem inscribitur, patet per 106. primi huius, quoniam anguli qui ad basem inscriptae pyramidis sunt, maiores erunt anguli qui sunt ad basem primae pyramidis, lumen ergo ab illo loco in radiis sub maiori angulo ad uisum reflectitur, unde radii minus luminis uniti sunt, & debilius uisui offeruntur, anguli etiam quos in centro uisus faciunt, sunt minores, ut patet per eandem 106. primi huius, quoniam anguli qui sunt per radios primae pyramidis in centro uisus, sub minori ergo angulo uidetur lumen in corpore nubis, quam in superficie, quod autem sub minori angulo uidetur minus uidetur, ut patet per uigesimam quartam huius, hoc autem patet experimentum, claudendo plane oculis amittit fulgorem, & incipit nigrescere. Item quoniam a remotiori uidetur tale lumen, ideo debilius uidetur, remotio enim siue protentio uisibilis a uisui est causa debilitatis uisus, ut patet per 15. 8. quartum huius. Item quia uapor remotior a corpore luminoso grossior est & nigrior, & magis aqueus, unde nigredo uaporis luminis incorporatum plus denigrat, & magis ipsum uisui obfuscum praesentat, & hoc quidem in coloribus iridis aliquam causalitatem habent, totalis uero causa omnibus huius coloribus uniuersalis immixto umbrarum ipsi fulgori luminis, quoniam enim ut patet per praemissam, uapor roridus est materia iridis, a cuius corpusculis fit reflexio luminis ad uisum per undecimam secundam huius, omnia corpora deserta in parte luminoso corpori aduerfam umbram proijciunt, patet quod radii reflexi a remotiorum corpusculorum superficiebus, umbrarum anteriorum corpusculorum nigredini se immiscunt, & sic permixti colore nigro umbrarum perueniunt reflexi ad uisum, & secundum quod plus uel minus umbrarum nigredine permiscuntur, secundum hoc diuersificant actum suae luminositatis, in uarios colores, & huius rei signum est in coloribus similibus iridi, qui obducto uisui ipsa manu uel alio umbrato, de sub manu in fenestrarum periferijs uidentur. Signum quoque huius est magnitudo maris, quae propter umbrarum multiplicationem accedit in maribus aquarum limpidarum, in quas lumen se profundat, cum ex turbulentis aquis marium, quos lux non penetrat ut umbras efficiat, ipsis maribus non nigredo sed uiriditas accedit, & obductis palpebris uisui respectu luminis ex umbris pilorum ipsarum palpebrarum colores iridis uidetur. Singula quoque particularia in quibus colores iridis apparent, ad hanc umbrarum causam, ut ad quoddam uniuocum reducuntur, ut patet in collis anatum & pauonum, quae secundum diuersam dispositionem diuersimode colorantur, crispitudo enim suarum pennarum alias hinc & inde proijcit umbras, quae permixtae luminis diuersos hinc & inde procreant colores, ut patet intuenti, nec enim alias praemissorum causas nostro potuimus indagare ingento, existentibus enim tantum 22. uisibilibus, nullum aliorum uisibilium praeter umbram, & lumen horum colorum apparentium uisui uidetur esse causa, unde & hunc colorum iridis aestimauimus proximam esse causam, nullum tamen uidimus quem intellectus suus in hoc modicum intelligibile direxerit. Sed huius rei facili omnes alij difficiles uisui sunt dare causas. Nos tamen hac causa ut uniuoca & conuertibili erimus contenti, alia quae praemissimus ponentes, ut quaedam adminiculatia huic causae. Istis itaque praemissis causis uel omnibus, uel pluribus, uel aliquo sensibilibus concurrentibus intersectione pyramidum reflexionis basium aequedistantium tunc deficit iudicium uisus, & lumen magis mixtum uaporis nigredini minusque refractum, sub maiori quoque angulo reflexum & sub angulo maiori uisum, & in minori distantia a seipso positum, & in materia grossiori radiatum, & umbris pluribus permixtum uisui iudicat magis ab albo recedere quam puniceum, uideturque illud lumen reflexum sibi iride seu praesum, & secundum colorem praesum plurimum pyramidum facta reflexione cum dicta sensibilibus a prius entibus conditionibus uariantur, uidetur lumen plus nigro accedere, & fit uisui color Alurgus siue lasurus, qui uaporis magnitudine umbrisque pluribus magis permixtus est quam praesum, & demum cum secundum hunc colorem alurgum plurimum pyramidum uisui circumferentis basium sensibilibus incipiunt praedictae conditiones uariari, & cum lumen amplius ad uisum sit dispositum non reflectitur, fit nigrum, quod amplius permixtum lumen non uidetur.

Signum.







dis in approximatione corporis luminosi de facili resoluitur in aquam, uel subtiliatur in aerem lucidum, a cuius superficiei non possunt fieri reflexiones, quæ et si fierent tamē tenderent in partem in qua est sol, nec ad uisum peruenirent, & etiam quia colores iridis, qui sunt propter debilitatem reflexæ lucis non possunt in tali loco causari, quia circa corpus luminosum cum semper magis sit luminis, radij reflexi non debilitantur, sed magis uisibiles efficiuntur. In talibus tamen locis facta radiorum refractione ad uisum per uaporem uel aerem densum aliquod lumen aggregatum uideri potest in uapore uel aere condensato, ut diximus de generatione in præmissa coronæ, quæ fit ex refractione luminis solis quandoque, & tamen raro, propter luminis illius fortitudinem. Sape uero ex lumine lunæ & stellarum primæ & principalis magnitudinis generatur iris, ergo quando debet generari, oportet quod radij ad oculum reflectantur, & quod retro uaporem roridum, qui est materia iridis, per 64. huius, non sit lumen aliud irradians, unde etiam corona grossa apparente uisui, scilicet in grossa materia & spissa siue densa a forti lumine causata est possibile, ut in ipso aliqui colores iridis appareant uisui posito inter corpus luminosum & uaporem, tunc enim omnes conditiones & causæ colorum iridis in loco tali concurrerent, & materia subest, iris ergo sic poterit apparere, forte accidit quod materia in qua plus meridionalis a uapore rorido iris uidetur reflexa, tunc hominibus plus septentrionalibus ab eodem uapore, ita quod uapor idem eodem tempore utriusque habitatoribus appareat, & secundum eundem circulum altitudinis uideatur, corona propter luminis refractionem, & idem erit in quolibet circulo altitudinis prædicto modo quibuslibet uidentibus constitutis. Ex quolibet his quæ dicta sunt patere potest, quia quandoque ex fortibus solis radijs reflexis a nube aquosa integra ad locum in quo est uapor roridus a latere solis aliquo possunt colores iridis generari in plenis circulis uel circulorum portionibus in completis, ut quando corporis solis nubes solida aquosa diametraliter componitur, & in ipsam incidens radius reflectitur, & reflexo radio nubes rorida obstitit, in qua fit radiorum refractione & reflexio perueniens ad uisum, tunc enim colores iridis apparent siue reflecti, ut cum uapor recte opponitur uisui, & tales colores sunt in uapore raro aqueo permixto, quandoque uero apparent circulares, & sunt quasi irides, oportet autem ad hoc ut talis iris uideatur, quod nubes ad quam fit radiorum solis reflexio ad oppositum uaporem, & uapor roridus ad quem & a quo ad uisum sit luminis reflexio, & uisus ad quem sit reflexio in eadem recta linea constant, & quod superficies nubis a qua fit reflexio & superficies uaporis a qua & ad quam fit reflexio productis super horizontem quasi in superiori hemisphærio concurrant, aliter enim uix fieret sensibilis reflexio ad uisum posteriorem nube, a qua fit reflexio, fieret autem modica propter naturam reflexionis a corpusculis paruis, de quibus sermo sit in 64. huius. Nos enim per huius concursum superficierum intelligimus concursum linearum contingentium corpuscula uaporis roridi in ipso puncto reflexionis. Sed etiam quod nubes aquea reuerberans lumen uicina sit circa solem, ubi radij solares fortes existunt, & talem iridem non unam nec duas tantum, sed 4. simul uidimus Paduæ sole iam ad uesperam declinantem, & non erant irides in distantia 10. graduum a sole, & omnes circulorum completorum & in superficiebus diuersis, & erant quædam quasi se extrinsecus contingentes. Eas autem irides, quæ sunt ex radijs corporis luminosi non ab alia nube reflexis ad uaporem, sed ab ipsa uapore ad uisum reflexum, non est possibile fieri, nisi in oppositione corporis luminosi ad uaporem uisui in medio existente, unde in nostro habitabili non potest uideri iris ad meridiem, quia non interponitur ibi uisui uapor & corpori luminoso, cursus enim stellarum erraticarum terminantur secundum partem qua extremitas zodiaci terminatur, qui in nostra habitabili septentrionalis fieri non potest, & hoc est quod proponebatur.

LXX.

Ex radijs solaribus & lunaribus tantum irides generantur.  
Quoniam enim tantum horum duorum corporum radij secundum mundi diametrum

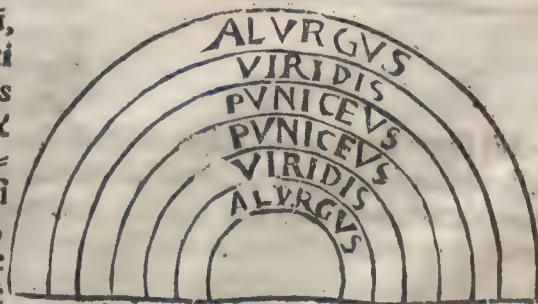
enfi

sensibiliter extenduntur, solis utpote, quia est corpus maximum quantitate omnium luminosorum corporum & purissimæ substantiæ, lunæ uero, quia ipsa terræ est uicinior, unde eius radij uisui sensibilibus offeruntur, ab aliorum uero corporum luminis sensibilitate excusat uisum paruitas ipsorum corporum respectu solis, & magna a nobis distantia respectu lunæ. A sole autem iridem fieri cognitum est sensui, ex radijs etiam lunæ iridem fieri est possibile, & hoc est sape uisum maxime apud plus septentrionales, quibus sape offertur materia, unde uiderunt lunæ iridem obseruatores nocturni in Alemania bis in uno anno, & forte pluries uideretur secundum quod se offerunt agens & materia, apud meridionales uero rarius uidetur, quia non offert se totiens materia, & si agens semper sit dispositum ad diffusionem luminis, ut in omni plenilunio uel circa illud, unde Aristoteles non considerauit fieri iridem lunæ in loco suæ habitationis nisi bis in 50. annis, sunt autem irides lunæ plures in crepusculis luna plena uel gibberosa magna existente posita circa orientem super horizontem sic, ne radij solis uideantur, sunt etiam in nocte, semper tamen in opposito lunæ, habetque iris lunæ formam & materiam quam & iris solis, similiter & colorum distinctiones, qui tamē sunt albiore coloribus iridis solis, cuius causa est, quoniam in nube nigra & in nocte fit iridis lunæ apparitio, unde duplicato nigro, scilicet noctis & nubis, album quod fit ex radijs lunæ, magis uidetur album, & quia puniceum est debiliter album, ideo puniceum magis album tunc uidebitur comparatione plus nigri, & similiter de unoquoque aliorum colorum, quilibet enim illorum colorum albiore uidetur, & sic tota iris lunæ albiore uidetur quam iris solis, umbræ enim radijs lunæ accedentes non sunt tam nigre ut umbræ solis, & huius causæ sunt diuersæ, ut dictum est, lumen enim lunæ est pallidius lumine solis, unde colores ex commixtione sui informati inficiuntur, nec accedunt ad summum formæ sibi propriæ, sicut etiam accidit propter pallorem luminis candelæ uariari plurimos colores & alios pro alijs accipi per sensum. Sic ergo patet a quorum corporum radijs irides generantur, quoniam ex radijs solis & lunæ tantum, non autem ex aliarum stellarum radijs quarumcunque, quod est propositum.

LXXI.

Non plures duabus iridibus situ colorum differentibus possibile est uideri.

Verbi gratia, cum non sint plures nisi tres colores iridis, ut patet per 65. huius, non est possibile diuersificari colores iridis in situ, nisi secundum extremorum colorum, scilicet punicei & alurgi localem transpositionem, quia semper medius manet in causalitate media inter istos, & ob hoc patet quod plures quam duæ irides situ colorum differentes fieri non possunt, quia color medius non potest habere causam generationis alijs coloribus manentibus in forma propria, quamuis sint transpositi in situ. Quod autem quandoque plures irides eiusdem situs in coloribus uidentur una sub alia, ut primo rubeum, deinde uiride, & deinde alurgum, & idem rubeum, & idem uiride, & demum alurgum, hoc accidit propter diuersitatem materiæ, in diuersis superficiebus, quarum una est ante aliam, & quos accidit sub uno angulo uideri, unde uidentur quasi sint habitæ uel contiguæ, quod si in angulo sit diuersitas, ut quia exiens a uisui, transiens per gibbum iridis unius scilicet inferioris, non transit per gibbum superioris, tunc uidebuntur concurrentes, & inter alurgum superioris & puniceum inferioris erit notabilis differentia, scilicet alba, quoniam ab illa parte nubis propinquo uel remotiori ipsi uisui quam uidetur reflexionis ad uisum illum conueniat, non sit reflexio luminis ad uisum, quod non accideret quando sub eodem angulo



ddd 2 gulo

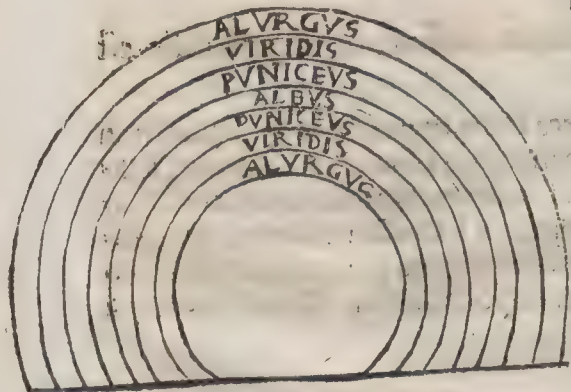


gulo videntur. Sunt tamen huiusmodi irides semper in diuersis superficiebus, & ab una pyramide inflexi luminis causantur, & ob hoc ipsorum est quasi centrum unum, quod est centrum pyramidis irradiationis, & videntur aequedistantes in visu ipsorum periferiæ, & possibile est licet non sæpe eueniat, quod plures tales irides una uidelicet intra aliam uisui offerantur, & istud poterit probari duobus aquam in radio spargentibus, uno scilicet sub reliquo, tunc enim iris sub iride poterit uideri, sed idem erit ordo in situ colorum iridis utriusque, neuter tamen alterius iridem uidebit, sed cuiusque sua in eodem tempore uisui occurrat. Impossibile autem est quod hic fiat in eadem superficie, scilicet quod plures irides eiusdem situs in coloribus appareant, quoniam ab illa sola parte superficie fit reflexio, ubi secundum æquales angulos radij incidunt, & non ab alijs partibus eiusdem superficie superioribus uel inferioribus periferia prædicta, ut patet per 61. huius, colores autem iridis exterioris coloribus iridis interioris semper debiliores apparent, quoniam sunt à radijs magis distantibus à perpendiculari & remotioribus à uisu, unde lumen per eos reflexum debilius uidetur respectu eius, quod ex interioribus radijs causatur.

LXXII.

In iride exteriori quandoque colores interioris iridis contraposti & debiliores uidentur.

Colores iridis contrapostos dicimus, quando sicut iridis interioris color est puniceus, qui est in exteriori circumferentia ipsius, sicut exterioris iridis color est puniceus, qui est in interiori periferia ipsius iridis, mediusque utriusque iridis color est prasinus. Interiorque color interioris iridis est alurgus, sicut exterior color iridis exterioris. Sic autem dispositis duabus iridibus, tunc omnes colores exterioris iridis sunt debiliores quam interioris iridis colores. Huius quoque causa aliqua esse posset si illi colores omnes in una nubis superficie uiderentur, quia tunc colores exterioris iridis per magnam distantiam uisui apparerent, sicut & interiores periferiæ iridis interioris. Ad quod intelligendum ponamus exempli causa solem super horizonta 20. gradibus eleuatum, & quoniam patuit prius in 61. huius, quod centrum basis pyramidis irradiationis & centrum uisus, & centrum corporis radiofi, quod est sol sunt semper in eadem linea. Centrumque basis pyramidis irradiationis & pyramidis uisionis est unum punctum centro solis diametraliter oppositum, unde ipsum est nadir solis, & mouetur semper secundum motum solis, motuque suo similem circulum describit, circulo motus solis scilicet ei parallelo quem sol motu suo diurno describit super horizonta, talem enim dictum centrum iridis describit, quod est centrum basis pyramidis illuminationis sub horizonte, & sicut cum sol fuerit in puncto horizontalis orientali, centrum fuit in parte horizontalis occidentali, centrum illud fit in parte orientali, & quoniam linea ducta à centro solis ad circumferentiam basis pyramidis illuminationis sunt æquales per 89. primi huius, patet quod superficies basis prædictæ pyramidis sic horizonta interfecat, quod ipsa cum superficie secante solem orthogonaliter insistente horizonti concurrat sub horizonte, ergo facit angulum super horizontem obtusum respectu uisus, nec mirum quoniam horizon cum transeat per unum polorum circuli ut per centrum uisus, qui est polus illius circuli per 65. primi huius, patet quod per polum alterum illius circuli non transit, qualibet ergo pars superficie uaporis in qua fit iris exterior illa pars quæ est super circulum iridis in parte altiori plus à uisu elongatur



scribit super horizonta, talem enim dictum centrum iridis describit, quod est centrum basis pyramidis illuminationis sub horizonte, & sicut cum sol fuerit in puncto horizontalis orientali, centrum fuit in parte horizontalis occidentali, centrum illud fit in parte orientali, & quoniam linea ducta à centro solis ad circumferentiam basis pyramidis illuminationis sunt æquales per 89. primi huius, patet quod superficies basis prædictæ pyramidis sic horizonta interfecat, quod ipsa cum superficie secante solem orthogonaliter insistente horizonti concurrat sub horizonte, ergo facit angulum super horizontem obtusum respectu uisus, nec mirum quoniam horizon cum transeat per unum polorum circuli ut per centrum uisus, qui est polus illius circuli per 65. primi huius, patet quod per polum alterum illius circuli non transit, qualibet ergo pars superficie uaporis in qua fit iris exterior illa pars quæ est super circulum iridis in parte altiori plus à uisu elongatur

tur, & si ab ipsa reflecti accadat radios ad uisum, necesse est superiores nigriores uisui apparere, respectu eorum radiorum, qui à partibus eiusdem superficie in superioribus illis ad uisum reflectuntur, ut patet per penultimam & ultimam quarti huius, & fit superioris iridis inferioris periferiæ, quæ uicinior est uisui colores puniceos, mediæ uero prasinus, supremæ uero Alurgos necesse est uideri, & uincit quantitas distantia in magnitudine excessus elongationis quantitatem angulorum reflexionis, & quantitatem angulorum uisionis, & ob hoc colores iridis superioris contraposti quandoque uidentur coloribus iridis interioris, in qua superior periferia semper uidetur punicea, quoniam quando ad uisum ab illa parte superficie fit reflexio improporcionata reflexionibus distantia, tunc radij inferiores eiusdem superficie in eadem distantia ad uisum reflecti non possunt, eo quod in proximitate debitam distantiam excedunt, sunt enim tali uisui proportionata reflexioni distantia uiciniores quod ergo uisui de proximo uapore irradiatum apparere potest, puniceum apparet propter unitatem & alias causas in 65. huius, prius dictas, uisui uero profundato ulterius in uapore secundum modum distantia fulgor luminis umbrarum nigredine permiscetur, & uariantur colores secundum prius dicta. Sic ergo in uapore irradiato fit quedam gibbositas quo ad uisum, & ob hoc forte dictum est à quibusdam, nubem fore concauam, in qua iris generatur, quamuis ea quæ uidentur nubis concauitati non oporteat ad scribi, quia uapor quo ad consistentiam sui totius est integer plenus corpusculis distinctis, sicut uidentur athomi totum solis radium implere, & est talis uapor à parte posteriori à sole grossior quam à parte anteriori solem aspiciente. Quod si centrum solis in periferia horizontis positum fuerit, sicut ut basis pyramidis illuminationis sit orthogonaliter horizonti insistent, adhuc radij exteriores ad uisum reflexum, sunt longiores respectu eorum, qui ab interioribus periferiis reflectuntur per decimam nonam primi. In eodem enim triangulo ad uisum terminato maiori angulo opponuntur. Sic ergo patet, quod corpore solis ubicunque posito exterioris iridis colores respectu colorum iridis interioris possibe est contrapostos apparere. Omnes autem colores secundæ iridis sunt debiliores necessario coloribus primæ iridis, quoniam sunt à radijs magnis distantibus à perpendiculari, & secundum maiores angulos ad uisum reflexis, propter quod isti radij cum radijs incidentibus minus aggregantur, unde minus efficiunt luminis & coloris. Nos autem eo quod nunc præmissimus utimur pro principio ad propositum declarandum disponente, & si ipsum non sit circa causam, manifestum est enim quod illi radij cum sint extra periferiam proportionatam reflexioni ad illum uisum, scilicet ultra puniceam interioris iridis, quoniam non reflectuntur ad uisum cum lumine, nisi propter reflexos radios ab interiori prima iride ad reflexionem disponatur, & nisi lumen eorum innatum uisibilitatis per aggregationem luminis illorum radiorum cum ipsis ad uisum reflexorum producat, & huius signum est albedo, quæ circulariter apparet in nube inter periferiam superiorem iridis inferioris puniceam, & inferiorem iridis superioris puniceam, & quia hæc albedo fit per lumen nubem irradians ad uisum non reflexum, cum enim radiorum ab eadem superficie reflexibilium qui ad uisum in aliquo uno loco dispositi reflecti possunt. Sint hij, qui ab ultima periferia inferioris iridis reflectuntur, nullus superior radiorum reflectetur ad illum uisum, sed nubes alba ex commixtione luminis non reflexi per modum uisionis simplicis illi uisioni occurrat, ex periferia uero punicea inferioris iridis, & si plurimi radij præter eos qui ad illum uisum reflectuntur ad partes uicinas uaporis roridi se diffundant, lumen tamen ad illum uisum ex eorum incidentia à uicino uapore reflecti non potest, quoniam cadunt illi radij in superficiebus uaporis aqua, sicut à superficie improporcionata adhuc uisui non est cõueniens distantia reflexioni, hoc enim in principio periferiæ puniceæ incipit, ubi secundum angulos in illa pyramide acutissimos radij incidunt ipsi nubis, alij uero radij posteriores his radijs in punicea periferia inferioris iridis ad maiores radios anguli incidunt quo ad uisum, cum sint in profundiore superficie à uisu ad illam superficiem uaporis

ddd: 3 poris



poris in qua est inferior superioris iridis periferia punicea reuertuntur, & ibi aggregati cum radijs illi parti uaporis incidentibus à sole illam partem superficiei ex aggregatione maioris luminis uisibilem faciunt; radijs ad uisum reflexis, qui prius propter luminis debilitatem sensibilibiter nō poterant reflecti; & quoniam radij ab inferiori parte sursum ad alias partes uaporis roridi reflexi, siue uapor ad quem fit reflexio in eadem superficie cū prima iride siue in alia superficie sit consistens cū radijs ab eadem periferia ad uisum reflexis in generatione primæ iridis, ut declaratum est in 64. huius, angulos constituunt, sunt trianguli, quorum anguli sunt in centro uisus, bases uero sunt lineæ interfacentes puniceam periferiam inferioris iridis, & puniceam superioris, & quod ab illis basibus nulla sit uisui sensibilis reflexio, tota ipsarum superficies uidetur alba, nisi reflexo ab ipsa aliquo lumine ad uisum. Simili quoque modo fit reflexo ab alijs coloribus inferioris iridis ad iridē supremam, & quoniam anguli incidentiæ radiorum illas partes iridis causantium sunt maiores, ut supra patuit per 106. primi huius, ideo per 20. quinti huius, & anguli refractionum sunt maiores, altius ergo in uaporem superiorem illi radij pertingunt, procreantes sibi similes colores, quoniam illi radij propter admixtionem umbrarum aliorum corpusculorum colorem participant, qui ad corpus oppositū mixtum cum lumine transmutatur per 2. quinti huius, & sicut ostensum est per 55. quinti huius, quoniam propter reflexionem dextra apparent sinistra, & sinistra dextra, sic etiam accidit in ipsa reflexione coloris istarum iridum contrapositos uiridi, colores quoque secundæ iridis debiliores uidentur quam primæ iridis, scilicet inferioris, quoniam radij remoti ab axe pyramidis irradiationis nubi incidentes sunt debiles, & uisui propter distantiam magnam insensibiles, ut patet per penultimam quarti huius, & etiam radij reflexi à primæ iridis refractis radijs sunt debiles, ut patet per 3. quinti huius, & per 10. huius. Sic ergo necessario secundæ iridis colores sunt debiles nigri, quia nigredine umbrarum permiscantur, necessario ergo respectu primæ iridis coloribus secundæ iridis colores debiliores apparent, nec fit aliqua ulterior reflexio ab illis ad partes superiores roridi uaporis propter illorum radiorum debilitatem, & forte ob hoc dixit Aristoteles, quod plures duabus iridibus non possunt uideri, quoniam tantum duæ sunt quæ situ colorum formaliter distinguuntur, quamuis plures quandoque uideantur, ut in præmissa declaratur, patet ergo propositum.

LXXIII.

Omni arcum sensibilem iridis per circulum suæ altitudinis in duo æqualia diuidi est necesse, unde manifestum est quemlibet uidentem propriam iridem uidere.

Cum enim ex præcedentibus patet, quod quando superficies horizontis interfecit superficiem circuli iridis, tunc eorum communis sectio ex 37. undecimi, est linea recta, sed quia circulus altitudinis iridis semper transit per zenith capitis, quoniam ut patet per 62. huius, & declaratum est in præhabitis centrū uisus est polus iridis, illius uero circuli altitudinis centrum, est centrum mundi & horizontis, ergo ipse transit per polos horizontis, zenith enim capitis est polus ipsius horizontis, linea uero à polo ad centrum horizontis deducta est erecta super superficiem horizontis ex principio primi huius, ergo per 18. undecimi, circulus ille altitudinis iridis est erectus super superficiem horizontis, & ipse transit eius centrum, quoniam cum ipsi ambo sint circuli magnæ sphaeræ mundi, patet quoniam ipsorum est idem centrum quod est centrum mundi. Ille ergo circulus altitudinis secat horizontem per æqualia & orthogonaliter. Similiter autem & idem circulus altitudinis cum per centrum uisus transeat, & per centrum circuli iridis, & per centrum solis hæc enim sunt in eadem linea per 62. huius, transit ergo per polos circuli iridis, & secundum præmissa secat eum per æqualia & orthogonaliter. Sed si horizonta & circuli iridis altitudinis per æqualia secat & orthogonaliter, ergo illorum sectionē per æqualia secabit & orthogonaliter per decimam nonam undecimi. Sit ergo illa communis sectio linea a b, quæ productū circulum altitudinis diuidat per æqualia in puncto c, ducaturque sursum in superficie circuli altitudinis in puncto c, linea c d, quæ sit communis sectio superficierum illius circuli & iridis, & hæc linea c d, erit perpendicularis super lineam a b, per decimam

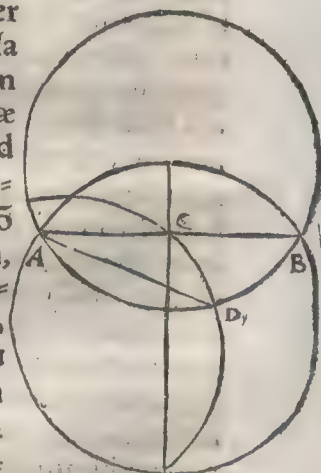
decimam nonam undecimi, eo quod circulus altitudinis erectus est super superficiem cuiusque duorum illorum circulorum, quorum est communis sectio linea a b, sitque communis sectio periferia circuli altitudinis & iridis punctus d, angulus ergo d c a est rectus, & similiter angulus d c b, subtendatur ergo illis angulis linea a d & b d, & patet ex 4. primi, & ex præmissis quod ipsæ sunt æquales, ergo per 27. tertij, arcus iridis qui est a d est æqualis ipsius arcui b d, pars ergo periferiæ iridis quæ est super horizontem, quoniam illa sola est sensibilis quæ per circulum altitudinis per æqualia est diuisa, quod est propositum. Unde manifestum est correlarium perpulchrum, scilicet quemlibet uidentem iridem propriam uidere, ex eo enim quod aliquo moto uidente secundum locum super zenith capitis uariatur, patet enim quod diuersorum diuersa sunt zenit, & diuersi horizontes, nec est possibile aliquos duos eadem habere horizonta, quoniam semper oculos uidentis est centrum horizontis, si ergo aliquorum diuersitas sit secundum distantiam latitudinis uniuersi tantum, tunc ab eorundem oculos diuersimode radij reflexi à corpore nubis secundum diuersa puncta aggregationis concurrent, & remotior ipsorum à uapore rorido maiorem iridem uidebit, propinquior minorem, si in eadem superficie appareant irides, quæ si appareant in superficieribus diuersis æquedistantibus, tunc secundum æquales circulus iridis uideri poterit, & sequetur iris fugientem & fugiet sequentem, ut diximus in 63. huius, est tamen eis idem circulus altitudinis, sed non eodem modo se habens, quod si diuersitas aliquorum sit secundum longitudinem uniuersi tantum, tunc erunt diuersi circuli altitudinis, & quilibet illorum circulorum diuidit per præmissa arcum iridis qui est super horizonta, in duo æqualia, ergo ipsa diuisa sicut & ipsa diuisiō sunt diuersa, quilibet ergo propriam iridem uidebit, quod si latitudo & longitudo uidentium differant, tunc per præmissa patet, quod nullo modo eandem iridem uidebunt, patet ergo quod intendebamus, & signum huius est, quod si aliquis stans in radio solis a uersa soli facie aquam ore spargat uidebit cum ambobus oculis ante frontem suam colores iridis, & arcum æqualiter ab utroque oculo distantem, quod si aquam secundo sparserit, & oculum dextrum clauerit uel manu cooperiat, uidebit arcum æqualiter distantem à centro sinistri oculi, arcum quoque iridis dextrum oculum secantem, & econuerso erit, si oculum sinistrum clauerit, tunc enim iterum uidebit arcum æquedistantem à centro dextri oculi, sinistrumque oculum secantem, ex quo manifeste patere potest, quod color iridis est passio uisus, & quod mutatur iris secundum uidentium mutationem, & quod materia sua est uapor roridus, & quod distinctio colorum nō est ex qualitate materiæ, sed ex reflexione luminis ad uisum cui color essentialiter aduenit ex commixtione nigredinis umbrarum.

LXXIIII.

In aliquo puncto horizontis existente centro corporis luminosi, necesse est tantum semicirculum ab eo causatæ iridis uideri.

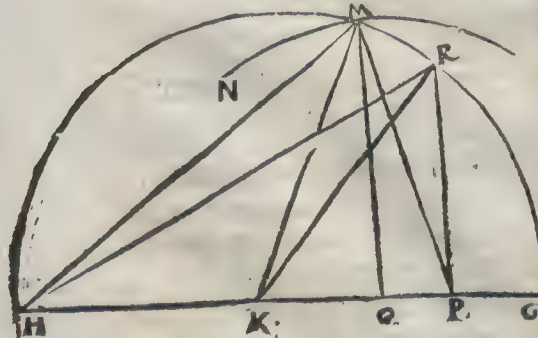
Quoniam enim non est possibile solis uel lunæ, quorum solummodo corporum ut in 68. huius diximus, radij iridem faciunt, centra in horizonte existere, nisi in oriente uel occidentem in nostra terra, scilicet Polonia, habitabili, quæ est circa latitudinem 50. graduum, & quamuis in regionibus maximæ latitudinis, sole existente in capite capricorni, ut in his quæ sunt 66. graduum & 9. minorum sol in meridiano existens circulo uideatur in periferia horizontis, & in alijs regionibus diuersificata latitudine regionis & declinatione solis in diuersis circulis altitudinis quandoque sol uideatur in horizonte. Ponamus itaque solem in oriente cuius centrum sit a, fiatque iris in parte sibi opposita uisui inter medio existente, & erit illa iris ad occidentem per 67. huius, & sit centrum iridis punctum b, ducaturque diameter circuli iridis trans superficiem horizontis per centrum b, quod centrum tunc necessario erit in superficie horizontis, quoniam per 62. huius, ostensum est, quod centrum solis & centrum uisus, & centrum iridis necesse est in eadem linea esse. Eiusdem

uero





vero lineæ partem in eadem superficie, partem in sublimi esse est impossibile per primū undecimū. In superficie uero horizontis est ex hypothesi centrum solis & centrum uisus & centrum horizontis, ergo & linea copulans illa centra erit in superficie horizontis, & fit diameter illa iridis quæ c d, & coniungantur lineæ a b, a c, a d, fientq; duo trianguli a c b & a d b, & quoniam in his triangulis latus a c est æquale lateri a d, per 89. primi huius, quoniam sunt lineæ longitudinis unius & eiusdem pyramidis, & latus c b æquale est lateri d b, quia sunt semidiametri circuli iridis, latus uero a b, commune est ambobus illis triangulis, patet ergo per octauā primi, & angulus c b a est æqualis angulo d b a, uterq; triangulis, patet ergo per decimā octauā undecimū, erit superficies horizontis erecta itaq; est rectus, patet per decimā octauā undecimū, erit superficies horizontis erecta super superficiem circuli iridis, transit autem per centrum iridis, palam ergo quoniam circulus horizontis diuidit circulum iridis per æqualia, communis enim sectio illorū circulorum non potest esse nisi diameter circuli iridis quæ semper suum circulum diuidit per æqualia, per diametri diffinitionem. Quod autē de circulo iridis est super horizonta hoc uidetur. Sic ergo posito centro solis uel lunæ in puncto horizontis, semicirculus iridis uidetur, nisi forte tanto minus quantum est differentia, propter hoc, quod centrum uisus non est uerum centrum uniuersi. In hoc autem non est sensibilis differentia, & si sit, non est in generatione iridis, sed in uisione ipsius, & hoc est quod hic proponitur demonstrandum. Potest & idem aliter demonstrari. Sit ergo secundum dispositionem priorem centrum solis in aliquo puncto horizontis quod sit punctum h, & sit k centrum uisus, quod est centrum horizontis, & sit horizontis diameter lineæ h g, erigatur ergo semicirculus unius altitudinis super horizontem orthogonaliter ex centro k, quæ sit h m g, hunc quoque semicirculum altitudinis arcus iridis generatæ in opposita solis interpolatione centro uisus, secet in puncto m, & producat lineam k m, & quoniam lineæ h k, k m, & k g, omnes sunt ex centro circuli altitudinis, omnes ergo sunt æquales, & omnes notæ, quoniam mūdi semidiameter est nota, ut si ipsa supponatur esse 60. partiū, producat itaq; lineam h m, & si notus est angulus h k m, tunc linea h m erit nota. Sciri autem potest angulus h k m, per hoc ut sciatur arcus m g, qui est arcus altitudinis, qui sciri potest per instrumentū ut per armilla uel per astrolabium, uel quadrantem, quo scito sciatur angulus m k m, quæ si auferatur de duobus rectis, sciatur angulus h k m, & sic sciatur linea h m, respectu semidiametri k m, operatione illa qua utimur in scientia astrorum, linea uero h m, cū sit linea longitudinis pyramidis illuminationis, & per 89. primi huius, omnes lineæ longitudinis unius pyramidis sint æquales, erunt tunc omnes lineæ longitudinis illius pyramidis notæ, circumducatur itaq; circulus iridis super superficiem horizontis eam interfecans, quæ ut patet ex præmissis transeat punctum m, circuli altitudinis, sit quoq; ut ipse circulus iridis secet horizontē in puncto n, duos itaq; circulos contingant lineæ k m & h m in puncto m, in circulo altitudinis datum est, & lineæ h m & k m sunt notæ, erit proportio lineæ h m ad lineam k m nota, & quoniam quæ est proportio alicuius lineæ primæ ad aliquam secundam, eadem est cuiuslibet tertiæ ad aliquam quartam, tunc per tertiam primi huius, esto ut sit proportio lineæ rectæ a b ad rectam b c, sicut lineæ h m, ad lineam k m, & quoniam linea h m, est maior quā linea k m, per decimā nonā primi, eo quod maiori angulo opponitur in triangulo h m k, patet ergo quod linea a b est maior quā linea b c, producat ergo lineam b c ad punctum d, in tantū ut sit proportio lineæ b d ad lineam a b, sicut lineæ a b ad lineam b c, & quia quæ est proportio lineæ h m ad lineam k m, eadem est linea a b, a d, b c, erit ergo per undecimā quinti, proportio lineæ h m ad lineam m k, sicut lineæ b d ad lineam a b, & quia proportio lineæ h m, ad lineam k m, uel ad lineam h k, æquales per septimā quinti, ex præmissis est nota, proportio ergo lineæ a b ad lineam



b c, erit nota, ergo ipsarum utraq; est nota secundum aliquam quantitatem suppositam in altera ipsarum, sed & proportio lineæ b d ad lineam a b est nota, ergo & linea a b est nota, linea b d est nota, sed linea b c fuit nota, ergo relinquitur ut linea c d sit nota, sed linea h k est nota, quia cum ipsa sit diameter horizontis, erit ipsa partium 60, ergo proportio lineæ c d ad h k erit nota, quæ est ergo proportio lineæ c d ad lineam h k, eadem erit lineæ b c, notæ ad aliquam aliam per tertiam primi huius, quia nota est proportio a b ad b c, sicut b d ad a b, & a b est maior quā b c, ut patet ex præmissis, erit ergo b d maior q̄ a b, relinquiturq; c d maior q̄ b c, hoc autem patet in numeris taliter dispositis quibus cuncq;. Linea ergo proportionalis lineæ h k est linea c d, illa erit minor quā linea h k, uel quā linea k g, abscindatur ergo per tertiam primi, æqualis illi lineæ k g, & sit linea k p. Eruntq; lineæ k p, secundum præmissa nota, copuletur itaq; a puncto p, ad punctum m, linea in superficie circuli altitudinis quæ sit p m, eritq; necessario, ut quæ est proportio lineæ c d ad h k, uel lineæ b c ad k p, eadem sit proportio lineæ a b ad lineam p m, quod si dicatur hoc non est possibile, quæ est ergo proportio lineæ c d ad h k, uel b c ad k p, eadem erit lineæ a b ad aliquam aliam lineam maiorem uel minorem lineam p m, per tertiam primi huius. Sit ergo nunc illa proportio lineæ a b ad quandam minorem lineam m p, quæ sit p r, quæ est ergo proportio lineæ c d ad lineam h k, uel b c ad lineam k p eadem est lineæ a b ad lineam p r, quæ autē est proportio lineæ c d ad lineam h k, eadem est lineæ b c ad lineam k p, ergo per decimā sextam quinti, quæ est proportio lineæ b c ad a b, eadē est lineæ k p ad p a, & sic lineæ c d, b c, a b, proportionales erūt lineis h k, k p, p r, sed quæ est proportio lineæ a b ad b c, eadem est lineæ b d ad a b, ergo & in ipsarū proportionibus sic erit, qd sicut se habet linea r p ad p k, sic coniunctim se habebit tota p h ad lineam p r, ducatur ergo linea h r & k r, fientq; duo trianguli, quæ h r p & k r p, quarū cōmunis est angulus r p h, & latera dictū angulū continentia respectu diuersorū trigonorum sunt proportionalia, quæ enim est proportio lineæ p r, lateris maioris trianguli ad lineam p k, lateris minoris trianguli, eadē proportio lineæ h p, lateris maioris trigoni ad lineam p r, lateris trigoni p r k minoris, ergo p 6. sexti, illi trianguli sunt æquianguli, ergo p 4. sexti, latera ipsorū æquos angulos respiciētia sunt proportionalia. Est ergo proportio lineæ h p ad lineam p r, & lineæ p r ad lineam p k, sicut lineæ h r ad lineam k r, secundū q̄, proportionē habet linea h p ad lineam p r, hanc habet linea b d ad lineam a b, & q̄ habet linea b d ad a b, hanc habet linea a b ad b c, & q̄ a b ad b c, hanc habet linea h m ad k m ex hypothesi, per 11. ergo quinti patet, qd q̄ proportionē habet linea h r ad lineam k r, hanc habet linea h m ad lineam k m, hoc autē est impossibile & cōtra 56. primi huius, q̄nā in semicirculo q̄cuncq; duabus lineis ductis ad q̄cuncq; punctū peripheriæ, s. una a termino diametri, & alia a cetro, ut sunt in proposito lineæ h m & k m, duas alias lineas ab eisdē punctis ad aliū punctū circumferentiæ q̄cuncq; duabus prioribus, pportiones, ducere est impossibile. Est ergo impossibile lineam a b ad aliam minorem lineam q̄ linea p m, eandē habere, pportionē q̄ linea b d ad lineam h p, uel q̄ linea c d ad h k, uel q̄ linea b c ad k p, sed neq; potest linea a b, habere illam pportionē ad aliquā lineam maiorem lineam p m, q̄nā eadē est ratio, & eodē modo deducit ad impossibile, ergo q̄ est pportio c d ad lineam h k, uel lineæ b c ad k p, eadē erit lineæ a b ad p m, & sequitur repetita priorī demonstratiōe, q̄ ducebat ad impossibile, s. q̄ est pportio lineæ h p ad p m, & lineæ m p ad p k, eadē sit lineæ h m ad k m, ductis itaq; pluribus semicirculis altitudinis circa centrū k, sub horizontē, pportiones lineæ p̄dictis lineis h m & k m, ducant secundū modū 65. primi huius. Si ergo linea m p, sic ppendiculariter insistentis diametro h g, tūc posito cetro p, secundū semidiametrū p m, describat circulus, qd si linea p m, nō sit ppendicularis sup diametrū h g, polo itaq; existente p̄cto p, p 65. primi huius, q̄nā ille punctus distabit æqualiter ab omnibus in illis semicirculis signatis punctis similibus puncto m, ducatur circulus secundū distantiam lineæ p m, qui attinget omnia dicta p̄cta semicirculorū altitudinis in quæ cadūt prædictæ proportionales lineæ siue anguli reflexionū iridem causantes. Si em̄ dicatur qd nō attingat, accidet secundū p̄missam cōtrariū 65. primi huius, quod est impossibile, potest etiā sic fieri, ut semicirculus h m g, sit medieta horizontis, & facta diuisione in p̄cto m, intelligatur circūducere idem semicirculus, nihil enim refert semicirculos diuersos describere uel unum circūducere;

b c, erit nota, ergo ipsarum utraq; est nota secundum aliquam quantitatem suppositam in altera ipsarum, sed & proportio lineæ b d ad lineam a b est nota, ergo & linea a b est nota, linea b d est nota, sed linea b c fuit nota, ergo relinquitur ut linea c d sit nota, sed linea h k est nota, quia cum ipsa sit diameter horizontis, erit ipsa partium 60, ergo proportio lineæ c d ad h k erit nota, quæ est ergo proportio lineæ c d ad lineam h k, eadem erit lineæ b c, notæ ad aliquam aliam per tertiam primi huius, quia nota est proportio a b ad b c, sicut b d ad a b, & a b est maior quā b c, ut patet ex præmissis, erit ergo b d maior q̄ a b, relinquiturq; c d maior q̄ b c, hoc autem patet in numeris taliter dispositis quibus cuncq;. Linea ergo proportionalis lineæ h k est linea c d, illa erit minor quā linea h k, uel quā linea k g, abscindatur ergo per tertiam primi, æqualis illi lineæ k g, & sit linea k p. Eruntq; lineæ k p, secundum præmissa nota, copuletur itaq; a puncto p, ad punctum m, linea in superficie circuli altitudinis quæ sit p m, eritq; necessario, ut quæ est proportio lineæ c d ad h k, uel lineæ b c ad k p, eadem sit proportio lineæ a b ad lineam p m, quod si dicatur hoc non est possibile, quæ est ergo proportio lineæ c d ad h k, uel b c ad k p, eadem erit lineæ a b ad aliquam aliam lineam maiorem uel minorem lineam p m, per tertiam primi huius. Sit ergo nunc illa proportio lineæ a b ad quandam minorem lineam m p, quæ sit p r, quæ est ergo proportio lineæ c d ad lineam h k, uel b c ad lineam k p eadem est lineæ a b ad lineam p r, quæ autē est proportio lineæ c d ad lineam h k, eadem est lineæ b c ad lineam k p, ergo per decimā sextam quinti, quæ est proportio lineæ b c ad a b, eadē est lineæ k p ad p a, & sic lineæ c d, b c, a b, proportionales erūt lineis h k, k p, p r, sed quæ est proportio lineæ a b ad b c, eadem est lineæ b d ad a b, ergo & in ipsarū proportionibus sic erit, qd sicut se habet linea r p ad p k, sic coniunctim se habebit tota p h ad lineam p r, ducatur ergo linea h r & k r, fientq; duo trianguli, quæ h r p & k r p, quarū cōmunis est angulus r p h, & latera dictū angulū continentia respectu diuersorū trigonorum sunt proportionalia, quæ enim est proportio lineæ p r, lateris maioris trianguli ad lineam p k, lateris minoris trianguli, eadē proportio lineæ h p, lateris maioris trigoni ad lineam p r, lateris trigoni p r k minoris, ergo p 6. sexti, illi trianguli sunt æquianguli, ergo p 4. sexti, latera ipsorū æquos angulos respiciētia sunt proportionalia. Est ergo proportio lineæ h p ad lineam p r, & lineæ p r ad lineam p k, sicut lineæ h r ad lineam k r, secundū q̄, proportionē habet linea h p ad lineam p r, hanc habet linea b d ad lineam a b, & q̄ habet linea b d ad a b, hanc habet linea a b ad b c, & q̄ a b ad b c, hanc habet linea h m ad k m ex hypothesi, per 11. ergo quinti patet, qd q̄ proportionē habet linea h r ad lineam k r, hanc habet linea h m ad lineam k m, hoc autē est impossibile & cōtra 56. primi huius, q̄nā in semicirculo q̄cuncq; duabus lineis ductis ad q̄cuncq; punctū peripheriæ, s. una a termino diametri, & alia a cetro, ut sunt in proposito lineæ h m & k m, duas alias lineas ab eisdē punctis ad aliū punctū circumferentiæ q̄cuncq; duabus prioribus, pportiones, ducere est impossibile. Est ergo impossibile lineam a b ad aliam minorem lineam q̄ linea p m, eandē habere, pportionē q̄ linea b d ad lineam h p, uel q̄ linea c d ad h k, uel q̄ linea b c ad k p, sed neq; potest linea a b, habere illam pportionē ad aliquā lineam maiorem lineam p m, q̄nā eadē est ratio, & eodē modo deducit ad impossibile, ergo q̄ est pportio c d ad lineam h k, uel lineæ b c ad k p, eadē erit lineæ a b ad p m, & sequitur repetita priorī demonstratiōe, q̄ ducebat ad impossibile, s. q̄ est pportio lineæ h p ad p m, & lineæ m p ad p k, eadē sit lineæ h m ad k m, ductis itaq; pluribus semicirculis altitudinis circa centrū k, sub horizontē, pportiones lineæ p̄dictis lineis h m & k m, ducant secundū modū 65. primi huius. Si ergo linea m p, sic ppendiculariter insistentis diametro h g, tūc posito cetro p, secundū semidiametrū p m, describat circulus, qd si linea p m, nō sit ppendicularis sup diametrū h g, polo itaq; existente p̄cto p, p 65. primi huius, q̄nā ille punctus distabit æqualiter ab omnibus in illis semicirculis signatis punctis similibus puncto m, ducatur circulus secundū distantiam lineæ p m, qui attinget omnia dicta p̄cta semicirculorū altitudinis in quæ cadūt prædictæ proportionales lineæ siue anguli reflexionū iridem causantes. Si em̄ dicatur qd nō attingat, accidet secundū p̄missam cōtrariū 65. primi huius, quod est impossibile, potest etiā sic fieri, ut semicirculus h m g, sit medieta horizontis, & facta diuisione in p̄cto m, intelligatur circūducere idem semicirculus, nihil enim refert semicirculos diuersos describere uel unum circūducere;



punctus  $m$ , circumductus describet circulum iridis, qui est  $n m$ , circa centrū uel polum  $p$ , secundum distantiam lineae  $p m$ . Eruntque anguli a termino diametri, scilicet puncto  $h$ , & a cetro  $k$ , ductarum ad circulum  $n m$ , omnes aequales in qualibet superficie reflexionis, quia triangulus  $h m k$ , in tota circumductione similes sibi triangulos causat in qualibet superficie reflexionis, & similiter triangulus  $h m p$ , motu suo describet similes triangulos, & triangulus  $h m p$  similiter similes triangulos describet. Si itaque linea  $m p$ , non sit perpendicularis super diametrum  $h g$ , ducatur ergo perpendicularis a puncto  $m$ , per duodecimam primi Euclidis, super diametrum  $h g$ , caderetque illa perpendicularis per 29. primi huius, inter puncta  $k$  &  $p$ , uel inter puncta  $p$  &  $g$ , quoniam linea  $m p$ , cum diametro  $h g$ , ex aliqua sui parte angulum acutum contrahet, ut patet ex praemissis, & similiter linea  $m k$ , quia iris non apparet ultra medium diametri horizontis, ut prius patuit, cadit ergo illa perpendicularis in punctum  $o$ . Similiterque ad idem punctum diametri necessario cadent ab omnibus aliorum semicirculorum angulis lineae perpendicularis, uel angulus  $k o m$ , motu suo in omnibus superficiebus reflexionum aequales angulos causabit, punctum ergo  $o$ , est centrum circuli reflexionis factae ad uisum, cum ergo centrum iridis sit in horizonte diametri, medietas eius erit super horizontem, quae est  $n m$ , & medietas sub horizonte quam tunc communis sectio superficieum horizontis & iridis, est diameter iridis. Idemque accideret si linea  $m p$  esset perpendicularis super diametrum, & hic est modus quo Aristoteles propositum conclusit. Sed tamen non est nobis uisa fore necessaria noticia linearum, quia sine illa idem & eodem modo declarari potest.

LXXV.

In aliquo circulo altitudinis super horizontem existente centro corporis luminosi secundum eius eleuationem, centrum circuli iridis sub horizonte deprimitur, & portio iridis minor semicirculo uidetur.

Esto secundum dispositionem proximam, scilicet ut sit horizon circulus  $h m g$ , cuius diameter sit linea  $m h$ , & centrum  $k$ , sitque circulus altitudinis transiens per zenith capitis & per centrum corporis luminosi, qui est  $l m n h$ , & sit centrum solis eleuatum super horizontem in circulo altitudinis in puncto  $n$ , & quoniam per 62. huius, centrum corporis luminosi, & cetro oculi, & centrum basis pyramidis irradiationis semper sunt in eadem linea, cum centrum uisus sit centrum circuli altitudinis, si ducatur linea a centro luminosi corporis per centrum uisus, illa necessario erit diameter circuli altitudinis, erit ergo illa linea a puncto  $n$ , producta per centrum  $k$ , necessario cadens in aliquo punctum circuli altitudinis, qui sit  $l$ , & erit semicirculus altitudinis eleuatus super circulum horizontis, qui est  $h n m$  aequalis semicirculo  $n m l$ , & quoniam sunt medietates eiusdem circuli, ablatum ergo commune arcu, qui est  $n m$ , erit arcus, qui est  $h n$ , aequalis arcui  $m l$ , sed punctum  $l$  est locus centri circuli irradiationis, & punctum  $n$ , est locus centri solis, patet ergo quod quantum centrum solis eleuatur super horizontem, tantum centrum circuli basis pyramidis irradiationis deprimitur super horizontem, & hoc est primum propositum. Cum autem erit centrorum utrunque in circulo horizontis, medietas circuli iridis uidetur, ut in praecedenti theoremate est ostensum, ergo cum centrum solis eleuatur, & centrum circuli deprimitur, minus semicirculo uidebitur, & hoc est quod secundo proponebatur. Quod autem nunc diximus exponentes propositum, sole existente in oriente, idem est, si sit in horizonte parte occidentali, uel in quacunque parte sit horizontis, ut est his quorum latitudo est 66. graduum, & 9. minutorum, his enim est sol in meridie in puncto tropici hyemalis in horizonte, & sic secundum regiones diuersas uniuersale semper est propositum theorema.

LXXVI.

Iridis nunquam uideri posse completum circulum manifestum est.

Quoniam enim si sol est in horizonte, semicirculus tantum uidetur, ut patet ex 72. huius, & si sit super horizontem in aliquo circulo altitudinis, patet per praemissam, quod quantum centrum solis uel lunae eleuatur super horizontem, tantum centrum iridis deprimitur sub horizonte, unde tunc super horizontem semper pars iridis minor semicirculo uidetur, sicut patet in alijs paralel-

parallelis in sphaera, per quorum centrum non transit horizon. Hi enim in portiones inaequales sub horizonte & super horizontem secantur, patet ergo cum corpus luminosum in tempore uisionis iridis sit, aut in horizonte, aut super horizontem, quod nunquam completus circulus iridis poterit uideri, nisi forte fiat ex reuerberatione luminis solis a nube forti ad terram, uel ad aliam nubem, ubi sit uapor roridus in medio, & uisus inter uaporem & nubem a qua sit reuerberatio, uel in eadem linea, sic quod ad ipsum possit fieri reflexio, tunc enim impossibile est integras irides uideri, sed de talibus sermo propositus non intendit, diximus enim de talibus iridibus in 67. huius, patet ergo propositum.

LXXVII.

Datae iridis semidiameter inuenire.

Ad quantum enim summorum uaporum consistentia eleuari possit, iam ostendimus in 58. huius, sed non secundum totam eleuationem illorum, possibile est iridem eleuari, quoniam materia iridis est uapor roridus per 64. huius, qui non adeo eleuatur ut uapor siccus. Si ergo datae iridis semidiameter uolumus inuenire, data iris sit semicircularis, faciliter habetur propositum: Accipiat enim altitudo sua per instrumentum, circuli altitudinis suae portio, siue arcus interiacens horizontem & gibbum iridis duplicetur, & cum arcu duplicato intrentur tabulae chordarum & arcuum prima dictione Almagesti positarum, & extrahatur chorda arte consueta, eritque chorda inuenta diameter totius iridis, & ea diuisa per aequalia medietas ipsius erit semidiameter iridis, & ita summus circuli altitudinis erit semidiameter iridis, quae sub hoc situ in tali altitudine uidetur. Si dicatur quod illa semidiameter non est iridis secundum cuiusdam alterius circuli aequedistantis iridi, sed maioris iride, hoc non obstat, quod illi duo circuli in eundem angulum solidum cadunt apud centrum mundi, quod tunc est centrum uisus, unde quod de uno dicitur de reliquo potest intelligi, quo ad quantitate, & quia per talium diametrorum proportionem habetur completa proportio iridis ad iridem, ideo talem diametrum, iridis diametrum appellamus. Si uero iris sit proportio minor semicirculo, accipiat ipsius altitudo, & quia ut patet per 73. huius, tunc sol est super horizontem in eodem circulo, accipiat altitudo solis, quia ergo, ut in illa declaratum est, distantia centri iridis sub horizonte est aequalis eleuationi solis super horizontem, coniungantur isti duo arcus altitudinis, iridis, scilicet, & solis, peruenietque arcus interiacens punctum circuli altitudinis in quo incidit diameter ducta a centro corporis solis per centrum uisus & per centrum iridis ad ipsum circulum altitudinis, & hoc est nadair solis, & punctum superiorem circuli altitudinis iridis, duplicetur ergo ille arcus, & extrahatur chorda ut prius, diuidaturque per aequalia, & habetur intentum, patet ergo propositum.

LXXVIII.

Iridis semicirculus uisus est medietas circuli minoris, portio uero minor semicirculo uisa est portio circuli maioris.

Huius propositae rei causa patet secundum praemissa huius libri, quoniam enim ut patet per 63. huius, patet centrum solis & uisus & iridis semper in eadem linea consistunt, quae est axis pyramidis illuminationis uaporis roridi, propter quod patet in omni reflexione ex qua apparet iris, semper centrum uisus est polus circuli iridis, palam ergo quod nullam facit diuersitatem in uisu erectio uel obliquatio superficie iridis super superficiem horizontis, quoniam semper linea pertransiens centrum solis & uisus est erecta super superficiem iridis, & sic periferia iridis semper se habet uniformiter ad uisum quantum est de se, ut patet per 65. primi huius. Quod tamen hic proponitur, causam habet non ex reflexione, sed ex refractione, quia ut in 8. huius, declarauimus, diuersitas angulorum refractionis causatur ex diuersitate diametris corporum diafonorum eiusdem speciei, maior enim fit refractione ad punctum perpendicularem in aqua grossiori, quam in aqua subtiliori, quia itaque sole existente in periferia horizontis, aer est grossior seipso, postmodum per luminis solaris praesentiam subtiliato, palam quod in grossiori illo aere minor fit refractione a perpendiculari, radij itaque tunc refracti magis approximant perpendiculari quam postmodum aere subtiliato, ad propinquiorem ergo locum superficiei iridis fit aggregatio radiorum incidentium.



incidentium superficiebus uisui ibi existentium, quod fiat in aere rariore existente, subtilior uero aere sit ad eisdem uisus a partibus remotioribus ipsius uaporis reflexio, non enim sit a partibus propinquoibus, quoniam ab illis neque prius fiebat. Sed neque sit illa reflexio a partibus uaporis, a quibus fiebat prius, quam medio immutato est ipsa refractione immutata, p. 8. huius, sit ergo necessario reflexio a partibus uaporis remotioribus quam prius. Radij ergo reflexi sunt longiores his qui prius reflectebantur, pyramidis ergo illuminationis est maior, ergo & basis eius, quae, ut patet ex praehabitis, est periferia iridis, erit maior. Existente uero sole in periferia horizontis, tunc tantum causatae iridis semicirculus uidetur, ut patet per 72. huius, eleuato uero sole super horizonta, tunc portio iridis minor semicirculo uidetur, ut patet per 73. huius, manifestum est ergo propositum. Est autem quorundam experientia, quod altitudo iridis, & altitudo solis coniunctae semper faciunt gradus 42. quod per praesens theorema impossibile esse ostenditur. Si enim semidiameter circuli iridis sit, quandoque minor quandoque maior, secundum mediorum diafonorum & suarum reflexionum diuersitatem, ut praestensum est, tunc non poterit rationabiliter uideri alicui, quod omnes aliorum circularum diuersarum iridum semidiametri sunt aequales, posset tamen esse modica differentia, quae forte per instrumentum modicum improporionale circulo altitudinis non possit aliquantulum perpendi, & etiam eorum experientia est in proportionibus iridum minoribus semicirculo, quod patet per altitudinem solis, quod tales uerso instrumento, uel mutato uisu fixo instrumento accipiunt, quae nulla est sole existente in periferia horizontis, & forte talium portionum uel suarum diametrorum non est sensibilis differentia, quia etiam Aristoteles de illa nihil scripsit, cum tamen de praesenti theoremate magnam fecerit mentionem, quamuis nec ipse nec alius, cuius scripta uiderimus, super hoc attulit declarationem. De differentia uero climatum nullus excusationem afferat, quia quod in uno climate accidit, in omnibus climatibus euenire necesse est in iridis generatione, semper enim centrum solis, uisus, & circuli iridis in eadem linea consistunt, & arcus altitudinis sub horizonte centri circuli iridis solis altitudini in omnibus climatibus est equalis, nec in hoc aliquis differentiam perpendet.

LXXIX.

In quibusdam regionibus sole existente in meridie iris sensibilis non apparet.

Ad ostendendum propositum ponatur primo centrum solis in aliqua regione in meridie in zenith capitis, & palam ex praemissis, quod tunc basis pyramidis irradiationis erit sub horizonte aequidistans horizonti, & quoniam tunc altitudo solis erit partium 90 sole descendente, siue hoc sit propter ipsum motum solis, siue propter altitudinem regionum distantium plus ab aequinoctiali, quam regio in qua sol fuit perpendicularis in meridie, ut ab ea quae est directe sub capite cancri, nunquam fiet iris in meridie, quamdiu si nus circuli altitudinis solis in meridie fuerit maior diametro iridis, quam per 75. huius, diligens perquisitor poterit inuenire, quantum autem sinus circuli altitudinis solis in meridie minuetur a diametro iridis, tantum apparebit uisui in meridie de diametro iridis & de iride, & ob hoc in diebus aestiualibus ab aequinoctio uernali aut autumnale in consuetis nobis regionibus quae sunt ultra clima quartum usque ad finem notorum septem climatum, in meridie iris non apparet, & si in alia parte anni appareat quandoque, totum autem utemur hoc diximus propter regiones quae sunt extra climata, in quibus praemissa regula doctrinae generali poterit committi. In omnibus autem regionibus sole existente super horizontem in qualibet hora dici iris poterit apparere, praeterquam in meridie. In illis tamen horis in quibus sinus circuli altitudinis solis maior est iridis diametro, & haec sufficiat pro iridis intento, quia irim de caelo misit Saturnia Iuno.

LXXX.

Nubium apparens color sit secundum dispositionem materiae, & luminis incorporationem.

Quoniam enim nubium consistentia ex duobus sit uaporibus, secco scilicet & humido,

ut declaratum est in philosophia naturali, tunc quando sol agendo ex sicco penitus extrahit humidum, adurit siccum terrestre, ita quod lumen in ipsum penetrare non potest, ideo sit tunc nubes nigra multae nigredinis, & sunt tales nubes materia uentorum. In uapore uero aqueo generatur nigredo ex condensatione frigoris, propter quam in ipsum penetrare non potest radius solaris, uel stellarum, & non remanet nubes humida multum nigra. Ex uapore uero quocumque disgregato subtili recipiente ingressum luminis solaris sit nubes alba, unde etiam aliquando uidetur nebula alba. Quando autem nubes habet in se humidum fumosum ammixtum, aliquantulum terrestre adusto, tunc in ipso recepto lumine sit nubes rubea, & alia purpurea, ut cum radij terminantur in inferiorem partem nubis humidae in mane uel in sero, & haec significant pluuiam futuram, & si quidem sit in oriente in mane, defertur pluuiam super homines illius habitabilis. Si uero sit in occasu, tunc defertur pluuiam in mundi inferius hemispermum sub homines uidentes, & erit ibi pluuiam in nocte, & redibit illa pars caeli forte spoliata nubibus in mane, & sic significat rubor nubium in sero serenitatem in die sequenti, quoniam uero nubes depressa habet superius resperfam purpureitatem obscuram ualde, tunc illa rubedo est ex partibus terreis adustis, quae iam incipient inflammari in uentre nubis, & sunt nubes tales periculosae continentes materiam tonitruum, & similia. Quod si nubes sit rorans, & in fine suae resolutionis, tunc illa nubes in se recepto lumine, quandoque iridis acquirat colorem, & secundum sui uarias dispositiones sit multa uarietas colorum lumine nubibus praesente, siue lumen nubi incidens refrangatur ad uisum propter densitatem secundi diafonum, siue reflectatur ad uisum a superficie ipsius nubis. Sed in his coloribus medijs nubium non modicum effectum habet admixtio umbrarum, cum nubes superior per nubem subilem umbratam uisibus occurrit, tunc enim uario colore coloratur nubes uisa secundum illarum umbrarum admixtionem, patet ergo propositum.

LXXXI.

Virgae fiunt ex refractione radiorum solarium ad uisum ab aliqua consistentia nubosa raritate & spissitudine inaequaliter distincta.

Virgae dicimus extensiones radiorum per nubes, quae uulgo dicuntur funes tentorii, interposita enim nube aliqua aquosa inter solem & uisum nostros sit refractione radiorum solarium ad uisum, & hoc accidit in medio secundi diafonum, & ob hoc quandoque ibi uidentur iridis colores secundum quasdam lineas rectas protensa, eo quod habeant quandam subtiliorem, & quandam grossiorem consistentiam, in quibus permixtum solis lumen fantasiam coloris in ipsis facit, potior tamen in his causa est admixtio umbrarum, quae diuersimode immixtae luminis colores diuersos uisibus representant, & quia radius solis perpendicularis super superficiem nubis penetrat nubem, & ad uisum non reflectitur, ideo nubes in medio alba & incolorata uidetur, & sol per illam uisus uidetur sine figura, sed in colore puniceo aut colorem alium habens uisus. Sol enim per consistentiam nubis grossiorem & caliginosam alium, & alium praesentat uisibus colorem. Non est autem in hoc differentia, siue sol uideatur per nubem, sic quod fiat suorum radiorum ad uisum refractione, siue radij solis reflectantur ad uisum, aspicienti uero ad solis latera uidetur quandoque iridis color uirgatus, ut praemisimus, quando nubes secundum aliquid est spissa, & secundum aliquid rara, & secundum aliquam sui partem plus aquosa, & secundum aliquam minus, & quandoque uidetur aliqua pars punicea, alia uero uiridis aut flaua, uirgae itaque sunt propter irregularitatem diuersi situs & quantitates speculorum, non propter figurae anomaliam. Sunt enim quaedam specula, quae propter sui anomaliam figuras anomalas permixtas uisibus ostendunt formarum uisarum per ipsa, de quibus in nono libro scientiae huius aliquis sermo fuit, unde & nubes figuram solis non ostendit, quia specula nubis non sunt proprie ostendentia figuram propter speculorum paruitatem, sed ostendunt colorem, quod conuenit diafonitati speculorum & nubis totius, & distinguuntur illi colores secundum dispositionem, cui lux incorporatur, & secundum umbrarum immixtionem, patet ergo propositum.



consistentia nubosa.  
 Parelia dicimus quasi paria soli, eos enim Græce sol dicitur latine, & significat so-  
 les aqueos, qui in nube uidentur, nube enim interposita soli & uisibus existente aequali se-  
 cundum sui specula, neque densiore, neque rariore, neque plus aquosa, neque minus secundum  
 suas partes, tunc radius solis illis incidens propter similitudinem & æqualitatem speculo-  
 rum, & ipsorum regularitatem minus coloris fit fantasia, albi autem uidetur coloris pro-  
 pter spissitudinem consistentiæ & regularitatem ipsius nubis. Radij enim ad ipsam nu-  
 bem sic dispositam incidentes, & ab ipsa refracti ad uisus maxime nube illa non existen-  
 te aquosa neque nigra, uicina tamen aqua sine admixtione alicuius umbræ reflectuntur ad  
 uisum, propter quod proprium solis colorem, qui luminosus & albus est, in tota nubis  
 consistentia apparere faciunt uisibus, fiuntque paretia albæ, sicut etiam ab omni corpore poli-  
 to reflectitur lumen solis ad uisum propter spissitudinem consistentiæ, ut ostensum est  
 per primam quinti huius. Sunt autem paretia magis signum pluriæ quam uirgæ, quia  
 æqualis nubium consistentia, quæ est materia paretij, signum est quod aer idoneæ ha-  
 bet se ad permutationem & ad generationem aquæ. Et quia Australis aer facilius in  
 aquam permutatur propter sui facilitatem in paciendo, quam aer Borealis, qui siccior  
 est propter frigoris constrictionem, ideo paretia Australes magis sunt signum pluriæ  
 quam Boreales. Fiunt autem paretia sicut & uirgæ magis sole existente in oriente uel  
 occidente quam in meridie, quoniam sol existens in medio cœli soluit tales nubium con-  
 sistentias, & plurimum segregat illas, & neque fiunt desuper solem, neque desubtus,  
 sed à lateribus solis obliquis quæ sunt secundum polos mundi, & neque fiunt multum  
 prope solem, quia à propinquo cito dissoluitur nubium consistentia, neque fiunt mul-  
 tum longe à sole, quia non est inde possibile reflexione fieri ad uisus. Reflexio enim fa-  
 cta à paruo speculo subtilis est, unde longa protensa debilitatur, & euanesceat antequam  
 perueniat ad uisus, & ex eisdem causis non fiunt hæ paretia super solem, neque sub sole,  
 quia prope solem existentes consistentiæ nubium soluantur, remotæ uero distantes non  
 perueniunt secundum ipsorum reflexionem ad uisum, secundum lateralem uero solis si-  
 tum est inuenire mediocrem distantiam, in qua consistentia non soluitur, & tamen fit  
 reflexio ad uisum, & cum non est minus prope ad terram descendens illa nubis consisten-  
 tia, quando enim nubes sunt nimis propinque horizonti, tunc ab ipsis nubibus reflexi  
 radij non pertingunt ad uisus, propter distantiam minorem inproportionatam reflexi-  
 onem luminis, quoniam enim uisus sunt apud terram, patet quod tunc luminis reflexio à  
 nube non concurrat cum uisibus. Sub sole etiam non potest fieri paretia, quia & tunc  
 nubes uicina terræ perpendicularem solis radium respiciens dissoluitur cum radio solaris  
 remota uero nubes à uisu nullam causat reflexionem uel refractionem ad uisum propter  
 longitudinem distantia, quia si in altera solis esset consistentia nubis nimis alta, non acci-  
 deret reflexionem luminis fieri ad uisum, ne tunc apparent paretia ipsis uisibus, patet ex  
 hoc propositum.

LXXXIII.

Huiusmodi enim colores generantur ex debilitatione luminis, propter refractionē ad perpendicularem ductam à centro corporis solis ad superficiem unius parallelogrami ex lateribus cristalli, & quoniam declarauimus in 27. secundi huius scientiæ manifestum est, quod à sole illuminatur magis medietate chilindri sibi oppositi, si rotundum sit chilindrum, hæc autem in chilindro angulato esse non potest angulis uenientibus in diametrum corporis basem per æqualia diuidentis, tūc enim sola medietas illuminatur propter radiorum incidentiam, ut diximus ibidem. Sed si corpus illud columnare diafonum fuerit, tunc enim alia medietas illius corporis illuminatur propter radiorum refractionem, si itaq; superficies corporis diafoni soli opposita unica fuerit, ut in corporibus quadrangulis

drangulis, tunc una fit luminis refractionis fortis, & lumen sub forma luminis transibit ad partem oppositam corporis, aggregabitur extra corpus sub forma luminis, sicut etiam hoc fortius evenit in corpore sphaerico diafono non concauo, eo quod a superficie maioris partis totius illius corporis sphaerici fit refractionis ad radium, qui perpendiculariter incidit super superficiem corporis sphaerici contingentem aequedistantem superficiei secandum, ut ostendimus in 46. huius, ex tantorum ergo & tot radiorum aggregatione, & si non ad punctum unum, quoniam hoc est impossibile propter diversitatem superficiei incidentiae, ad locum tamen naturalem paruum fit luminis aggregatio ipso lumine absque coloratione sub forma luminis manente, & illud lumen aggregatum calefacit corpus oppositum, & incendit ex mora corpus inflammabile subito, ut stupam vel aliquid potentiam activam in se habentem ad inflammationem. Si vero corpus diafonum soli oppositum sit plurimum superficierum quam unius planae, vel circularis, secundum eam, scilicet partem, qua soli opponitur, utpote si corpus quadrangulum secundum unum suorum angulorum soli opponitur, tunc fiet refractionis radiorum incidentium uni superficiei ad ambas superficies oppositas, & similiter radiorum incidentium alteri superficiei, & tamen ex parte opposita luminis refracto aer, qui est corpus rarioris diafoni, occurrerit, refrangentur radii ab utraque parte superficiei ab illa perpendiculari, quae ab angulo ad angulum ducta in corpore basem ipsius per aequalia divideret, vel alia ei aequedistante, & in alio corpore denso illi corpori diafoni subiecto, ut terra vel alio corpore quocunque, tunc quandoque apparebunt duo lumina clara, aliquando vero colorata, ut si corpus diafonum aequalium fuerit angulorum & superficierum, & hoc patet experimentanti, eruntque ibi duo colores confusi, non plures, color, scilicet rubeus, & alius mixtus quasi viridis, qui secundum cristalli vel alterius parvi corporis dispositionem magis sunt intensi vel remissi. Quod si superficies corporis quo ad partem soli oppositam fuerint tres, ut sunt in cristallo hexagona, tunc a qualibet superficierum oppositarum soli, quae sunt 3, receptum lumen cuiuslibet superiorum trium superficierum red datur corpori opposito, ut terrae vel alteri corpori cuiusque fuerit, quae tria lumina, quorum medium manet in ipsa perpendiculari columnae cristallinae basem suam per aequalia dividente vel ipsi dividenti aequedistante, & fit visibile lumen, illud nisi lumen soli diafoni rarioris, scilicet aeris, dictum enim est in 4. huius, quod in medio secundi diafoni rariore existente refractionis fit a perpendiculari, & est quasi quaedam dispersio radiorum, apparent autem colores in istis luminibus si reflexis vel refractis propter mixtionem nigredinis coloris cristallini cum lumine penetrante, & propter ammixturem umbrarum partium ipsius cristalli praeminentium secundum acumen suorum angulorum, qui per 1. secundi huius, projiciuntur ad partem oppositam incidentiae radiorum in partem adversam corpori luminoso, quarum umbrarum numerus facit diversitatem colorum, quando luminis permiscetur, quoniam ubi radius luminis perpendiculari magis quo ad superficiem incidentiae circa quam in viciniore multorum radiorum fit aggregatio, color cristalli & umbrae commixtus reflectitur, quia ille radius magis est luminosus, tunc fit color rubeus. In alijs vero radijs secundum sui debilitatem coloris corporis luminosi & umbrarum plurimum commixtionem alij colores medij generantur, sunt autem tres colores, quoniam ex tribus superficiebus superioribus radii colliguntur ad quamlibet inferiorum superficierum, & color rubeus semper ab illa parte videbitur, ubi radius perpendicularis super superficiem cristalli in contrario situ generatur iridis oppositam soli aggregatis omnibus radijs suae superficiei incidit post reflectionem factam ex aeris intrapoliti diafonitate, & tunc quoniam tres irides generantur propter triplicem naturam refractionis in medio 2. diafoni rarioris, ut praemissum est, & quia ter tria faciunt quadratum, quod est 9, erunt tunc 9. colorum individua multipliciter trium superficierum superiorum, numero in numerum, trium inferiorum, tres vero erunt specificae differentiae colorum, & fit istarum colorum per angulos



Sub uase uitreo rotundo pleno aqua soli exposito, colores similes iris  
dis coloribus uidentur.

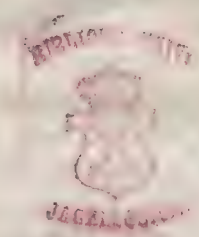
LXXXV.

In

Vitellionis Mathematici doctissimi πῶς ἀπὸ τῆς ὁψέως seu Perspectivæ libri decimi, & sic totius operis continentis  
propositiones 805, finis.

Auctor hei. cōsuevit Poleniū suū rētrā ejus fol. 292 seu pag. 74. lib. 10. ex quo apparet  
Iohannē Tancijm, nō ē eorū, pūjū.



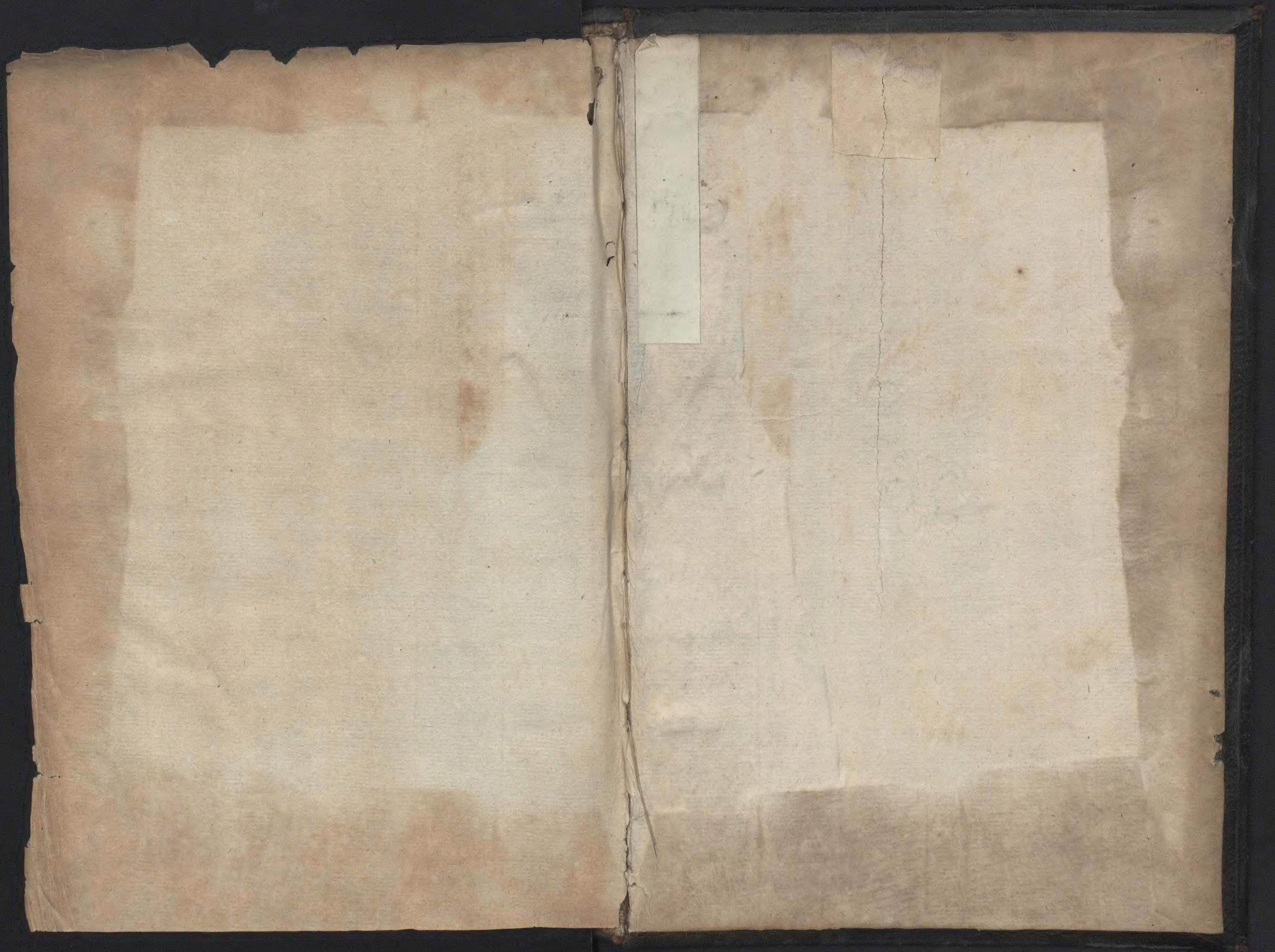


Handwritten text in a cursive script, likely a library inventory or a personal note. The text is written in dark ink and is somewhat faded.











IOANNES BROGGIUS

MDCCLXXII



